MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

DE

S^T. PÉTERSBOURG.

TOME X.

AVEC

L'HISTOIRE DE L'ACADÉMIE

POUR LES ANNÉES 1821 ET 1822.

S^T. PÉTERSBOURG.

DE L'IMPRIMERIE DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

1826.

Publié par ordre de l'Académie.

P. H. Fuss.
Secrétaire perpétuel.



TABLE DES MATIÈRES.

Histoire de l'Académie *Impériale* des Sciences.

Années 1821 & 1822.

MÉMOIRES

DE L'ACADÉMIE *IMPÉRIALE* DES SCIENCES.

I. Section des sciences mathématiques.

II. Section des sciences physiques.

III. Section des sciences politiques.

IV. Section d'histoire & de philologie.

HISTOIRE

DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE

DES SCIENCES

DE S^T. PÉTERSBOURG.

ANNÉES 1821 ET 1822.

HISTOIRE

DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES.

Années 1821 et 1822.

I.

EVÈNEMENS MÉMORABLES.

1. Le 4 Mars 1821 le Musée académique a été honoré de la visite de S. A. R. Mgr. le Prince *Paul Frédéric* de Meklenbourg-Schwerin, Petit-fils de SA MAJESTÉ L'IMPÉRATRICE MÈRE. Cet Auguste Voyageur, après avoir examiné avec beaucoup d'interêt ce que les différentes collections renferment de plus curieux, a quitté le Musée avec satisfaction et en témoignant le desir d'obtenir un fragment de la masse de fer natif de *Pallas*. Son Excellence Mr. le Président chargea Mr. l'Académicien *Severguine* de faire couper de la dite masse un morceau pour le Prince de Mecklenbourg.

2. Le 24 Avril 1822, S. A. I. Madame la Grande-Duchesse MARIA PAVLOVNA, accompagnée de *Son Époux*, S. A. R. Mgr. le *Grand-Duc* héréditaire de Saxe-Weimar, a honoré de *Sa* visite le Musée de l'Académie. S. A. I. a examiné avec intérêt les différentes collections qui le composent et a daigné s'entretenir avec autant de grace que d'affabilité avec Mrs. les Académiciens préposés à la garde de ces collections. — Le Musée Asiatique, nouvellement créé par Mr. le Président, a paru fixer particulièrement l'at-

tention des augustes Hôtes, qui ont témoigné à plusieures reprises leur satisfaction à ceux qui avoient eu le bonheur de les recevoir dans le plus ancien Sanctuaire des Sciences en Russie.

II.

CHANGEMENS ARRIVÉS DANS L'ACADÉMIE.

1. Membres décédés.

Du nombre des Membres honoraires de l'Intérieur:

S. E. Mr. *Charles* de *Hablitzl*, Conseiller privé, Sénateur, Chevalier des ordres de S^te^. Anne de la 1re classe et de St. Vladimir du 2^d^ dégré, mort le 9 Octobre 1821. Le Défunt avoit été reçu Membre honoraire le 28 Novembre 1796.

Mr. *Guillaume Richter*, Docteur en Médecine, Professeur émérite de l'Université IMPÉRIALE de Moscou, Président de la Société médico-physique, Chevalier des ordres de St. Vladimir du 3me dégré et de S^te^. Anne de la 2de classe. Le Défunt avoit été reçu le 16 Février 1814.

Du nombre des Membres honoraires externes:

Mr. l'Abbé *Réné-Just Haüy*, Membre de la 1re classe de l'Institut de France pour la Section de Minéralogie, décédé à Paris le $\frac{20 \text{ Mai}}{1 \text{ Juin}}$ 1822. Le Défunt avoit été reçu Membre honoraire le 17 Septembre 1806.

Mr. *Jean Baptiste Joseph De Lambre*, Membre de l'Académie Royale des Sciences de Paris, son Secrétaire perpétuel pour la Section des Sciences mathématiques, Chevalier de la Légion d'Honneur etc.; mort à Paris le 24 Août n. st. 1822, agé de 73 ans.

Mr. le Docteur *Guillaume Herschel* Esq. Astronome du Roi,

Membre de la Société Royale de Londres, Chevalier de l'ordre Guelphique, mort à Slough, près de Windsor, le 27 Août 1822 n. st., agé de 84 ans. Le célèbre Défunt avoit été reçu le 29 Octobre 1789.

Du nombre des Correspondans de l'Intérieur:

Mr. *Jean Emanuel Ferdinand Giese*, Professeur de Chimie à l'Université de Dorpat, Conseiller de Collèges et Chevalier de l'ordre de S^{te}. Anne de la 2de classe, mort d'une maladie de poitrine le 22 Mai 1821 à Mitau. Le Défunt avoit été reçu Correspondant le 5 Juillet 1809.

Du nombre des Correspondans externes:

Mr. *Jean Christophe Schwab*, Conseiller aulique de S. M. le Roi de Würtemberg, Membre du Conseil de l'Instruction publique etc., décédé à Stuttgardt le 13 Avril 1821, agé de 78 ans. Le Défunt avoit été reçu au nombre des Correspondans le 15 Février 1798.

Mr. *Roch-Ambroise Sicard*, Membre de l'Institut de France, Directeur de l'Institut des Sourds-muets à Paris, Chevalier de l'ordre de St. Vladimir de la 4me classe, décédé à Paris le 16 Mai 1822. Le Défunt avoit été élu Correspondant le 12 Avril 1809.

Mr. *Antoine Hyacinthe* d'*Araujo*, Professeur à Lisbonne. Il avoit été reçu le 20 Octobre 1791.

2. Nouvelles réceptions.

Au nombre des Adjoints:

Mr. le Docteur *Chrétien Henry Pander*, pour la Zoologie; confirmé le 20 Octobre 1821.

Mr. l'Elève *Paul Tarkhanoff*, pour l'Astronomie, élu le 9 Octobre 1822.

Au nombre des Membres honoraires de l'Intérieur:

S. E. Mr. le Comte de *Gourieff*, Ministre des Finances et des Domaines IMPÉRIAUX, Membre du Conseil de l'Empire, Chef du Cabinet de SA MAJESTÉ IMPÉRIALE, Chevalier des ordres de Russie etc.; élu le 14 Mars 1821.

S. E. Mr. le Prince *Dmitry Vladimirovitch Golitzyn*, Gouverneur-général-militaire de Moscou, Général de Cavallerie, Chevalier des ordres de St. Alexandre Nevski, de St. Vladimir 1^r^ dégré, de St. George 3e classe etc.; élu le 9 Janvier 1822.

S. E. Mr. le Vice-Amiral *Greigh*, Chef de la Flotte de la mer noire, Gouverneur-militaire des Ports de Nicolayeff et de Sevastopol, Chevalier des ordres de St. Alexandre Nevski, de Ste Anne 1re classe et de St. Vladimir 2^d^ degré; élu le 30 Janvier 1822.

Au nombre des Membres honoraires externes:

S. E. Mr. le Comte de *Bray*, Ministre plénipotentiaire et Envoyé extraordinaire de S. M. le Roi de Bavière près la Cour du Russie; élu le 10 Avril 1822.

Mr. *Raoul-Rochette*, Membre de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres à Paris; élu le 9 Octobre 1822.

Mr. *Placide Heinrich*, Professeur de Physique et de Mathématique, Chanoine de l'Abbaye de St. Emmeran à Ratisbonne; élu le 23 Octobre 1822.

Au nombre des Correspondans de l'Intérieur:

Mr. *Jean Germain Zigra*, Membre des Sociétés littéraires de Riga et de Mitau, des Sociétés économiques de St. Pétersbourg et de Livonie; élu le 21 Mars 1821.

Mr. *N. G.* de *Schultén*, Adjoint pour les Mathématiques de l'Université IMPÉRIALE d'Abo; élu le 27 Juin 1821.

Mr. le Docteur *Guillaume Struve*, Professeur d'Astronomie à l'Université IMPÉRIALE de Dorpat; élu le 9 Janvier 1822.

Mr. le Docteur *George Paucker*, Professeur de Mathématiques au Gymnase illustre de Mitau; élu le 9 Janvier 1822.

Au nombre des Correspondans externes:

Mr. le Docteur *Charles Benoît Hase*, Professeur des langues orientales modernes à l'École Royale spécielle, Attaché à la Bibliothèque Royale de Paris, Membre de l'Académie Royale des Sciences de Berlin, Chevalier de l'ordre de St. Vladimir du 4e degré; élu le 27 Juin 1821.

Mr. *Antoine Théodore Hartmann*, Conseiller du Consistoire du Grand-Duc de Mecklenbourg-Schwerin et Professeur à l'Université de Rostock; élu le 27 Février 1822.

Mr. *J. G. F. Lehmann*, Professeur à Hambourg, élu le 20 Mars 1822.

3. Election de deux Membres du Comité d'Administration.

S. E. Mr. l'Académicien *Schubert* fut élu Membre du Comité d'Administration pour deux ans, à la place de Mr. l'Académicien *Wisnievski*.

Mr. l'Académicien *Zakharoff* fut élu Membre du Comité d'Administration pour deux ans, à la place de Mr. l'Académicien *Sevastianoff*.

4. Gratifications, Décorations et avancemens civils.

Mr. l'Académicien *Pétroff* a été gratifié d'un tabatière d'or en recompense des services rendus à S. A. I. Mgr. le Grand-Duc

Nicolas Pavlovitch, en dirigeant les travaux des paratonnèrres dont le Palais de S. A. I. a été muni.

Mr. l'Académicien extraordinaire *Langsdorff* a été très-gracieusement décoré le 28 Août 1821 de l'ordre de St. Vladimir du 3me degré.

Mr. l'Adjoint *Fuſs* a été très-gracieusement décoré le 29 Août 1821 de l'ordre de St. Vladimir du 4me degré.

Mr. l'Académicien *Köhler* a été avancé au rang de Conseiller d'État actuel.

5. Distinctions littéraires.

Son Excellence Mr. le Président notifia que la Société Royale des Sciences de Copenhague, l'a reçu au nombre de ses Membres honoraires.

S. E. Mr. l'Académicien *Fuſs*, a été reçu au nombre des Membres honoraires de la Société économique de Livonie.

S. E. Mr. l'Académicien *Storch* exhiba un Diplome de Membre honoraire, qu'il a reçu de la Société des Sciences d'Utrecht.

Mr. l'Académicieu *Zagorski*, a été reçu Membre honoraire de l'Université IMPÉRIALE de Kharkoff, de la Société pharmaceutique de St. Pétersbourg et de l'Université IMPÉRIALE de Vilna.

Mr. l'Académicien *Schérer* a été reçu Membre de la Société pharmaceutique de Munic, de la Société Royale des Sciences d'Upsala, de la Société minéralogique de Dresde, de la Société physico-économique de Königsberg, de la Société économique de Livonie et Adjoint de l'Académie Impériale Léopoldino-Caroline des Naturalistes à Bonn.

Mr. l'Académicien *Frähn* a été reçu Membre de l'Académie des Belles-Lettres, d'Histoire et Antiquités à Stockholm, de

l'Académie Royale des Sciences de Lisbonne et de la Société Asiatique de Paris.

III.

PRÉSENS FAITS À L'ADADÉMIE.

1. Pour la Bibliothèque:

Au nom de Sa Majesté le Roi des Païs-Bas, et de la part de Son Ministre de l'Instruction publique etc.

Flora Batava, ou Déscription des plantes belgiques, avec figures en taille douce, dessinées, gravées et colorées d'après nature. Livraison 58me, 59e, 60e et 61me. Amsterdam. 4°.

De la part du Conseil général des mines à Paris:

Annales des Mines, ou Recueil de mémoires sur l'exploitation des mines et sur les sciences qui s'y rapportent, rédigées par le Conseil général des Mines. Année 1818, 2de, 3me et 4me Livraison. Année 1819, 1re, 2de, 3me et 4me Livraison. Année 1820, 1re, 2de, 3me et 4me Livraison. Année 1821, 1re, 2de, 3me et 4me Livraison. Paris. 8°.

De la part de l'Académie Royale des Sciences de Berlin:

Abhandlungen der Königl. Akademie der Wissenschaften in Berlin, aus den Jahreu 1818 u. 1819. Berlin 1820. 4°.

De la part de la Société d'encouragement à Londres:

Transactions of the Society for the encouragement of Arts, Manufactures and Commerce. Vol. XXXVIII. London 1821. 8°.

De la part de l'Académie Royale des Sciences de Paris:

Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France. Années 1817 et 1818. Tome II. et III. Paris 1819 et 1820. 4°.

De la part de l'Académie Royale des Sciences de Bruxelles :

Nouveaux Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles. Tome 1r. Bruxelles 1820. 4°.

Mémoires sur les questions proposées par l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles en 1793 et 1816, qui ont remporté le prix et l'accessit en 1817. Bruxelles 1818. 4°.

De la part de l'Académie Royale des Sciences de Stockholm :

Kongl. Vetenskaps Academiens Handlingar under förra och sednare hälften af år 1820. Stockholm 1820. Af år 1821. Stockholm 1821. 8°.

Register öfver XVIII Tomer af Kongl. Vetenskaps Akademiens Nya Hanlingar, ifrån och med Tom. XVI för år 1795, till och med Tom. XXXIII för år 1812. Stockholm 1821. 8°.

Årsberättelser om Vetenskaps framsteg, afgifne af Kongl. Vetenskaps Akademiens Embestmän d. 31 Mars 1821. Stockholm 1822. 8°.

De la part du Département IMPÉRIAL de l'Amirauté :

Морскій мѣсяцословъ на лѣто 1823. С. П. Бургъ 1822. 8°.

De la part de la Société astronomique à Londres :

Memoirs of the astronomical Society of London. Vol. I. London 1822. 4°.

De la part de l'Académie Royale de Turin :

Memorie della Reale Academia delle Scienze di Torino. Tom. XXIV. Torino 1820. 4°.

De la part de la Société des Sciences de Modène :

Memorie della Società Italiana delle Scienze. Tomo VI — XVII. Verona 1792 — 1816. 4°.

De la part de la Société Royale des Sciences d'Upsala:

Nova Acta Regiae Societatis Scientiarum Upsaliensis. Vol. VII et VIII. Upsaliae 1815 et 1821. 4°.

De la part de l'Académie Américaine de Boston:

Memoirs of the American Academy of Arts and Sciences. Vol. IV. Part I and II. Cambridge 1818 and 1821. 4°.

De la part de S. E. Mr. le Président d'Ouvaroff:

Tripartitum seu de analogia linguarum libellus. Viennae 1820.

Tale af Kuratoren for den Peterborgske Underwisings Anfang S. v. Ouvaroff etc., holden i det Pedagogiske Central-Institut d. 22 Marts 1818; overset pa Dansk af N. H. Weinrich. Kiobenhavn 1820. 8°.

De la part de S. E. Mgr. le Chancelier de l'Empire, Comte Nicolas de Roumäntsoff:

De antiquis quibusdam sculpturis et inscriptionibus in Sibiria repertis; scripsit Greg. Spaski etc. Petropoli 1822.

De la part de Mr. le Conseiller d'Etat Parrot, Professeur de Physique à Dorpat:

Entretiens sur la Physique; par G. F. Parrot, Professeur de Physique à Dorpat. Tome 1. 2. 3. 4. Dorpat 8°.

De la part de Mr. de Hauenschild, Directeur de la Pension noble du Lycée IMPÉRIAL de Tsarskoe-Sélo:

Geschichte des Russischen Reichs von Karamsin. Nach der zweiten Original-Ausgabe übersetzt. 2ter Band. Riga 1820. 8°.

De la part de Mr. le Marquis de La-Place, Pair de France:

Théorie analytique des Probabilités; par Mr. le Marquis de La-Place etc. 3me Édition. Paris 1820. 4°.

De la part de Mr. le Professeur Ciampi à Varsovie:

Feriae Varsovienses, sive quae, vacans ab academicis lectionibus, scribebat Sebastianus Ciampi etc. Mediol. 1820. 4°.

Sebastiani Ciampi etc. Novum examen loci Liviani de Legatis Romanorum Athenas missis, ut exscriberent leges Solonis. Vilnae 1821. 8°.

De la part de Mr. le Professeur Heinrich à Ratisbonne:

Die Phosphorescenz der Körper, oder die im Dunkeln bemerkbare Lichtphoenomene der anorganischen Natur; von Placidus Heinrich etc. 3te, 4te u. 5te Abhandlung. Nürnberg 1820. 4°.

De la part de Mr. l'Académicien extraordinaire Langsdorff:

Mémoire sur le Brésil, pour servir de guide à ceux qui désirent s'y établir; par Mr. le Chevalier G. de Langsdorff.

Bemerkungen über Brasilien etc.; von G. H. v. Langsdorff etc. Heidelberg 1821. 8°.

De la part de Mr. le Professeur Morgenstern à Dorpat:

Dörptische Beyträge für Freunde der Philosophie, Litteratur und Kunst; herausgegeben von Karl Morgenstern. 3ter Band. Dorpat 1821. 8°.

De la part de Mr. l'Académicien Zakharoff:

Religion der Moscoviter, oder ausführliche Beschreibung deren Religion, Anfang und jetzigen Wachsthum, wie auch ihrer Sitten, Gebräuche und Ceremonien. Frankf. a. M. 1714. 8°.

Joannis Muys, Med. Doctoris Arnhemiensis Praxis Chirurgica rationalis; Decas III — IV. Lugd. Bat. MDCLXIV. 8°.

Pharmaceutica rationalis, sive Diatriba de medicamentorum operationibus in humano corpore; Auctore Thoma Willis M. D. Hagae Com. MDCLXXIV. 8°.

Voyage d'Italie, de Dalmatie, de Grèce et du Levant, par J. Spen. 1677. 8°.

De la part de Mr. le Docteur Chladni:

E. F. F. Chladni's Beyträge zur praktischen Akustik, zur Lehre vom Instrumentenbau, enthaltend die Theorie und Anleitung zum Bau des Clavicylinders und damit verwandter Instrumente. Leipzig 1821. 4°.

De la part de Mr. le Chevalier Meyer à Amsterdam:

Esprit, Origine et Progrès des Institutions judiciaires des principaux païs de l'Europe; par J. D. Meyer. Tome IV. La Haye 1820. 8°.

De la part de Mr. l'Adjoint Pander:

Das Riesen-Faulthier, Bradypus giganteus; von Dr. Pander und Dr. D'Alton. Bonn 1821.

Die Skelete der Pachydermata, abgebildet, beschrieben und verglichen von Dr. C. Pander und E. d'Alton. Bonn 1821. fol. trav.

De la part de Mr. le Comte de Wackerbarth:

Zuruf an den sich in Wien bildenden Kongrefs; vom Raugrav v. Wackerbarth. 1814.

Die früheste Geschichte der Türken bis zur Vernichtung des Byzantinischen Kaiserthums oder bis zur Eroberung von Constantinopel im Jahre 1453, dann fortgeführt bis zum Tode Kaiser Muhammed's II, im Jahre 1481; vom Graf v. Wackerbarth. Hamburg. 4°.

Die Geschichte der letzten grofsen Revoluzion von Schina im Jahr 1644; vom Graf v. Wackerbarth. Hamburg 1821.

Wackerbarth's Geschichte der grofsen Teutonen. fol.

De la part de Mr. Etter, Correspondant de l'Académie :

Versuch einer Beschreibunng des Lebens und der Thaten *Alexei Michailowitz*, Czaren und Grofsfürsten von ganz Rufsland etc. Manuscrit in folio.

De la part de Mr. le Commandeur Thunberg à Upsala :

Une collection de 33 Dissertations académiques publiées à Upsala.

Une suite de 10 Dissertations académiques publiées à Upsala et quelques programmes.

De la part de Mr. le Vice-Président Fischer à Moscou :

Panegyricus memoriae pie defuncti Pauli Gregoridis Demidoff etc. in conventu publico *Caesareae* Universitatis Mosquensis die XIX. Decembr. MDCCCXXI dictus a G. Fischer, Professore Demidoviano.

Entomographie de la Russie, publiée au nom de la Société des Naturalistes, par G. Fischer. Moscou 1820. 4°.

Lettre adressée au nom de la Société IMPÉRIALE des Naturalistes de Moscou à l'un de ses Membres, Mr. le Dr. C. H. Pander, contenant la notice sur un nouveau genre d'oiseau et sur plusieurs nouveaux insectes. Moscou 1821. 8°.

La continuation du Tome I. de l'ouvrage: Entomographia Imperii Russici.

De la part du Président de la Société medico-physique à Moscou, Mr. le Professeur Reufs :

Commentationes Societatis physico-medicae apud Universitatem literarum *Caesaream* Mosquensem institutae. Vol. II. Pars I. Mosquae 1817. 4°.

F. T. Reufs, Professoris Mosquensis, Commentationes duae; altera physica, de electricitatis Voltanae effectu novo, quem hy-

dragogum dixit: altera anatomico-physiologica, de viribus sanguinem moventibus, qua demonstratur earum praecipuam electricitatis vim hydragogam esse.

De la part de Mr. Zigra à Riga:

Neues und bewährtes vorzüglich bey Strohdächern und hölzernen Gebäuden anwendbares Schutzmittel vor Feuersgefahr für den Landbewohner, von J. H. Zigra. Riga 1822. 8°.

De la part de S. E. Mr. le Comte de Bray, Ministre de Bavière:

Essai critique sur l'Histoire de la Livonie, suivi d'un tableau de l'état actuel de cette Province; par L. C. D. B. Tome 1. 2. 3. Dorpat 1817. 8°.

De la part de Mr. J. Sniadecki, Professeur à Vilna:

Pisma Rosmaite Jana Sniadeckiego, Tom. IV, zawieraiący rozprawy filosoficzne i filosofiią ludzkiego umytu. Vilno 1822. 8°.

De la part de Mr. l'Apothicaire Brandenbourg à Mohileff:

О пользѣ употребленія въ пищу такъ называемаго Исляндскаго моху; любителямъ отечества посвящено отъ Ф. Бранденбурга. Могилевъ. 1822. 8°.

De la part de Mr. le Professeur Bessel à Königsberg:

Astronomische Beobachtungen auf der Königl. Universitäts-Sternwarte in Königsberg; von F. W. Bessel. Sechste Abtheilung, vom 1ten Jan. 1819 bis 31ten Dec. 1820. Königsberg 1821. folio.

De la part de Mr. le Docteur Argelander à Königsberg:

Untersuchungen über die Bahn des grofsen Kometen vom Jahre 1811; von Dr. F. W. A. Argelander. Königsb. 1822. 4°.

De observationibus astronomicis a Flamsteedio institutis disserta-

tio, quam scripsit et publice defendet F. W. A. Argelander. Regiomonti 1822. 4°.

De la part de Mr. le Professeur Herbart à Königsberg:

De attentionis mensura causisque primariis, Psychologiae principia statica et mechanica exemplo illustraturus scripsit J. F. Herbart etc. Regiomonti 1822. 4°.

De la part de Mr. le Professeur Say à Paris:

Catéchisme d'Economie politique, ou instruction familière, qui montre de quelle façon les richesses sont produites, distribuées et consommées dans la Société; par J. B. Say, Seconde Édition. Paris et Londres 1821. 8°.

De la part de Mr. le Docteur Münter, Evèque de Sélande, à Copenhague:

Fr. Münteri, Episcopi Selandiae, Epistola ad virum illustrissimum Sergium ab Ouwaroff, Academiae *Caesareae* Scientiarum Petropolitanae Praesidem, de monumentis aliquot veteribus scriptis et figuratis penes se exstantibus. Hafniae MDCCCXXII. 4°.

De la part de Mr. le Professeur Littrow, Directeur de l'Observatoire de Vienne:

Annalen der K. K. Sternwarte in Wien, nach dem Befehl Sr. Majestät auf öffentliche Kosten herausgegeben von J. J. Littrw. IIter Theil. Wien 1822. folio.

De la part de Mr. le Professeur Schumacher à Copenhague:

Astronomische Hülfstafeln für 1822, herausgegeben von H. C. Schumacher, Ritter vom Danebrog. Copenhagen 8°.

Schreiben an Hrn. Dr. Olbers in Bremen von H. C. Schumacher, Professor in Copenhagen, enthaltend eine Nachricht über

den Apparat, dessen er sich zur Messung der Basis bei Braak im Jahr 1820 bedient hat. Altona 1821. 4°.

De la part de S. E. Mr. l'Académicien Schubert:

Traité de l'Astronomie théorique; par F. T. Schubert etc. Tomes I. II. III. St. Pétersbourg 1822. 4°.

De la part de Mr. Samuel Parkes à Londres:

Thoughts on the laws relating to salt; by S. Parkes. London 1817. 8°.

A letter to Farmers and Graziers on the advantages of using salt in Agriculture and in feeding cattle; by S. Parkes. London 1819. 8°.

The chemical Catechism, with tables, notes, illustrations and experiments; by S. Parkes. The X[th] edition. London 1822. 8°.

De la part de Mr. Herschel à Londres:

A collection of the calculus of finite differences; by J. F. W. Herschel. Cambridge 1820. 8°.

On the aberrations of compound lenses and object-glasses; by J. F. W. Herschel. London 1821. 4°.

On the actions of crystallised bodies on homogeneous light etc.; by J. F. W. Herschel. London 1820. 4°.

De la part de Mr. le Professeur Simonoff à Kazan:

Слово о успѣхахъ плаванія шлюповъ Востока и Мирнаго около свѣта и пр. Казань 1822. 8°.

De la part de Mr. le Docteur Trinius:

Clavis Agrostographiae antiquioris. Übersicht des Zustandes der Agrostographie bis auf Linné und Versuch einer Reduction der alten Synonyme der Gräser auf die heutigen Trivialnamen; von C. B. Trinius. Coburg 1822. 8°.

De la part de Mr. l'Académicien Frähn :

Die Chosroën-Münzen der frühern Arabischen Chalifen. Eine Ehrenrettung des Arabers Makrisi; vom Akademiker Frähn zu St. Petersburg. Mitau 1822. 4°.

De la part de Mr. le Professeur Engelhardt à Dorpat :

Zur Geognosie. Darstellung aus dem Felsgebäude Rufsland's; von Moritz v. Engelhardt. Erste Lieferung. Geognostischer Umrifs von Finnland, mit Kupfern und Karten. Berlin 1820. folio.

De la part de Mr. l'Académicien Schérer :

Litteratura Pharmacopaearum, collecta a D. A. N. Scherer etc. Lipsiae et Soraviae 1822. 8°.

De la part de S. E. Mr. l'Académicien Köhler :

Médailles Grecques. St. Pétersbourg 1822. 8°.

De la part de Mr. Henry de Struve, Ministre-Résident et Consul-général à Hambourg :

Beyträge zur Mineralogie und Geologie des nördlichen Amerika's. Nach Amerikanischen Zeitschriften bearbeitet von H. v. Struve. Hamburg 1822. 8°.

De la part de Mr. le Professeur Bartels à Dorpat :

Disquisitiones quatuor ad Theoriam functionum analyticarum pertinentes etc.; scripsit Dr. J. M. C. Bartels, a Consiliis Collegiorum. Dorpati MDCCCXXII. 4°.

De la part des Auteurs et Éditeurs :

Circular address on Botany and Zoology; by C. S. Rafinesque. Philadelph. 1816. 8°.

Annals of nature, or Annal Synopsis of new genera and species of

animals, plants etc. discovered in North-America; by C. S. Rafinesque.

Florula Ludoviciana. Flora of Louisiana; by Robin and Rafinesque. New-York 1817. 8°.

Beschreibung eines neuentdeckten Pilzes, in einer an J. Freyherrn von Jacquin gerichteten Zuschrift; von Joseph Liboschitz. Wien 1814. fol.

Emmeratio fungorum, quos in nonnullis provinciis Imperii Ruthenici observavit Josephus Liboschitz. M. D. Fasciculus I.

Beyträge zur Eisenhüttenkunde u. s. w.; von Franz Anton v. Marcher. 1ten Theil's 1r, 2r, 3r und 4ter Band. Klagenfurth 1805 und 1816. 8°.

An Essai on uniform Orthography for the Indian languages of North-America; by John Pickering. Cambridge 1820. 4°.

Deux lettres à Mylord Comte d'Aberdeen sur l'authenticité de l'inscription de Fourmont; par Raoul-Rochette. Paris 1819. 8°.

Nouvelles recherches sur l'époque de la mort d'Alexandre le Grand et sur la Chronologie des Ptolémées, ou examen critique de l'ouvrage de Mr. Champellion Figeac; par Mr. St. Martin. Paris 1820. 8°.

Specimen novae Typographiae Indicae; curavit Aug. Guil. Schlegel. Lutetiae Parisior 1821. 8°.

Report upon Weights and Measures; by John Quincy Adams, Secretary of the United States. Washinton 1821. 8°.

The Hunterian Oration, delivered before the Royal College of Surgeons in London; by R. Chevalier etc. London 1321. 4°.

Die Bedingungen und Gesetze des Gleichgewichts u. s. w. von Dr. Meier, ausübenden Arzt in Erfurt.

Vollständige Beschreibung der Königl. Freystadt Pesth in Ungarn; von Franz Schams etc. mit einem Kupfer. Pesth 1821. 8°.

Topographische Beschreibung von Peterwardein und seinen Umgebungen; von F. Schams. Pesth 1820. 8°.

Dissertatio inauguralis zoologica de Selachis Aristotelis; Auctore E. Eichwald. Vilna 1819.

De regni animalis limitibus atque evolutionis gradibus; Auctore Dr. E. Eichwald. Dorpati 1821. 8°.

Ideen zu einer systematischen Oryktozoologie, oder über verändert und unverändert ausgegrabene Thiere; entworfen von Dr. E. Eichwald. Mitau 1821. 4°.

Elementa eclipsium, quas patitur tellus, Luna eam inter et Solem versante, ab A. 1816 usque ad A. 1860, ex tabulis astronomicis recentissime conditis et calculo parallactico deducta, a Cassiano Hallaschka. Pragae 1816. 4°.

Calculus eclipsis Solis observatae die 19. Novembris 1816; cui accedunt elementa eclipsium, quas patitur tellus, Luna eam inter et Solem versante, ab anno 1861 usque ad A. 1900, a Cassiano Hallaschka, cum tabulis XVI. Pragae 1820. 4°.

Jahrbücher des K. K. polytechnischen Institutes zu Wien, herausgegeben von dem Direktor J. J. Prechtl. 2ter Band. Wien 1820. 8°.

Beyträge zur Geschichte und Kenntniſs meteorischer Stein- und Metall-Massen, und der Erscheinungen welche deren Niederfallen zu begleiten pflegen; von D. C. v. Schreibers. Wien 1820. folio.

The climate of London, deduced from meteorological observations, made at different places in the neighbourhood of the Metropolis; by Luke Howard. Vol. 1 et 2. London 1818 and 1819. 8°.

Epicrisis documentorum diplomaticorum, seu de valore instrumentorum literalium; Auctore J. N. Kovachich. Pestini 1817. 8°.

Lectiones variantes decretorum comitialium Regni Hungariae, in corpore juris Hungarici editorum, quas ex collatione textus co-

rum cum originalibus authenticis eruit J. N. Kovachich. Pestini 1816. 8°.

Codex juris decretalis ecclesiae Hungaricae, quem ad sua capita revocatum, et in ordinem systematicum reductum, sub suis rubricis expressit M. G. Kovachich. Tom I. II. Pestini 1815. 8°.

Hungaria in Parabolis, sive Commentarii in adagia et dicteria Hungarorum, per A. Szirmay. Budae 1817. 8°.

Supplementum ad vestigia Comitiorum apud Hungaros ab exordiis regni eorum in Pannonia, usque ad hodiernum diem celebratorum, edidit M. G. Kavachich. Tom. I. II. III. Budae 1800 et 1801.

Sammlung kleiner noch ungedruckter Stücke, in welchen gleichzeitige Schriftsteller einzelne Abschnitte der Ungarischen Geschichte aufgezeichnet haben. 1ter Band; zusammengetragen von M. G. Kovachich. Oven 1805. 8°.

G. Kolinovics Nova Hungariae periodus, anno primo gynaecocratiae Austriacae inchoata edidit M. G. Kovachich. Budae 1790. 8°.

Comitatus Zempliniensis notitia historica.

Indices reales historici in Decreta comitialia Serenissimorum ac potentissimorum Regum Hungariae; a M. G. Kovachich. Budae 1806. 8°.

Scriptores rerum Hungaricarum minores, quos edidit M. G. Kovachich. Tomus I. II. Budae 1798. 8°.

Codex authenticus juris tavernicalis statutarii communis, complectens monumenta vetera et recentiora partim antea vulgata, partim hactenus inedita, editus industria M. G. Kovachich. Budae 1803. 8°.

Notitia historica comitatus Zempliniensis; per A. Szirmay, edita industria M. G. Kovachich. Budae 1804. 8°.

M. G. Kovachich lineamenta apparatuum diplomatico-historico-literariorum circa corpus juris Hungarici. Budae 1807. 8°.

Specimen cognitionis decreti comitialis *Ludovici I.* Magni Regis

Hungariae, excell. Domino Teleki de Szék inscripsit M. G. Kovachich. Claudiopoli 1814. 8°.

Nuncium ad excelsos regni Hungariae proceres, et universos patriae cives, de collectionibus et lucubrationibus literariis, quibus sinceram rerum Hungaricarum notitiam e suo instituto diplomatico-juridico-historico in lucem promere conatur. M. G. Kovachich. Budae 1804.

M. G. Kovachich Responsum ad Epistolam excell. Domini Josephi Martonffi, Episcopi Transilvaniae. Budae 1807. 8°.

Monumenta veteris legislationis Hungariae, quae nunc primum detecta, ex originalibus anthenticis fideliter desumsit et vulgavit J. N. Kovachich. Claudiopoli 1815. 8°.

Monumenta veteris legislationis Hungariae hactenus inedita, edidit J. N. Kovachich. Segmentum II. Zagrabiae 1815. 8°.

Scholae Salernitanae praecepta conservandae valetudinis; accesserunt alia diaetetica; Textum recensente J. N. Kovachich. Budae 1821. 8°.

Solennia inauguralia seren. ac potent. Principum utriusque sexus, qui ex augusta stirpe Habspurgo-Austriaca sacra corona apostolica in Reges Hungarorum reginasque periodo tertia redimiti sunt; edidit M. G. Kovachich. Pestini 1790. 8°.

Formulae solennes styli in Cancellaria curiaque regum, foris minoribus ac locis credibilibus, authenticisque regni Hungariae olim usitati, quas edidit M. G. Kovachich. Pestini MDCCXCIX. 4°.

Merkur von Ungarn, oder Litteratur-Zeitung für das Königreich Ungarn und dessen Kronländer, herausgegeben von einer Gesellschaft patriotischer Liebhaber der Litteratur. Jahrgang 1786 und 1787.

Institutio grammatophylacii publici pro Instituto diplomatico-historico inclyti regni Hungariae, accedunt diplomatico-historico ju-

ridica, nobilissimis patriae civibus pro Xenio novi anni MDCCXIII; obtulit M. G. Kovachich. Pestini.

G. Kolinovics Chronicon militaris ordinis equitum Templariorum; edidit M. G. Kovachich.

M. G. Kovachich Dissertatio de Religione ut ea reipublicae curae esse debeat.

Vestigia Comitiorum apud Hungaros ab exordio regni eorum in Pannonia, usque ad hodiernum diem celebratorum, edidit M. G. Kovachich. Budae 1790. 8°.

Über die astronomisch - trigonometrischen Landesvermessungen. Ein Programm von Dr. M. G. Pauker. Mitau 1817. 4°.

Über die Anwendung der Methode der kleinsten Quadratsumme auf physikalische Beobachtungen. Ein Programm von Dr. M. G. Pauker. Mitau 1819. 4°.

Essais entomologiques N°. I. Quelques observations sur la blatte germanique (Blatta germanica Fabr.); par A. D. Hummel etc. St. Pétersbourg 1821. 8°.

Principia Juris Romani, scripsit Wenc. Alex. Macieiovski I. U. D. Varsaviae 1820. 8°.

Die Theorie der Derivationen; von Dr. M. G. Pauker. Mitau 1813. 4°.

Un exemplaire de la Bible en langue grecque en très beaux caractères in 4°.; par Mr. Zoa Zosima.

Tableau du climat des Antilles; par A. Moreau de Jonnès. Paris 1817. 8°.

Monographie du Gecko Mabouia des Antilles; par A. Moreau de Jonnès. Paris 1821. 8°.

Recherches sur les poissons toxicophores des Indes occidentales; par A. Moreau de Jonnès. Paris 1821. 8°.

Monographie de la couleuvre coureuse des Antilles, (Colub. Cursor Lacép.); par A. Moreau de Jonnès.

Notice des travaux d'Alexandre Moreau de Jonnès.

Voyages physiques dans les montagnes de la Martinique; par A. Moreau de Jonnès.

Précis topographique et géologique sur l'île de Martinique; par A. Moreau de Jonnès.

Prodromus ad novam Lexici Willmetiani editionem adornandam, scripsit Fr. Erdmann. Casani 1821. 4°.

Historiam Dynastiarum orientalium in compendium redactam, Auctore Takkieddino Muhammede fil. Muhammedis fil. Alii, ex Cod. msc. Arab. Bibl. Tychsenianae primum edidit, notisque illustravit Franciscus Erdmann. Casani 1822. Part I. 4°.

De manuscripto Persico Iskenderi Menesii Eruditis huc usque incognito, disseruit Fr. Erdmann. Casani 1822. 4°.

Enchiridion anorgonognosiae; Auctore Joanne Reisinger Med. et Chir. Doctore etc. Vol. I. II. Budae 1820. 8°.

De Anatomia comparata et naturali Philosophia Commentatio, sistens descriptionem et significationem cranii encephali et nervorum encephali in piscibus; quam scripsit C. W. Fenner. Med. et Chir. Doctore etc. Jenae 1820.

Systematische Anordnung und Beschreibung deutscher Land- und Wasser-Schnecken, mit besonderer Rücksicht auf die bisher in Hessen gefundenen Arten. Ein Beytrag zur Geschichte der Weichthiere; von Carl Pfeiffer, mit illuminirten Abbildungen nach der Natur. Cassel 1821. 4°.

Trois lettres à Sir H. Davy, sur l'imposture publique des Savans à privilèges etc.; par Hoëné Wronski. Londres 1822. 8°.

Petition au Parlement Britannique, sur la spoliation d'un Savant étranger par le Bureau des Longitudes de Londres, soumise par Hoëné Wronski. Londres 1822. 8°.

Deposition made under oath, by an Ecclesiastik, to attest the Spoliation of a learned foreigner by the British Board of Longitude. London 1822. 8°.

Sopra la determinazione delle radici nelle equazioni numeriche di qualunque grado. Memoria del Dottor Paolo Ruffini. Modena 1804.

Della Soluzione delle equazioni algebraiche determinate particolari di grado superiore al quarto. Memoria di Paolo Ruffini.

Della immaterialità dell'anima. Opuscolo del D. Paolo Ruffini. Modena 1806. 8°.

Corso di Matematiche, ad uso degli aspiranti. Modena 1807.

Di un nuovo metodo generale di estrarre le radici numeriche. Memoria del Sr. P. Ruffini. Verona 1813.

Appendice alla memoria sopra un nuovo metodo di estrarre etc. del Sr. P. Ruffini. Verona 1814.

Riflessioni intorno alla Soluzione delle equazioni algebraiche generali; Opuscolo del Sr. P. Ruffini, Modena 1818.

Algebra elementare del Sr. Professore P. Ruffini. Modena 1815. 8°.

Appendice all Algebra del Sr. Paolo Ruffini. 1815,

De' feti che racchiudono feti, detti volgarmente gravidi. Opuscolo storico-fisiologico di Santo Fattori. Pavia 1815.

A Grammar of the Massachusetts Indian Language, by John Elliot. A new edition, with notes and observations; by Peter S. de Ponceau, and an Introductiou and supplementary observations; by John Pickering. Boston 1822. 8°.

Antiquités Grecques di Bosphore Cimmérien, publiées et expliquées par Mr. Raoul-Rochette. Paris 1822. 8°.

L'Immortalité de l'ame, ou les quatre âges religieux. Poëme en quatre chants; par Mr. de Nervins, Membre de la Légion d'honheur etc. Paris 1822. 8°.

Numismata orientalia aere expressa, brevique explanatione enodata, opera et studio Jonae Hallenberg. Particula 1 et 2. Upsaliae 1822. 8°.

Sur les Insectes de St. Pétersbourg, pendant l'été de 1822, Lettre à la Société IMPÉRIALE des Naturalistes de Moscou; par David Arvid Hummel etc. St. Pétersbourg 1822. 8°.

Meteorologisches Jahrbuch von 1814 und 1815, mit Rücksicht auf die hieher gehörigen meteorischen und astronomischen Beobachtungen, nebst den Aspecten der Sonne, der Planeten und vorzüglich des Mondes; vom Canonicus A. Stark. Augsburg 1816 und 1817. 4°.

Versuch einer ausführlichen Anleitung zur Glasmacherkunst, für Glashüttenbesitzer und Cameralisten, mit Rücksicht auf die neuen Grundsätze der Chemie; nach dem französischen des Bürgers Loysel und nach eigenen Erfahrungen bearbeitet. Frankfurt a. M. 1802 u. 1818. 2 Theile. 4°.

Die Aegyptische Augenentzündung unter der Königl. Besatzung in Mainz. Ein Beytrag zur nähern Kenntnifs und Behandlung dieser Augenkrankheiten; von Dr. J. N. Rust. Berlin 1820. 8°.

Istoria dell' Impero di Russia del Consigliere Karamsin, traduzione gi Gianantonio Moschini. Vol. I. II. III. Venezia 1820 — 1821.

2. Pour le Cabinet des Curiosités:

À la suite d'un Ordre SUPRÈME:

Les habillemens des habitans des îles Philippines, transmis à SA MAJESTE L'EMPÉREUR par Mr. Dobell, Consul-général de Russie à Manila.

Une caisse contenant une collection de 103 morceaux de bois avec l'écorce et 103 flacons de verre avec la semence des mêmes arbres, envoyée par Mr. Pinter, Maître des forêts du district de Fiume.

S. E. Mgr. le Ministre transmit :

Une défense et un Omoplate de Mamouth, trouvés tous deux dans le Gouvernement de Toula.

Un jeune Méleze (Pinus Larix) monstrueux, envoyé d'Irkoutsk.

S. E. Mr. le Président transmit :

Un œuf d'Autruche qui a été présenté à SA MAJESTÉ L'EMPÉREUR, par une Religieuse Russe, revenue d'un pélérinage fait à Jérusalem.

Une collection de plantes sêches cueillies dans l'Amérique septentrionale par Mr. Kozloff, en six Volumes.

S. E. Mgr. le Chancelier des ordres de l'Empire transmit :

Une momie de chat, envoyée d'Egypte.

Envoyé par S. E. Mr. le Prince Volkhonski :

Un jeune chien monstrueux, sans pieds de devant, en esprit de vin.

De la part de la Régence du Palais de Tzarskoye-Sélo :

Une tortue morte dans la ménagerie du parc.

De la part du Comptoir de l'Intendance de la Cour de SA MAJESTÉ IMPÉRIALE :

Un Kangourou, mort dans la ménagerie du Jardin de la Tauride.

De la part de S. E. Mr. l'Académicien Schubert :

Un joli exemplaire empaillé du Psittacus Amazonus.

De la part de Mr. l'Académicien extraordinaire Langsdorff :

Un oiseau du Brésil (l'Autour houppé de Le Vaillant), empaillé.

Quelques espèces rares de Singes, de Coatis, de Cavias, le Bradypus, le Mirmecophague, le Tajassou, le Jaguar, le Caï-

man ; 431 peaux d'oiseaux du Brésil, douze peaux de mammifères et une peau du Serpent Boa Constrictor.

Mr. l'Académicien Sevastianoff présenta:

Un phoque de la mer blanche (Phoca canina Pall.), empaillé.

Deux Loutres (Lutra vulgaris), empaillées.

De la part de Mr. Le Vaillant à Paris:

Un très bel exemplaire empaillé du Sucrier-Protée mâle d'Afrique.

De la part de Mr. le Professeur Reisinger à Pesth:

Un petit Lézard en esprit de vin.

De la part de Mr. Conseiller de Cour Bouldakoff:

Un exemplaire très-beau et très-bien conservé de la coquille de Venus.

De la part du Commissaire Alexéyeff, huit objets empaillés par lui, savoir:

Phoca ursina (Морской котикъ).

Ornithorhynchus paradoxus Blumenbachii (Утконосъ, изъ новой Голландіи).

Diomedea exulans (Albatros).

Philedonus Monachus (Merops Monachus Lath,)

Une nouvelle espèce du Pelecanus.

Une nouvelle espèce du Goëland, ou de la Mouette.

Une nouvelle espèce de Dasiurus de la nouvelle Hollande et

Un lièvre noir de Touroukhansk. Variété.

De la part du Protoyérey Bolotoff à Kaschine:

Une dent molaire et

Un fragment de défense de Mamouth.

De la part d'un marchand d'Archangel, Roman Chabounine:

Asterias Caput Medusae.

Ostrea Pecten et

Un Conglomerat ou sédiment calcaire, tous de la mer blanche.

3. Pour le Cabinet de Minéralogie:

De la part du Directeur du Corps des Cadets des Mines, Mr. Metchnikoff:

Quelques cristaux d'Achirite.

Un morceau de Baïkalite.

De la part de Mr. l'Académicien extraordinaire Langsdorff, à Rio Janeiro:

Un fossile apporté du Brésil, sous le nom d'Euclase de Capão, trouvé près de Villaricca, dans la Province de Minas Geraes.

Une collection de minéraux du Brésil, en tout 68 pièces.

De la part de Mr. le Docteur Zipser à Neusohl:

Une caisse de minéraux de Hongrie. C'est la 5me Centurie.

De la part de Mr. Etter, Correspondant de l'Académie:

Un bel échantillon de la Manganèse luisante grouppée d'Ilefeld.

Un morceau de Péridot volcanique ou Olivine.

De la part de Mr. de Bonsdorff:

Une caisse de minéraux, au nombre de 31 pièces.

De la part de Mr. l'Apothicaire Kämmerer:

Un échantillon de l'Andalousite du Tyrol.

4. Pour la Bibliothèque de l'Observatoire.

De la part du Bureau des Longitudes à Londres:

The Nautical Almanac and Astronomical Ephemeris for the year

1824, published by the order of the Commissioners of Longitude. London 1821. 8°.

The Nautical Almanac and Astronomical Ephemeris for the year 1825. London 1822. 8°.

De la part de Mr. le Contr'Amiral de Lövenörn :

Distances of the Moon's Center from the four Planets Venus, Mars, Jupiter and Saturn for 1823. Copenhagen 1821. 8°.

Distances of the Moon's Center from the four Planets Venus, Mars, Jupiter and Saturn for 1824. Copenhagen 1822. 8°.

De la part de Mr. Littrow, Directeur de l'Observatoire Impérial à Vienne :

Annalen der K. K. Sternwarte in Wien, nach dem Befehl Sr. Majestät auf öffentliche Kosten herausgegeben von J. J. Littrow etc. Erster Theil. Wien 1821. Zweiter Theil. Wien 1822.

De la part de Mr. le Professeur Struve à Dorpat :

Der Ort des Stern's δ Ursae minoris in seiner obern Culmination für jeden Tag der Jahre 1820, 1821, 1822, berechnet aus Bessels Tafeln. Dorpat 1821. 8°.

Catalogus 795 Stellarum duplicium ex diversorum Astronomorum observationibus congestus in Specula Dorpatensi. Dorpati 1822. 4°.

Observationes Astronomicas, institutas in Specula Universitatis CAESAREAE Dorpatensis, publici juris facit Senatus Universitatis. Vol. III. Observationes annorum 1820 et 1821. Dorpati 1822. 4°.

De la part de Mr. l'Académicien Bode à Berlin :

Astronomisches Jahrbuch für das Jahr 1824; herausgegeben von Dr. J. E. Bode. Berlin 1821. 8°.

Astronomisches Jahrbuch für das Jahr 1825; herausgegeben von Dr. J. E. Bode. Berlin 1822. 8°.

De la part de l'Auteur:

De eclipsi solari die VII. Sept. MDCCCXX apparitura, secundum methodum Geometriae analyticae tractata. Dissertatio; Auctore G. T. Ursino. Hafniae 1820. 4°.

5. Pour le Musée Asiatique:

De la part de S. E. Monsieur le Président:

Précis de la Littérature historique du Mokrib-el-Aksa; par J. Graberg de Hemso..

Catalogus librorum samscritanorum, quos Bibliothecae Universitatis Havniensis vel dedit vel paravit Nath. Wallich.

Les Séances de Hariri publiées en Arabe, avec un Commentaire choisi; par Mr. le Baron Sylvestre de Sacy. 1re partie Paris 1821. fol.

De la part de Mr. le Conseiller de Collèges Pansner:

Un manuscrit Arabe, contenant deux Traités sur la Grammaire de cette langue.

De la part de Mr. le Baron Schilling de Canstadt:

Un petit poëme Persan intitulé Giingiirei Nuschirwan, contenant les sages conseils de Nuschirwan le Grand. Msct. élégant.

Un Calendrier Turc pour l'an 1218 de l'Hedschra (1813). Manuscrit.

Une table lithographiée. La clé de la langue Chinoise.

De la part des Curateurs de l'Académie ou Université de Leyde:

Specimen Catalogi codicum MSS. Orientalium Bibliothecae Academiae Lugduno-Batavae. Latine vertit et anotationibus illustravit H. A. Hamaker. Lugd. Bat. 1820. 4°.

De la part de Mr. l'Académicien Frähn :

Un exemplaire en argent de la médaille que le Grand-Duc de Meklenbourg-Schwerin a fait frapper en or pour le célèbre Orientaliste Oluff Gerhard Tychsen, à l'occasion du Jubilé semi-séculaire de ce Professeur distingué.

Un exemplaire du premier essai typographique fait cette année en Perse, avec un succès rémarquable. C'est le Gulistan de Saady.

6. Pour le Cabinet des Monnaies asiatiques:

De la part de S. E. Mr. le Général Comte de Suchtelen :

Soixante-cinq monnaies orientales dont une en or, 51 en argent et 13 en cuivre.

De la part de Mr. l'Assesseur Reichel :

Deux monnaies orientales.

De la part de Mr. le Docteur Pander :

Vingt-sept objets différens, consistans en monnaies orientales, talismans et cachets de carnéole, calcédoine, jaspe, nacre etc. et une petite idole de métal.

De la part de Mr. le Conseiller d'Etat Yazykoff :

Deux petites monnaies d'or, frappées sous l'Empéreur Sélim III.

7. Pour le Cabinet des Médailles Russes:

De la part du Gouverneur civil de Novgorod, Mr. de Sherebtsoff :

Une ancienne Grivna et deux Roubles. Ces trois petits lingots d'argent très fin (de 88 et de 93 d'épreuve) pèsent ensemble $82\frac{1}{4}$ Solotniks.

Deux vieux Roubles du poids de $44\frac{3}{4}$ Solotniks, qui sont sans aucune trace de timbre.

Quelques monnaies antiques Russes, déterrées le 15 Mai 1821

à Novgorod, savoir: une grivna du poids de 46 Solotniks et huit Roubles pesant ensemble 2 livres 6 Solotniks.

De la part du Protoyerey Bolotoff à Kashine :
Dix - sept monnaies anciennes Russes.

8. Pour le Cabinet des médailles modernes:

De la part de Mr. Schardius de Dessau :
Une médaille en argent, frappée à l'occasion du Jubilé sémi-séculaire du Prince Léopold Frédéric François d'Anhalt-Dessau.

IV.

MÉMOIRES ET AUTRES OUVRAGES MANUSCRITS, PRÉSENTÉS À L'ACADÉMIE.

Описаніе уродливаго человѣческаго зародыша, съ изображеніемъ; par Mr. Zagorski.

Traité du mouvement absolu et relatif d'un point sur une surface de figure invariable, qui se meut suivant une loi donnée; par Mr. Schultén.

Enodatio generalis problematis de collisione corporum solidorum in unico puncto concurrentium ; par Mr. Schultén.

Описаніе нѣкоторыхъ новыхъ рыбъ въ Россіи водящихся; par Mr. Sévastianoff.

Longitude d'Orenbourg, déterminée par l'observation de l'occultation de l'étoile N° 96 du Verseau ; par Mr. Wisnievski.

Über die chemische Verbindung in Beziehung auf die chemische Proportionslehre ; par Mr. Schérer.

Bemerkungen zu Ahmed Ibn - Foslan's Gesandschafts - Bericht über Sprache, Religion, Sitten und Gebräuche der heidnischen Russen im X. Jahrhundert ; par Mr. Krug.

Observations météorologiques faites à Novo - Archangelsk dans les

mois d'Août — Décembre de l'an 1819; par Mr. Khlebnikoff, Administrateur des Comptoirs Russes en Amérique.

Extrait des observations météorologiques faites à St. Pétersbourg. Année 1819; par Mr. Pétroff.

Über die Murrhee und die Murrhinischen Gefäfse; par S. E. Mr. Köhler.

Species novae Insectorum e Rutelae genere. Auctore C. P. Thunberg.

Trachideres, Insecti genus ulterius examinatum et auctum sex novis speciebus, descriptis a C. P. Thunberg.

Kritische Beleuchtung mehrerer Nachrichten, die uns Arabische Schriftsteller über die Russen älterer Zeit und über die Geographie Rufsland's und des benachbarten Nordens gegeben haben; par Mr. Frähn.

Mémoire sur l'établissement des Bassins d'épargne, dans les canaux de navigation; par Mr. de Bazaine.

Histoire de l'Académie IMPÉRIALE des Sciences de St. Pétersbourg. Années 1819 et 1820; par S. E. Mr. Fufs.

Summatio quorundam Serierum; par S. E. Mr. Fufs.

Начертаніе Технологіи Минеральнаго царства; par S. E. Mr. Séverguine.

Inscriptiones graecae ex antiquis monumentis et libris editis depromptae restituuntur et explicantur. Part I.; par Mr. Gräfe.

Tableau comparatif des différentes données sur l'étendue des Gouvernemens de l'Empire de Russie; par Mr. Herrmann.

Oenothera Romanzovii et stricta. Species novae descriptae a C. F. Lédébour.

О Циссоидахъ. Сочиненіе Эдв. Коллинса.

О параболахъ высшихъ порядковъ; par Mr. Paul Fufs.

Сокращенное извѣстіе о метеорологическихъ наблюденіяхъ дѣланныхъ въ С. Петербургѣ при ИМПЕРАТОРСКОЙ Ака-

деміи Наукъ надъ погодами, воздушными перемѣнами и различными явленіями въ 1820 мъ году; par Mr. Pétroff.

Exemplification of Temperature, Winds and Weathers for 1820 in Washington City; par M. Josiah Meïgs.

Nova Analysis Steinheiliti, sive Dichroitae Orijarvensis. Auct. P. A. a Bonsdorff.

De Spatho tabulari Pargasensi. Auctore P. A. a Bonsdorff.

Sur les substances minérales qui accompagnent l'aigue-marine de Sibérie; par S. E. Mr. Séverguine.

О вѣтромѣрѣ сравнительную силу вѣтра показывающемъ; par Mr. Zakharoff.

Рѣшеніе нѣкоторыхъ къ особенному роду принадлежащихъ вопросовъ изъ высшей Геометріи; par Mr. Collins.

Investigatio generis percussionum punctum axemve fixum corporis dati solidi vi nulla afficientium; par Mr. Schultén.

Arcus Aortae bipartitio praeternaturalis; observata a P. Zagorski.

О рѣшеніи уравненій каждой степени. Сочиненіе Леонарда Эйлера; par Mr. Paul Fuſs.

Описаніе трехъ новыхъ породъ Бразильскихъ птицъ; par Mr. Sévastianoff.

Longitude de Cathérinbourg, déterminée par l'Observation de l'occultation d'Aldebaran du 18 Sept. 1810; par Mr. Wisnievski.

Observations astronomiques, faites à l'Observatoire de l'Université IMPÉRIALE de Vilna en 1820 et 1821; par Mr. Sniadecki.

Einige oryctognostische Bemerkungen über den Peliom von Zarskoje-Selo; par Mr. Schérer.

Untersuchungen über die Insel Leuke im Pontus-Euxinus. 1te Abtheilung; par Mr. Krug.

Inscriptiones Arabicae a C. M. Frähn vel primo explanatae vel novis curis retractatae. Continuation.

Veteres memoriae Chasarorum ex Ibn - Fofzlano, Ibn - Haukale et Schems-ed-dino-Damasceno. Item de Baschkiris, quae memoria prodita sunt ab Ibn-Fofzlano et Jakuto; par Mr. Frähn.

Inscriptiones graecae, ex antiquis monumentis et libris editis depromptae, restituuntur et explicantur. Part. II; par Mr. Gräfe.

Expositio methodi concinnae inveniendi cujuscunque progressionis terminum tam generalem quam summatorium; par S. E. Mr. Fufs.

Крашкая опись минеральному кабинету ИМПЕРАТОРСКОЙ Академіи Наукъ, по новому его расположенію въ 1820-мъ году; par S. E. Mr. Séverguine.

Données statistiques, sur l'état du Comité de surveillance générale et de tutèle en 1811 et 1812; par Mr. Herrmann.

De curvis motu quodam anguli recti descriptis; par Mr. Collins.

Démonstration de quelques théorèmes curieux de Géométrie, concernant particulièrement les triangles; par Mr. Paul Fufs.

De quadratura superficierum curvarum; par S. E. Mr. Schubert.

О образовательной силѣ въ минеральныхъ шѣлахъ; par S. E. Mr. Séverguine.

De la consommation productive, ou du Capital; par S. E. Mr. Storch.

Извѣстія о неправильномъ положеніи сердца, легкихъ, пищеварительныхъ внутренностей и большихъ кровяныхъ жилъ, съ присоединеніемъ изображеній; par Mr. Zagorski.

Описаніе двухъ новыхъ породъ млекопитающихъ изъ южнаго путешествія Капитана Беллингсгаузена; par Mr. Sévastianoff.

Détermination de la Longitude de Kieff; par Mr. Wisnievski.

Materialien zur Erweiterung und Berichtigung der systematischen Übersicht der Heilquellen des Russischen Reichs; par Mr. Schérer.

Grylli Monographia illustrata; par Mr. le Commandeur Thunberg.

Ideen über die ältere Verfassung und Verwaltung des Russischen Staats. Erstes Fragment; par Mr. Krug.

Сокращенное извѣстіе о метеорологическихъ наблюденіяхъ, дѣланныхъ въ С. Петербургѣ при ИМПЕРАТОРСКОЙ Академіи Наукъ надѣ погодами, воздушными перемѣнами и различными явленіями въ 1821-мъ году; par Mr. Pétroff.

Die Königliche Burg des Eumelus und die Stadt Gargaza; par S. E. Mr. Köhler.

C. Fraehnii de Choresmiâ, regionis cognominis urbe primaria. Dissertatio prior.

Indica in Nonni Dionysiacis obvia collegit, digessit et illustravit Fr. Gräfe.

Données statistiques sur l'état du Comité de surveillance générale en 1811 et 1812. Seconde partie; par Mr. Herrmann.

Fr. Münteri, Episcopi Selandiae, Commentatio de numo plumbeo Zenobiae, Reginae Orientis, et aeneo Palmyreno, Academiae Scientiarum Petropolitanae oblata.

Esquisse d'un mémoire sur les Normales aux lignes du second degré; par Mr. Collins.

О разверзаніи катакаустики конической или апполоніевой параболы; par Mr. Paul Fufs.

Anatome Sepiae octopodiae. Pars I.; par Mr. Pander.

Démonstration d'un théorème général relatif au Calcul intégral; par S. E. Mr. l'Académicien Fufs.

Analyse du Capital réel; par S. E. Mr. l'Académicien Storch.

Descriptio anatomica Delphini Phocaenae non provectae aetatis; par Mr. le Dr. Eichwald.

Разсужденіе о минералахъ въ общежитіи неупотребительныхъ; par S. E. Mr. Séverguine.

О дѣйствіи магнитнаго вещества на металлическія соли при ихъ разложеніи; par Mr. Zakharoff.

О новыхъ породахъ губановъ (Labri); par Mr. Sévastianoff.

Longitude de Tambov, determinée par l'observation de l'occultation de 1 δ ♉ du 28 Sept. 1819 n. st.; par Mr. Wisnievski.

Über das natürliche Mineralsystem. 1ter Abschnitt. Vorläufige Andeutungen; par Mr. Schérer.

Über die Sprache der Russen im IXten und Xten Jahrhundert; par Mr. Krug.

Index universalis dissertationum, observationum et rerum memorabilium quae in Commentariis et Actis Academiae IMPERIALIS Scientiarum Petropolitanae ab anno 1726 usque ad annnm 1825 continentur, addita Sylloge alphabetica auctorum; par Mr. le Professeur Placide Heinrich à Ratisbonne.

Extrait des observations météorologiques faites à St. Pétersbourg. Année MDCCCXX d'après le nouveu stile par Mr. l'Académicien Wisnievski, rédigé par Mr. Pétroff.

Untersuchungen über das Zeitalter und die Schriften mehrerer für Rufslands ältere Länder - und Völkerkunde wichtiger, gröfstentheils Muhammedanischer Authoren. Erste Abtheilung; par Mr. Frähn.

Curae in Nicandri carmina et fragmenta. Part I.; par Mr. Gräfe.

Die einzige haltbare Etymologie des Namens der Chasaren-Stadt Sarkel; par Mr. Frähn.

Abhandlungeu zu Begründung eines streng zusammenhängenden Systems der gesammten Analysis. I. Typus des Elementar-Calculs; par Mr. Collins.

Solution de quelques proplèmes relatifs à la méthode inverse des tangentes; par Mr. Paul Fufs.

Observationes quaedam anatomicae circa fabricam Physaliae; par Mr. le Docteur Eichwald.

Données statistiques sur le Comité de surveillance générale en 1811 et 1812. 3me partie; par Mr. Herrmann.

Anatome Sepiae octopodiae. Pars secunda, cum IX tabulis; par Mr. Pander.

V.

OBSERVATIONS, EXPÉRIENCES ET NOTICES INTÉRESSANTES FAITES ET COMMUNIQUÉES À L'ACAEDÉMIE.

1°) Le Secrétaire présenta de la part de Mr. *Zigra* à Riga une maisonnette de bois à toît de paille préparée à sa façon, pour la rendre non-inflammable. S. E. Monsieur le Président ordonna d'envoyer cette petite chaumière au Comité d'Administration, se proposant de faire faire un essai dans la Cour sur la vertu de la préparation de Mr. *Zigra* en sa présence et celle de Mrs. les Académiciens *Sevastianoff* et *Wisnievski*.

S. E. Mr. l'Académicien *Severguine* présenta et lut un rapport sur l'expérience instituée avec la maisonnette de bois de Mr. *Zigra*, en présence de Son Excellence Monsieur le Président, de quelques Académiciens et autres Employés de l'Académie. Ce rapport contient en substance; que la maisonnette a été remplie de paille et de copeaux et planures de bois; qu'on y a mis le feu qui a été nourri et entretenu durant l'expérience, que la maison lui a résisté les premières dix minutes, que cinq minutes après les chevrons ont commencé à bruler et plus tard aussi les parois de la maisonnette, mais que le toit de paille, préparé selon la méthode de Mr. *Zigra* ne s'est point enflammé, qu'il s'est crevassé seulement et écroulé, en conservant presque toute sa forme, noirci par la fumée.

2°) Mr. le Docteur *Dobronravoff*, faisant les fonctions de Médecin de l'Etat-Major civil, envoya l'extrait d'une notice

physique, reçue de la Régence médicinale de la Géorgie, contenant le phénomène suivant: Dans le district de Gori, au pied des monts Ossétins, à deux verstes de la petite ville Dzkhinval, il y a une colline, sur la surface pierreuse de laquelle l'humidité qui suinte du roc, en été quand il fait un tems sérein, se convertit en glace, d'autant plus épaisse que la chaleur du soleil est plus grande et que cette glace disparoît dans la nuit ou pendant un jour nébuleux, de sorte que le roc est à peine humecté. L'eau tirée de cette glace fondue ne contient, d'après des expériences chimiques, qu'une très petite quantité de chaux sans autres parties étrangères.

3°) Le Secrétaire lut une lettre qui lui a été adressée le 31 Mai 1821 de Pétropavlofsk, Capitale du Kamtchatka, par le Chef de la Presqu'île, Mr. *de Ricord*, Capitaine de la Flotte du 1. rang et Correspondant de l'Académie, lequel donne une déscription du tremblement de terre qui le 28 Octobre 1820 s'est fait sentir avec une véhémence et une durée surpassans de beaucoup les secousses ordinaires et très fréquentes au Kamtchatka. Ce tremblement de terre a été surtout très violent le long de la rivière Kamtchatka et sur la côte de l'Océan oriental, tandis qu'à Bolcheretsk et sur toute la côte de la mer d'Okhotsk on n'en a rien senti. Sa direction a été du Nord au Sud et quoiqu'il ait duré trois minutes, la chûte de quelques tuyaux de cheminée et quelques poëles crevés ont été le seul dommage qu'il a causé.

4°) Mr. le Professeur *Struve* à Dorpat, Correspondant de l'Académie, donne connoissance des nouvelles acquisitions en instrumens astronomiques, que l'Observatoire de Dorpat vient de faire et dont il loue l'exactitude. Il rend compte aussi de la mesure du degré qu'il a entreprise en Livonie. — La mesure des angles de quatre stations qu'il vient de finir, en se servant de quatre héliotropes, a si bien réussi que l'erreur de chaque angle ne surpasse pas une demie seconde.

5°) Mr. l'Académicien *Pétroff* rapporta par écrit d'avoir institué une série d'expériences nouvelles sur la force avec laquelle les métaux se dilatent par le calorique et, retenus par un moyen convenable dans cet état de dilatation, s'efforcent de reprendre le premier état par la contraction, lorsqu'ils se sont refroidis à la température naturelle de l'air atmosphérique. Au moyen d'un appareil simple et peu coûteux il a employé la dite force pour produire la rupture de fils de laiton et de fer de l'épaisseur d'une demie ligne et de dix pouces Angloises de longueur, lesquels ont été déchirés par la force mentionnée, 12 à 20 minutes après que toutes les lampes employées à la dilatation par la chaleur eussent été éteintes. Des fils de même fabrication et dimension ont été rompus, les fils de laiton par des poids de 140, $143\frac{1}{2}$ et $144\frac{1}{2}$ livres, ainsi par un poids moyen de $142\frac{2}{3}$ livres, les fils de fer par un poids moyen de 145 livres. Cette différence du poids peut provenir des causes que Mr. *Pétroff* promet d'indiquer dans une exposition particulière de ses expériences, qu'il s'offre de répéter devant la Conférence.

6°) S. E. Mr. l'Académicien *Schubert* communiqua une lettre que lui a adressée Mr. le Professeur *Struve* à Dorpat, contenant une série d'observations faites pour mesurer la distance de plusieurs étoiles doubles, au moyen d'un micromètre répétiteur fait par *Frauenhofer* à Munic, instrument qui, même sans répétition, donne une justesse jusqu'à quelques dixièmes de secondes près. Mr. *Struve* croit que cet instrument est ce qui a été produit jusqu'ici de plus parfait en fait de micrométrie. Les observations rapportées dans sa lettre prouvent ce haut degré d'exactitude et en montrent encore un plus haut degré produit au moyen des répétitions.

VI.

RAPPORTS PRÉSENTÉS PAR DES ACADÉMICIENS CHARGÉS DE COMMISSIONS PARTICULIÈRES.

1°) Mr. l'Académicien extraordinaire *Collins* et Mr. l'Adjoint *Fufs*, chargés d'examiner deux mémoires présentés à l'Académie, par Mr. de *Schultén*, en firent leur rapport contenant en substance: 1) Quant au mémoire concernant le mouvement du point sur une surface de figure invariable: que des formules connues l'Auteur sait déduire d'autres qui, quoique moins élégantes, plaisent par leur symmétrie et par leur applicabilité, prouvée par quelques cas qui mènent à des résultats assez simples. Les Rapporteurs trouvent à l'Auteur une grande adresse analytique, visible dans tout le mémoire, par le maniement des formules. 2) Quant au mémoire sur la collision de deux corps solides: que Mr. *Schultén* déduit des formules déjà connuës un système d'équations qui déterminent les loix du mouvement des corps libres, et quant aux corps non-libres il montre par des cas spéciels comment ses formules peuvent leur être appliqués. Suit le développement des cas où les corps sont ou parfaitement élastiques, ou doués de plus ou moins d'élasticité. Enfin Mr. *Schultén* déduit de ses équations une démonstration générale du principe de la conservation des forces vives. — L'un et l'autre mémoire prouve la solidité des connoissances et la pénétration de l'auteur.

2°) Mr. l'Académicien *Schérer*, reporta un petit lingot d'or blanc du Brésil, présenté par Mr. l'Académicien extraordinaire *Langsdorff*, et qu'il avoit été chargé d'examiner. Il en fit son rapport contenant en substance: que ce lingot est un mélange d'or et de platine, dont la proportion est de 6 à 1. Il ajoute qu'on trouve de l'or mêlé de platine dans les lavages de l'Amérique méridionale Espagnole et il présume que le lingot en question a été fondu d'un tel or. Au reste on sait par les expériences de Vauquelin

et de Hatchett que l'or et la platine donnent un mélange très fusible et ductile, et que l'or devient pàle en y mêlant de la platine.

3°) Mr. l'Académicien *Pétroff* rapporta d'avoir examiné les paratonnèrres des magazins à poudre de la fabrique d'Okhta et d'en avoir trouvé toutes les parties visibles en parfaitement bon état et les puits, où aboutissent leurs extrémités, suffisamment pourvus d'eau. Mr. *Pétroff* fait mention encore de quelques mesures de précaution qu'il a conseillées au Directeur de la fabrique. Un rapport semblable a été fait par le même Académicien à la suite de l'examen de l'année 1822.

4°) Mr. l'Académicien *Krug*, chargé d'examiner une traduction des Commentaires de *Herberstein* sur la Russie du XVI. siècle, faite par Mr. *Fovitsky*, sur le mérite de laquelle Mgr. le Ministre a demandé l'opinion de l'Académie, en fit son rapport, contenant en substance ce qui suit: Quelque désirable que soit une traduction fidèle et enrichie de notes explicatives de l'ouvrage classique de *Herberstein* sur la Russie, Mr. *Krug* ne juge pas utile l'impression de cette traduction telle qu'elle est, et encore moins trouve-t-il convenable qu'elle soit imprimée aux fraix du Gouvernement, parcequ'une telle distinction la ferait passer pour excellente, tandis que par un grand nombre de passages, comparés avec l'original latin, on voit qu'elle est infidèle et faite avec beaucoup de négligence ou avec une connaissance insuffisante de la langue latine, et que tout prouve qu'elle est le travail d'un jeune homme qui a bien sù concevoir l'idée heureuse d'un travail utile et louable, mais sans avoir le talent de le bien exécuter, ou sans avoir voulu se donner la peine de le mettre dûement en activité. Les passages cités par Mr. *Krug* ayant convaincu pleinement la Conférence de la justesse du jugement porté par cet Académicien sur la traduction mentionnée, son opinion fut adoptée et communiquée à S. E. Mgr. le Ministre.

6*

5°) Mr. l'Académicien *Krug*, chargé d'examiner la copie d'un Epitaphe prétendu être du tems de Vladimir le Grand, qu'on a trouvé sur une pierre sépulcrale à Minsk, et sur lequel, ainsi que sur les papiers qui y appartiennent, Mgr. le Ministre avoit demandé l'opinion de l'Académie, — en fit son rapport contenant en substance: que cet Epitaphe, à en juger par la forme des caractères, n'est pas antérieur au XVe siècle, ce que confirment aussi la manière de compter les années de l'époque de la rédemption et non de la création du monde, ainsi que quelques mots Polonois de l'Inscription, qui prouvent que l'Epitaphe a été fait après que Minsk est tombé sous la domination des Polonois. Mr. *Krug*, en examinant les autres papiers envoyés avec l'inscription, trouve même très vraisemblable que l'Epitaphe ne soit que du XVIe siècle, ou tout au plus de la fin du XVe.

6°) S. E. Mr. l'Académicien *Séverguine* rapporta d'avoir examiné et mis en ordre la cinquième Centurie des minéraux de Hongrie, envoyée en présent à l'Académie par Mr. le Professeur *Zipser*, et que cette collection, ainsi que les quatre précédentes, est digne d'attention, parceque le choix des pièces est instructif et les lieux, où on les a trouvé, indiqués avec exactitude, et qu'ainsi Mr. *Zipser* s'est acquis de nouveaux droits à la reconnoissance de l'Académie.

7°) Mr. l'Adjoint *Pander*, chargé d'examiner un ouvrage de Mr. *Reisinger* sous le titre: *Enchiridion Anorganognosiae*, en fit son rapport contenant en substance: que cette Anorganognosie ne présente au fond que la traduction latine du *Handbuch der Mineralogie*, commencé sous les yeux de *Werner* par *Hoffmann* et continué par *Breithaupt*, et qu'elle partage, par conséquent, le blame et les éloges qu'a obtenus l'original Allemand. Cependant quoiqu'on ne sauroit nier que cette Minéralogie ne contienne des erreurs, eu égard à la classification; qu'envisagée sous le point de

vue scientifique et eu égard aux principes, elle ne soit inférieure à bien d'autres ouvrages de ce genre, on ne sauroit contester à Mr. *Reisinger* le mérite d'avoir fait une compilation utile et d'avoir surmonté avec succès les difficultés de rendre en latin ce que des Minéralogues Allemands n'ont façonné en leur langue que depuis peu de tems.

8°) S. E. Mr. l'Académicien *Séverguine* présenta une liste de 146 doublettes du Cabinet de minéraux, qu'il a remis, conformément à la résoluion de la Conférence, au Capitaine de la Flotte Mr. de *Rosenberg*, et qu'il estime être un équivalent des objets, dont ce Marin a enrichi en différens tems le Musée Asiatique de l'Académie.

9°) Mr. l'Académicien *Pétroff*, chargé d'examiner quelques brochures transmises à l'Académie par le Mécanicien *Klingert* à Breslau, concernant la machine de plongeur et la lampe qui brùle sous l'eau, l'une et l'autre de son invention, en fit son rapport dont la substance est: 1) cette machine de plongeur est beaucoup plus compliquée que d'autres qui ont été en usage jusqu'ici et qui ont été inventées il y a cent ans et plus, par conséquent elle est aussi incomparablement plus coûteuse; 2) cette complication même la rend peu propre à être mise en pratique, surtout à de grandes profondeurs; 3) elle met le plongeur en danger, parcequ'on ne peut pas être sûr qu'à de grandes profondeurs l'eau n'entre pas par les jointures, quelques précautions que l'inventeur ait prises pour l'en empêcher; 4) la circonstance que depuis 25 ans que Mr. *Klingert* a publié son invention, elle est restée sans emploi et que lui même il n'a fait qu'un seul essai avec son appareil, confirme l'opinion émise ci-dessus sur la difficulté de l'application; 5) Mr. l'Académicien *Pétroff* trouve que l'appareil décrit dans le Supplément, quoique plus parfait à certains égards, a le même défaut d'être trop compliqué, et il ajoute des réflexions sur quelques parties qui pourroient y être changées avec

avantage; sur d'autres qui pourroient bien mettre en danger la vie du plongeur et sur d'autres enfin où l'auteur est en contradiction avec lui-même. Quant à la lampe décrite dans le Supplément, Mr. *Pétroff* pense qu'elle pourroit être utile.

10°) S. E. Mr. l'Académicien *Séverguine*, chargé d'examiner un ouvrage de Mr. le Lieutenant-Colonel de *Raucourt: Traité sur l'art de faire de bons mortiers*, en remit son opinion, dont la substance est: que la 1re Section contient un Extrait des recherches pratiques de l'Ingénieur français *Vicat* sur la chaux et le mortier; que dans la 2de l'Auteur expose ses recherches techniques sur les pierres calcaires de Tosna, de Ladoga et de Narva, eû égard à leur exploitation et l'art d'en faire de bons mortiers, et que ces recherches méritent de l'attention; que dans la 3me Section l'Auteur indique la préparation en grand de toutes les substances et les arrangemens et établissemens nécessaires. Mr. l'Académicien *Séverguine* ajoute que cet ouvrage est instructif et qu'il mériteroit d'être rendu plus connu au Public Russe, par une traduction de toute la 1re Section, d'une partie de la seconde contenant les recherches sur la chaux de Russie, et des cinq premiers chapitres de la 3me Section.

11°) Mr. l'Adjoint *Fufs*, chargé d'examiner une prétendue solution complette de la Trisection, soumise au jugement de l'Académie par Mr. *Riboult*, Propriétaire en Crymée, en fit son rapport. Après avoir exposé la construction du problème, telle que Mr. *Riboult* la donne, Mr. *Fufs* fait voir qu'elle est juste pour un seul angle, savoir pour celui de 122°, 6′, à peu près, et qu'elle est fausse pour tout autre angle, la faute montant à 2, 3 et plus de degrés. Dans des remarques qui suivent cet examen Mr. *Fufs* indique quelques uns des paralogismes qui ont séduit Mr. *Riboult* à croire vraye une solution aussi vicieuse.

VII.

OUVRAGES PUBLIÉS PAR L'ACADÉMIE.

Труды ИМПЕРАТОРСКОЙ Академіи Наукъ. Томъ I. С. Петербургъ 1821. 4°.

Начертаніе Технологіи минеральнаго Царства, изложенное трудами Василія Севергина. Томъ первый. С. Петербургъ 1821 8°.

Продолженіе, Технологическаго Журнала. Тома VI. Часть I. II. III. IV. С. Петербургъ 1821 8°°.

Das Muhammedanische Münzkabinett des Asiatischen Museums der *Kaiserlichen* Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg. Vorläufiger Bericht vom Director des Asiatischen Museum's C. M. Frähn. St. Petersburg 1821. 8°.

Полное Собраніе Ученыхъ Путешествій по Россіи. Томъ III. С. Петербургъ. 1821. 8°.

Mémoires de l'Académie IMPÉRIALE des Sciences de St. Pétersbourg. Tome VIII. avec l'Histoire de l'Académie pour les années 1817 et 1818. St. Pétersbourg 1822. 4°.

Продолженіе Технологическаго Журнала Тома VII Часть I. II. III. IV. С. Петербургъ 1822. 8°.

Полное Собраніе Ученыхъ Путешествій по Россіи. Томъ IV и V, С. Петербургъ 1822. 8°.

VIII.

VOYAGES.

1°) *Voyage en Crimée.*

En 1821 l'Académie fit faire, à ses fraix, un voyage en Crymée, par S. E. Mr. l'Académicien *Köhler*, accompagné de l'Architecte Mr. Pascal, pour y faire examiner les monumens d'Architecture ancienne qui se trouvent dans la Presqu'île, dans la vue d'indiquer au Gouvernement ceux qui sont encore assez bien conser-

vés, pour pouvoir être employés à quelque usage, comme édifices publics, ainsi que ceux qui, plus délabrés, peuvent être mis, à peu de fraix, à l'abri d'une déstruction totale et être conservés, dans l'état où ils sont, pendant une longue suite d'années. Mr. l'Académicien *Köhler* partit le 29 Mai et retourna le 31 Octobre. Ses rapports, ainsi que ceux de l'Architecte, concernans l'objet de leur mission, furent communiqués au Gouvernement, qui a pris des mesures, pour faire exécuter les réparations et restaurations proposées par l'Académie, autant que les circonstances locales le permettront.

2°) *Retour de l'Astronome, Mr. Tarkhanoff, de son voyage autour du Globe.*

Le 28 Août 1822 S. E. Mr. l'Académicien *Schubert* annonça à la Conférence le retour de son Elève, Mr. le Conseiller titulaire *Tarkhanoff*, d'un voyage autour du globe, fait avec l'expédition du Capitaine de la Flotte, Mr. *Wassilieff*, Commandant les Chaloupes la Découverte et le Bien-intentionné. Il avoit été demandé en 1818 par le Ministère de la Marine, pour accompagner cette expédition en qualité d'Astronome. Le zèle louable et l'habilité, avec lesquelles il s'est acquitté de ses fonctions pendant ce long voyage, lui valurent des récompenses, dont il sera fait mention dans l'Histoire de l'Académie de l'année 1823.

I.

SECTION

DES

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SOLUTIO PROBLEMATIS FERMATIANI

DE DUOBUS NUMERIS, QUORUM SUMMA SIT QUADRATUM, QUADRATORUM VERO SUMMA BIQUADRATUM, AD MENTEM ILL. *LA GRANGE* ADORNATA

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhib. die 5 Junii 1780.

§. 1. In solutionibus hujus problematis, quae hactenus passim in medium sunt allatae, Ill. *La Grange* id potissimum merito reprobat, quod nimium casui et vagis tentaminibus tribuatur, unde fit, ut certi esse nequeamus, omnesne solutiones, atque adeo simplicissimas, hoc modo inventas esse. Huic igitur desiderato sequenti analysi satisfactum iri confido.

§. 2. Sint x et y bini numeri quaesiti, ita ut esse debeat $x + y = \square$ et $xx + yy = \square^2$, si pro conditione posteriore sumamus $x = pp - qq$ et $y = 2pq$, fiet $xx + yy = (pp + qq)^2$. Quod si porro statuatur $p = rr - ss$ et $q = 2rs$, fiet $pp + qq = (rr + ss)^2$, ideoque $xx + yy = (rr + ss)^4$, uti requiritur. Hinc autem erit $x = r^4 - 6rrss + s^4$ et $y = 4rs(rr - ss)$.

§. 3. Pro conditione priore ergo summa numerorum erit

$$x + y = r^4 + 4r^3s - 6rrss - 4rs^3 + s^4,$$

quae formula idcirco quadratum est efficienda. Hunc in finem, ne quidquam tentamini tribuatur, istam expressionem sub hac forma repraesento:

$$x + y = (rr + 2rs - ss)^2 - 8rrss,$$

ita ut jam talis formula: $AA - 2BB$ quadratum reddi debeat, quod fit sumendo $A = tt + 2uu$ et $B = 2tu$; tum enim fiet

$$AA - 2BB = (tt - 2uu)^2.$$

§. 4. Nunc loco A et B scribamus nostros valores et habebimus $rr + 2rs - ss = tt + 2uu$ et $2rs = 2tu$, hocque modo summa numerorum nostrorum erit $x + y = (tt - 2uu)^2$, ideoque jam ambabas conditionibus erit satisfactum, dummodo formulae modo inventae fuerint expeditae.

§. 5. Quoniam autem haec duo producta rs et tu inter se aequalia esse debent, loco litterae s hic tuto unitatem assumere licebit. Quamquam enim tum pro r fractiones sint prodituræ, id solutioni neutiquam officit, quia solutio in fractis inventa facile ad integros reducitur. Hoc igitur modo erit $r = tu$, qui valor in altera aequatione substitutus dabit $ttuu + 2tu - 1 = tt + 2uu$, sicque totum negotium reductum est ad justam relationem inter t et u inveniendam. Sive ergo t per u, vel u per t, definire velimus, resolutio aequationis quadraticae binas sequentes suppeditabit formulas:

$$t = \frac{u \pm \sqrt{2u^4 - 1}}{1 - uu} \quad \text{et} \quad u = \frac{t \pm \sqrt{t^4 - 2}}{2 - tt}.$$

Quin etiam hinc statim valores radicalium pro sequenti usu sponte se produnt, ut extractione radicis non amplius indigeamus. Ex priore enim erit $\sqrt{2u^4 - 1} = t(1 - uu) - u$; ex altera vero $\sqrt{t^4 - 2} = u(2 - tt) - t$. Hic autem commode usu venit, ut utraque formula geminos praebeat valores.

§. 6. Incipiamus a formula priore, quia casus $u = 1$ statim in oculos incurrit. Quoniam vero hoc casu denominator $1 - uu$

evanescit, recurrendum est ad remedium notissimum, quo poni solet $u = 1 - \omega$, denotante ω quantitatem evanescentem, ita ut ejus potestates altiores tuto rejicere liceat. Hinc igitur erit $2u^4 = 2 - 8\omega$ ideoque $\sqrt{2u^4 - 1} = \sqrt{1 - 8\omega} = 1 - 4\omega$ et $1 - uu = 2\omega$, hincque colligitur $t = \frac{3}{2}$, qui valor in altera formula substitutus dat $\sqrt{t^4 - 2} = \frac{1}{4}$.

§. 7. Progrediamur nunc ad alteram aequationem, pro qua jam novimus valores $u = 1$ et $t = \frac{3}{2}$, et quia geminos valores complectitur, novum valorem pro u elicimus, scil. $u = -13$. Hunc valorem feramus in priorem formulam, pro qua jam novimus alterum valorem esse $t = \frac{3}{2}$, ex quo innotescit

$$\sqrt{2u^4 - 1} = t(1 - uu) - u,$$

unde, ob $u = 13$ et $t = \frac{3}{2}$, erit $\sqrt{2u^4 - 1} = -239$. Nunc vero haec ipsa aequatio nobis insuper praebet novum valorem pro t, scil. $t = -\frac{113}{84}$.

§. 8. Simili modo istum valorem inferamus in alteram aequationem, et quia erat $u = -239$, inde deducimus

$$\sqrt{t^4 - 2} = u(2 - tt) - t = -\frac{311485}{7056},$$

quo valore adhibito altera radix nobis nobis dabit novum valorem pro u scil. $u = \frac{301993}{1343}$. Quod si denuo iste valor in priore formula assumatur, pro t iterum novum adipiscimur valorem, sicque quousque libuerit facile progredi licebit. Mox autem, ob numeros immensos, laborem abrumpere cogemur.

§. 9. Vis igitur istius novae methodi in hoc consistit, quod singulis valoribus ipsius t gemini valores ipsius u, eodemque modo singulis ipsius u gemini valores ipsius t respondeant, quos ergo, quousque sumus progressi, hic conspectui exhibeamus

$$u = 1;\ t = \tfrac{3}{2},$$
$$u = -13;\ t = -\tfrac{113}{84},$$
$$u = \tfrac{301993}{1343}.$$

quorum valorum quilibet cum binis adjacentibus combinari potest. Ex talibus autem binis valoribus ipsi numeri quaesiti x et y hoc modo determinantur

$$x = t^4 u^4 - 6\,tt\,uu + 1$$
$$y = 4\,t\,u\,(tt\,uu - 1).$$

Facile autem perspicitur hoc modo omnes plane solutiones possibiles necessario prodire debere.

§. 10. Hic imprimis notatu dignum est, quod valores pro litteris t et u successive inventi egregio ordine progrediantur, ita ut ex singulis facile sequentes definiri queant. Ita si habeantur duo quicunque valores pro t et u, qui formulae $t = \frac{u \pm \sqrt{2u^4 - 1}}{1 - uu}$ satisfaciant, cum sit $\sqrt{2u^4 - 1} = t\,(1 - uu) - u$, ob signum radicale ambiguum insuper alius valor pro t eruetur, quem si ponamus $= t'$, erit quoque $t'(1 - uu) = 2u - t\,(1 - uu)$, ideoque $t' = \frac{2u}{1 - uu} - t$.

§. 11. Eodem modo ex iisdem valoribus t et u cognitis per alteram formulam $u = \frac{t \pm \sqrt{t^4 - 2}}{2 - tt}$, ob $\sqrt{t^4 - 2} = u\,(2 - tt) - t$, alius valor pro u elici poterit, qui si ponatur $= u'$, erit

$$u'\,(2 - tt) = 2t - u\,(2 - tt); \text{ ideoque } u' = \frac{2t}{2 - tt} - u.$$

Hi valores cum sint cogniti, per utramque formulam denuo alii novi erui poterunt, qui si ordine designentur per t'', u''; t''', u'''; etc. ob $t' = \frac{2u}{1 - uu} - t$ et $u' = \frac{2t}{2 - tt} - u$, simili modo habebimus $t'' = \frac{2u'}{1 - u'u'} - t'$ et $u'' = \frac{2t'}{2 - t't'} - u'$, tum vero $t''' = \frac{2u''}{1 - u''u''} - t''$ et $u''' = \frac{2t''}{2 - t''t''} - u''$; et ita porro.



ENODATIO MAXIMI PARADOXI,

IN PROBLEMATE QUODAM MECHANICO OCCURRENTIS.

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhibuit die 28. Maji 1781.

§. 1. Problema mechanicum, quod tantas difficultates, atque adeo manifestas contradictiones, implicare videtur, ita succincte enunciari potest:

Invenire curvam AYZ, super qua corpus descendens secundum horizontem AB motu uniformiter accelerato progrediatur, ita ut tempus per AY sit in ratione subduplicata abscissae AX. Tab. I. Fig. 1.

§. 2. Vocetur abscissa horizontalis $AX = x$, applicata verticalis $XY = y$, positoque $\partial y = p\partial x$ erit curvae elementum $Yy = \partial x \sqrt{1+pp}$, unde cum celeritas in Y sit $\sqrt{y}$, erit tempus descensus per arcum $AY = \int \frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{\sqrt{y}}$ quod igitur ipsi $\sqrt{x}$ proportionale esse debet. Statuatur ergo

$$\int \frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{\sqrt{y}} = 2\sqrt{2nx}, \text{ eritque } \frac{\partial x \sqrt{1+pp}}{\sqrt{y}} = \partial x \sqrt{\frac{2n}{x}},$$

unde deducitur $y = \frac{x(1+pp)}{2n}$, quae ergo est aequatio pro ipsa curva quaesita.

§. 3. Differentiemus hanc aequationem, ut ob $\partial y = p\partial x$ calculum ad duas tantum variabiles x et p revocemus, fietque

$$2np\partial x = \partial x(1+pp) + 2xp\partial p,$$

unde oritur haec aequatio separata : $\frac{\partial x}{x} = - \frac{2p\,\partial p}{1 - 2np + pp}$, cujus denominator, quando $n > 1$, duos factores simplices involvit, factaque integratione pervenitur ad curvas ACZ tractu satis uniformi in infinitum descendentes, ita ut nullum dubium superesse possit, quomodo motus super hac curva conditioni praescriptae respondeat.

§. 4. At vero si $n < 1$ integratio nostrae aequationis involvet arcus circulares atque ejusmodi curvas producit, quae modo progredi modo regredi deprehenduntur, quod cum natura motus, quem desideramus, nullo plane modo consistere potest. Quia enim talem curvam postulamus, super qua corpus ita descendat, ut ejus motus secundum horizontem uniformiter acceleretur atque adeo celeritas sit ut $\sqrt{x}$, nullo plane modo patet, quomodo curva modo progrediens modo regrediens cum hac conditione consistere possit.

§. 5. Quod quo clarius apparent ipsam aequationem integratam consideremus, et cum sit

$$\frac{\partial x}{x} = - \frac{2p\,\partial p + 2n\,\partial p}{1 - 2np + pp} - \frac{2n\,\partial p}{1 - 2np + pp},$$

partis prioris integrale est $- l\,(1 - 2np + pp)$, posterioris vero integrale arcum circuli involvit, ad quem inveniendum, quia $n < 1$, ponamus $n = \cos.\nu$ atque constat fore

$$\int \frac{\partial p}{1 - 2p\cos.\nu + pp} = \frac{1}{\sin.\nu}\,\text{A tag.}\,\frac{p\sin.\nu}{1 - p\cos.\nu}$$

sicque nostrum integrale erit

$$lx = l\,\frac{a}{1 - 2np + pp} - \frac{2}{\text{tag.}\,\nu}\,\text{A tag.}\,\frac{p\sin.\nu}{1 - p\cos.\nu},$$

ad quam aequationem magis evolvendam ponamus $\text{A tag.}\,\frac{p\sin.\nu}{1 - p\cos.\nu} = \Phi$ atque ad numeros adscendendo erit

$$x = \frac{a}{1 - 2np + pp}\,e^{-2\Phi\cot.\nu};\ \text{tum vero erit}$$

$$y = \frac{x\,(1 + pp)}{2\cos.\nu}.$$

§. 6. Quoniam igitur $\frac{p\sin.\nu}{1 - p\cos.\nu} = \text{tag.}\,\Phi$, erit

$$p = \frac{\text{tag.}\,\Phi}{\sin.\nu + \cos.\nu\,\text{tag.}\,\Phi} = \frac{\sin.\Phi}{\sin.(\nu + \Phi)},$$

unde colligitur $1 + pp = \frac{\sin.\Phi^2 + \sin.(\nu+\Phi)^2}{\sin.(\nu+\Phi)^2}$, hincque

$$1 - 2p\cos.\nu + pp = \frac{\sin.\Phi^2 + \sin.(\nu+\Phi)^2 - 2\sin.\Phi\cos\nu\sin.(\nu+\Phi)}{\sin.(\nu+\Phi)^2},$$

quae expressio satis complicata per notas angulorum reductiones reducetur ad hanc simplicissimam: $1 - 2p\cos.\nu + pp = \frac{\sin\nu^2}{\sin.(\nu+\Phi)^2}$, unde pro binis coordinatis x et y sequentes formulas obtinemus:

$$x = \frac{a\sin.(\nu+\Phi)^2}{\sin.\nu^2} e^{-2\Phi\cot.\nu} \text{ et}$$

$$y = \frac{a(\sin.\Phi^2 + \sin.(\nu+\Phi)^2)}{2\cos.\nu\sin.\nu^2} e^{-2\Phi\cot.\nu}.$$

Hic non sine maxima admiratione videmus infinitis casibus abscissam evanescere, neque tamen negativam fieri posse. Quoties enim fuerit $\nu + \Phi = i\pi$, denotante i numerum quemcunque integrum sive positivum sive negativum, semper evadet $x = 0$. Quin etiam haec abscissa infinita recipit maxima, ubi scilicet fit $\frac{\partial x}{\partial \Phi} = 0$. Reperitur enim

$$\frac{\partial x}{\partial \Phi} = \frac{2a\sin(\nu+\Phi)\cos.(\nu+\Phi) - 2a\cot.\nu\sin.(\nu+\Phi)^2}{\sin.\nu^2} \times e^{-2\Phi\cot.\nu}$$

sive etiam

$$\frac{\partial x}{\partial \Phi} = \frac{2a}{\sin.\nu^3}\sin.(\nu+\Phi)\left(\sin.\nu\cos.(\nu+\Phi) - \cos.\nu\sin.(\nu+\Phi)\right)e^{-2\Phi\cot.\nu}$$

quae expressio reducitur ad hanc formam simpliciorem:

$$\frac{\partial x}{\partial \Phi} = \frac{-2a\sin.\Phi\sin.(\nu+\Phi)}{\sin.\nu^3} e^{-2\Phi\cot.\nu},$$

eaque non solum casibus quibus $\nu + \Phi = i\pi$, sed etiam quoties fit $\Phi = i\pi$, evanescit, in quibus ergo omnibus locis abscissa desinit vel crescere si antea crevit, vel decrescere si ante decreverat, id quod ideae, quam nobis de curva quaesita formavimus, aperte contradicit.

§. 7. Deinde etiam applicata y alternatim ascendere ac descendere deprehenditur, scilicet prouti $\frac{\partial y}{\partial \Phi}$ vel positivum vel negativum induet valorem. Cum enim sit $\partial y = p\partial x$, erit

$$\frac{\partial y}{\partial \Phi} = p\frac{\partial x}{\partial \Phi} = \frac{2a\sin.\Phi^2}{\sin.\nu^3} e^{-2\Phi\cot.\nu},$$

sicque y fiet maximum, vel minimum, quoties fuerit sin. $\Phi = 0$, sive $\Phi = i\pi$, quibus casibus etiam abscissa x evadit maxima vel minima, quae circumstantia paradoxon, quod explicare suscepimus, multo majoribus difficultatibus involvit.

§. 8. Imprimis autem, quia in omnibus phaenomenis mechanicis directio motus in contrariam plagam converti nequit, nisi ubi celeritas evanescit, in omnibus locis, ubi abscissa vel maximum vel minimum valorem attigerit, celeritas evanescens statui deberet, cum tamen haec ipsa celeritas ubique sit ut $\sqrt{x}$. Hinc paradoxon illud adhuc multo magis intricatum redditur, neque ulla via patere videtur, unde conciliatio nostri calculi cum motu vero corporis sperari posset.

§. 9. Quodsi autem singula momenta, quibus nostra solutio innititur, perpendamus, nulla ratio urget, ut motus continuus inde produci statuatur; plus enim a solutione non postulatur, quam ut in omnibus locis celeritas sit ut radix quadrata ex abscissa, quae cum ex ipsa natura tam negative quam positive accipi queat, nihil impedit quo minus celeritates quandoque fiant negativae et retrorsum vergant, unde concedi oportebit dari ejusmodi casus, ubi celeritas in contrariam plagam convertitur, quod quia transitu per statum quietis fieri nequit, necessario statuere debemus, in his locis celeritatem subito in contrariam plagam, quasi per reflexionem, immutari. Atque in hoc ipso consistit enodatio omnium difficultatum, quibus haec solutio perturbari videbatur.

§. 10. Nunc igitur facile perspicitur has reflexiones ibi contingere debere, ubi curva subito in contrariam partem per cuspidem revertitur, id quod in omnibus illis locis evenire debet, ubi angulus $\Phi = i\pi$, idque tam positive quam negative. Cum enim in his locis fiat $\frac{\partial y}{\partial \Phi} = 0$, ideoque tangens evadat horizontalis, vidimus ibidem quoque fieri $\frac{\partial x}{\partial \Phi} = 0$, quo indicatur, curvam ibi per cuspidem quasi

reflecti. Quodsi enim angulum Φ tanquam infinite parvum spectemus, erit

$$\sin.(\nu + \Phi) = \sin.\nu\,(1 + \tfrac{1}{2}\Phi\Phi) + \cos.\nu\,(\Phi - \tfrac{1}{6}\Phi^3),$$

dum scilicet altiores potestates ipsius Φ negligimus. Quare si etiam cubum rejiciamus, erit

$$\sin.(\nu + \Phi) = \sin.\nu\,(1 + \Phi\cot.\nu - \tfrac{1}{2}\Phi\Phi),$$

qua expressione ducta in

$$e^{-\Phi\cot.\nu} = 1 - \Phi\cot.\nu + \tfrac{1}{2}\Phi\Phi\cot.\nu^2,$$

prodibit $\sin.(\nu + \Phi)\,e^{-\Phi\cot.\nu} = \sin.\nu\left(1 - \frac{\Phi\Phi}{2\sin.\nu^2}\right)$, cujus expressionis quadratum ductum in $\frac{a}{\sin.\nu^2}$ dabit valorem ipsius

$$x = a\left(1 - \frac{\Phi\Phi}{2\sin.\nu^2}\right)^2 = a\left(1 - \frac{\Phi\Phi}{\sin.\nu^2}\right).$$

Unde patet, sive Φ capiatur positive sive negative, utroque casu abscissam fieri minorem, ideoque curvam in hoc loco cuspidem habere debere.

§. 11. Hoc etiam magis confirmatur, si radium osculi curvae, qui est $-\frac{\partial x(1+pp)^{\frac{3}{2}}}{\partial p}$, contemplemur, cujus valorem ex aequatione principali $\partial x = \frac{-2p\partial p}{1-2np+pp}$ facile determinabimus. Hinc enim statim deducimus $-\frac{\partial x}{\partial p} = \frac{2px}{1-2np+pp}$, unde radius osculi in quovis puncto y erit $\frac{2px(1+pp)^{\frac{3}{2}}}{1-2np+pp}$. Jam quia invenimus $p = \frac{\sin.\nu}{\sin.(\nu+\Phi)}$, in loco proposito, ubi $\Phi = 0$, erit quoque $p = 0$, ideoque radius osculi evanescit. Constat autem cuspides locum habere non posse, nisi ubi radius osculi evanescit vel in infinitum excrescit. Haecque est causa cur abscissae curvae inventae modo crescant, modo decrescant, ideoque etiam ipse motus modo sit directus, modo retrogradus, celeritate tamen semper manente ipsi $\pm\sqrt{x}$ proportionali.

§. 12. Quod autem hic ostendimus de casu ubi $\Phi = 0$, idem quoque valet de omnibus casibus quibus $\Phi = \pm i\pi$; propte-

rea quod sin. $(\nu + \Phi)^2$ non mutatur. At factor exponentialis, loco Φ posito $\pm i\pi + \Phi$, abit in $e^{\mp i\pi \cot. \nu} \times e^{-2\Phi \cot. \nu}$, ideoque ad praecedentem rationem tenet constantem, consequenter eadem phaenomena hinc resultare debent, quae pro casu $\Phi = 0$ exposuimus.

§. 13. Quin etiam hic plurimum notasse juvabit, si in genere loco Φ scribamus $\pi + \Phi$, curvam prodituram esse priori perfecte similem. Si enim coordinatas pro angulo $\pi + \Phi$ designemus per x' et y', reperiemus $x' = \frac{a e^{-2\pi \cot \nu}}{\sin. \nu^2} \sin. (\nu + \Phi)^2 \, e^{-2\Phi \cot. \nu}$, tum vero $y' = \frac{a e^{-2\pi \cot \nu}}{2 \cos. \nu \sin. \nu^2} (\sin. \Phi^2 + \sin. (\nu + \Phi)^2) \, e^{-2\Phi \cot. \nu}$, sicque erit $x : x' = e^{2\pi \cot. \nu} : 1$, eodemque modo etiam erit

$$y : y' = e^{2\pi \cot. \nu} : 1,$$

quae ratio cum utrinque sit eadem, evidens est, portionem curvae ex angulo $\pi + \Phi$ oriundam perfecte similem fore portioni angulo Φ respondenti. Quocirca ad figuram totius curvae cognoscendam sufficiet unam tantum ejus portionem, ex intervallo ab angulo Φ ad $\pi + \Phi$ ortam, determinasse, quippe cui sequentes omnes, intervallis a $\pi + \Phi$ ad $2\pi + \Phi$, item a $2\pi + \Phi$ ad $3\pi + \Phi$; &c. respondentes, nec non praecedentes, intervallis a Φ ad $-\pi + \Phi$, hincque ad $-2\pi + \Phi$ et ita porro respondentes, erunt similes. Semper enim cujusvis portionis ratio ad sequentem erit ut $e^{2\pi \cot. \nu} : 1$.

§. 14. Dum igitur a portione prima, hoc est ab angulo $\Phi = 0$ ad $\Phi = \pi$, ad sequentem portionem, hoc est a $\Phi = \pi$ ad $\Phi = 2\pi$ progredimur, mensurae coordinatarum x et y decrescunt in ratione $e^{2\pi \cot. \nu}$, unde haec portio tanto propius ad initium A admovetur. Hinc si simili modo ulterius progrediamur, sequentes portiones in eadem ratione continuo imminuentur et tandem in ipso puncto A terminabuntur. Hoc scilicet modo corpus motu contrario ascendet et postquam infinitas portiones confecerit, tandem in ipsum

punctum A perveniet. Manifestum enim est, corpus simili modo ascendere posse quo id in problemate descendere assumsimus.

§. 15. Quanquam autem demum percursis infinitis portionibus usque ad A pertingit, tamen totus hic motus tempore finito absolvetur. Si enim ponamus tempus per primam portionem $= T$ et brevitatis gratia statuamus $e^{\pi \cot. \nu} = m$, quia in sequente portione tam abscissae quam applicatae in ratione $1 : mm$ decrescunt, tempora autem rationem subduplicatam abscissarum sequuntur, tempus per sequentem portionem erit $\frac{1}{m} T$, unde tempus per omnes sequentes portiones erit

$$T\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{m^2} + \frac{1}{m^3} + \frac{1}{m^4} + \text{etc.}\right) = \frac{T}{m-1}.$$

Posito autem $e^{\pi \cot. \nu} = m$ erit $\cot. \nu = \frac{lm}{\pi}$, et quia statuimus $\cos. \nu = n$ erit $\cot. \nu = \frac{n}{\sqrt{1-nn}}$, unde ex dato n vicissim erit $lm = \frac{\pi n}{\sqrt{1-nn}}$. Interea autem corpus in hoc motu suo ascensus infinitas reflexiones passum sit necesse est.

§. 16. Ut autem nostras formulas ad motum descensus accommodemus, loco Φ scribamus $-\Phi$, atque pro coordinatis habebimus $x = \frac{a \sin. (\Phi - \nu)^2}{\sin. \nu^2} e^{2\Phi \cot. \nu}$ et $y = \frac{a (\sin \Phi^2 + \sin (\Phi - \nu)^2}{2 \cos. \nu \sin. \nu^2} e^{2\Phi \cot. \nu}$ ac praeterea $p = \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\sin. \Phi}{\sin. (\Phi - \nu)}$. Hinc jam unam portionem descensus definiamus a $\Phi = 0$ ad $\Phi = \pi$, ac pro locis hujus portionis principalibus reperiemus ut sequens tabella ostendit:

$\Phi = 0$	ν	$\frac{\pi}{2}$	π
$x = a$	0	$a \cot. \nu^2\, e^{\pi \cot. \nu}$	$a\, e^{2\pi \cot. \nu}$
$y = \frac{a}{2 \cos. \nu}$	$\frac{a}{2 \cos. \nu} e^{2\nu \cot. \nu}$	$\frac{a (1 + \cos. \nu^2)}{2 \cos. \nu \sin. \nu^2} e^{\pi \cot. \nu}$	$\frac{a}{2 \cos \nu} e^{2\pi \cot. \nu}$
$p = 0$	∞	$\frac{1}{\cos. \nu}$	$0.$

§. 17. Quod si nunc formam nostrae curvae delineare velimus, ejus figura erit propemodum uti Fig. 2. exhibet, ubi scilicet Tab. I. Fig. 2

erit $AF = a$, $FG = \frac{a}{2\cos.\nu}$. Deinde, ubi curva primam verticalem AB tangit, erit $AH = \frac{a}{2\cos.\nu} e^{2\nu \cot.\nu}$. Denique pro altero termino hujus portionis G' erit $AF' = ae^{2\pi \cot.\nu}$ et $F'G' = \frac{a}{2\cos.\nu} e^{2\pi \cot.\nu}$; ubi scilicet G erit initium hujus portionis, G' vero ejus finis, a quo nimirum nova portio multo amplior, sed huic similis, incipiet. In utroque autem termino G et G' dabitur cuspis cum tangente horizontali, ita ut in utroque radius osculi evanescat. Praeterea vero, cum sit $AF : FG = 2\cos.\nu : 1$, patet omnia puncta G in rectam ex A eductam incidere.

§. 18. Consideremus nunc etiam tempus, quo corpus totam hanc portionem GHG' percurrit, et quia in dissertatione: *De problemate curvarum synchronarum* &c. (Mém. Tome IX. pag. 27. §. 20.) tempus per quamvis abscissam x assumsimus $= 2\sqrt{2nx}$, erit tempus per arcum $GH = 2\sqrt{2na}$, existente $n = \cos.\nu$; tum vero tempus per arcum HG', pro quo abscissa est AF', erit $2\sqrt{2a\cos.\nu} \times e^{\pi \cot.\nu}$, sicque totum tempus per hanc portionem erit $2\sqrt{2a\cos.\nu} \times (1 + e^{\pi \cot.\nu})$, quod tempus si vocetur $= T$, erit tempus per similem portionem sequentem $= Te^{\pi \cot.\nu}$; at vero tempus per portionem praecedentem $= Te^{-\pi \cot.\nu}$.

§. 19. Cum igitur nunc omnia dubia contra hunc motum perfecte sint diluta, unicus adhuc superest casus accuratius evolvendus, quo $n = 1$ ideoque angulus $\nu = 0$. Mox enim videbimus descriptionem curvae ibi datam insigni correctione indigere. Facillime autem hunc casum ex praesentibus formulis derivare poterimus, spectando scilicet ν ut infinite parvum, quo facto fit $\cos.\nu = 1$ et $\cot.\nu = \frac{1}{\nu}$, et quia nunc formula exponentialis evadit $e^{\frac{a\Phi}{\nu}}$, manifestum est angulum Φ etiam infinite parvum esse debere. Ponamus ergo $\frac{\Phi}{\nu} = \omega$, sive $\Phi = \nu\omega$, eritque $\sin.\Phi = \sin.\nu\omega = \nu a$, similique modo

$$\sin.(\Phi - \nu) = \sin.\nu(\omega - 1) = \nu(\omega - 1),$$

unde coordinatae pro curva erunt:

$$x = a(\omega - 1)^2 e^{2\omega} \text{ et } y = \frac{a(\omega^2 + (\omega - 1))^2}{2} e^{2\omega}.$$

§. 20. Ponamus nunc $\omega - 1 = q$ atque, si loco a scribamus $\frac{a}{ee}$, pro x et y obtinebimus formulas in Dissertatione illa inventas, scilicet

$$x = aqqe^{2q} \text{ et } y = \frac{a(1 + 2q + 2qq)}{2} e^{2q}.$$

Hinc intelligitur ambas coordinatas x et y evanescere non posse, nisi sit $q = -\infty$, unde ergo nobis initium erit repetendum, a quo autem curva satis aequaliter progredictur usque ad locum, ubi erit tangens horizontalis, sive $\frac{\partial y}{\partial q} = 0$, unde deducimur ad hanc aequationem: $qq + 2q + 1 = 0$, unde fit $q = -1$, quo ergo loco erit $x = ae^{-2} = \frac{a}{ee}$ et $y = \frac{a}{2ee}$. Quaeramus nunc locum ubi $\frac{\partial x}{\partial q} = 0$, quod etiam eveniet si $q = -1$. Hinc concludere debemus in hoc loco dari cuspidem, unde curva retro inflectetur atque adeo usque ad primam verticalem AC pertinget, ubi $q = 0$, ibi vero erit $y = \frac{a}{2}$. Hinc autem, quia protinus nullae amplius cuspides locum inveniunt, curva in infinitum tractu satis uniformi descendet.

§. 21. Forma igitur hujus curvae ita erit comparata, uti figura monstrat. Scilicet ex A descendendo egredietur usque in G, ubi erit AF $= \frac{a}{ee}$ et FG $= \frac{a}{2ee}$. Hinc autem corpus subito reflectetur, usque ad punctum H in prima verticali AC, ubi AH $= \frac{a}{2}$. Curva igitur hanc rectam in puncto H tanget, hinc vero tractu satis aequabili per I in infinitum descendet, ideoque curva longe aliter se habet atque in dissertatione citata eram suspicatus, cum initium in H constituessem hincque per G ascendere, indeque porro descendere fecissem. Curva igitur nostra tantum duas portiones AG et GHI habere est censenda, quarum altera ad alteram tenet rationem adeo infinitam, quae est caussa, cur hoc casu subito unica tantum cuspis locum habere queat. Tab. I. Fig. 3.

SOLUTIO
TRIUM PROBLEMATUM DIFFICILIORUM
AD METHODUM TANGENTIUM INVERSAM PERTINENTIUM.

AUCTORE

L. EULERO.

Conventui exhibuit die 12. Nov. 1781.

Cum Ellipsis ea gaudeat proprietate, ut, ductis ex ejus focis ad punctum quodcunque in curva duobus rectis, eae aequaliter ad curvam inclinentur, earumque summa simul ubique ejusdem sit quantitatis: hinc formari poterunt duae quaestiones reciprocae haud facilis indaginis, quae ob artificia calculi in solvendo adhibita attentionem merere videntur. Eas igitur breviter hic exhibere animus est.

Problema 1.

Tab. I. Fig. 4. *Datis duobus punctis A et B invenire lineam curvam FMG ita comparatam ut, ductis ex singulis ejus punctis M rectis MA et MB, eae utrinque aequaliter ad curvam inclinentur.*

Solutio:

Sint rectae $AM = z$ et $BM = v$, vocenturque anguli $MAB = \Phi$, $MBA = \psi$ et anguli inclinationis $AMF = BMG = \omega$. Tum si consideretur aliud punctum curvae proximum m, ducta recta Am demissoque ex m in AM perpendiculo mu, erit angulus $MAm = \partial\Phi$, $Mu = -\partial z$, $mu = z\partial\Phi$, ideoque $\cot. mMu = \cot.\omega = \frac{Mu}{mu} = -\frac{\partial z}{z\partial\Phi}$. Simili modo ex altera parte reperietur $\cot. BMG = \cot.\omega = -\frac{\partial v}{v\partial\psi}$,

ita ut haec prodeat aequatio: $\frac{\partial z}{z\partial \phi} = \frac{\partial v}{v \partial \psi}$, sive $\frac{\partial z}{z} \partial \psi = \frac{\partial v}{v} . \partial \phi$. Porro ex triangulo A M B, posita recta A B $= c$, ob angulum AMB $= 180^\circ - (\phi + \psi)$, erit $z = \frac{c \sin \psi}{\sin. (\phi + \psi)}$ et $v = \frac{c \sin \phi}{\sin. (\phi + \psi)}$. Hinc fiet sumtis differentialibus logarithmicis

$$\frac{\partial z}{z} = \frac{\partial \psi}{\text{tag } \psi} - \frac{(\partial \phi + \partial \psi)}{\text{tag.} (\phi + \psi)},$$

$$\frac{\partial v}{v} = \frac{\partial \phi}{\text{tag.} \phi} - \frac{(\partial \phi + \partial \psi)}{\text{tag.} (\phi + \psi)},$$

quibus substitutis aequatio illa hanc induet formam:

$$\frac{\partial \psi^2}{\text{tag.} \psi} - \frac{\partial \psi (\partial \phi + \partial \psi)}{\text{tag.} (\phi + \psi)} = \frac{\partial \phi^2}{\text{tag.} \phi} - \frac{\partial \phi (\partial \phi + \partial \psi)}{\text{tag.} (\phi + \psi)},$$

sive $\frac{\partial \psi^2}{\text{tag.} \psi} - \frac{\partial \phi^2}{\text{tag.} \phi} = \frac{\partial \psi^2 - \partial \phi^2}{\text{tag.} (\phi + \psi)}$, quae transmutatur in hanc:

$$\partial \psi^2 \left(\frac{\cos. \psi}{\sin. \psi} - \frac{\cos. (\phi + \psi)}{\sin. (\phi + \psi)}\right) = \partial \phi^2 \left(\frac{\cos. \phi}{\sin. \phi} - \frac{\cos. (\phi + \psi)}{\sin. (\phi + \psi)}\right),$$ unde

$$\frac{\partial \psi^2 \sin. (\phi + \psi - \psi)}{\sin. \psi \sin. (\phi + \psi)} = \frac{\partial \phi^2 \sin. (\phi + \psi - \phi)}{\sin. \phi \sin. (\phi + \psi)}$$

sive denique $\partial \psi^2 \sin. \phi^2 = \partial \phi^2 \sin. \psi^2$, ideoque $\frac{\partial \psi}{\sin. \psi} = \pm \frac{\partial \phi}{\sin. \phi}$ unde integrando erit $l \,\text{tag.} \tfrac{1}{2} \psi = \pm l \,\text{tag.} \tfrac{1}{2} \phi + lC$, ita ut duae nascantur solutiones, quarum prima ex aequatione $\text{tag.} \tfrac{1}{2} \psi = C \,\text{tag.} \tfrac{1}{2} \phi$ est deducenda.

I. Ponatur $\text{tag.} \tfrac{1}{2} \phi = \frac{t}{a}$ et $\text{tag.} \tfrac{1}{2} \psi = \frac{t}{b}$, fietque

$$\sin. \phi = \frac{2at}{aa + tt}, \quad \cos. \phi = \frac{aa - tt}{aa + tt}$$

$$\sin. \psi = \frac{2bt}{bb + tt}, \quad \cos. \psi = \frac{bb - tt}{bb + tt},$$ unde colligitur

$$\sin. (\phi + \psi) = \frac{2t (a + b)(ab - tt)}{(aa + tt)(bb + tt)}.$$ Hinc fit

$$z = \frac{c \sin. \psi}{\sin. (\phi + \psi)} = \frac{bc (aa + tt)}{(a + b)(ab - tt)},$$

quo valore invento coordinatae pro curva quaesita facile determinantur, quae si vocentur AP $= x$, PM $= y$, erit

$$x = z\cos.\Phi = \frac{bc\,(aa - tt)}{(a + b)\,(ab - tt)},$$
$$y = z\sin.\Phi = \frac{2\,a\,b\,c\,t}{(a + b)\,(ab - tt)}.$$

Sit brevitatis gratia $\frac{bc}{a+b} = f$, eritque $x = \frac{f\,(aa - tt)}{ab - tt}$, unde fit $tt = \frac{a\,(af - bx)}{f - x}$, et $ab - tt = \frac{af\,(b - a)}{f - x}$, hincque colligitur $y = \frac{2}{b - a}\sqrt{a\,(f - x)(af - bx)}$, sive $yy = \frac{4a}{(b-a)^2}(f - x)\,(af - bx)$, aequatio pro Hyperbola.

II. Pro altero signo, iisdem denominationibus adhibitis, reperietur:

$$\sin.(\Phi + \psi) = \frac{2t\,(a - b)\,(ab + tt)}{(aa + tt)\,(bb + tt)},$$ ex quo fit $$z = \frac{bc\,(aa + tt)}{(a - b)\,(ab + tt)},$$

sicque habebimus coordinatas

$$\text{AP} = x = z\cos.\Phi = \frac{bc\,(aa - tt)}{(a - b)\,(ab + tt)}$$
$$\text{PM} = y = z\sin.\Phi = \frac{2\,a\,b\,c\,t}{(a - b)\,(ab + tt)}.$$

unde, posito ut supra, $\frac{bc}{a-b} = f$, erit

$$x = \frac{f\,(aa - tt)}{ab + tt} \quad \text{et} \quad y = \frac{2\,a\,f\,t}{ab + tt},$$

atque ob $tt = \frac{a\,(af - bx)}{f + x}$ et $ab + tt = \frac{af\,(a + b)}{f + x}$, aequatio inter coordinatas prodit haec: $yy = \frac{4a}{(a+b)^2}(f + x)\,(af - bx)$, pro Ellipsi.

Problema 2.

Tab. I. Fig. 5.

Invenire lineam curvam, ad axem AO et punctum fixum A referendam, ejusmodi ut sumto radio incidente AM, cui respondeat radius reflexus MO, summa amborum AM + MO sit ubique constans = a.

Solutio:

Ducta ad curvam normali MN anguli AMN et OMN erunt inter se aequales. Hinc si, ut in problemate praecedente, vocen-

tur anguli MAN $= \phi$, MCN $= \psi$, tum vero AMN $=$ OMN $= \omega$, erit $\psi = 180^\circ - \phi - 2\omega$. Sit AM $= z$, OM $= v$, eritque $z + v = a$, ideoque $v = a - z$, unde ex triangulo AMO erit $z : a - z = \sin.\psi : \sin.\phi$, consequenter $z = \frac{a \sin.\psi}{\sin.\phi + \sin.\psi}$. Porro, ob $z : \sin.\psi =$ AO $: \sin. 2\omega$, erit AO $= \frac{z \sin. 2\omega}{\sin.\psi} = \frac{a \sin. 2\omega}{\sin.\phi + \sin.\psi}$, ubi notetur esse $\sin.\psi = \sin.(\phi + 2\omega) = \sin.\phi \cos. 2\omega + \cos.\phi \sin. 2\omega$ Ex distantia z, cum angulo ϕ, prodit

$$\text{tag. AMF} = \text{cot. AMN} = -\frac{z\partial\phi}{\partial z},$$

ideoque $\text{tag.}\omega = -\frac{\partial z}{z\partial\phi}$ et $\frac{\partial z}{z} = -\partial\phi\, \text{tag.}\omega$, quae est aequatio problema determinans.

Pro ea evolvenda statuatur $\text{tag.}\phi = t$ et $\text{tag.}\omega = u$, eritque $\sin.\phi = \frac{t}{\sqrt{1+tt}}$, $\cos.\phi = \frac{1}{\sqrt{1+tt}}$, ut et $\sin \omega = \frac{u}{\sqrt{1+uu}}$, $\cos.\omega = \frac{1}{\sqrt{1+uu}}$, unde fit $\sin. 2\omega = \frac{2u}{1+uu}$ et $\cos. 2\omega = \frac{1-uu}{1+uu}$; praeterea vero $\partial\phi = \frac{\partial t}{1+tt}$ et $\partial\omega = \frac{\partial u}{1+uu}$. Ex his valoribus colligitur $\sin.\psi = \frac{t(1-uu)+2u}{(1+uu)\sqrt{1+tt}}$, ideoque $\sin.\phi + \sin.\psi = \frac{2(t+u)}{(1+uu)\sqrt{1+tt}}$, unde porro fit $z = \frac{at(1-uu)+2au}{2(t+u)}$ et AO $= \frac{au\sqrt{1+tt}}{t+u}$, hinc

$$\frac{\partial z}{z} = -\partial\phi\, \text{tag.}\omega = -\frac{u\partial t}{1+tt} = \frac{t\partial u\,(1-2tu-uu) - u\partial t\,(1+uu)}{(t+u)\,(2u+t)\,(1-uu)}.$$

Si haec aequatio inter t et u evolvatur, prodit:

$$t\partial u\,(1 - 2tu - uu) = \frac{u\partial t\,(1-tu)\,(1-2tu-uu)}{1+tt},$$

quae, cum habeat divisorem $1 - 2tu - uu$, duplicem subministrat solutionem, quarum altera in aequatione $1 - 2tu - uu = 0$, altera in aequatione $t\partial u = \frac{u\partial t\,(1-tu)}{1+tt}$ continetur.

Ex priore aequatione prodit $t = \frac{1-uu}{2u}$, hoc est

$$\text{tag.}\phi = \frac{1 - \text{tag.}\omega^2}{2\,\text{tag.}\omega} = \text{cot.}\, 2\omega,$$

unde concluditur fore $2\omega = 90^\circ - \phi$, ideoque $\psi = 90^\circ$. Erit igitur

$$z = \frac{a \sin.\psi}{\sin.\Phi + \sin.\psi} = \frac{a}{1 + \sin.\Phi}, \text{ sive } z = a - z \sin.\Phi.$$

Positis jam $AO = x$, $OM = z \sin.\Phi = y$, erit

$$z = \sqrt{xx + yy} = a - z \sin.\Phi = a - y,$$

sive $aa - 2ay = xx$; et posito $\frac{1}{2}a - y = v$, erit $xx = 2av$, quae Tab. I. Fig. 6. aequatio est pro Parabola, cujus parameter $= 2a$. Sit $CA = \frac{1}{2}a$, erit A focus Parabolae CMB et CA axis: Constat autem si AM, Am sint radii incidentes, radios reflexos MO, mo fore axi parallelos atque angulos AMC = BMO, ut et AmC = Bmo.

Evolvamus alteram aequationem $t\partial u = \frac{u(1 - tu)\partial t}{1 + tt}$, quae ad separabilitatem reducetur ponendo $t = \frac{p - u}{1 + pu}$, unde differentiando fit elementum $\partial t = \frac{\partial p (1 + uu) - \partial u (1 + pp)}{(1 + pu)^2}$, tum vero

$$1 + tt = \frac{(1 + uu)(1 + pp)}{(1 + pu)^2},$$

hincque colligitur $\frac{\partial t}{1 + tt} = \frac{\partial p}{2 + pp} - \frac{\partial u}{1 + uu}$. Porro est $1 - tu = \frac{1 + uu}{1 + pu}$, unde facta substitutione obtinetur haec aequatio:

$$\frac{(p - u)\partial u}{1 + pu} = \frac{u(1 + uu)}{1 + pu}\left(\frac{\partial p}{1 + pp} - \frac{\partial u}{1 + uu}\right),$$

sive $p\partial u = \frac{u(1 + uu)\partial p}{1 + pp}$, seu $\frac{\partial u}{u(1 + uu)} = \frac{\partial p}{p(1 + pp)}$, cujus aequationis, penitus separatae, integrale est $l\frac{u}{\sqrt{1 + uu}} = lC + l\frac{p}{\sqrt{1 + pp}}$, ejusque evolutio, nisi ad angulos recurrere liceret, non parum foret molesta. Cum autem posuerimus $t = \frac{p - u}{1 + pu}$, erit

$$p = \frac{t + u}{1 - tu} = \frac{\text{tag}.\Phi + \text{tag}.\omega}{1 - \text{tag}.\Phi\,\text{tag}.\omega} = \text{tag}.(\Phi + \omega)$$

ideoque $\frac{p}{\sqrt{1 + pp}} = \sin.(\Phi + \omega)$, unde ob $\frac{u}{\sqrt{1 + uu}} = \sin.\omega$ erit Fig. 5. $\sin.\omega = C \sin.(\Phi + \omega)$. Cum igitur in figura sit angulus $MNO = \Phi + \omega$, erit $C = \frac{\sin.\omega}{\sin(\Phi + \omega)} = \frac{AN}{AM}$, nec minus erit $C = \frac{ON}{OM}$ et componendo $C = \frac{AN + ON}{AM + OM} = \frac{AO}{a}$, ideoque $AO = aC$, hoc est constans. Punctum igitur O erit fixum, ex qua conditione statim manifesto sequitur curvam esse sectionem coni, ita ut praeter Pa-

rabolam, Hyperbolam et Ellipsin nullae aliae curvae dentur problemati satisfacientes.

Posterior aequatio $t\partial u = \frac{u(1-tu)\partial t}{1+tt}$ etiam sequenti modo resolvi potest: Reducatur ea primo ad hanc formam:

$$t\partial u - u\partial t + t^3\partial u + tuu\partial t = 0.$$

Ponatur $u = pt$ atque ob $\partial u = p\partial t + t\partial p$ prodibit haec aequatio:

$$tt(1+tt)\partial p + pt^3(1+p)\partial t = 0, \text{ sive}$$

$$\frac{\partial p}{p(1+p)} = -\frac{t\partial t}{1+tt} \text{ sive } \frac{\partial p}{p} - \frac{\partial p}{1+p} + \frac{t\partial t}{1+tt} = 0,$$

unde fit integrando $lp - l(1+p) + l\sqrt{1+tt} = lC$ et ad numeros descendendo $\frac{p\sqrt{1+tt}}{1+p} = C$, unde colligitur $p = \frac{C}{\sqrt{1+tt}-C}$ et $u = \frac{Ct}{\sqrt{1+tt}-C}$, hincque $t+u = \frac{t\sqrt{1+tt}}{\sqrt{1+tt}-C}$. Supra autem invenimus $AO = \frac{au\sqrt{1+tt}}{t+u}$, unde concluditur fore $AO = aC$, ideoque constantem ut supra, ita ut inde iterum sectio conica oriatur.

Sin autem aequationem inter coordinatas eruere atque inde naturam curvae concludere velimus, ex valore modo ante invento $u = \frac{Ct}{\sqrt{1+tt}-C}$ quaeratur $1 - uu = \frac{1+tt+CC(1-tt)-2C\sqrt{1+tt}}{(\sqrt{1+tt}-C)^2}$, atque ob $t+u = \frac{t\sqrt{1+tt}}{\sqrt{1+tt}-C}$, substitutione facta colligitur

$$z = \frac{at(1-uu)+2au}{2(t+u)} = \frac{a(1-CC)\sqrt{1+tt}}{2(\sqrt{1+tt}-C)},$$

sive posito brevitatis gratia $\frac{a(1-CC)}{2} = b$, erit $z = \frac{b\sqrt{1+tt}}{\sqrt{1+tt}-C}$. Quod si jam introducantur coordinatae orthogonales $AN = x = z\cos.\Phi$ et $MN = y = z\sin.\Phi$, ob $\text{tag.}\Phi = \frac{y}{x} = t$ erit $\sqrt{1+tt} = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x} = \frac{z}{x}$. Hinc prodit $z = \frac{b\sqrt{1+tt}}{\sqrt{1+tt}-C} = \frac{bz}{z-Cx}$, sive $z - Cx = b$ et $z = b + Cx$, quo valore substituto in aequatione $\sqrt{xx+yy} = z$, ea abibit in istam: $yy + (1-CC)xx = 2bCx + bb$, quae est pro Ellipsi, si $C < 1$, at vero pro Hyperbola, si $C > 1$.

Alia solutio ejusdem problematis.

Maneant omnes denominationes, ut in praecedentibus sunt stabilitae, et cum tota solutio his duabus formulis innitatur: $\text{tag.}\,\omega = -\frac{\partial z}{z\partial\Phi}$ et $\frac{z}{a-z} = \frac{\sin.\psi}{\sin.\Phi}$, ponatur $\cot.\Phi = v$, ut sit $v = \frac{1}{t}$ atque $\partial\Phi = \frac{-\partial v}{1+vv}$, unde fit $\frac{\partial z}{z} = -\partial\Phi\,\text{tag.}\,\omega = -u\partial\Phi$, hoc est $\frac{\partial z}{z} = \frac{u\partial v}{1+vv}$. Altera aequatio $\frac{z}{a-z} = \frac{\sin.\psi}{\sin.\Phi}$, ob

$$\sin.\psi = \sin.(\Phi + 2\omega) = \sin.\Phi\cos.2\omega + \cos.\Phi\sin.2\omega,$$

fit $\frac{z}{a-z} = \cos.2\omega + \cot.\Phi\sin.2\omega = \frac{1-uu+2vu}{1+uu}$, unde colligitur $v = \frac{2z-a(1-uu)}{2u(a-z)}$, hincque

$$\partial v = \frac{2au(1+uu)\partial z + (a-z)(2a(1+uu)-4z)\partial u}{4uu(a-z)^2} \text{ et}$$

$$1+vv = \frac{(1+uu)(aa(1+uu)-4z(a-z))}{4uu(a-z)^2}.$$

Habebimus igitur

$$\frac{\partial v}{1+vv} = \frac{2au(1+uu)\partial z + 2(a-z)(a(1+uu)-2z)\partial u}{(1+uu)(aa(1+uu)-4z(a-z))} = \frac{\partial z}{uz}.$$

Quod si jam differentialia ∂z et ∂u separentur, prodibit sequens aequatio:

$$\partial z(1+uu)(a-2z)\big(2z-a(1+uu)\big) = 2zu(a-z)\partial u\big(2z-a(1+uu)\big),$$

quae, cum habeat divisorem, scil. $2z-a(1+uu)$, duas praebebit solutiones, quarum prior ex aequatione $2z = a(1+uu)$, altera ex aequatione $\frac{\partial z(a-2z)}{z(a-z)} = \frac{2u\partial u}{1+uu}$ erit petenda.

Haec posterior aequatio integrata dat $lz(a-z) = lC + l(1+uu)$, sive in numeris $az-zz = C(1+uu)$, unde si in expressione supra pro $1+vv$ data loco $az-zz$ hic valor $C(1+uu)$ substituatur, orietur sequens expressio: $1+vv = \frac{(1+uu)^2(aa-4C)}{4uu(a-z)^2}$, ita ut, ob $\cot.\Phi = v$ et $\sin.\Phi = \frac{1}{\sqrt{1+vv}}$, fiat $\sin.\Phi = \frac{2u(a-z)}{(1+uu)\sqrt{aa-4C}}$.

Tab. I. Fig. 5. Hinc cum sit $AO : \sin.2\omega = MO : \sin.\Phi$, erit

$$AO = \frac{(a-z)\sin.2\omega}{\sin.\Phi} = \frac{2u(a-z)}{(1+uu)\sin.\Phi} = \sqrt{aa-4C};$$

unde iterum patet, intervallum AO esse constans ideoque punctum O fixum, ex quo statim sequitur sectio conica.

Altera aequatio $2z = a(1+uu)$ dat $a-z = \frac{a(1-uu)}{2}$, unde $\frac{z}{a-z} = \frac{1+uu}{1-uu}$ atque $v = \cot.\Phi = \frac{2z-a(1-uu)}{2u(a-z)} = \frac{(1+uu)-(1-uu)}{u(1-uu)}$, sive $\cot.\Phi = \frac{2u}{1-uu} = \text{tag}.2\omega$, unde concluditur fore $90^\circ - \Phi = 2\omega$, sive $90^\circ = \Phi + 2\omega$, quo, ut ante, parabola indicatur.

Cum invenerimus $z(a-z) = C(1+uu) = \frac{C}{\cos.\omega^2}$, erit $z\cos.\omega \times (a-z)\cos.\omega = C$. Ducatur recta PQ, curvam in M tangens, et ex A et O in hanc tangentem demittantur perpendicula AP, OQ, eritque $AP = z\cos.\omega$ et $OQ = (a-z)\cos.\omega$, unde patet rectangulum ex his perpendiculis AP . OQ fore constans. Constat autem, in omnibus sectionibus conicis, quarum foci in A et O, rectangulum AP . OQ aequale esse quadrato semiaxis conjugati, unde semiaxis conjugatus sectionis conicae, quam hic eruimus, erit $= \sqrt{C}$. Tab. I. Fig. 5.

Tertia solutio sine calculo expedita.

Consideretur curvae punctum M, ejusque proximum m, ex quo radius reflexus mo cadat in axis punctum o, et cum requiratur ut sit tam $AM + MO = a$, quam $Am + mo = a$, erit $Am - AM = MO - mo$. Jam ex M in Am demittatur perpendiculum Mp, similique modo ex m in MO perpendiculum mq, et cum sit angulus $Mmp = mMq$, erunt triangula Mmp et mMq inter se aequalia, ob communem hypothenusam, ideoque $Mq = mp$. Atqui est $mp = Am - AM$ et $Mq = MO - mo$; tum vero $Mq = MO - Oq$, unde sequitur $Oq = mo$, id quod duplici modo fieri potest: 1°) quando omnes radii reflexi ad axem sunt perpendiculares, qui casus statim dat Parabolam. Praeterea vero fiet 2°) $qO = mo$, si punctum o cadet in O, sive quando O est punctum fixum, qui casus statim perducit ad Ellipsin vel Hyperbolam. Fig. 7.

Problema.

Invenire curvam LMN, in cujus tangentes MT si ex datis Fig. 8.

duobus punctis A et B demittantur perpendicula AF et BG, eorum rectangulum sit constans, hoc est AF.BG = cc.

Solutio.

Bisecto intervallo AB in C sit CA = CB = b, ac ponatur CP = x, PM = y, eritque tag. MTP $= -\frac{\partial y}{\partial x} = -p$, posito $\partial y = p\partial x$; tum vero habebimus PT $= -\frac{y}{p}$ et CT $= \frac{px-y}{p}$, unde colligitur AT $= \frac{px-y-bp}{p}$, hincque BT $= \frac{px-y+bp}{p}$. Cum jam sit AF = AT . sin. T et BG = BT . sin. T, ob sin. T $= \frac{-p}{\sqrt{1+pp}}$ habebimus AF . BG $= \frac{(px-y)^2 - bbpp}{pp} \times \frac{pp}{1+pp} = cc$, sive

$$(px - y)^2 - bbpp = cc\,(1 + pp),$$

unde, posito brevitatis gratia $bb + cc = aa$, haec oritur aequatio:

$$(y - px)^2 = cc + aapp, \text{ sive } y - px = \sqrt{cc + aapp}.$$

Ista aequatio, ob $p = \frac{\partial y}{\partial x}$, est differentialis ideoque integrari debere videtur: interim tamen hic ope differentiationis integrale erui potest. Cum enim sit $\partial y = p\partial x$, differentiatione facta prodit

$$x\,\partial p = -\frac{aap\partial p}{\sqrt{cc + aapp}},$$

quae aequatio, cum divisorem habeat ∂p, subministrat statim solutionem ex aequatione $\partial p = 0$ petendam, unde fit p constans, puta $p = \alpha$, ex quo colligitur $\partial y = \alpha\partial x$, ideoque $y = \alpha x + \beta$, quae aequatio est pro linea recta.

Altera solutio ex aequatione $x = \frac{-aap}{\sqrt{cc + aapp}}$ erit deducenda, ex qua fit $y = px + \sqrt{cc + aapp} = \frac{cc}{\sqrt{cc + aapp}}$. Hinc patet fore $\frac{xx}{aa} + \frac{yy}{cc} = 1$, quae aequatio est pro Ellipsi, quoties cc est quantitas positiva, sive quoties $a > b$; at pro Hyperbola quoties $a < b$.

Quodsi autem aequatio $(y - px)^2 = cc + aapp$ evolvatur et loco p scribatur $\frac{\partial y}{\partial x}$, ita ut prodeat

$$yy\partial x^2 - 2xy\partial x\partial y + xx\partial y^2 = cc\partial x^2 + aa\partial y^2$$

tum vero haec aequatio more solito tractetur, ob

$$\partial y^2 (xx - aa) = 2xy\partial x\partial y + (cc - yy)\partial x^2, \text{ erit}$$

$$(xx - aa)\partial y = + xy\partial x \pm \partial x \sqrt{(xxyy + (cc - yy)(xx - aa))}, \text{ sive}$$

$$\partial y = \frac{xy\partial x \pm \partial x \sqrt{ccxx + aayy - aacc}}{xx - aa}$$

cujus resolutio non parum difficultatis habet.

Ponatur $a = 1$, $b = 1$, $c = 1$, erit aequatio illa

$$(xx - 1)\partial y = xy\partial x \pm \partial x \sqrt{xx + yy - cc}.$$

Sit porro $\sqrt{xx + yy - cc} = z$ et $y = ux$, atque ob $\partial y = u\partial x + x\partial u$ emerget sequens aequatio:

$$u\partial x (xx - 1) + x\partial u (xx - 1) = uxx\partial x + z\partial x, \text{ sive}$$

$$x\partial u (xx - 1) - u\partial x = z\partial x.$$

Cum igitur sit $xx(1 + uu) - 1 = zz$, erit $xx = \frac{zz + 1}{uu + 1}$, unde nostra aequatio: $\partial u(xx - 1) - u\frac{\partial x}{x} = z\frac{\partial x}{x}$, ob $xx - 1 = \frac{zz - uu}{uu + 1}$ et $\frac{\partial x}{x} = \frac{z\partial z}{1 + zz} - \frac{u\partial u}{1 + uu}$, hanc induet formam:

$$\frac{\partial u (zz - uu)}{1 + uu} = \frac{z(u + z)\partial z}{1 + zz} - \frac{u(u + z)\partial u}{1 + uu}$$

quae manifesto reducitur ad hanc:

$$\frac{(zz + uz)\partial u}{1 + uu} = \frac{(zz + uz)\partial z}{1 + zz}.$$

Haec aequatio factores habet z et $u + z$, quorum uterque dat solutionem. Primo enim prodit aequatio $zz = xx + yy - 1 = 0$, sive $xx + yy = 1$, cujus natura neminem latet. Secundo fit

$$z + u = \sqrt{xx + yy - 1} + \frac{y}{x} = 0,$$

hoc est $xx(xx + yy) = xx + yy$, unde fit $x = -1$ et $x = -y$, pro recta. Dividendo autem aequationem illam per factorem communem colligitur $\frac{\partial u}{1 + uu} = \frac{\partial z}{1 + zz}$, unde integrando

$$\text{A tag.}\, u = \text{A tag.}\, z + C, \text{ sive A tag.}\, z = \text{A tag.}\, u - \text{A tag.}\, n$$

hoc est A tag. z = A tag. $\frac{n + u}{1 - nu}$, hincque $z = \frac{n + u}{1 - nu}$, sive

$$\sqrt{xx + yy - 1} = \frac{nx + y}{x - ny},$$

ergo $xx + yy = \frac{(1 + nn)(xx + yy)}{(x - ny)^2}$, consequenter $(x - ny)^2 = 1 + nn$ vel $x - ny = \sqrt{1 + nn}$, iterum pro recta. Hac autem methodo uti non licet simulac littera p ad altiores potestates ascendit.

Aequatio autem generalis, quae integrationem per differentiationem admimittit, est, quando, posito $\frac{\partial y}{\partial x} = p$, formula $px - y$ cuicunque functioni ipsius p aequatur. Posita enim hac functione Π, erit $\Pi = px - y$, quae aequatio differentiata dat $\partial\Pi = x\partial p = \Pi' \partial p$, unde factor $\partial p = 0$ ostendit, semper lineam rectam satisfacere. Praeterea vero habetur haec solutio: $x = \Pi'$ et $y = p\Pi' - \Pi$.

DÉMONSTRATION

DE QUELQUES THÉORÈMES ARITHMÉTIQUES;

PAR

N. FUSS.

Présenté à la Conférence le 13. Sept. 1809.

§. 1. En relisant dernièrement le mémoire de feu Mr. *L. Euler* intitulé : *De formulis integralibus implicatis, earumque evolutione et transformatione*, inséré dans le quatrième volume supplémentaire des Institutions de calcul intégral de ce grand Géomètre, mon attention fut fixée par quelques théorèmes numériques que lui avoient fournis les recherches instituées sur la relation entre les élémens ∂p, ∂q, ∂r, ∂s, etc. qui entrent dans la formule intégrale impliquée $\int\partial p \int\partial q \int\partial r \int\partial s$ etc., dont le développement et la transformation fait le sujet de ce mémoire. Ce qui me frappa d'abord dans ces théorèmes numériques, c'est leur affinité avec le premier des théorèmes, dont j'ai donné autrefois une démonstration dans le mémoire inséré au Tome I. Part. I. des *Acta Academiae*, sous le titre : *Meditationes circa resolutionem fractionis*

$$\frac{x^m}{(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)\text{ etc.}}$$

in fractiones simplices, ubi simul demonstratio theorematis arithmetici occurrit. Et les paroles d'*Euler* (§. 54.) „ que ces théo„rèmes sont d' autant plus remarquables, que leur vérité ne „peut être démontrée que par beaucoup de détours et en nom„bres déterminés" augmentèrent le genre d'intérêt qu'ils m'avoient inspiré. Car je crus d'abord entrevoir deux moyens très simples de les démontrer, le premier par une seule opération arithmétique, et la plus simple de toutes, l'addition; l'autre en y appliquant le

premier des théorèmes démontrés dans le mémoire du Volume des Acta que je viens de citer. L'essai que j'en fis justifia bientôt mon attente. Voici les théorèmes dont il s'agit, avec leurs démonstrations, trouvées par le premier des deux moyens que je viens d'indiquer.

Théorème 1.

§. 2. *En désignant par les lettres α, β, des nombres quelconques, il y aura toujours*

$$\frac{1}{\alpha(\alpha+\beta)} - \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\beta(\beta+\alpha)} = 0.$$

Démonstration:

C'est le premier des théorèmes de feu Mr. *Euler*, rapporté au §. 50. du mémoire cité. Sa vérité est si évidente qu'il n'auroit pas besoin de démonstration; mais parceque celle que nous en donnerons sert à éclaircir la démonstration des théorèmes suivans, nous débuterons toujours par ce premier théorème. Pour le démontrer donc à notre manière, nous allons commencer par l'équation identique $\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha} = 0$, au bas de laquelle nous mettrons, en avançant d'un terme vers la droite, une autre équation formée de la précédente, en mettant à la place de α la lettre suivante β et en changeant les signes. Ensuite nous ferons l'addition des termes qui se trouvent l'un sous l'autre. De cette manière nous aurons

$$\begin{array}{rrr} \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha} = 0 & & \\ & -\frac{1}{\beta} + \frac{1}{\beta} = 0 \end{array}$$

et en prenant la somme il en naîtra l'équation:

$$\frac{1}{\alpha} - \frac{(\alpha+\beta)}{\alpha\beta} + \frac{1}{\beta} = 0.$$

En divisant cette équation par $\alpha+\beta$, nous obtiendrons celle-ci:

$$\frac{1}{\alpha(\alpha+\beta)} - \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\beta(\beta+\alpha)} = 0$$

ce qui est la démonstration du premier théoréme d'*Euler*.

Théoreme 2.

§. 3. *En désignant par les lettres* α, β, γ, *des nombres quelconques, il y aura toujours :*

$$\frac{1}{\alpha(\alpha+\beta)(\alpha+\beta+\gamma)} - \frac{1}{\alpha\beta(\beta+\gamma)} + \frac{1}{\beta\gamma(\beta+\alpha)} - \frac{1}{\gamma(\gamma+\beta)(\gamma+\beta+\alpha)} = 0.$$

Démonstration.

Ayant démontré tantôt que $\frac{1}{\alpha(\alpha+\beta)} - \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\beta(\beta+\alpha)} = 0$, nous allons opérer comme dans la démonstration précédente, et écrire au bas de cette équation une autre également vraie, qui résultera de la première, en mettant à la place des lettres α, β, γ, respectivement β, γ, α, de sorte que, les signes étant changés et les membres avancés d'une place vers la droite, si l'on additionne les termes qui se trouvent verticalement l'un sous l'autre, comme il suit :

$$\frac{1}{\alpha(\alpha+\beta)} - \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\beta(\beta+\alpha)} = 0$$

$$- \frac{1}{\beta(\beta+\gamma)} + \frac{1}{\beta\gamma} - \frac{1}{\gamma(\gamma+\beta)} = 0$$

la somme nous donnera

$$\frac{1}{\alpha(\alpha+\beta)} - \frac{(\alpha+\beta+\gamma)}{\alpha\beta(\beta+\gamma)} + \frac{(\alpha+\beta+\gamma)}{\beta\gamma(\beta+\alpha)} - \frac{1}{\gamma(\gamma+\beta)} = 0$$

et en divisant cette équation par $\alpha+\beta+\gamma$, on obtient celle-ci :

$$\frac{1}{\alpha(\alpha+\beta)(\alpha+\beta+\gamma)} - \frac{1}{\alpha\beta(\beta+\gamma)} + \frac{1}{\beta\gamma(\beta+\alpha)} - \frac{1}{\gamma(\gamma+\beta)(\gamma+\beta+\alpha)} = 0$$

laquelle est exactement celle de notre théorème second, ou du cinquième théorème d'*Euler* Calc. intégr. Tom. IV. p. 550. §. 51.).

Théorème 3.

§. 4. *En désignant par les lettres* α, β, γ, δ, *des nombres quelconques, il y aura toujours :*

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{\alpha(\alpha+\beta)(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha+\beta+\gamma+\delta)} - \frac{1}{\alpha\beta(\beta+\gamma)(\beta+\gamma+\delta)} \\ + \frac{1}{\beta\gamma(\gamma+\delta)(\beta+\alpha)} - \frac{1}{\gamma\delta(\gamma+\beta)(\gamma+\beta+\alpha)} \\ + \frac{1}{\delta(\delta+\gamma)(\delta+\gamma+\beta)(\delta+\gamma+\beta+\alpha)} \end{array}\right\} = 0.$$

Démonstration.

D'après les explications qui ont été données, concernant la méthode dans les démonstrations précédentes, on comprendra facilement l'origine et le but des deux équations suivantes :

$$\frac{1}{\alpha(\alpha+\beta)(\alpha+\beta+\gamma)} - \frac{1}{\alpha\beta(\beta+\gamma)} + \frac{1}{\gamma\beta(\beta-\alpha)} - \frac{1}{\gamma(\gamma+\beta)(\gamma+\beta+\alpha)} = 0$$

$$-\frac{1}{\beta(\beta+\gamma)(\beta+\gamma+\delta)} + \frac{1}{\beta\gamma(\gamma+\delta)} - \frac{1}{\delta\gamma(\gamma-\beta)} + \frac{1}{\delta(\delta+\gamma)(\delta+\gamma+\beta)} = 0.$$

Car leur somme, en additionnant les termes écrits l'un sous l'autre, divisée par $\alpha + \beta + \gamma + \delta$, donnera la formule du théorème à démontrer, savoir :

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{\alpha(\alpha+\beta)(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha+\beta+\gamma+\delta)} - \frac{1}{\alpha\beta(\beta+\gamma)(\beta+\gamma+\delta)} \\ + \frac{1}{\beta\gamma(\gamma+\delta)(\beta+\alpha)} - \frac{1}{\gamma\delta(\gamma+\beta)(\gamma+\beta+\alpha)} \\ \qquad + \frac{1}{\delta(\delta+\gamma)(\delta+\gamma+\beta)(\delta+\gamma+\beta+\alpha)} \end{array}\right\} = 0.$$

Scholie.

§. 5. Il est facile à voir par les trois théorèmes précédens de quelle manière on peut procéder plus loin et demontrer des relations semblables pour les cas de cinq, six, et tant qu'on voudra de lettres; mais ce qu'on ne voit pas aussi aisément, c'est la loi, selon laquelle les equations, dont il s'agit de démontrer la vérité, procèdent. Pour nous frayer la route qui mène au théorème général, nous énoncerons le cas suivant de cinq lettres de la manière suivante :

Théorème 4.

§. 6. En désignant par α, β, γ, δ, ε des nombres quelconques et nommant pour abréger :

$A = \alpha(\alpha+\beta)(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha+\beta+\gamma+\delta)(\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)$
$B = \beta(\beta+\gamma)(\beta+\gamma+\delta)(\beta+\gamma+\delta+\varepsilon)$
$C = \gamma(\gamma+\delta)(\gamma+\delta+\varepsilon)$
$D = \delta(\delta+\varepsilon)$
$E = \varepsilon$

et de la même manière :

$$a = \alpha$$
$$b = \beta(\beta + \alpha)$$
$$c = \gamma(\gamma + \beta)(\gamma + \beta + \alpha)$$
$$d = \delta(\delta + \gamma)(\delta + \gamma + \beta)(\delta + \gamma + \beta + \alpha)$$
$$e = \varepsilon(\varepsilon + \delta)(\varepsilon + \delta + \gamma)(\varepsilon + \delta + \gamma + \beta)(\varepsilon + \delta + \gamma + \beta + \alpha)$$

il y aura toujours :

$$\frac{1}{A} - \frac{1}{Ba} + \frac{1}{Cb} - \frac{1}{Dc} + \frac{1}{Ed} - \frac{1}{e} = 0.$$

Scholie.

§. 7. Au moyen de cette manière d'abrèger nous pouvons non seulement appercevoir plus clairement l'ordre de progression, mais nous sommes même en état de présenter les vérités qui nous occupent d'un seul trait et sous la forme d'un seul théorème général que voici :

Théorème général.

§. 8. En désignant par les lettres α, β, γ, δ, ... ω des nombres quelconques, et nommant pour abrèger :

$$A = \alpha(\alpha + \beta)(\alpha + \beta + \gamma) \ldots\ldots (\alpha + \beta + \ldots\ldots \omega)$$
$$B = \beta(\beta + \gamma)(\beta + \gamma + \delta) \ldots\ldots (\beta + \gamma + \ldots\ldots \omega)$$
$$C = \gamma(\gamma + \delta)(\gamma + \delta + \varepsilon) \ldots\ldots (\gamma + \delta + \ldots\ldots \omega)$$
$$D = \delta(\delta + \varepsilon)(\delta + \varepsilon + \zeta) \ldots\ldots (\delta + \varepsilon + \ldots\ldots \omega)$$

- -

- -

- -

$$Z = \omega$$

et de la même manière

$$a = \alpha$$
$$b = \beta(\beta + \alpha)$$
$$c = \gamma(\gamma + \beta)(\gamma + \beta + \alpha)$$

$$d = \delta\,(\delta+\gamma)\,(\delta+\gamma+\beta)\,(\delta+\gamma+\beta+\alpha)$$

- - - - - - - - - - - - - - - - - - -

- - - - - - - - - - - - - - - - - - -

- - - - - - - - - - - - - - - - - - -

$$y = \psi\,(\psi+\chi)\,(\psi+\chi+\Phi)\;\ldots\;(\psi+\chi+\Phi+\ldots\alpha)$$
$$z = \omega\,(\omega+\psi)\,(\omega+\psi+\chi)\;\ldots\;(\omega+\psi+\chi+\ldots\alpha)$$

il y aura toujours :

$$\frac{1}{A} - \frac{1}{Ba} + \frac{1}{Cb} - \frac{1}{Dc} + \frac{1}{Ed} - \ldots \frac{1}{z} = 0.$$

D é m o n s t r a t i o n

de ce théorème général

§. 9. Il est clair que ni le théorème 4, ni, à plus forte raison, le théorème général ne sauroient être démontrés de la manière précédente, c'est-à-dire au moyen de la méthode que nous avons employée dans les trois premiers théorèmes, à cause de la complication des valeurs A, B, C, etc. et a, b, c, etc. Mais heureusement il se trouve que la démonstration du théorème général, qui renferme tous les précédens, peut être déduite assez facilement de celle du premier des théorèmes que j'ai démontrés autrefois (Acta Acad. Imp. Sc. T. I. P. I.) savoir :

$$\frac{1}{\mathfrak{A}} + \frac{1}{\mathfrak{B}} + \frac{1}{\mathfrak{C}} + \frac{1}{\mathfrak{D}} + \text{etc.} = 0$$

les dénominateurs de ces fractions étant :

$$\mathfrak{A} = (\mathfrak{b}-\mathfrak{a})\,(\mathfrak{c}-\mathfrak{a})\,(\mathfrak{d}-\mathfrak{a})\,(\mathfrak{e}-\mathfrak{a})\,(\text{etc.}$$
$$\mathfrak{B} = (\mathfrak{a}-\mathfrak{b})\,(\mathfrak{c}-\mathfrak{b})\,(\mathfrak{d}-\mathfrak{b})\,(\mathfrak{e}-\mathfrak{b})\,(\text{etc.}$$
$$\mathfrak{C} = (\mathfrak{a}-\mathfrak{c})\,(\mathfrak{b}-\mathfrak{c})\,(\mathfrak{d}-\mathfrak{c})\,(\mathfrak{e}-\mathfrak{c})\,(\text{etc.}$$
$$\mathfrak{D} = (\mathfrak{a}-\mathfrak{d})\,(\mathfrak{b}-\mathfrak{d})\,(\mathfrak{c}-\mathfrak{d})\,(\mathfrak{e}-\mathfrak{d})\,(\text{etc.}$$

- - - - - - - - - - - - -

- - - - - - - - - - - - -

- - - - - - - - - - - - -

$$\mathfrak{Z} = (\mathfrak{a}-\mathfrak{z})\,(\mathfrak{b}-\mathfrak{z})\,(\mathfrak{c}-\mathfrak{z})\,(\mathfrak{d}-\mathfrak{z})\,(\mathfrak{e}-\mathfrak{z})\,(\text{etc.}$$

Car en mettant ici

$$\mathfrak{a} = 0$$
$$\mathfrak{b} = \alpha$$
$$\mathfrak{c} = \alpha + \beta$$
$$\mathfrak{d} = \alpha + \beta + \gamma$$
$$\mathfrak{e} = \alpha + \beta + \gamma + \delta$$
$$\mathfrak{f} = \alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon$$
$$- \; - \; - \; - \; - \; - \; - \; - \; - \; -$$
$$- \; - \; - \; - \; - \; - \; - \; - \; - \; -$$
$$- \; - \; - \; - \; - \; - \; - \; - \; - \; -$$
$$\mathfrak{z} = \alpha + \beta + \gamma + \delta + \ldots\ldots \omega$$

nous aurons

$$\mathfrak{A} = \alpha(\alpha + \beta)\ (\alpha + \beta + \gamma) \ldots\ldots (\alpha + \beta + \gamma + \ldots \omega)$$
$$\mathfrak{B} = -\alpha\beta(\beta + \gamma)\ (\beta + \gamma + \delta) \ldots\ldots (\beta + \gamma + \delta + \ldots \omega)$$
$$\mathfrak{C} = \beta(\beta + \alpha)\gamma(\gamma + \delta)(\gamma + \delta + \varepsilon)\ .\ (\gamma + \delta + \varepsilon + \ldots \omega)$$
$$\mathfrak{D} = -\gamma(\gamma + \beta)\ (\gamma + \beta + \alpha)\delta(\delta + \varepsilon)\ .\ (\delta + \varepsilon + \ldots\ldots \omega)$$

et ainsi de suite. En comparant ces valeurs avec celles que nous avons données ci-dessus pour A, B, C, etc. et *a*, *b*, *c*, etc. il s'ensuit que

$$\mathfrak{A} = \mathrm{A}$$
$$\mathfrak{B} = -\mathrm{B}\,a$$
$$\mathfrak{C} = +\mathrm{C}\,b$$
$$\mathfrak{D} = -\mathrm{D}\,c$$
etc. etc.

Or donc à cause de

$$\frac{1}{\mathfrak{A}} + \frac{1}{\mathfrak{B}} + \frac{1}{\mathfrak{C}} + \frac{1}{\mathfrak{D}} + \text{etc.}$$

nous aurons cette relation :

$$\frac{1}{\mathrm{A}} - \frac{1}{\mathrm{B}a} + \frac{1}{\mathrm{C}b} + \frac{1}{\mathrm{D}c} + \frac{1}{\mathrm{E}d} - \ldots \frac{1}{z} = 0$$

la même qu'il faloit démontrer.

Scholie 1.

§. 10. Ayant vu, par la démonstration précédente, que tous nos théorèmes ne sont que des cas particuliers du premier des theorèmes démontrés dans la première partie du premier Volume des *Acta*, il est clair que les cas spéciels de ce dernier théorème pourront être démontrés d'une manière toute semblable à celle que nous avons mise en usage dans les trois premiers théorèmes exhibés dans ce petit mémoire. Effectivement si, comme dans les démonstrations de ces théorèmes nous commençons par l'équation identique et sa compagne :

$$\frac{1}{b-a}+\frac{1}{a-b}=0$$
$$-\frac{1}{c-b}-\frac{1}{b-c}=0$$

en prenant la somme nous aurons cette nouvelle équation:

$$\frac{1}{b-a}+\frac{c-a}{(a-b)(c-b)}-\frac{1}{b-c}=0$$

qui, divisée par $c-a$, prend cette forme plus réguliere :

$$\frac{1}{(b-a)(c-a)}+\frac{1}{(a-b)(c-b)}+\frac{1}{(a-c)(b-c)}=0.$$

Or pour le cas de trois lettres a, b, c, les suivantes d, e, f .... z étant $=0$, les valeurs de $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, du § 9 seront

$$\mathfrak{A}=(b-a)(c-a)$$
$$\mathfrak{B}=(a-b)(c-b)$$
$$\mathfrak{C}=(a-c)(b-c)$$

ce qui étant substitué au lieu des denominateurs, dans notre équation trouvée tantôt, elle deviendra :

$$\frac{1}{\mathfrak{A}}+\frac{1}{\mathfrak{B}}+\frac{1}{\mathfrak{C}}=0.$$

Reprenant cette équation, telle qu'elle étoit avant la substitution, et lui souscrivant une autre, formée de la première, en avançant d'une lettre, en changeant les signes et écrivant le premier terme sous le

second de la prèmiere et le second sous le troisième de cette manière :

$$\frac{1}{(\mathfrak{b}-\mathfrak{a})(\mathfrak{c}-\mathfrak{a})}+\frac{1}{(\mathfrak{a}-\mathfrak{b})(\mathfrak{c}-\mathfrak{b})}+\frac{1}{(\mathfrak{a}-\mathfrak{c})(\mathfrak{b}-\mathfrak{c})}=0$$

$$-\frac{1}{(\mathfrak{c}-\mathfrak{b})(\mathfrak{d}-\mathfrak{b})}-\frac{1}{(\mathfrak{b}-\mathfrak{c})(\mathfrak{d}-\mathfrak{c})}-\frac{1}{(\mathfrak{b}-\mathfrak{d})(\mathfrak{c}-\mathfrak{d})}=0$$

en prenant la somme on aura cette nouvelle équation :

$$0=\frac{1}{(\mathfrak{b}-\mathfrak{a})(\mathfrak{c}-\mathfrak{a})}+\frac{\mathfrak{d}-\mathfrak{a}}{(\mathfrak{a}-\mathfrak{b})(\mathfrak{c}-\mathfrak{b})(\mathfrak{d}-\mathfrak{b})}+\frac{\mathfrak{d}-\mathfrak{a}}{(\mathfrak{a}-\mathfrak{c})(\mathfrak{b}-\mathfrak{c})(\mathfrak{d}-\mathfrak{c})}-\frac{1}{(\mathfrak{b}-\mathfrak{d})(\mathfrak{c}-\mathfrak{d})}$$

laquelle, divisée par $\mathfrak{d}-\mathfrak{a}$, à cause de

$$\mathfrak{A}=(\mathfrak{b}-\mathfrak{a})(\mathfrak{c}-\mathfrak{a})(\mathfrak{d}-\mathfrak{a})$$
$$\mathfrak{B}=(\mathfrak{a}-\mathfrak{b})(\mathfrak{c}-\mathfrak{b})(\mathfrak{d}-\mathfrak{b})$$
$$\mathfrak{C}=(\mathfrak{a}-\mathfrak{c})(\mathfrak{b}-\mathfrak{c})(\mathfrak{d}-\mathfrak{c})$$
$$\mathfrak{D}=(\mathfrak{a}-\mathfrak{d})(\mathfrak{b}-\mathfrak{d})(\mathfrak{c}-\mathfrak{d})$$

deviendra

$$\frac{1}{\mathfrak{A}}+\frac{1}{\mathfrak{B}}+\frac{1}{\mathfrak{C}}+\frac{1}{\mathfrak{D}}=0.$$

De la même manière on pourra démontrer que

$$\frac{1}{\mathfrak{A}}+\frac{1}{\mathfrak{B}}+\frac{1}{\mathfrak{C}}+\frac{1}{\mathfrak{D}}+\frac{1}{\mathfrak{E}}=0$$
$$\frac{1}{\mathfrak{A}}+\frac{1}{\mathfrak{B}}+\frac{1}{\mathfrak{C}}+\frac{1}{\mathfrak{D}}+\frac{1}{\mathfrak{E}}+\frac{1}{\mathfrak{F}}=0$$

et ainsi de suite

Scholie 2.

§. 11. Ayant aussi démontré, dans le mémoire souvent cité, les équations suivantes :

$$\frac{\mathfrak{a}}{\mathfrak{A}}+\frac{\mathfrak{b}}{\mathfrak{B}}+\frac{\mathfrak{c}}{\mathfrak{C}}+\frac{\mathfrak{d}}{\mathfrak{D}}+\text{etc.}=0$$
$$\frac{\mathfrak{a}^2}{\mathfrak{A}}+\frac{\mathfrak{b}^2}{\mathfrak{B}}+\frac{\mathfrak{c}^2}{\mathfrak{C}}+\frac{\mathfrak{d}^2}{\mathfrak{D}}+\text{etc}=0$$
$$\frac{\mathfrak{a}^3}{\mathfrak{A}}+\frac{\mathfrak{b}^3}{\mathfrak{B}}+\frac{\mathfrak{c}^3}{\mathfrak{C}}+\frac{\mathfrak{d}^3}{\mathfrak{D}}+\text{etc.}=0$$

- - - - - - - - - - -

- - - - - - - - - - -

- - - - - - - - - - -

$$\frac{\mathfrak{a}^n}{\mathfrak{A}}+\frac{\mathfrak{b}^n}{\mathfrak{B}}+\frac{\mathfrak{c}^n}{\mathfrak{C}}+\frac{\mathfrak{d}^n}{\mathfrak{D}}+\text{etc.}=0$$

en mettant ici à la place de $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$, etc. $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, etc. leurs valeurs ci-dessus indiquées (§. 9.) il en résulte d'autres relations numériques.. Par exemple de la première il résulte :

$$\frac{1}{B} - \frac{1}{\beta C} + \frac{1}{\gamma(\gamma+\beta)D} - \frac{1}{\delta(\delta+\gamma)(\delta+\gamma+\beta)\varepsilon} + \text{etc.} = 0$$

Les autres devenant de plus en plus compliquées, il n'y a qu'un très petit intérêt à espérer de leur développement. Je me contente donc d'avoir rapporté cette observation et je termine ici cette bagatelle analytique.



SOLUTIO PROBLEMATUM
ALIQUOT
EX GEOMETRIA SUBLIMIORI.

AUCTORE

PAULO FUSS.

Conventui exhibuit die 30. Sept. 1818.

Problema 1.

§. 1. *Invenire curvam, in cujus quolibet puncto Y summa subtangentis et subnormalis sit ejusdem magnitudinis.*

Solutio.

Referatur curva AM ad axem AB, sintque coordinatae ejus Tab. II.
AX $= x$ et XY $= y$, eritque ex conditione problematis TN $=$ TX $+$ XN $= a$, Fig. 1.
ac substitutis loco TX et XN notis valoribus, habebimus

$$\frac{y\partial x}{\partial y} + \frac{y\partial y}{\partial x} = a,$$

positoque $\frac{\partial y}{\partial x} = p$, aequatio nostra mutabitur in hanc:

$$\frac{y}{p} + py = a,$$

unde statim eruitur

$$y = \frac{ap}{1+pp}.$$

Sumtis differentialibus hujus aequationis, et posito loco ∂y valore ejus $p\partial x$, habebimus:

$$\partial x = \frac{a\partial p}{p(1+pp)} - \frac{2ap\partial p}{(1+pp)^2}.$$

Cum vero sit

$$\frac{1}{p(1+pp)} = \frac{1}{p} + \frac{1}{1+pp} - \frac{p-pp}{p(1+pp)},$$

erit

$$\frac{1}{p(1+pp)} = \frac{1}{p} - \frac{p}{1+pp};$$

ideoque integrale primi membri facillime reperitur, fitque

$$\int \frac{a\partial p}{p(1+pp)} = alp - al\sqrt{1+pp} = a\,l\,\frac{p}{\sqrt{1+pp}};$$

alterius membri integrale est:

$$\int \frac{2ap\partial p}{(1+pp)^2} = \frac{-a}{1+pp}.$$

Habemus igitur tam abscissam, quam applicatam per eandem variabilem p expressam, scilicet

$$x = \frac{a}{1+pp} + a\,l\,\frac{p}{\sqrt{1+pp}} + C,$$

$$y = \frac{ap}{1+pp}.$$

Corollarium 1.

§. 2. Quodsi nunc loco p introducamus angulum curvedinis $XTY = \Phi$, meminisse oportet fore $p = \text{tg.}\Phi$, eritque

$$x = a\cos.\Phi^2 + a\,l\sin.\Phi + C \text{ et}$$

$$y = a\cos.\Phi\sin.\Phi = \frac{a}{2}\sin.2\Phi.$$

Constante autem C ita determinata, ut x evanescat casu $\Phi = 90^\circ$, erit $C = 0$, ideoque

$$x = a\cos.\Phi^2 + a\sin.\Phi \text{ et}$$

$$y = \frac{a}{2}\sin.2\Phi$$

Corollarium 2.

§. 3. Applicata y evanescit tam casu $\Phi = 0$, quam casu $\Phi = 90^\circ$, ac maxima evadit posito $\cos.2\Phi = 0$, hoc est casu $\Phi = 45^\circ$, quo casu fit $y = \frac{1}{2}a$, et $x = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}al2$, hicque valor quoque est maximus quem abscissae positivae accipere possunt, id quod etiam differentiatio indicat. Cum enim x etiam evanescat positis vel $\Phi = 90^\circ$, vel $\cos.\Phi^2 = -l\sin.\Phi$, invenietur maximus ejus valor ex conditione

$$\frac{\partial x}{\partial \Phi} = \frac{\partial y}{p \partial \Phi} = \frac{a \cos. \Phi \cos. 2\Phi}{\sin. \Phi} = 0,$$

quae adimpletur ubi $2\Phi = 90^\circ$, hoc est ubi $\Phi = 45^\circ$.

Corollarium 3.

§. 4. Tribuamus nunc angulo Φ successive valores a $\Phi = 90^\circ$ usque ad $\Phi = 0$ atque valores coordinatarum prodibunt, uti sequens tabula ostendit:

Φ	x	y	Φ	x	y
90°	$0,0000\,a$	$0,0000\,a$	45°	$0,1534\,a$	$0,5000\,a$
85	$0,0038\,a$	$0,0868\,a$	40	$0,1461\,a$	$0,4924\,a$
80	$0,0148\,a$	$0,1710\,a$	30	$0,0568\,a$	$0,4330\,a$
75	$0,0323\,a$	$0,2500\,a$	20	$-0,1898\,a$	$0,3213\,a$
70	$0,0548\,a$	$0,3213\,a$	10	$-0,7808\,a$	$0,1710\,a$
65	$0,0802\,a$	$0,3830\,a$	5	$-1,4477\,a$	$0,0868\,a$
60	$0,1061\,a$	$0,4330\,a$	2	$-2,3565\,a$	$0,0348\,a$
55	$0,1295\,a$	$0,4698\,a$	1	$-3,0485\,a$	$0,0174\,a$
50	$0,1467\,a$	$0,4924\,a$	0	$-\infty$	$0,0000\,a$

Corollarium 4.

§. 5. His valoribus inventis curvae figura jam proxime innotescit. Punctum A, ubi tangens AV ad axem normalis est, erit initium abscissarum, ibique erit tam $x = 0$, quam $y = 0$. Ab hoc puncto usque ad M, crescentibus abscissis, applicatae crescunt, pro illo vero puncto tam abscissa AX quam applicata XM maximum obtinent valorem, eritque tunc angulus curvedinis $MTX = \Phi = 45^\circ$. Dehinc coordinatae iterum decrescunt, abscissa autem, existente propemodum $y = 0,403\,a = AS$, iterum in nihilum abit pro valore $\Phi = 27^\circ$, sive propius $\Phi = 26^\circ, 50'$. Nunc vero abscissae denuo crescunt sed signo contrario et casu $\Phi = 0$ fiet $y = 0$ et $x = -\infty$, axisque AD, ut asymtota, tanget curvae ramum MZ in puncto ab A infinite remoto. Tab. II. Fig. 2.

Scholion.

§. 6. Caeterum haud abs re erit ostendisse, quomodo curva per aequationem inter ambas coordinatas x et y exprimitur. Hunc in finem, ob $y = \frac{ap}{1+pp}$, erit

$$p = \frac{a \pm \sqrt{aa - 4yy}}{2y} = \frac{\partial y}{\partial x};$$

unde sequitur fore

$$\partial x = \frac{2y\partial y}{a \pm \sqrt{aa - 4yy}},$$

quae expressio integrata dat

$$x = a\,l\sqrt{a \pm \sqrt{aa - 4yy}} - \frac{(a \pm \sqrt{aa - 4yy})}{2}.$$

Problema 2.

§. 7. *Investigare radium osculi curvae.*

Solutio.

Cum sit $\partial y = a\partial\Phi \cos. 2\Phi$, si hunc valorem substituamus in expressione generali radii osculi

$$R = \frac{-\partial y}{\partial\Phi \,.\, \sin\Phi},$$

habebimus pro nostro casu:

$$R = \frac{-a\cos. 2\Phi}{\sin. \Phi}.$$

Corollarium 1.

§. 8. Ex hac inventa expressione jam evidentissime patet radium osculi positivum fieri statim ac Φ attigerit valorem $\Phi = 45^\circ$. Punctum M igitur erit punctum reversionis, ac ramus reversus MZ erit versus axem convexus.

Corollarium 2.

§. 9. Curvam in puncto M habere cuspidem etiam inde patet, quod, ob

$$\partial^2 y = -2 a \partial \Phi^2 \sin. 2\Phi \quad \text{et}$$
$$\partial x^2 = a a \partial \Phi^2 \cos. 2\Phi^2 \cot. \Phi^2$$

sit

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{-2 \,\text{tg.}\, 2\Phi}{a \cos 2\Phi \cot \Phi^2} = -\infty$$

quod evenit casu $\Phi = 45^\circ$.

Corollarium 3.

§. 10. Adhuc notandum est esse pro puncto A, ubi $\Phi = 90^\circ$, radium osculi $R = + a$; in M vero, ubi $\Phi = 45^\circ$ erit $R = 0$; M igitur est punctum in quo R ex negativo transit in positivum. Ubi autem $\Phi = 0$, hoc est in puncto contactus curvae cum asymptota, erit $R = -\infty$.

Problema 3.

§. 11. *Invenire arcum curvae* $AY = s$.

Solutio.

Cum sit

$$\partial x^2 = \frac{a a \partial \Phi^2 \cos. \Phi^2 (1 - 2 \sin. \Phi^2)^2}{\sin. \Phi^2} \quad \text{et}$$
$$\partial y^2 = a a \partial \Phi^2 (1 - 2 \sin. \Phi^2)^2$$

erit

$$\partial s = \sqrt{\partial x^2 + \partial y^2} = \frac{a \partial \Phi (1 - 2 \sin. \Phi^2)}{\sin. \Phi},$$

hincque

$$s = a \int \frac{\partial \Phi}{\sin. \Phi} - 2 a \int \partial \Phi \sin. \Phi,$$

ac, instituta integratione, nanciscimur

$$s = a\, l\, \text{tg.} \tfrac{1}{2} \Phi + 2 a \cos. \Phi + C,$$

quam constantem C, si ita definiamus, ut arcus evanescat sumto $\Phi = 90^\circ$, erit $C = 0$, ita ut sit

$$s = a\, l\, \text{tg.} \tfrac{1}{2} \Phi + 2 a \cos. \Phi.$$

Corollarium.

§. 12. Sit $\Phi = 45^\circ$, erit

$$s = - al \text{ tg. } 22^\circ, 30' + a\sqrt{2},$$

hoc est arcus AM $= 0{,}5328\,a$. Posito autem $\phi = 0$, erit arcus MZ $= - \infty$.

Problema 4.

§. 13. *Invenire quadraturam curvae.*

Solutio.

Cum habeamus

$$\partial x = - a\partial\phi \sin. 2\phi + a\partial\phi \cot. \phi$$

erit spatium indefinitum

$$\int y\partial x = - \tfrac{1}{2} aa\int\partial\phi \sin. 2\phi^2 + aa\int\partial\phi \cos. \phi^2.$$

Est vero, ut ex calculo integrali constat,

$$\int\partial\phi \sin. 2\phi^2 = \tfrac{1}{2}\phi - \tfrac{1}{8}\sin. 4\phi$$

$$\int\partial\phi \cos. \phi^2 = \tfrac{1}{2}\phi + \tfrac{1}{4}\sin. 2\phi$$

hinc sequitur fore

$$\int y\partial x = \tfrac{1}{4} aa\,(\phi + \sin. 2\phi + \tfrac{1}{4}\sin. 4\phi) + C,$$

ubi, si constans C ita determinetur ut area evanescat casu $\phi = 90^\circ$, fit $C = - \frac{1}{8}\pi a^2$, ita ut habeamus pro quadratura curvae quaesita

$$\int y\partial x = \tfrac{1}{4} aa\,(\phi + \sin. 2\phi + \tfrac{1}{4}\sin. 4\phi - \tfrac{\pi}{2}).$$

Corollarium.

§ 14. Sumto nunc $\phi = 45^\circ$, erit spatium AMX $= 0{,}0536\,aa$. Posito vero $\phi = 0$ erit totum spatium intra curvam et asymptotam inclusum $= - \frac{1}{8}\pi aa = - 0{,}3927\,aa$, ubi signum $-$ tantum positionem spatii indicat. Si denique ponatur $\phi = 30^\circ$, erit area
Tab II. Fig. 6. $= 0{,}0088\,aa$, hoc est AMX $=$ SMY proxime.

Problema 5.

§. 15. *Investigare superficiem conoïdis ex rotatione curvae circa axem AB geniti.*

Solutio.

Ex praecedentibus scimus jam esse

$$\partial y = \frac{a\partial\Phi \cos. 2\Phi}{\sin. \Phi} = \frac{a\partial\Phi\,(2\cos.\Phi^2 - 1)}{\sin.\Phi}$$

$$y = a \sin.\Phi \cos.\Phi$$

erit igitur superficies conoïdis, quam vocemus S,

$$= 2\pi\int y\partial s = 4\pi aa\int\partial\Phi \cos.\Phi^3 - 2\pi aa\int\partial\Phi \cos.\Phi.$$

Constat autem esse.

$$\int\partial\Phi \cos.\Phi^3 = \tfrac{1}{3}\sin.\Phi \cos.\Phi^2 + \tfrac{2}{3}\sin.\Phi$$

$$\int\partial\Phi \cos.\Phi = \sin.\Phi,$$

quibus rite substitutis, erit

$$S = 2\pi aa \sin \Phi - \tfrac{4}{3}\pi aa \sin.\Phi^3 + C,$$

ubi denuo constantem C ita definiri oportet ut casu $\Phi = 90^\circ$, superficies S evanescat, quo facto fit $C = -\frac{2}{3}\pi aa$, ita ut

$$S = 2\pi aa(\sin.\Phi - \tfrac{2}{3}\sin.\Phi^3 - \tfrac{1}{3}).$$

Corollarium.

§. 16. Sumto hic $\Phi = 45^\circ$ prodit superficies conoïdis, ex rotatione spatii definiti AMX circa AX, geniti $= 0{,}8675\,aa$. Posito autem $\Phi = 0$, erit superficies conoïdis ad sinistram puncti A siti $= -\frac{2}{3}\pi aa$.

Problema 6.

§. 17. *Invenire soliditatem ejusdem conoïdis.*

Solutio.

Vocetur haec soliditas $= \Sigma$ et ob

$$y^2 = aa \sin.\Phi^2 \cos.\Phi^2$$

$$\partial x = a\partial\Phi \cos. 2\Phi \cot.\Phi = a\partial\Phi\,(2\cos.\Phi^2 - 1)\cot.\Phi,$$

erit $\Sigma = 2\pi a^3\int\partial\Phi \cos.\Phi^5 \sin.\Phi - \pi a^3\int\partial\Phi \cos.\Phi^3 \sin.\Phi$. Est vero per notam reductionem

$$\int \partial\Phi \cos.\Phi^5 \sin.\Phi = \tfrac{1}{6}\sin.\Phi^2 \cos.\Phi^4 + \tfrac{2}{3}\int \partial\Phi \cos.\Phi^3 \sin.\Phi$$
$$\int \partial\Phi \cos.\Phi^3 \sin.\Phi = \tfrac{1}{4}\sin.\Phi^2 \cos.\Phi^2 + \tfrac{1}{2}\int \partial\Phi \sin.\Phi \cos.\Phi$$
$$= \tfrac{1}{4}\sin.\Phi^2 \cos.\Phi^2 - \tfrac{1}{8}\cos. 2\Phi,$$

unde, substituendo et reducendo, emergit

$$\Sigma = \tfrac{1}{48}\pi a^3 \sin. 2\Phi^2 (4 \cos.\Phi^2 + 1) - \tfrac{1}{24}\pi a^3 \cos. 2\Phi + C$$

quod, cum casu $\Phi = 90^\circ$, evanescat, dat pro constante C valorem $= -\frac{1}{24}\pi a^3$, ideoque

$$\Sigma = \tfrac{1}{48}\pi a^3 \sin. 2\Phi^2 (4 \cos.\Phi^2 + 1) - \tfrac{1}{24}\pi a^3 (\cos. 2\Phi + 1)$$

sive

$$\Sigma = \tfrac{1}{12}\pi a^3 [\tfrac{1}{4}\sin. 2\Phi^2 (4 \cos.\Phi^2 + 1) - \cos.\Phi^2]$$
$$= \tfrac{1}{12}\pi a^3 \cos.\Phi^4 (4 \sin.\Phi^2 - 1).$$

Corollarium.

§. 18. Sumto nunc $\Phi = 45^\circ$, erit solidum ex rotatione trilinei AMX natum $= \frac{1}{48}\pi a^3$, sumto autem $\Phi = 0$, prodit solidum ex rotatione partis sinistrae genitum, eritque $= \frac{1}{12}\pi a^3$, aequale praecedenti quater sumto. Casu $\Phi = 30^\circ$, fit $\Sigma = 0$, cujus paradoxi apparentis ratio in eo quaerenda, quod pars positiva solidi
Fig. 5. a parte negativa destruitur, ob AMX = SMY (§. 14.). Si $\Phi = 60^\circ$ habemus $\Sigma = \frac{1}{96}\pi a^3$, quod est semissis partis ad dextram sitae.



LONGITUDE D'ASTRAKHAN,

DÉDUITE DES OCCULTATIONS D'ÉTOILES PAR LA LUNE.

PAR

F. WISNIEWSKI.

Présenté à la Conférence le 20. Janv. 1819.

J'ai observé, pour la détermination de la longitude géographique de la ville d'*Astrakhan*, les quatre occultations d'étoiles suivantes :

1) Immersion de σ ♈ au bord obscur de la lune, le 27 Décembre 1808 *n. st.*, à $13^h\,37'\,52'',52$ *tems moyen;* l'étoile ayant disparu subitement, je crois cette observation très-exacte. L'émersion de cette étoile, du bord éclairé de la lune, a été manquée à cause de la petitesse de l'étoile; je conjecture qu'elle a eu lieu à $14^h 22' 12''$ à peu près. Le tems moyen de cette observation a été très bien déterminé par des hauteurs correspondantes du soleil, prises le 27 et le 28 Décembre.

2) Immersion de α' ♋ au bord obscur de la lune, le 27 Février 1809, à $13^h\,0'\,16'',00$ *t. m.;* observation très-exacte. L'émersion de cette étoile n'a pu être remarquée, à cause de l'éclat trop vif de la lune. Le tems moyen a été déterminé par six hauteurs de α du *Lion*, observées la même nuit, et par plusieurs hauteurs du soleil, qui furent prises le lendemain après midi.

3) Immersion de 2 ϱ ♐ au bord obscur de la lune, le 26 Septembre 1811, à $10^h 5' 11'',33$ *t. m.;* observation très-exacte. A l'émersion la vue de la lune était dérobée par des

maisons voisines. Le tems moyen de cette immersion a été déterminé par des hauteurs de α de la *Lyre* et de α du *Cocher*, observées la même nuit, et par des hauteurs correspondantes du soleil, qui furent prises le lendemain.

4) Immersion de 314. ♒ au bord obscur de la lune le 30 Septembre 1811, à $11^h 22' 59'',13$ *t.m.*; observation très-exacte. L'émersion de cette étoile a été invisible, à cause de la grande phase de la lune. Le tems moyen de cette immersion a été aussi déterminé par des hauteurs des deux étoiles ci-dessus mentionnées, qui furent observées la nuit du 30 Septembre, et également par des hauteurs correspondantes du soleil du lendemain.

Je dois remarquer ici, que les observations des deux premières occultations ont été faites dans une maison, située $4'',27$ en tems à l'orient de l'église cathédrale *Uspenskaja* (Успенскій Соборъ); et que les deux dernières occultations ont été observées dans une autre maison, qui est aussi située à l'orient de l'église mentionnée, mais seulement de $0'',42$ en tems.

L'immersion de σ ♈ du 27 Décembre 1818 fut aussi observée à *Wilna* à $11^h 35' 50'',6$ *tems vrai*, et à *Dorpat* à $5^h 51' 59''$ *tems de la pendule.* Comme la pendule de *Dorpat* marqua le même jour $5^h 3' 21'',6$ au passage de β ♉ au méridien, et retardait $1'',8$ par jour par rapport au tems sidéral, il en résulte le tems moyen solaire de l'immersion à *Dorpat* $= 11^h 38' 6'',94$. Malheureusement hors ces deux observations correspondantes je n'en connais point d'autres de cette occultation. La latitude apparente de σ ♈ à l'époque de ces observations a été $= 0^\circ 35' 45'',93$ australe. Avec ces données et les élémens de la lune, que j'ai calculés, comme à l'ordinaire, sur les tables lunaires de Mr. *Burckhardt* je trouve, en supposant l'applatissement de $\frac{1}{308,65}$, les résultats suivans:

Calcul de l'occultation de o ♈, du 27 Décembre 1808.

Observation faite à Astrakhan.

	Immersion
Tems moyen solaire de l'observation . .	$13^h37'52'',52$
Longitude supposée d'*Astrakhan*, en tems .	3 3 3, 0
Longitude vraie (de la lune)	$41^\circ21$ 38, 1
Latitude vraie (de la lune) . . .	— 0 1 53, 66
Parallaxe équat. (de la lune) . . .	0 54 3, 69
Démi-diamètre (de la lune)	0 14 43, 90
Latitude corrigée du lieu à *Astrakhan* . .	46 9 50, 3
Parallaxe horizontale de la lune . . .	0 53 58, 19
Ascension droite (du zénith)	120 41 8, 5
Longitude (du zénith)	112 58 41, 2
Latitude (du zénith)	25 7 19, 5
Parallaxe de longitude (de la lune)	0 46 34, 51
Latitude apparente (de la lune) .	— 0 24 54, 91
Dèmi-diamètre apparent (de la lune)	0 14 47, 78
S n	603, 62
S N	2190, 89
m	1765, 10

Tems moyen solaire de la conjonction vraie de la lune et de o ♈, à *Astrakhan*:

de l'Imm. $= 12^h23'24'',10 + 3,000\,ds - 2,200\,d\beta - 0,822\,d\pi$ . . . [A]

Observations faites à Wilna et à Dorpat.

	Immersion à *Wilna*	Immersion à *Dorpat*
Tems moyen solaire de l'observat.	$11^h37'32'',20$	$11^h38\ 0'',94$
Longitude du lieu de l'observation, en tems . .	1 31 49, 7	1 37 30, 9
Longitude vraie } de la lune	41° 7 21, 56	41° 4 54, 28
Latitude vraie } de la lune	— 0 0 36, 76	— 0 0 23, 27
Parallaxe équat. } de la lune	0 54 3, 76	0 54 3, 78
Demi-diamètre } de la lune	0 14 43, 93	0 14 43, 93
Latitude corrigée du lieu de l'observation . . .	54 30 29, 9	58 12 45, 5
Parallaxe horizontale de la lune	0 53 56, 77	0 53 56, 16
Ascension droite } du zénith	90 34 51, 5	90 43 20, 4
Longitude } du zénith	90 23 37, 3	90 27 47, 0
Latitude } du zénith	31 2 49, 5	34 45 6, 4
Parallaxe de longitude } de la lune	0 35 19, 90	0 33 55, 24
Latitude apparente } de la lune	— 0 28 41, 00	— 0 31 23, 54
Demi-diamètre appar. } de la lune	0 14 51, 67	0 14 54, 33
S *n*	783, 94	851, 87
S N	1335, 95	1183, 36
m	1765, 10	1765, 10

Tems moyen solaire de la conjonction vraie de la lune et de o ♈, à *Paris* :

de l'Imm. observée à *Wilna*

$= 9^h20'17'',77 + 2,320\,ds - 1,106\,d\beta - 0,761\,d\pi$ . . . [B]

de l'Imm. observée à *Dorpat*

$= 9^h20'22'',49 + 2,134\,ds - 0,629\,d\beta - 0,921\,d\pi$ . . . [C]

Par la substitution de la quantité: $0'',45 - 0,10\,d\pi$, pour la correction *ds* du démi-diamètre lunaire, qui a été déterminée antérieurement par les occultations d'*Aldebaran*, les quantités [A], [B] et [C] se réduisent aux suivantes:

$$[A] \ldots\ldots = 12^h 23' 25'',45 - 2,200\,d\beta - 1,122\,d\pi,$$
$$[B] \ldots\ldots = 9\ 20\ 18,\ 81 - 1,106\,d\beta - 0,993\,d\pi,$$
$$[C] \ldots\ldots = 9\ 20\ 23,\ 45 - 0,629\,d\beta - 1,134\,d\pi;$$

d'où nous tirons pour la longitude d'*Astrakhan* ces deux valeurs:

$$[A] - [B] \ldots = 3^h 3' 6'',64 - 1,094\,d\beta - 0,129\,d\pi,$$
$$[A] - [C] \ldots = 3\ 3\ 2,\ 00 - 1,571\,d\beta + 0,012\,d\pi.$$

La moyenne en est

$$= 3^h 3' 4'',32 - 1,332\,d\beta - 0,058\,d\pi.$$

On ne peut pas déterminer ici, avec quelque certitude, la correction $d\beta$ de la latitude de la lune: vu que dans l'équation,

$$[B] - [C] \ldots 0 = - 4'',64 - 0,477\,d\beta + 0,141\,d\pi,$$

le coéfficient de cette correction n'est pas assez grand. En effet cette équation donne pour $d\beta$ la quantité: $-9'',73 + 0,30\,d\pi$; qui parait trop forte dans l'état actuel des tables lunaires. D'ailleurs, ne pouvant ici vérifier ni la grandeur, ni même le signe de $d\beta$, au défaut d'autres observations correspondantes de cette occultation, il semble que nous ne devons pas nous fonder sur cette valeur de $d\beta$, ainsi obtenue; d'autaut moins, qu'elle est peut-être affectée par l'erreur de la différence des méridiens, supposée entre *Wilna* et *Dorpat*. Donc le meilleur parti, dans ces circonstances, serait peut-être de n'avoir aucun égard à cette correction et de faire simplement

la longitude d'*Astrakhan* $= 3^h 3' 4'',32 - 0,058\,d\pi$.

Passons maintenant au calcul de l'occultation de α' ♋ du 27 Février 1809, qui fut aussi observée dans les lieux suivans:

à *Greenwich*	Imm. =	$8^h 17' 2'',41$	*t. m.*	
- *Marseille*	Imm. =	8 41 59, 75	- -	
- *Milan* .	Imm. =	9 4 0, 4	- -	
- — .	Ém. =	10 24 30, 3	- -	
- *Mirepoix*	Imm. =	8 9 20, 1	*t. vr.*	
- — .	Ém. =	9 32 30,	- -	moins sûre.

De ces observations nous exclurons la dernière, parce qu'elle est marquée d'être moins sûre. La latitude apparente de α' ♋ à l'époque de cette occultation a été $5° 29' 38'',08$ *australe*. Avec ces données et les élémens de la lune, tirées des tables lunaires de Mr. *Burckhardt*, on trouve les résultats suivans:

Calcul de l'occultation de α′ ♋, du 27 Février 1809.

Observation faite à Astrakhan.

		Immersion
Tems moyen solaire de l'observation		13h 0′ 16″,00
Longitude supposée d'*Astrakhan*, en tems		3 3 3, 0
Longitude vraie	de la lune	130° 35 3, 1
Latitude vraie	de la lune	— 5 3 54, 25
Parallaxe équat.	de la lune	0 56 49, 20
Démi-diamètre	de la lune	0 15 29, 01
Latitude corrigée du lieu d'observation		46 9 50, 3
Parallaxe horizontale de la lune		0 56 43, 42
Ascension droite	du zénith	172 22 4, 16
Longitude	du zénith	151 34 26, 44
Latitude	du zénith	38 41 13, 04
Parallaxe de longitude	de la lune	0 16 6, 96
Latitude apparente	de la lune	— 5 43 18, 00
Démi-diamètre apparent	de la lune	0 15 39, 33
S *n*		460, 54
S N		506, 42
m		1972, 19

Tems moyen solaire de la conjonction vraie de la lune et de α′ ♋, à *Astrakhan* :

de l'Imm. $= 12^h 44' 51'',59 + 3,741\, ds + 3,265\, d\beta - 2,787\, d\pi$ . . . [A′]

Observations faites à Greenwich et à Marseille.

	Immersion à *Greenwich*	Immersion à *Marseille*
Tems moyen solaire de l'observat.	$8^h 17' 2'',41$	$8^h 41' 59'',75$
Longitude du lieu d'observation, en tems	— 0 9 22, 0	0 12 7, 6
Longitude vraie } de la lune . . .	129° 45 20, 2	129° 47 13, 9
Latitude vraie } de la lune	— 5 4 19, 21	— 5 4 18, 33
Parallaxe équat. } de la lune	0 56 46, 57	0 56 46, 67
Demi-diamètre } de la lune . . .	0 15 28, 29	0 15 28, 32
Latitude corrigée du lieu d'observation . . .	51 17 46, 8	43 6 41, 0
Parallaxe horizontale de la lune	0 56 39, 81	0 56 41, 48
Ascension droite } du zénith . . .	101 29 56, 6	107 44 25, 2
Longitude . } du zénith	98 7 41, 2	103 44 14, 0
Latitude . } du zénith . .	28 9 30, 7	20 29 32, 7
Parallaxe de longitude } de la lune .	0 26 37, 76	0 23 44, 51
Latitude apparente } de la lune	— 5 35 3, 72	— 5 28 36, 39
Demi-diamètre appar. } de la lune .	0 15 39, 15	0 15 40, 80
S *n*	885, 02	943, 09
S N	2482, 78	2367, 60
m	1970, 54	1970, 60

Tems moyen solaire de la conjonction vraie de la lune et de α′ ♋ à *Paris :*

de l'Imm. observée à *Greenwich*

$$= 9^h 42' 0'',22 + 1,948\,ds + 0,675\,d\beta + 0,493\,d\pi \ldots [B]$$

de l'Imm. observée à *Marseille*

$$= 9^h 41' 57'',41 + 1,831\,ds - 0,120\,d\beta + 0,816\,d\pi \ldots [C]$$

Observations faites à Milan.

	Immersion	Émersion
Tems moyen solaire de l'observ.	$9^h\ 4'\ 0'',4$	$10^h 24\ 30'',3$
Longitude de *Milan* en tems	0 27 25, 7	0 27 25, 7
Longitude vraie (de la lune)	$129°50\ 54,\ 1$	$130°34\ 58,\ 5$
Latitude vraie (de la lune)	— 5 4 16, 61	— 5 3 54, 28
Parallaxe équat. (de la lune)	0 56 46, 86	0 56 49, 19
Demi-diamètre (de la lune)	0 15 28, 37	0 15 29, 00
Latitude corrigée de *Milan*	45 16 51, 4	45 16 51, 4
Parallaxe horizontale de la lune	0 56 41, 26	0 56 43, 58
Ascension droite (du zénith)	113 14 51, 5	133 25 38, 4
Longitude (du zénith)	107 35 29, 5	122 45 41, 0
Latitude (du zénith)	23 13 47, 1	26 38 19, 6
Parallaxe de longitude (de la lune)	0 20 5, 37	0 7 1, 81
Latitude apparente (de la lune)	— 5 31 9, 82	— 5 34 5, 48
Demi-diamètre appar. (de la lune)	0 15 40, 93	0 15 42, 06
S *n*	940, 79	907, 54
S N	2146, 16	485, 73
m	1970, 72	1972, 24

Tems moyen solaire de la conjonction vraie de la lune et de α' ♋, à *Paris* :

de l'Imm. $= 9^h 41' 55'',18 + 1,835\, ds + 0,179\, d\beta + 0,562\, d\pi$ . . . [D']

— l'Em. $= 9\ 42\ 17,\ 98 - 1,904\, ds - 0,540\, d\beta + 0,513\, d\pi$ . . . [E']

Observation faite à Mirepoix.

	Immersion
Tems moyen solaire de l'observation	$8^h 22' 20'',5$
Longitude de *Mirepoix*, en tems	0 1 51, 3
Longitude vraie } de la lune	129°44 7, 76
Latitude vraie } de la lune	— 5 4 19, 77
Parallaxe équat. } de la lune	0 56 46, 50
Demi-diamètre } de la lune	0 15 28, 27
Latitude corrigée de *Mirepoix*	42 54 9, 3
Parallaxe horizontale de la lune	0 56 41, 36
Ascension droite } du zénith	102 49 24, 7
Longitude } du zénith	99 57 20, 5
Latitude } du zénith	19 52 59, 1
Parallaxe de longitude } de la lune	0 26 56, 62
Latitude apparente } de la lune	— 5 27 55, 08
Démi-diamètre apparent } de la lune	0 15 40, 36
S *n*	938, 99
S N	2555, 62
m	1970, 52

Tems moyen solaire de la conjonction vraie de la lune et de α' ♋, à *Paris :*

de l'Imm. $= 9^h 42' 0'',87 + 1,838\, ds - 0,201\, d\beta + 0,952\, d\pi$ . . [F']

En mettant, $0''.45 - 0,10\,d\pi$, pour ds dans les quantités [A′] [B′] [C′] [D′] [E′] et [F′], nous aurons :

$$[A'] \ldots = 12^h 44' 53'',27 + 3,265\,d\beta - 3,161\,d\pi\,,$$
$$[B'] \ldots = 9\;42\;\;1,\;10 + 0,675\,d\beta + 0,298\,d\pi\,,$$
$$[C'] \ldots = 9\;41\;58,\;23 - 0,120\,d\beta + 0,633\,d\pi\,,$$
$$[D'] \ldots = 9\;41\;56,\;00 + 0,179\,d\beta + 0,379\,d\pi\,,$$
$$[E'] \ldots = 9\;42\;18,\;84 - 0,540\,d\beta + 0,703\,d\pi\,,$$
$$[F'] \ldots = 9\;42\;\;1,\;70 - 0,201\,d\beta + 0,768\,d\pi\,;$$

d'où nous tirons les résultats suivans pour la longitude d'*Astrakhan* :

$$[A'] - [B'] \ldots = 3^h 2' 52'',17 + 2,590\,d\beta - 3,459\,d\pi\,,$$
$$[A'] - [C'] \ldots = 3\;2\;55,\;04 + 3,385\,d\beta - 3,794\,d\pi\,,$$
$$[A'] - [D'] \ldots = 3\;2\;57,\;27 + 3,086\,d\beta - 3,540\,d\pi\,,$$
$$[A'] - [E'] \ldots = 3\;2\;34,\;43 + 3,805\,d\beta - 3,864\,d\pi\,,$$
$$[A'] - [F'] \ldots = 3\;2\;51,\;57 + 3,466\,d\beta - 3,929\,d\pi.$$

En excluant la valeur [A′] — [E′], résultante de la comparaison de l'immersion observée à *Astrakhan* avec l'émersion observée à *Milan*, nous obtenons la valeur moyenne suivante de la longitude d'*Astrakhan*, conclue des immersions seules de α′ ♋, savoir :

$$= 3^h 2' 54'',01 + 3,132\,d\beta - 3,680\,d\pi.$$

Pour la détermination de la correction $d\beta$, les observations de *Milan* fournissent l'équation :

$$[E'] - [D'] \ldots 0 = 22',84 - 0,719\,d\beta + 0,324\,d\pi\,,$$

qui donne

$$d\beta = 31'',77 + 0,451\,d\pi.$$

La correction de la latitude de la lune ne pouvant pas être si considérable, il se peut que l'émersion de α′ ♋ fut observée trop tard à *Milan*; ce résultat est donc à rejetter. Parmi les combinaisons, qu'on peut faire des quantités ci-dessus obtenues des immersions de α′ ♋, les suivantes paraissent les plus propres pour la détermination de $d\beta$:

$$[B'] - [C'] \ldots 0 = 2'',87 + 0,795\,d\beta - 0,335\,d\pi,$$
$$[B'] - [D'] \ldots 0 = 5,\,10 + 0,496\,d\beta - 0,081\,d\pi,$$
$$[B'] - [F'] \ldots 0 = -0,\,60 + 0,876\,d\beta - 0,470\,d\pi;$$

elles donnent

$$d\beta = -3'',61 + 0,421\,d\pi,$$
$$= -10,\,28 + 0,162\,d\pi,$$
$$= 0,\,68 + 0,536\,d\pi.$$

La seconde valeur s'écarte trop des autres; en la rejettant nous aurons la moyenne des deux restantes $= -1'',46 + 0,478\,d\pi$, et la longitude d'*Astrakhan* $= 3^h2'49'',44 - 2,183\,d\pi$. Si nous adopterions pour $d\beta$ la quantité: $0'',68 + 0,536\,d\pi$, la longitude d'*Astrakhan* deviendrait $= 3^h2'56'',14 - 2,001\,d\pi$; elle s'approcherait donc du résultat de l'occultation de ο ♈, ci-dessus obtenu.

Pour les deux autres occultations, observées à *Astrakhan*, savoir celle de 2 ϱ ♐ et celle de 314 ♒, il n'y a point d'observations correspondantes; c'est pourquoi je remets encore pour quelque tems leur calcul et la discussion finale de la longitude d'*Astrakhan*. En entendant il parait qu'on peut se tenir au résultat de l'occultation de ο ♈, parce que les coëfficiens de $d\beta$ et de $d\pi$ y sont beaucoup moindres que dans le résultat présent de l'occultation de α' ♋.

RÉFLEXIONS
SUR LES
PRINCIPES DE LA MÉCANIQUE.

PAR

F. T. SCHUBERT.

Présenté à la Conférence le 5. Mai 1819.

La proportion constante de la vitesse avec la force qui l'a produite, ou proprement parlant, avec la force qu'on appelle *accélératrice*, est ordinairement regardée comme une loi de la nature, et l'on a même disputé, si c'est une loi nécessaire ou arbitraire, si elle peut être démontrée *à priori*, ou si ce n'est qu'un résultat de l'observation. Un des plus grands géomètres de notre siècle s'est déclaré pour la dernière opinion, et j'avoue que j'ai vu avec grand regret, qu'une autorité aussi éminente, à laquelle il est difficile de refuser une entière approbation, ait dégradé le principe fondamental de toute la mécanique et de l'astronomie physique, au rang des vérités contingentes, dont le contraire est également possible. Il est vrai que la nature même est la véritable source, dans laquelle il faut puiser ses lois, et qu'une loi, prouvée par l'expérience, est aussi et peutêtre plus sure, qu'une loi qui serait fondée sur de purs raisonnemens. Cependant l'homme ne se contente pas de savoir que la nature a choisi telle loi, il veut en connaître la raison; et il est difficile de supprimer le désir de voir, sur quoi se fondent les principes d'une si vaste branche de nos connaissances. Mais il se présente ici une réflexion plus importante. La nature des forces nous est entièrement inconnue: c'est une notion abstraite que les sens ne nous ont pas fournie, et

dont l'objet n'existe peutêtre que dans la pensée: il y a donc peu d'apparence que l'expérience, c'est-à-dire, les sens puissent nous apprendre le rapport qui existe entre ces êtres imaginaires et la vitesse des corps; et pour se convaincre de cette difficulté, on n'a qu'à lire avec attention l'analyse, très-ingénieuse comme tout ce qui vient de cette source, mais pas tout-à-fait évidente, par laquelle le grand analyste que je viens de citer, a prouvé l'existence de cette loi par l'expérience (Voy. *Mécan. cél. par M. Laplace, Tom. I. page* 15 — 18.). D'Alembert est, que je sache, le seul géomètre qui, à mon avis, ait envisagé cet objet sous le vrai point de vue; et quoiqu'il ne touche cette matière qu'en passant, il dit en peu de mots assés pour la mettre dans son vrai jour. Voici ses propres mots. „Pour nous, sans vouloir discuter, si ce „principe est d'une vérité nécessaire ou contingente, nous nous „contenterons de le prendre pour une définition" (*Traité de Dynam. art.* 19.). Depuis que j'ai réfléchi sur cette matière, il m'a toujours paru, que la question que D'Alembert a voulu éviter de discuter, n'est fondée que sur un mal-entendu. Malgré la timidité avec laquelle je propose une opinion, contraire à celle de savans dont je reconnais toute la supériorité, je suis persuadé que le mémoire que je présente à l'Académie, pourra être utile, en donnant lieu à de nouvelles recherches sur cet objet important.

On a donné le nom de *force* à la cause inconnue qui produit le mouvement, ou qui tend à le produire, qui communique aux mobiles la vitesse que nous leur voyons, ou qui tend à la communiquer. Ce n'est donc pas un objet de nos sens, mais de notre réflexion: c'est un terme qu'on a introduit pour abréger le calcul, c'est une certaine fonction du mouvement ou de la vitesse, dont le rapport avec la vitesse depend de l'idée que nous combinons avec ce terme, ou de la définition que nous en donnons; et il ne paraît pas qu'il soit nécessaire de recourir à l'expérience, pour déterminer ce rapport, ou que ce qui n'est qu'une règle de la logique, puisse être regardé comme une loi de la nature. Le

mouvement est déterminé par la vitesse v, avec laquelle se meut une masse m, et l'on appelle en général *force* la cause de ce mouvement: elle sera donc nécessairement une fonction de m et de v, et il y aura autant d'espèces de forces, qu'il y a de différens points de vue, sous lesquels on peut envisager le mouvement, ou qu'il y a de combinaisons entre m et v et leurs puissances. Le nombre en est donc infini, mais on n'a pas trouvé nécessaire d'employer plus de deux ou trois des combinaisons les plus simples. Le premier objet que les sens nous présentent, lorsqu'un corps est en mouvement, et celui dont nous avons l'idée la plus claire, c'est sa vitesse v qui, par conséquent, doit servir à comparer tous les mouvemens. On n'a pas tardé à s'apercevoir que la quantité du mouvement doit croître en raison de la masse qui est en mouvement, d'où est née la combinaison mv. Enfin on a jugé utile d'introduire la combinaison mv^2, et l'on s'y est arrêté. Voilà donc trois différens points de vue, sous lesquels on envisage le mouvement, ou plutôt trois rapports qui servent à le mesurer, v, mv, et mv^2. Puisque chaque mouvement se rapporte à une force, comme l'effet à sa cause, il a fallu créer autant de différentes espèces ou mesures des forces. On a appelé force *accélératrice* celle qui est proportionnelle à v, force *motrice* celle qui est mesurée par mv, et force *vive* celle dont la mesure est mv^2. Il est clair que dans tout cela il n'est pas question des loix de la nature, mais seulemens des idées que nous combinons avec ces mots. Ce n'est pas la nature qui nous apprend, si les forces sont proportionnelles à v, à mv, ou à mv^2, etc. de même que ce n'est pas une loi de la nature mais de la logique, que le petit accroissement d'un nombre quelconque est à celui de son logarithme, comme le nombre est à l'unité. Ce sont des suites nécessaires des définitions qu'on donne des fonctions, employées dans l'analyse; et la force est fonction de la vitesse, comme le logarithme l'est de son nombre. La force accélératrice est proportionnelle à la vitesse, communiquée au mobile, en vertu de sa définition; cette proportion aurait lieu, quand même

aucune force n'existerait réellement; et l'on pourrait également dire que, suivant les loix de la nature, les forces sont proportionnelles au produit de la vitesse par la masse, mais alors on parlerait d'une autre espèce de force. Comme c'est l'emploi de ce terme qui, à mon avis, a donné lieu à ce mal-entendu, je suis aussi persuadé, qu'on aurait pu déduire toutes les vérités de la mécanique de la seule notion de vitesse, sans employer le mot *force.* La loi de la gravitation, découverte par Newton, peut être exprimée en ces termes, „les vitesses, communiquées aux planètes dans chaque „instant, ont pour résultante une vitesse, constamment dirigée vers „le soleil, et qui est en raison inverse du carré des distances du „soleil"; au lieu de dire que la force qui anime les planètes, est dans ce rapport. Je crois donc, que le meilleur moyen pour prouver la justesse de ces idées, c'est de dériver les principes de la mécanique, des notions les plus simples que les sens nous fournissent, sans prononcer le mot *force.* Alors il sera évident, que *force* n'est autre chose que la fonction que nous désignons par $g\frac{\partial\partial s}{\partial t^2}$, et il est visible que $g\frac{\partial\partial s}{\partial t^2}$ doit être proportionnel à $\frac{\partial \frac{\partial s}{\partial t}}{\partial t}$. Dans cet essai, je ferai abstraction de la masse du mobile.

Le mouvement d'un mobile est déterminé par l'*espace* s qu'il parcourt dans un *tems* donné t; ensorte que les phénomènes, fournis immédiatement par les sens, sont la longueur de la droite ou de l'arc parcouru, s, et le tems t que le mobile emploie à décrire l'arc s. On croira peutêtre, qu'il faut y ajouter la *direction* du mouvement; mais nous en tiendrons compte, en décomposant le mouvement suivant les règles de la statique. D'ailleurs il est visible, que la nature du mouvement ne peut pas être définie par la direction, dont les variétés n'ont point de bornes. Il n'y a donc point d'autres données, pour définir la nature du mouvement, et pour le classifier, que les quantités s et t, ou plutôt la relation qui

existe entre elles, parcequ'en vertu de la loi d'inertie, l'une et l'autre peuvent croître à l'infini. On va voir qu'on pourrait même se passer du môt *vitesse*, et que, si nous employerons ce terme, ce sera seulement pour abréger. Les seules données, pour la théorie du mouvement, sont donc s et t.

L'immense variété des mouvemens que la nature nous présente, serait embarrassante, s'il n'y avait pas moyen de les réduire en un petit nombre d'espèces ou de classes, essentiellement différentes l'une de l'autre. Une classification logique du mouvement sera donc le premier objet de l'analyse ; et nous venons de voir, que cette classification doit être basée sur les différens rapports qui peuvent avoir lieu entre s et t.

La considération qui se présente la première, est que le rapport $\frac{s}{t}$ pourra être constant ou variable. La première classe renfermera donc tous les mouvemens, dont la nature est définie par l'équation

$$\frac{s}{t} = h,$$

h étant une constante quelconque, ou indépendante de s et de t; la seconde classe aura pour caractère l'équation

$$\frac{s}{t} = x,$$

x étant une fonction quelconque de s ou de t. La première classe n'est pas susceptible de subdivisions ; la seconde pourrait être subdivisée selon la nature de la fonction x; mais comme il en résulterait une infinité de classes, il est inutile de s'y arrèter. Ainsi les quantités, s, t, elles-mêmes ne fourniront point de classes nouvelles : il faut donc passer aux différentielles.

La première idée qui se présente, c'est que la nouvelle classification, à l'instar de la première, dépendra de la valeur constante ou variable de $\frac{\partial s}{\partial t}$; mais il est aisé de voir, qu'il n'en résultera au-

cune nouvelle division. En effet, l'équation $\frac{s}{t} = h$ donne également $\frac{\partial s}{\partial t} = h$, et l'intégrale complète de $\partial s = h\partial t$ est $s = ht + c$, d'où il résulte le mouvement de la première classe, avec cette différence, que le tems t est compté du moment où le mobile avait déja parcouru l'espace c; ce qui est tout-à-fait arbitraire. L'équation $\frac{s}{t} = x$ donne $\frac{\partial s}{\partial t} = x + t\frac{\partial x}{\partial t}$, et le dernier membre est également une fonction de s ou de t, excepté le cas où $x = a - \frac{c}{t}$; mais dans ce cas on aura $s + c = at$, ce qui donne le mouvement de la première classe. Ainsi les deux premières classes ont pour caractères les équations, $\frac{\partial s}{\partial t} = h$, et $\frac{\partial s}{\partial t} = y$, y étant une fonction quelconque de s et t. Il en résulte que, pour subdiviser la seconde classe, $\frac{\partial s}{\partial t} = y$, il faut remonter à sa différentielle, ou aux secondes différentielles.

Les deux nouvelles classes seront donc fondées sur la valeur constante ou variable de $\frac{\partial y}{\partial t}$. En regardant ∂t comme constant, ce qui est généralement adopté dans la mécanique, on aura $\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial\partial s}{\partial t^2}$, ensorte que les deux classes seront définies par les équations

$$\frac{\partial\partial s}{\partial t^2} = k, \quad \text{et} \quad \frac{\partial\partial s}{\partial t^2} = z,$$

k étant une quantité constante, et z une fonction quelconque de s et t. Nous avons trouvé pour la première classe, $\frac{\partial s}{\partial t} = h$, d'où il suit $\frac{\partial\partial s}{\partial t^2} = 0$. Ainsi le mouvement sera divisé en trois espèces ou classes, dont la nature est déterminée par les conditions suivantes;

$$\text{I. } \frac{\partial\partial s}{\partial t^2} = 0; \quad \text{II. } \frac{\partial\partial s}{\partial t^2} = k; \quad \text{III. } \frac{\partial\partial s}{\partial t^2} = z.$$

L'intégrale de l'équation I. est $\frac{\partial s}{\partial t} = h$, d'où l'on tirera, en integrant, $s = ht + c$, ou en fixant l'origine du tems et de l'espace parcouru au même instant, $s = ht$, ce qui donne le mouvement *uniforme*. Pour le déterminer entièrement, il ne faut qu'une seule ob-

servation: le mobile ayant parcouru l'espace g dans le tems τ, on aura l'équation $g = h\tau$ ou $h = \frac{g}{\tau}$, ce qui étant substitué dans l'équation $s = ht$, donnera $s = \frac{t}{\tau} g$, et en prenant τ pour unité des tems, $s = gt$. En nommant *vitesse* le rapport $\frac{\partial s}{\partial t} = h$, le caractère du mouvement uniforme est l'invariabilité de la vitesse, aussi bien que les espaces proportionnels au tems.

L'intégrale de l'équation II. est $\frac{\partial s}{\partial t} = kt + A$ ou $\partial s = kt\partial t + A\partial t$, et en intégrant encore une fois, $s = \frac{1}{2}kt^2 + At + B$, ou en fixant l'origine du tems et de l'espace au même point, $s = \frac{1}{2}kt^2 + At$. Ce mouvement, considéré dans toute sa généralité, est donc composé de deux mouvemens, dont l'un At est uniforme, l'autre $\frac{1}{2}kt^2$ étant inégal; car il est visible, qu'un mouvement ainsi composé n'est pas uniforme, et que, par conséquent, il appartient à la seconde classe. Comme A est une quantité arbitraire, on peut la faire nulle, pour séparer entièrement les deux classes: alors on aura $s = \frac{1}{2}kt^2$. Une seule observation suffit pour le déterminer. En effet, le mobile ayant parcouru l'espace g dans le tems τ, on aura $g = \frac{1}{2}k\tau^2$, g et τ étant donnés par observation. Il s'en suit $\frac{1}{2}k = \frac{g}{\tau^2}$ et $s = \frac{t^2}{\tau^2} g$, ou en prenant τ pour unité des tems, $s = gt^2$. S'il y a un mouvement parfaitement connu, dont on veut se servir pour mesurer tous les autres mouvemens semblables, par exemple, la chute des corps sur la surface de la terre, et qu'on sache qu'en vertu de ce mouvement, les mobiles parcourent l'espace G dans l'unité du tems, il décriront dans un tems quelconque l'espace $S = Gt^2$ ou $t^2 = \frac{S}{G}$, d'où il résulte pour un mouvement quelconque, $s = \frac{g}{G} S$. Le caractère de cette espèce de mouvement est donc, que l'espace parcouru est en raison du carré du tems, et que la vitesse acquise $\frac{\partial s}{\partial t} = kt$ est proportionnelle au tems. En la nommant v, on a $v = kt$, $k = \frac{v}{t} = \frac{2s}{t^2}$, d'où l'on tirera $v = \frac{2s}{t}$,

et $s = \frac{vt}{2}$: c'est ce qu'on appelle mouvement *uniformement accéléré* ou retardé.

L'équation III. $\frac{\partial\partial s}{\partial t^2} = z$, fournit au moyen des intégrations, $\frac{\partial s}{\partial t} = \int z\partial t$, et $s = \int\partial t \int z\partial t$. Il faut se borner à ces expressions générales, vu l'impossibilité d'effectuer les intégrations, si la fonction z n'est pas donnée. En nommant v la vitesse $\frac{\partial s}{\partial t}$, on en formera ces équations:

$$(1) \ldots \partial v = z\partial t, \quad (2) \ldots v = \int z\partial t, \quad (3) \ldots s = \int v\partial t.$$

Voyons maintenant, quel usage on peut faire de ces formules. Comme elles ne diffèrent en rien des formules fondamentales de la dynamique, au mot *force* près qui n'y paraît pas, il est clair, qu'elles doivent nécessairement donner les mêmes résultats: c'est ce qu'on verra plus clairement par l'application que nous en ferons aux mouvemens célestes.

Suivant la première loi de *Kepler*, les planètes décrivent autour du soleil des secteurs proportionnels au tems. La courbure de leurs orbites, et leur concavité tournée vers le soleil, suffit pour prouver, en vertu de la loi d'inertie, que leur mouvement est animé par une ou plusieurs vitesses suivant un ou plusieurs points au dedans de l'orbite, lesquelles, dans tous les cas, peuvent être décomposées suivant deux directions, parceque le mouvement se fait
Tab. II. Fig. 8. dans un seul plan. Soit donc Pp l'arc que la planète parcourt autour du soleil S dans l'instant ∂t, $p\pi$ un arc de cercle, décrit du centre S et du rayon S$p = r$, SM $= x$, MP $= y$, MSP $= \Phi$, PS$p = \partial\Phi$, et nommons $\partial v'$, $\partial v''$, les vitesses suivant MS, PM, qui sont communiquées à la planète dans le même instant ∂t. Cela posé, l'aire du petit secteur PSp sera $\frac{1}{2}$PS . $p\pi$, ou

(A) .... le secteur PSp $= \frac{r^2\partial\Phi}{2} = A\partial t$

suivant la loi de Kepler. Mais on a

$$x = r\cos\Phi,\ y = r\sin\Phi, \text{ d'où il suit } \tan\Phi = \frac{y}{x},$$

et en différentiant

$$\frac{\partial\Phi}{\cos^2\Phi} = \frac{r^2}{x^2}\partial\Phi = \frac{x\partial y - y\partial x}{x^2}, \text{ donc } r^2\partial\Phi = x\partial y - y\partial x,$$

et par l'équation (A)

(B) . . . . $x\partial y - y\partial x = 2A\partial t$;

dont la différentielle est $x\partial\partial y - y\partial\partial x = 0$, ou

(C) . . . . $\frac{\partial\partial x}{\partial\partial y} = \frac{x}{y}$.

Mais les vitesses suivant MS et PM sont $v' = -\frac{\partial x}{\partial t}$, $v'' = -\frac{\partial y}{\partial t}$, d'où il suit $\frac{\partial v'}{\partial t} = -\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}$, $\frac{\partial v''}{\partial t} = -\frac{\partial\partial y}{\partial t^2}$; ce qui étant substitué en (C), donnera $\frac{\partial v'}{\partial v''} = \frac{x}{y}$. Suivant la théorie connue de la composition et décomposition du mouvement, ces deux vitesses équivalent à une seule, dont la direction est la diagonale du parallélogramme formé par les côtés x, y, c'est-à-dire PS. La résultante est donc une seule vitesse, constamment dirigée vers le centre du soleil, $\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial\partial r}{\partial t^2}$; et c'est la seule qui satisfait à la première loi de Kepler. C'est la première proposition que Newton dériva des loix de Kepler, et qu'il exprima de cette manière: „la „force accélératrice qui anime les planètes, est constamment diri-„gée vers le soleil." S'il eût dit, „la vitesse qui est communi-„quée aux planètes", au lieu de „la force qui les anime", il eût trouvé les mêmes résultats. En nommant z, z', z'', les fonctions qui déterminent la nature des mouvemens planétaires suivant PS, MS, PM, nous avons trouvé les équations suivantes:

(D) . . . . $z' = \frac{\partial v'}{\partial t} = -\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}$, $z'' = \frac{\partial v''}{\partial t} = -\frac{\partial\partial y}{\partial t^2}$.

Il en résulte une seule fonction, qui satisfait à ce mouvement,

(E) . . . . $z = \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial\partial r}{\partial t^2} = \frac{r}{x}z' = \frac{r}{y}z''$.

Il est aussi facile de prouver l'inverse de cette proposition, savoir: si le mouvement des planètes n'est animé que par une seule vitesse $-\frac{\partial\partial r}{\partial t^2}$ qui leur est communiquée dans l'instant ∂t, et qui est constamment dirigée vers le soleil, elles décriront autour de

cet astre des secteurs proportionnels au tems $\frac{x\partial y - y\partial x}{2} = A\partial t$. En décomposant la vitesse $-\frac{\partial\partial r}{\partial t^2}$ en deux vitesses $-\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}$ et $-\frac{\partial\partial y}{\partial t^2}$ suivant MS et PM, elles seront, en vertu du parallélogramme, dans le rapport des côtés x, y; d'où il suit $\frac{\partial\partial y}{\partial\partial x} = \frac{y}{x}$ ou $x\partial\partial y - y\partial\partial x = 0$, dont l'intégrale $x\partial y - y\partial x = 2A\partial t$, donne la première loi de Kepler.

Suivant une autre loi de Kepler, les planètes décrivent des ellipses dont l'un des foyers est occupé par le soleil. Comme on a vu que leur mouvement peut être expliqué par une seule fonction $z = -\frac{\partial\partial r}{\partial t^2} = \frac{\partial v}{\partial t}$, la vitesse v étant dirigée vers le soleil; il s'agit maintenant, de déterminer cette fonction. Soit donc
Tab. II. Fig. 8. $Pp = \partial s$ un arc elliptique, dont S est le foyer occupé par le soleil, F le second foyer, C le centre, les coordonnées $SM = x$, $MP = y$, étant parallèles au grand et au petit axe. En nommant ces axes, $2a$, $2b$, et $CS = CF = c$, $SP = r$, $MSP = \Phi$, l'équation de l'ellipse sera

$$(F) \ldots\ldots y^2 = \frac{b^2}{a^2}\left(a^2 - (x + c)^2\right).$$

En substituant $c^2 = a^2 - b^2$, et $y^2 = r^2 - x^2$, cette équation deviendra $a^2r^2 = b^4 - 2b^2cx + c^2x^2$, dont la racine est $ar = b^2 - cx$, partant

$$(G) \ldots\ x = \frac{b^2 - ar}{c},\ \partial x = -\frac{a}{c}\partial r,\ \partial\partial x = -\frac{a}{c}\partial\partial r.$$

On a de plus

$$(H) \ldots\ldots y^2 = r^2 - x^2 = \frac{b^2(2ar - b^2 - r^2)}{c^2},$$

d'où l'on tirera,

$$(I) \ldots\ \partial y = \frac{b^2(a - r)}{c^2 y}\partial r,\ y\partial\partial y = \frac{b^2(a - r)}{c^2}\partial\partial r - \frac{b^2\partial r^2}{2ar - b^2 - r^2}.$$

Décomposons maintenant la fonction ou vitesse $z = -\frac{\partial\partial r}{\partial t^2}$ en deux autres $z' = -\frac{\partial\partial x}{\partial t^2}$ suivant MS, et $z'' = -\frac{\partial\partial y}{\partial t^2}$ suivant PM, en-sorte que $z' = \frac{x}{r}z$, $z'' = \frac{y}{r}z$; d'où il suit $xz' + yz'' = rz$, ou

$$z\partial t^2 = -\frac{x\partial\partial x + y\partial\partial y}{r}.$$

Mais on a, par les équations (G), $x\partial\partial x = -\frac{a(b^2 - ar)}{c^2}\partial\partial r$; et en

substituant pour $y\partial\partial y$ sa valeur (I), il viendra

$$(K) \ldots . z\partial t^2 = \frac{b^2\partial r^2}{r(2ar - b^2 - r^2)} - \partial\partial r = \frac{b^4\partial r^2}{c^2 r y^2} - \partial\partial r.$$

La première loi de Kepler (B) donnera, en mettant à la place de x, ∂x, y, ∂y, leurs valeurs (G) (H) (I),

$$2A\partial t = \frac{b^2 r}{cy}\partial r, \text{ ou } \partial r = \frac{2Ac\partial t}{b^2} \cdot \frac{y}{r}, \text{ d'où l'on tirera}$$

$$\partial\partial r = \frac{2Ac\partial t}{b^2 r^2}(r\partial y - y\partial r) = \frac{2A(b^2 - ar)}{c r^2 y}\partial t\partial r,$$

et en substituant la valeur précédente de ∂r,

$$(L) \ldots . \partial\partial r = \frac{4A^2(b^2 - ar)}{b^2 r^3}\partial t^2.$$

Mettant cette valeur, et $\frac{b^4\partial r^2}{c^2 r y^2} = \frac{4A^2}{r^3}\partial t^2$, en (K), il viendra

$$z = \frac{4A^2}{r^3} - \frac{4A^2(b^2 - ar)}{b^2 r^3}, \text{ donc}$$

$$(M) \ldots . z = \frac{4A^2 a}{b^2 r^2} = \frac{D}{r^2}.$$

La nature des mouvemens planétaires est donc déterminée par ces conditions, ou le mouvement est entièrement expliqué par les suppositions, 1) qu'outre le mouvement conforme à la loi d'inertie, elles ne sont animées que d'une seule vitesse, constamment dirigée vers le centre du soleil, 2) que suivant cette direction, il leur est communiqué dans chaque instant une vitesse qui est en raison inverse du carré de leur distance au soleil.

L'inverse de ce problème est, de trouver une équation générale de toutes les courbes que les planètes peuvent décrire conformément aux conditions précedentes, savoir (B) et (M). Les équations (D) et (E) donnent

$$-\frac{\partial\partial x}{\partial t^2} = \frac{x}{r}z \text{ et } -\frac{\partial\partial y}{\partial t^2} = \frac{y}{r}z, \text{ d'où il suit}$$

$$-\frac{\partial x\partial\partial x + \partial y\partial\partial y}{\partial t^2} = \frac{z}{r}(x\partial x + y\partial y) = z\partial r,$$

dont l'integrale est

$$\partial x^2 + \partial y^2 = -2\partial t^2\int z\partial r.$$

En substituant (M) $z = \frac{D}{r^2}$, on aura $\int z\partial r = B - \frac{D}{r}$, B étant une constante arbitraire : d'où il viendra

$$\partial x^2 + \partial y^2 = 2\partial t^2 \left(\frac{D}{r} - B\right),$$

et en substituant (B),

$$\partial x^2 + \partial y^2 = \frac{(x\partial y - y\partial x)^2}{2\,A^2}\left(\frac{D}{r} - B\right).$$

Or $\partial x^2 + \partial y^2 = Pp^2 = P\pi^2 + p\pi^2 = \partial r^2 + r^2\partial\Phi^2$, et $x\partial y - y\partial x = r^2\partial\Phi$, d'où il suit

$\partial r^2 + r^2\partial\Phi^2 = \frac{r^2\partial\Phi^2}{2A^2}(D - Br)$, $\partial\Phi = \frac{A\partial r\,.\,\sqrt{2}}{\sqrt{(-2A^2r^2 + Dr^3 - Br^4)}}$, ou

$$(N) \;.\;.\;.\;.\; \partial\Phi = \frac{2\,A\,\partial\,r}{r\,.\,\sqrt{(-4A^2 + 2Dr - 2Br^2)}}.$$

L'intégrale de cette équation est

$$(O) \;.\;.\;.\;.\; \Phi = C + \text{Arc sin}\left(= \frac{D - \frac{4A^2}{r}}{\sqrt{(D^2 - 8\,A^2B)}}\right).$$

Faisons pour abréger, $-4A^2 + 2Dr - 2Br^2 = R^2$, et $D^2 - 8A^2B = E^2$, de sorte que $\partial\Phi = \frac{2A\partial r}{Rr}$, et $\Phi = C + \text{Arc sin}\left(= \frac{Dr - 4A^2}{Er}\right)$, C étant une constante arbitraire. Maintenant il est évident que l'angle Φ, et par conséquent le mouvement devient impossible, si E^2 est nul ou négatif: E^2 doit donc nécessairement être positif. Cela posé, les deux facteurs de $R^2 = \frac{(D + E - 2Br)(2Br - D + E)}{2\,B}$ sont réels, et l'un et l'autre doivent être positifs, pour que R soit une quantité réelle, parcequ'ils ne peuvent pas être négatifs en même tems. La condition du mouvement est donc que B doit être plus petit que $\frac{D^2}{8A^2}$, et le mouvement même est limité par ces valeurs de r, $r < \frac{D + E}{2B}$, et $r > \frac{D - E}{2B}$: le *minimum* de r est donc $\frac{D - E}{2B}$. Déterminons la constante C de manière que Φ soit nul, lorsque $r = \frac{D - E}{2B}$: il en résultera $0 = C + \text{Arc sin}(= -1) = C - 90°$. Faisant donc $C = 90°$, on aura

$$(P) \;.\;.\;.\;.\; \cos\Phi = \frac{4A^2 - Dr}{E\,r}, \text{ et } r = \frac{4\,A^2}{D + E\cos\Phi};$$

d'où il résulte que r est un *minimum* ou un *maximum*, selon que $\Phi = 0$ ou $\Phi = 180°$, et que $+\Phi$ et $-\Phi$ donnent les mêmes rayons vecteurs. Les courbes qui satisfont aux conditions du mou-

vement planétaire, ont donc deux points diamétralement opposés qui sont le périhélie et l'aphélie, et la ligne des apsides qui passe par ces deux points et le soleil, partage l'orbite entière en deux moitiés égales et semblables. Cela pourrait suffire, pour nous convaincre que les orbites planétaires sont des sections coniques; mais l'équation générale de ces courbes le fera voir plus clairement. L'équation de l'ellipse (G) donne $r = \frac{b^2 - cx}{a}$, c étant $= \sqrt{(a^2 - b^2)}$, $\frac{c}{a} = \sqrt{(1 - \frac{b^2}{a^2})}$. Introduisant le paramètre $p = \frac{2b^2}{a}$, on aura $r = \frac{p}{2} - x\sqrt{(1 - \frac{p}{2a})}$. Cette équation donne l'ellipse, l'hyperbole, ou la parabole, selon que a est positif, négatif ou infini : elle est donc générale. En substituant $x = r\cos\Phi$, et faisant $1 - \frac{p}{2a} = \gamma^2$, elle donnera l'équation générale aux sections coniques

$$(Q) \; \ldots \; r = \frac{\frac{1}{2}p}{1 + \gamma\cos\Phi},$$

qui a la même forme que (P): l'orbite est donc dans tous les cas une section conique. Pour comparer ces deux équations, donnons à (P) cette forme : $r = \dfrac{4A^2 : D}{1 + \frac{E}{D}\cos\Phi}$; d'où il suit

$$(1) \; \ldots \; p = \frac{8A^2}{D}, \quad (2) \ldots \gamma = \frac{E}{D}.$$

La dernière condition donne $1 - \frac{p}{2a} = \frac{E^2}{D^2} = \frac{D^2 - 8A^2B}{D^2} = 1 - \frac{8A^2B}{D^2}$, donc $\frac{p}{2a} = \frac{8A^2B}{D^2}$, et $a = \frac{D^2 p}{16A^2B}$, ou

$$(3) \; \ldots \; a = \frac{D}{2B}.$$

L'orbite est donc une ellipse, hyperbole, ou parabole, selon que B est positif, négatif, ou nul : c'est un cercle, si $p = 2a$; c'est-à-dire $B = \frac{D^2}{8A^2}$.

On a vu que, dans toutes les orbites planétaires, la fonction z est $\frac{D}{r^2}$ (M), D étant une constante dans chaque orbite, donnée par la quantité A et les élémens de l'orbite. Maintenant il reste à savoir, si D est la même constante pour toutes les orbites, de manière que la fonction z ne varie d'une orbite à l'autre, qu'à

proportion des différentes distances du soleil. Cette question ne pourra être décidée qu'au moyen de la troisième loi de Kepler, le seul lien qui existe entre les différentes orbites, mais qui ne peut être appliquée qu'aux orbites elliptiques, vu que, dans tout autre cas, il ne saurait être question des révolutions des planètes. On a en vertu de la condition (1), $D = \frac{8A^2}{p}$: en marquant donc d'un trait toutes les quantités qui se rapportent à une autre planète, il viendra

$$D : D' = \frac{A^2}{p} : \frac{A'^2}{p'}.$$

En nommant S l'aire du secteur, décrit autour du soleil, on a $A = \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{S}{t}$, et en mettant la surface de l'ellipse entière E à la place de S, et le tems d'une révolution entière T au lieu de t, on aura $A = \frac{E}{T}$, ce qui étant substitué dans l'équation précédente, donnera

$$D : D' = \frac{E^2}{pT^2} : \frac{E'^2}{p'T'^2}.$$

Mais $E = \pi ab$, par la nature de l'ellipse, π étant $= 3,14\ldots$, donc

$$D : D' = \frac{a^2 b^2}{p T^2} : \frac{a'^2 b'^2}{p'T'^2},$$

et en substituant $b^2 = \frac{ap}{2}$,

$$D : D' = \frac{a^3}{T^2} : \frac{a'^3}{T'^2}.$$

Or suivant la troisième loi de Kepler, il est dans tout le système solaire $\frac{a^3}{T^2} = \frac{a'^3}{T'^2}$, d'où il suit

$$D = D'.$$

La fonction qui détermine la nature du mouvement planétaire, est donc la même dans toute l'étendue du système solaire; les fonctions $z = \frac{D}{r^2}$ et $z' = \frac{D}{r'^2}$, dans les orbites de Mercure et d'Uranus, ou de telle autre planète, ne diffèrent l'une de l'autre qu'à proportion de leurs distances au soleil, r, r'; et la loi du mouvement est universelle, non-seulement dans chaque orbite, mais aussi d'une orbite à l'autre.



SOLUTION

D'UN PROBLÈME, CONCERNANT LES SÉRIES RÉCURRENTES.

PAR

C. F. DEGEN.

Présenté à la Conférence le 11 Août 1819.

Problème.

Étant donné un système de séries récurrentes :

$$\begin{array}{llllll} P) & p_1, & p_2, & p_3, & \ldots\ldots & p_x \\ Q) & q_1, & q_2, & q_3, & \ldots\ldots & q_x \\ R) & r_1, & r_2, & r_3, & \ldots\ldots & r_x \\ & \text{etc.} & \text{etc.} & \text{etc.} & & \end{array}$$

on demande la forme générale des produits successifs

$$p_1 q_1 r_1 \ldots, \quad p_2 q_2 r_2 \ldots, \quad p_3 q_3 r_3 \ldots, \quad \text{etc.}$$

ou bien le terme général $p_x q_x r_x \ldots\ldots$

On suppose connues les loix de récurrence par les données

$$p_x = \alpha' p_{x-1} - \beta' p_{x-2} + \gamma' p_{x-3} + - + - \ldots \pm \mu' p_{x-m'}$$
$$q_x = \alpha'' q_{x-1} - \beta'' q_{x-2} + \gamma'' q_{x-3} + - + - \ldots \pm \mu'' q_{x-m''}$$
$$r_x = \alpha''' r_{x-1} - \beta''' r_{x-2} + \gamma''' r_{x-3} + - + - \ldots \pm \mu''' r_{x-m'''}$$

et ainsi de suite.

Supposant de plus

$$Z_x = p_x q_x r_x \ldots = C' Z_{x-1} - C'' Z_{x-2} + C''' Z_{x-3} - + - + \ldots$$

c'est la suite des coefficiens C', C'', C''', ... qui fait l'objet de notre problème et que nous déterminerons par des moyens fort simples.

§. 1. Pour arriver au but proposé, nous nous arrèterons d'abord à la série P. Or il est connu par la théorie des séries récurrentes, que si l'on trouve $\varrho_{,}$, $\varrho_{,,}$, $\varrho_{,,,}$, ... $\varrho_{m'}$ etc. égales aux m' racines de l'équation

$$\varrho^{m'} - \alpha' \varrho^{m'-1} + \beta' \varrho^{m'-2} - \gamma' \varrho^{m'-3} + - + - \ldots \mp \mu' = 0$$

on aura en général

$$p_x = A' \varrho_{,}^x + B' \varrho_{,,}^x + C' \varrho_{,,,}^x + + + M' \varrho_{m'}^x$$

A′, B′, C′, D′, ... M′ étant des constantes arbitraires.

§. 2. Maintenant il est clair qu'on obtiendra pour les autres séries de semblables équations: p. ex. pour Q

$$\begin{cases} \sigma^{m''} - \alpha'' \sigma^{m''-1} + \beta'' \sigma^{m''-2} - \gamma'' \sigma^{m''-3} + - + - \ldots \mp \mu'' = 0 \\ q_x = A'' \sigma_{,}^x + B'' \sigma_{,,}^x + C'' \sigma_{,,,}^x + + + M'' \sigma_{m''}^x . \end{cases}$$

et ainsi de suite.

§. 3. Les valeurs de p_x, q_x, etc., étant ainsi exprimées, il est visible qu'en faisant abstraction des coefficiens arbitraires A′, B′, C′, ... A″, B″, C″, ... etc. il sera facile de restituer les séries originaires; puisqu'il n'y aura qu'à faire

$$\left.\begin{aligned} \alpha' &= \varrho_{,} + \varrho_{,,} + \varrho_{,,} + + \quad \varrho_{m'} + = \overset{1}{\Sigma} \varrho \\ \beta' &= \varrho_{,}\varrho_{,,} + \varrho_{,}\varrho_{,,,} + \varrho_{,}\varrho_{IV} + + \varrho_{,}\varrho_{m'} + \varrho_{,,}\varrho_{,,,} + + \ldots = \overset{2}{\Sigma} \varrho \\ \gamma' &= \varrho_{,}\varrho_{,,}\varrho_{,,,} + \varrho_{,}\varrho_{,,}\varrho_{IV} + + \varrho_{,}\varrho_{,,}\varrho_{m'} + \varrho_{,}\varrho_{,,}\varrho_{IV} + + \ldots = \overset{3}{\Sigma} \varrho \end{aligned}\right\} \text{etc. etc.}$$

de même que $\alpha'' = \overset{1}{\Sigma}\sigma$, $\beta'' = \overset{2}{\Sigma}\sigma$, $\gamma'' = \overset{3}{\Sigma}\sigma$, etc.

$\alpha''' = \overset{1}{\Sigma}\tau$, $\beta''' = \overset{2}{\Sigma}\tau$, $\gamma''' = \overset{3}{\Sigma}\tau$, etc.

etc. etc. etc.

§. 4. Soient d'abord données deux séries et on aura le terme général $p_x \, q_x$ exprimé au moyen d'une série, dont les termes seront des produits de certaines constantes arbitraires, dont on fera abstraction, et des exponentielles

$\varrho_{,}^{x}\sigma_{,}^{x}$, $\varrho_{,}^{x}\sigma_{,,}^{x}$, $\varrho_{,}^{x}\sigma_{,,,}^{x}\ldots\varrho_{,,}^{x}\sigma_{,}^{x}$, $\varrho_{,,}^{x}\sigma_{,,}^{x}$, $\varrho_{,,}^{x}\sigma_{,,,}^{x}\ldots\varrho_{,,,}^{x}\sigma_{,}^{x}$, $\varrho_{,,,}^{x}\sigma_{,,}^{x}$, $\varrho_{,,,}^{x}\sigma_{,,,}^{x},\ldots$ etc.
au nombre $m' \,.\, m''$.

Or $C' = \overset{1}{\Sigma}(\varrho\sigma) = (\varrho_{,} + \varrho_{,,} + \varrho_{,,,} + + \varrho_{m'})(\sigma_{,} + \sigma_{,,} + \sigma_{,,,} + + \sigma_{m_{,,}}) = \alpha'\alpha''$.

§. 5. Pour la détermination de $C'' = \overset{2}{\Sigma}(\varrho\sigma)$ nous observerons qu'en général

$$\varrho_{,}^{n}\sigma_{,}^{n} + \varrho_{,}^{n}\sigma_{,,}^{n} + + \text{ où } \Sigma(\varrho^{n}\sigma^{n}) = \Sigma(\varrho^{n}) \,.\, \Sigma(\sigma^{n}).$$

Or $2\overset{2}{\Sigma}(\varrho\sigma) = [\Sigma(\varrho\sigma)]^2 - \Sigma(\varrho^2\sigma^2) = (\alpha'\alpha'')^2 - (\alpha'\alpha' - 2\beta')(\alpha''\alpha'' - 2\beta'') = 2C''$.

§. 6. On voit sans peine la marche qu'il faut suivre pour trouver C''', C^{IV}, ... car $C^{(n)} = \overset{n}{\Sigma}(\varrho\sigma)$. Or le théorème de *Newton* fournit l'équation

$$\odot) \pm n C^{(n)} = n\overset{n}{\Sigma}(\varrho\sigma) = \Sigma(\varrho^{n}\sigma^{n}) - C'\Sigma(\varrho^{n-1}\sigma^{n-1})$$
$$+ C''\Sigma(\varrho^{n-2}\sigma^{n-2}) - + - + \pm C^{(n-1)}\Sigma(\varrho\sigma).$$

§. 7. À présent il ne sera point du tout difficile de passer à un nombre quelconque de séries; car on aura toujours les exponentielles, dont les bases résultent de la multiplication des facteurs

$$(\varrho_{,} + \varrho_{,,} + \varrho_{,,,} + + \varrho_{m_{,}}),\ (\sigma_{,} + \sigma_{,,} + \sigma_{,,,} + + \sigma_{m_{,,}}),$$
$$(\tau_{,} + \tau_{,,} + \tau_{,,,} + + \tau_{m_{,,,}}) \text{ etc.}$$

et $\Sigma(\varrho^{n}\sigma^{n}\tau^{n}\upsilon^{n}\ldots) = \Sigma(\varrho^{n}) \,.\, \Sigma(\sigma^{n}) \,.\, \Sigma(\tau^{n}) \,.\, \Sigma(\upsilon^{n})\ldots$ quantité qui sera connue, puisque $\Sigma(\varrho^{n})$, $\Sigma(\sigma^{n})$, ... le sont.

§. 8. Par ce qui précède nous sommes en droit de conclure:

$$C' = \overset{1}{\Sigma}(\varrho\sigma\tau\upsilon\ldots) = \alpha'\alpha''\alpha'''\alpha^{IV}\ldots$$
$$2C'' = \overset{2}{\Sigma}(\varrho\sigma\tau\upsilon\ldots) = [\Sigma(\varrho\sigma\tau\upsilon\ldots)]^2 - \Sigma(\varrho^2\sigma^2\tau^2\upsilon^2\ldots)$$
$$= (\alpha'\alpha''\alpha'''\alpha^{IV}\ldots)^2 - (\alpha'\alpha' - 2\beta')(\alpha''\alpha'' - 2\beta'')(\alpha'''\alpha''' - 2\beta''')\ldots$$

et en général :

$$\mathfrak{d}) \pm n\,C^{(n)} = \Sigma(\varrho^n\sigma^n\tau^n\upsilon^n \ldots) - C'\Sigma(\varrho^{n-1}\sigma^{n-1}\tau^{n-1}\upsilon^{n-1}\ldots)$$
$$+ C''\Sigma(\varrho^{n-2}\sigma^{n-2}\tau^{n-2}\upsilon^{n-2}\ldots) + - + - \ldots\ldots \pm C^{(n-1)}\Sigma(\varrho\sigma\tau\upsilon\ldots)$$

le nombre des coéfficiens étant $= m' \,.\, m'' \,.\, m''' \ldots.$ formule générale et d'une extensibilité infinie, supposé toujours que les séries P, Q, R, ... soient assujètties à des loix de récurrence différentes l'une de l'autre. Avant de nous engager dans des cas particuliers, éclaircissons notre solution par les exemples suivans :

I.

Soient données les récurrences :

$$p_x = p_{x-1} + p_{x-2} \quad \text{et} \quad q_x = 2q_{x-1} + 3q_{x-2}$$

alors $\alpha' = 1$, $\beta' = -1$, $\alpha'' = 2$, $\beta'' = -3$.

Donc $\Sigma(\varrho) = 1$; $\Sigma(\varrho^2) = 1 \,.\, 1 - 2\beta' = 3$;
$\Sigma(\varrho^3) = 1 \,.\, 3 - \beta' \,.\, 1 = 4$, $\Sigma(\varrho^4) = 1 \,.\, 4 - \beta' \,.\, 3 = 7$
$\Sigma(\sigma) = 2$; $\Sigma(\sigma^2) = 2 \,.\, 2 - 2\beta'' = 10$;
$\Sigma(\sigma^3) = 2 \,.\, 10 - \beta'' \,.\, 2 = 26$, $\Sigma(\sigma^4) = 2 \,.\, 26 - \beta' \,.\, 10 = 82$.

Par-là $\Sigma(\varrho\sigma) = 2$; $\Sigma(\varrho^2\sigma^2) = 30$, $\Sigma(\varrho^3\sigma^3) = 104$ et
$\Sigma(\varrho^4\sigma^4) = 574$.

Ces valeurs donnent

$C' = 2$; $-2C'' = 30 - 2 \,.\, 2$ ou $C'' = -13$
$+ 3C''' = 104 - 2 \,.\, 30 - 13 \,.\, 2 = 18$ ou $C''' = 6$; enfin
$- 4C^{IV} = 574 - 2 \,.\, 104 - 13 \,.\, 30 - 6 \,.\, 2 = 574 - 610 = - 36$,
ou $C^{IV} = + 9$

par conséquent $Z_x = 2 \,.\, Z_{x-1} + 13 \,.\, Z_{x-2} + 6 \,.\, Z_{x-3} - 9 \,.\, Z_{x-4} = p_x q_x$.

Ainsi des séries :

P.....1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55,....
et Q.....1, 1, 5, 13, 41, 121, 365, 1093, 3281,....
on déduira

Z.....1, 2, 15, 65, 328, 1573, 7665, 37162, 180455,....
où l'on trouvera

$328 = 2.65 + 13.15 + 6.2 - 9.1 = 130 + 195 + 12 - 9$
$1573 = 2.328 + 13.65 + 6.15 - 9.2 = 656 + 845 + 90 - 18$
$7665 = 2.1573 + 13.328 + 6.65 - 9.15 = 3146 + 4264 + 390 - 135$
etc. etc.

§. 9. En suivant les traces de la solution précédente on parviendra sans difficulté à cette formule plus générale :

$$Z_x = \alpha'\alpha'' Z_{x-1} + [\beta'(\alpha''^2 + \beta'') + \beta''(\alpha'^2 + \beta')] \cdot Z_{x-2}$$
$$+ \alpha'\alpha''\beta'\beta'' Z_{x-3} - \beta'^2\beta''^2 Z_{x-4}$$

qui représente la suite des produits formés par les termes correspondans des séries assujètties aux loix $p_x = \alpha' p_{x-1} + \beta\, p_{x-2}$ et $q_x = \alpha'' q_{x-1} + \beta'' q_{x-2}$.

II.

Soient proposées les récurrences

$$p_x = 2p_{x-1} - 7p_{x-2} \text{ et } q_x = 4q_{x-1} - 3q_{x-2} + 2q_{x-3};$$

alors, ayant $\alpha' = 2$ et $\beta' = 7$; $\alpha'' = 4$, $\beta'' = 3$ et $\gamma'' = 2$, on cherchera les valeurs

a) $\Sigma(\varrho) = \alpha' = 2$;
$\Sigma(\varrho^2) = \alpha'\Sigma(\varrho) - 2\beta' = 2.2 - 2.7 = -10$
$\Sigma(\varrho^3) = \alpha'\Sigma(\varrho^2) - \beta\,\Sigma(\varrho) = 2.(-10) - 7.2 = -34$
$\Sigma(\varrho^4) = \alpha'\Sigma(\varrho^3) - \beta'\Sigma(\varrho^2) = 2.(-34) - 7.(-10) = 2$
$\Sigma(\varrho^5) = \alpha'\Sigma(\varrho^4) - \beta\,\Sigma(\varrho^3) = 2.2 - 7.(-34) = 242$
$\Sigma(\varrho^6) = \alpha'\Sigma(\varrho^5) - \beta\,\Sigma(\varrho^4) = 2.242 - 7.2 = 470$

b) $\Sigma(\sigma) = \alpha'' = 4$;
$\Sigma(\sigma^2) = \alpha''\Sigma(\sigma) - 2\beta'' = 4.4 - 2.3 = 10$
$\Sigma(\sigma^3) = \alpha''\Sigma(\sigma^2) - \beta''\Sigma(\sigma) + 3\gamma''$
$= 4.10 - 3.4 + 3.2 = 34$
$\Sigma(\sigma^4) = \alpha''\Sigma(\sigma^3) - \beta''\Sigma(\sigma^2) + \gamma''\Sigma(\sigma)$
$= 4.34 - 3.10 + 2.4 = 114$
$\Sigma(\sigma^5) = \alpha''\Sigma(\sigma^4) - \beta''\Sigma(\sigma^3) + \gamma''\Sigma(\sigma^2)$
$= 4.114 - 3.34 + 2.10 = 374$
$\Sigma(\sigma^6) = \alpha''\Sigma(\sigma^5) - \beta''\Sigma(\sigma^4) + \gamma''\Sigma(\sigma^3)$
$= 4.374 - 3.114 + 2.34 = 1222$

des quelles on tire

c) $\Sigma(\varrho\sigma) = 2 \,.\, 4 = 8$; $\Sigma(\varrho^2\sigma^2) = -10 \,.\, 10 = -100$;
$\Sigma(\varrho^3\sigma^3) = -34 \,.\, 34 = -1156$; $\Sigma(\varrho^4\sigma^4) = 2 \,.\, 114 = 228$;
$\Sigma(\varrho^4\sigma^4) = 242 \,.\, 374 = 90508$; $\Sigma(\varrho^6\sigma^6) = 470 \,.\, 1222 = 574340$.

Ces valeurs fourniront

d) $+ C' = \Sigma(\varrho\sigma) = 8$;

$- 2C'' = \Sigma(\varrho^2\sigma^2) - C'\Sigma(\varrho\sigma) = -100 - 8 \,.\, 8 = -164$,

ou $C'' = 82$

$$+ 3C''' = \Sigma(\varrho^3\sigma^3) - C'\Sigma(\varrho^2\sigma^2) + C''\Sigma(\varrho\sigma)$$
$$= -1156 - 8 \,.\, (-100) + 82 \,.\, 8 = 300,$$

ou $C''' = 100$

$$- 4C^{IV} = \Sigma(\varrho^4\sigma^4) - C'\Sigma(\varrho^3\sigma^3) + C''\Sigma(\varrho^2\sigma^2) - C'''\Sigma(\varrho\sigma)$$
$$= 228 - 8 \,.\, (-1156) + 82 \,.\, (-100) - 100 \,.\, 8$$
$$= 228 + 9248 - 8200 - 800 = + 476;$$

ou $C^{IV} = -119$

$$+ 5C^{V} = \Sigma(\varrho^5\sigma^5) - C\,\Sigma(\varrho^4\sigma^4) + C''\Sigma(\varrho^3\sigma^3)$$
$$- C'''\Sigma(\varrho^2\sigma^2) + C^{IV}\Sigma(\varrho\sigma)$$
$$= 90508 - 8 \,.\, 228 + 82 \,.\, (-1156)$$
$$- 100 \,.\, (-100) + (-119) \,.\, 8$$
$$= 90508 - 1824 - 94792 + 10000 - 952 = 2940,$$

ou $C^{V} = 588$

$$- 6C^{VI} = \Sigma(\varrho^6\sigma^6) - C'\Sigma(\varrho^5\sigma^5) + C''\Sigma(\varrho^4\sigma^4) - C'''\Sigma(\varrho^3\sigma^5)$$
$$+ C^{IV}\Sigma(\varrho^2\sigma^2) - C^{V}\Sigma(\varrho\sigma)$$
$$= 574340 - 8 \,.\, 90508 + 82 \,.\, 228 - 100 \,.\, (-1156)$$
$$+ (-119)(-100) - 588 \,.\, 8$$
$$= 574340 - 724064 + 18696 + 115600$$
$$+ 11900 - 4704 = - 8232,$$

ou $C^{VI} = 1372$

et par conséquent la récurrence

$$Z_x = 8Z_{x-1} - 82Z_{x-2} + 100Z_{x-3} + 119Z_{x-4} + 588Z_{x-5} - 1372Z_{x-6}$$

obtenue par une solution d'une marche directe et uniforme, qui n'offre aucune autre difficulté que la prolixité de calcul inévitable

dans l'hypothèse actuelle. Je n'arrêterai point le savant lecteur à des exemples numériques, qu'il sera toujours facile d'imaginer. Reste à considérer les cas où l'équation

$$\varrho^{m'} - \alpha'\varrho^{m'-1} + \beta'\varrho^{m'-2} - \gamma'\varrho^{m'-3} + - + - \dots \mp \mu' = 0$$

présente des *racines égales* et ceux, où plusieurs *récurrences* seroient *identiques*, c. à. d. où l'on auroit

$$\varrho' = \sigma' = \tau' = \dots \quad \varrho'' = \sigma'' = \tau'' = \dots \quad \text{etc. etc.}$$

car, pour ce qui regarde les *racines imaginaires inégales*, nous en avons tenû compte dans la solution générale, que nous venons de donner, puisque nous n'y faisons usage que de leurs sommes et de leurs produits, toujours exprimables par

$$\alpha', \beta', \gamma', \dots \quad \alpha'', \beta'', \gamma'', \dots \quad \text{etc. etc.}$$

§. 10. Pour examiner ce qui regarde les *racines égales*, partons de quelque cas particulier et supposons données les récurrences

$$p_x = 7p_{x-1} - 16p_{x-2} + 12p_{x-3} \text{ et } q_x = 2q_{x-1} - q_{x-2}$$

dont la premiere fournira l'équation

$$\varrho^3 - 7\varrho^2 + 16\varrho - 12 = 0 = (\varrho - 2)^2(\varrho - 3)$$

la seconde fournira l'équation

$$\sigma^2 - 2\sigma + 1 = 0 = (\sigma - 1)^2.$$

La théorie connue de ces récurrences nous mènera aux expressions

$$p_x = 2^x . (A + Bx) + C . 3^x \text{ et } q_x = D + Ex$$

donc le produit $p_x\, q_x$ sera de la forme

$$2^x . (F + Gx + Hx^2) + 3^x . (I + Kx),$$

qui, en vertu de la même théorie, ramène à cette loi:

$$\odot)\ p_x q_x = Z_x = 12 . Z_{x-1} - 57 . Z_{x-2} + 134 . Z_{x-3} - 156 . Z_{x-4} + 72 . Z_{x-5};$$

car le facteur trinome de 2^x indiquant trois racines égales à 2, et $I + Kx$ deux racines égales à 3, on aura une équation de la forme $(z - 2)^3 . (z - 3)^2 = 0$, ou bien:

$$z^5 - 12z^4 + 57z^3 - 134z^2 + 156z - 72 = 0,$$

qui ne peut être autre chose que la dérivée de l'équation $\odot$.

§. 11. L'éxemple précédent indique assez clairement la route qu'il faut prendre. Qu'en général la récurrence de p_x soit donnée par une équation, qui contient α' racines égales à a', β' racines égales à b', etc. celle de q_x par une autre, qui contient α'' racines égales à a'', β'' racines égales à b'', etc. alors il est évident qu'on aura

$$p_x = a'^x . [A'_1 + B'_1 x + C'_1 x^2 + + N'_1 x^{\alpha'-1}]$$
$$+ b'^x . [A'_2 + B'_2 x + C'_2 x^2 + + N'_2 x^{\beta'-1}] + + \ldots$$
$$\text{et } q_x = a''^x . [A''_1 + B''_1 x + C''_1 x^2 + + N''_1 x^{\alpha''-1}]$$
$$+ b''^x . [A''_2 + B''_2 x + C''_2 x^2 + + N''_2 x^{\beta''-1}] + + \ldots$$

Or le produit, dont la forme sera:

$$p_x q_x = z_x = (a'a'')^x . [(A') + (B')\ x + (C')\ x^2 + + (N')\ x^{\alpha'+\alpha''-2}]$$
$$+ (a'b'')^x . [(A'') + (B'')\ x + (C'')\ x^2 + + (N'')\ x^{\alpha'+\beta''-2}]$$
$$+ (a''b')^x . [(A''') + (B''')x + (C''')x^2 + + (N''')\ x^{\alpha''+\beta'-2}]$$
$$+ (a''b'')^x . [(A^{IV}) + (B^{IV})\ x + (C^{IV})\ x^2 + + (N^{IV})\ x^{\alpha''+\beta''-2}]$$
$$+ + + \ldots\ldots$$

fait voir que la récurrence de z^x se détermine par une équation qui renferme

$\alpha'+\alpha''-1$	racines égales à	$a'a''$	$\beta'+\alpha''-1$	racines égales à	$b'a''$
$\alpha'+\beta''-1$	. . . . .	$a'b''$	$\beta'+\beta''-1$	. . . . .	$b'b''$
$\alpha'+\gamma''-1$	. . . . .	$a'c''$	$\beta'+\gamma''-1$	. . . . .	$b'c''$
etc.	etc.			etc.	etc.

et qui par conséquent rendra égal à zéro le produit

$$(z - a'a'')^{\alpha'+\alpha''-1} . (z - a'b'')^{\alpha'+\beta''-1} . (z - a'c'')^{\alpha'+\gamma''-1}$$
$$\ldots (z - b'a'')^{\beta'+\alpha''-1} . (z - b'b'')^{\beta'+\beta''-1} \ldots .$$

Il n'y aura donc qu'à mettre ce produit sous la forme

$$z^n - \mathfrak{A}z^{n-1} + \mathfrak{B}z^{n-2} - \mathfrak{C}z^{n-3} + - + \ldots \pm \mathfrak{Z} = 0$$

supposant n égal à la somme des exposans $\alpha'-\alpha''-1, \alpha'+\beta''-1\ldots$ alors on obtiendra

$$z_x = \mathfrak{A}z_{x-1} - \mathfrak{B}z_{x-2} + \mathfrak{C}z_{x-3} - + - + \ldots \mp \mathfrak{Z}z_{x-n}.$$

Observons encore que si deux, trois etc. des produits $a'a''$, $a'b''$, . . . seroient égaux, on aurait à joindre les facteurs algébriques polynomes et à multiplier leur somme par l'exponentielle commune. Or la dimension de cette somme, dépendant du plus grand exposant qui se trouve dans les expressions différentes de ces polynomes, soit π^x l'exponentielle commune et E le plus grand d'entre les exposans des facteurs de cette exponentielle, E', E'', E''',... il est visible, qu'à la place de

$$(z-\pi)^{E'+1} \cdot (z-\pi)^{E''+1} \cdot (z-\pi)^{E'''+1} \ldots .$$

on doive prendre $(z-\pi)^{E+1}$; puisque p. ex. les produits partiels

$$\pi^x \cdot [L + Mx + Nx^2 + Ox^3], \quad \pi^x \cdot [P + Qx + Rx^2],$$
$$\pi^x \cdot [S + Tx], \text{ et } \pi^x \cdot U,$$

étant additionnés ne fourniront qu'un seul de la forme

$$\pi^x \cdot [L' + M'x + N'x^2 + O'x^3]$$

dont le plus grand exposant (3) donne le facteur $(z-\pi)^4$. Enfin il faut remarquer, que quoiqu'il semble que, vû l'universalité que comporte le théorème de *Newton*, sur la rélation des sommes des carrés, des cubes etc. des racines d'une équation et de ses coéfficiens, la solution générale que nous avons donnée ci-dessus, puisse s'appliquer également au cas des racines égales, et qu'elle ait même l'avantage de faire connoître la loi de récurrence sans qu'on ait besoin des racines elles-mêmes, puisque tout s'opère à l'aide de l'échelle de rélation, néanmoins on se tromperoit grossièrement en se livrant a cette apparence; car on ne sauroit supposer B et E (§. 10.) égales à zéro, sans dénaturer l'état de la solution. On doit donc la restreindre au cas où toutes les racines diffèrent l'une de l'autre. Tout bien pesé c'est en prenant la route indiquée au commencement de ce §. qu'on obtiendra une solution vraiment universelle.

§. 12. Pour y parvenir considérons aussi les *racines imaginaires* et dénotons, pour abréger, les facteurs polynomes par leurs

plus hautes puissances de x, c. à. d. écrivons (Mx^m) au lieu de $A + Bx + + Mx^m$, puisqu'on peut faire abstraction des constantes arbitraires A, B, C, . . . M. Indiquons l'existence des racines imaginaires par les facteurs quadratiques $x^2 - 2fx \cos.\phi + f^2$, $x^2 - 2gx \cos \psi + g^2$, $x^2 - 2hx \cos.\omega + h^2$, etc., alors on fait que le facteur $[x^2 - 2fx \cos.\phi + f^2]^n$ fournira dans l'expression de p_x un membre égal à

$$f^x(\cos.\phi + \sin.\phi\sqrt{-1})^x . (Mx^{n-1}) + f^x(\cos.\phi - \sin.\phi\sqrt{-1})^x . (Nx^{n-1})$$

ce qui revient à

$$f^x (\cos. x\phi + \sin. x\phi . \sqrt{-1}) . (Mx^{n-1})$$
$$+ f^x (\cos. x\phi - \sin. x\phi . \sqrt{-1}) . (Nx^{n-1})$$

où bien à

$$f^x . \cos. x\phi . (Kx^{n-1}) + f^x . \sin. x\phi . (Lx^{n-1}).$$

Donc en général, quelque soit l'équation, tirée de l'échelle de rélation, elle fournira *deux espèces de membres* dans les expressions de p_x, q_x, r_x, ... l'une composée des formes

$$a^x (\mathfrak{A} x^{\alpha-1}), \quad b^x (\mathfrak{B} x^{\beta-1}), \ldots$$

dérivées des facteurs simples

$$(x - a)^\alpha, \quad (x - b)^\beta, \ldots$$

l'autre composée des formes

$$f^x . \cos. x\phi . (\mathfrak{C}x^{n-1}) + f^x \sin. x\phi . (\mathfrak{D}x^{n-1}) \text{ etc.}$$

déduites des facteurs quadratiques

$$(x^2 - 2fx \cos.\phi + f^2)^n.$$

§. 13. Que dans l'expression de p_x q_x on rencontre des produits composés de facteurs de l'une et l'autre espèce; il est clair que

I) $a^x . (\mathfrak{A}x^{\alpha-1})$ mult. par $b^x . (\mathfrak{B}x^{\beta-1})$ donnant $(ab)^x . (\mathfrak{A}\mathfrak{B}x^{\alpha+\beta-2})$ indiquera un facteur égal à $(z - ab)^{\alpha+\beta-1}$, comme nous l'avons déjà employé §. 11.

II) $a^x(\mathfrak{A}x^{\alpha-1})$ mult. par $[f^x \cos.x\phi.(\mathfrak{C}x^{m-1}) + f^x.\sin.x\phi.(\mathfrak{D}x^{m-1})]$
donnant le produit

$$(af)^x.\cos.x\phi.(\mathfrak{A}\mathfrak{C}x^{\alpha+m-2}) + (af)^x.\sin.x\phi.(\mathfrak{A}\mathfrak{D}x^{\alpha+m-2})$$

indique un facteur égal à $[z^2 - 2\,afz\cos.\phi + a^2f^2]^{\alpha+m-1}$;
et enfin, que

III) $f^x.[\cos.x\phi.(\mathfrak{C}x^{m-1}) + \sin.x\phi.(\mathfrak{D}x^{m-1})]$
multiplié par un facteur semblable

$$g^x.[\cos.x\psi.(\mathfrak{E}x^{n-1}) + \sin.x\psi.(\mathfrak{F}x^{n-1})],$$

en fournissant le produit

$$(fg)^x.\left\{\begin{array}{l}\cos.x(\phi+\psi).(\mathfrak{G}x^{m+n-2}) + \sin.x(\phi+\psi).(\mathfrak{H}x^{m+n-2})\\ + \cos.x(\phi-\psi).(\mathfrak{J}x^{m+n-2}) + \sin.x(\phi-\psi).(\mathfrak{K}x^{m+n-2})\end{array}\right\}$$

ramène au produit des facteurs

$$(z^2 - 2fgz\cos.(\phi+\psi) + f^2g^2)^{m+n-1}$$
$$\text{et}\quad (z^2 - 2fgz\cos.(\phi-\psi) + f^2g^2)^{m+n-1}.$$

IV) S'il arrive que plusieurs exponentielles aient des bases égales, p. ex. à fg, et qu'en même tems deux angles ϕ' et ψ' aient une somme ou différence égale à $\phi+\psi$ ou $\phi-\psi$, on se servira du membre, où x est affectée du plus grand exposant, par des raisons analogues à celle que nous avons donnée §. 11.

§. 14. Il n'y a donc rien qui s'oppose à la solution complète et générale du problème en question; car, en désignant les membres exponentiels-algébriques par I′, I″; les membres exponentiels-trigonométriques par II′, II″; on peut exprimer p_x par $\Sigma.\mathrm{I}' + \Sigma.\mathrm{II}'$, q_x par $\Sigma.\mathrm{I}'' + \Sigma.\mathrm{II}''$, et en conséquence p_xq_x par

$$\Sigma.(\mathrm{I}'.\mathrm{I}'') + \Sigma.(\mathrm{I}'.\mathrm{II}'') + \Sigma.(\mathrm{II}'.\mathrm{I}'') + \Sigma.(\mathrm{II}'.\mathrm{II}'').$$

Or les formules I, II, III serviront à tirer de ces produits les facteurs simples et quadratiques (en z) qui leur conviennent. Le produit de tous ces facteurs fournira une équation

$$z^N - \alpha z^{N-1} + \beta z^{N-2} - \gamma z^{N-3} + - \ldots = 0$$

d'où enfin l'on tirera la formule

$$Z_x = \alpha Z_{x-1} - \beta Z_{x-2} + \gamma Z_{x-3} - + \ldots$$

qui renferme la loi cherchée.

§. 15. Après cet exposé j'espère que le *cas des échelles identiques* ne fera naitre aucune difficulté. On aura toujours $(p_x)^r = (\Sigma . I' + \Sigma . II'')^r$ exprimé par une suite de termes de la forme $(\Sigma . I')^s . (\Sigma . II'')^t$. Quant au premier facteur, on a en général

$$[a^x . (\mathfrak{A} x^{\alpha-1})]^s = a^{sx} . (\mathfrak{A}^s x^{s\alpha-s}) = (a^s)^x . (\mathfrak{A}' x^{s\alpha-s}),$$

expression correspondante au facteur $(z - a^s)^{s\alpha-s+1}$. Et puisque le produit des facteurs inégaux

$$f^x . [\cos. x\phi . (L x^{\lambda-1}) + \sin. x\phi . (l x^{\lambda-1})],$$

$$g^x . [\cos. x\psi . (M x^{\mu-1}) + \sin. x\psi . (m x^{\mu-1})],$$

$$h^x . [\cos. x\omega . (N x^{\nu-1}) + \sin. x\omega . (n x^{\nu-1})], \text{ etc.}$$

sera égal à

$$(fgh\ldots)^x . \Sigma \left\{ \begin{array}{l} \cos. (\phi \pm \psi \pm \omega \pm \ldots) (\mathfrak{L} x^{\lambda-1+\mu-1+\nu-1+\ldots}) \\ + \sin. (\phi \pm \psi \pm \omega \pm \ldots) (\mathfrak{l} x^{\lambda-1+\mu-1+\nu-1+\ldots}) \end{array} \right\}$$

on en conclut, pour $\phi = \psi = \omega = \ldots$, le nombre des facteurs étant $= t$, que le produit aura la forme

$$(fgh\ldots)^x . \left\{ \begin{array}{l} (\cos. t\phi + \cos. (t-2)\phi + \cos. (t-4)\phi + +) (\mathfrak{L} x^{\lambda+\mu+\nu+\ldots-t}) \\ + (\sin. t\phi + \sin. (t-2)\phi + \sin. (t-4)\phi + +) (\mathfrak{l} x^{\lambda+\mu+\nu+\ldots-t}) \end{array} \right\}$$

en y ajoutant pour les valeurs paires de t, le membre

$$(fgh\ldots)^x . (\mathfrak{L} x^{\lambda+\mu+\nu+\ldots-t}),$$

provenant de $\cos. 0\phi$. Si $f = g = h = \ldots$ et $\lambda = \mu = \nu = \ldots$ on aura le produit

$$(f^t)^x . \left\{ \begin{array}{l} (\cos. t\phi + \cos. (t-2)\phi + +) (\mathfrak{L} x^{\lambda t-t}) \\ + (\sin. t\phi + \sin. (t-2)\phi + +) (\mathfrak{l} x^{\lambda t-t}) \end{array} \right\}$$

dont on reviendra au produit des facteurs qui l'auront fait naître, savoir à

$$(x^2 - 2f^t x \cos. t\phi + f^{2t})^{\lambda t-t+1},\ (x^2 - 2f^t x \cos. (t-2)\phi + f^{2t})^{\lambda t-t+1}, \text{ etc.}$$

en y ajoutant encore le facteur provenant du membre additionel,

lorsque t est un nombre pair; ce facteur est $= (x - f^t)^{\lambda t - t + 1}$ et s'obtient lorsque cos. 0Φ entre dans l'expression du facteur quadratique, dont alors il faut prendre la racine carrée.

§. 16. Je terminerai ces recherches générales par un exemple particulier. Soit $p_x = \alpha p_{x-1} - \beta p_{x-2}$ et $\varrho_{,}$, $\varrho_{,,}$ les racines de l'équation $\varrho^2 - \alpha\varrho + \beta = 0$. Alors, en employant la forme exponentielle, on aura $p_x = A\varrho_{,}^x + B\varrho_{,,}^x$, par conséquent :

$$(p_x)^2 = A^2 (\varrho_{,}^2)^x + 2\,AB\,(\varrho_{,}\varrho_{,,})^x + B^2 (\varrho_{,,}^2)^x.$$

Or $\varrho_{,}^2 = R'$, $\varrho_{,}\varrho_{,,} = R''$, $\varrho_{,,}^2 = R'''$ seront les racines d'une nouvelle équation, dont il s'agit de déterminer les coéfficiens ; soient γ, δ, ε ces coéfficiens, alors

$$\gamma = R' + R'' + R''' = (\varrho_{,} + \varrho_{,,})^2 - \varrho_{,}\varrho_{,} = \alpha^2 - \beta,$$
$$\delta = R'R'' + R'R''' + R''R''' = \varrho_{,}^3\varrho_{,,} + \varrho_{,}^2\varrho_{,,}^2 + \varrho_{,}\varrho_{,,}^3$$
$$= \varrho_{,}\varrho_{,,} \cdot (\varrho_{,}^2 + \varrho_{,}\varrho_{,,} + \varrho_{,,}^2) = \beta(\alpha^2 - \beta);$$
$$\varepsilon = R'R''R''' = \varrho_{,}^3\varrho_{,,}^3 = \beta^3.$$

Ainsi l'on trouve $(z - R')(z - R'')(z - R''') = z^3 - \gamma z^2 + \delta z - \varepsilon = 0$ et l'echelle de relation, correspondante à la nouvelle série, dont le terme général est $(p_x)^2 = z_x$, sera

$$z_x = (\alpha^2 - \beta)\, z_{x-1} - \beta\,(\alpha^2 - \beta)\, z_{x-2} + \beta^3 z_{x-3}.$$

Faisant β négatif, ou supposant $p_x = \alpha p_{x-1} + \beta p_{x-2}$ la formule précédente deviendra

$$z_x = (\alpha^2 + \beta)\, z_{x-1} + \beta\,(\alpha^2 + \beta)\, z_{x-2} - \beta^3 z_{x-3}.$$

Soit $\alpha = \beta = 1$ ou $p_x = p_{x-1} + p_{x-2}$, alors

$$(p_x)^2 = z_x = 2\, z_{x-1} + 2\, z_{x-2} - z_{x-3}.$$

Ainsi de P . . . . 1, 2, 3, 5 8, 13, 21, 34, . . .
on tirera z_x . . . . 1, 4, 9, 25 64, 169, 441, 1156, . . .

où 441 = 2 . (64 + 169) — 25 = 466 — 25
1156 = 2 . (441 + 169) — 64 = 1220 — 64
etc. etc.

Veut-on des cubes; on fera

$$\varrho_{,}^3 = R', \ \varrho_{,}^2\varrho_{,,} = R'', \ \varrho_{,}\varrho_{,,}^2 = R''', \text{ et } \varrho_{,,}^3 = R^{IV}.$$

Soit donc

$$\gamma = R' + R'' + R''' + R^{IV} = (\varrho_{,}^2 + \varrho_{,,}^2)(\varrho_{,} + \varrho_{,,})$$
$$= [(\varrho_{,} + \varrho_{,,})^2 - 2\varrho_{,}\varrho_{,,}][\varrho_{,} + \varrho_{,,}] = (\alpha^2 - 2\beta)\alpha$$
$$\delta = R'R'' + R'R''' + R'R^{IV} + R''R''' + R''R^{IV} + R'''R^{IV}$$
$$= \varrho_{,}^5\varrho_{,,} + \varrho_{,}^4\varrho_{,,}^2 + \varrho_{,}^3\varrho_{,,}^3 + \varrho_{,}^3\varrho_{,,}^3 + \varrho_{,}^2\varrho_{,,}^4 + \varrho_{,}\varrho_{,,}^5$$
$$= \varrho_{,}^3\varrho_{,,}\cdot(\varrho_{,}^2 + \varrho_{,}\varrho_{,,} + \varrho_{,,}^2) + \varrho_{,,}^3\varrho_{,}\cdot(\varrho_{,}^2 + \varrho_{,}\varrho_{,,} + \varrho_{,,}^2)$$
$$= \varrho_{,}\varrho_{,,}\cdot(\varrho_{,}^2 + \varrho_{,,}^2)(\varrho_{,}^2 + \varrho_{,}\varrho_{,,} + \varrho_{,,}^2) = \beta(\alpha^2 - 2\beta)(\alpha^2 - \beta)$$
$$\varepsilon = R'R''R''' + R'R''R^{IV} + R'R'''R^{IV} + R''R'''R^{IV}$$
$$= \varrho_{,}^6\varrho_{,,}^3 + \varrho_{,}^5\varrho_{,,}^4 + \varrho_{,}^4\varrho_{,,}^5 + \varrho_{,}^3\varrho_{,,}^6$$
$$= \varrho_{,}^3 + \varrho_{,,}^3(\varrho_{,}^3 + \varrho_{,}^2\varrho_{,,} + \varrho_{,}\varrho_{,,}^2 + \varrho_{,,}^3) = \alpha\beta^3(\alpha^2 - 2\beta)$$
$$\text{enfin } \zeta = R'R''R'''R^{IV} = \varrho_{,}^6\cdot\varrho_{,,}^6 = \beta^6.$$

De là on déduira, comme précedemment,

$$(p_x)^3 = z_x = \alpha(\alpha^2 - 2\beta)z_{x-1} - \beta(\alpha^2 - 2\beta)(\alpha^2 - \beta)z_{x-2}$$
$$+ \alpha\beta^3(\alpha^2 - 2\beta)z_{x-3} - \beta^6 z_{x-4}$$

et pour l'échelle $p_x = \alpha p_{x-1} + \beta p_{x-2}$

$$(p_x)^3 = z_x = \alpha(\alpha^2 + 2\beta)z_{x-1} + \beta(\alpha^2 + 2\beta)(\alpha^2 + \beta)z_{x-2}$$
$$- \alpha\beta^3(\alpha^2 + 2\beta)z_{x-3} - \beta^6 z_{x-4}$$

formule qui, dans le cas de l'exemple précedent, donne

$$z_x = 3z_{x-1} + 6z_{x-2} - 3z_{x-3} - z_{x-4}.$$

Aussi la suite

z_x .... 1, 8, 27, 125, 512, 2197, 9261, 39304,...

vérifie-t-elle cette loi; car on a

9261 = 3.2197 + 6. 512 − 3:125 − 27 = 9663 − 402
39304 = 3.9261 + 6.2197 − 3.512 − 125 = 40965 − 1661
etc. etc.

§. 17. L'on voit par ce qui précède, que les suites des produits, formés en multipliant ensemble les termes premiers, seconds, troisièmes, etc. de plusieurs séries récurrentes, sont elles-mêmes des

séries récurrentes, dont la loi sera toujours assignable par les méthodes que je viens d'expliquer. On y parvient toutefois en passant de la forme réccurrente du terme général à sa forme exponentielle et puis en repassant de celle-ci à celle-là. Cette *progression et régression entre deux formes différentes d'une même fonction* n'est point sans exemple dans l'Analyse. Tout le monde connoît le bel emploi que feu Mr. *Lagrange* a fait des formes imaginaires pour développer des suites exprimées en fonctions trigonométriques et dont on ne sauroit se dispenser d'admirer l'élégance et la symmétrie. Il faut posseder toute l'habitude au calcul et tout le courage de Mr. *Trembley*, pour ne pas s'effrayer à la longueur des démonstrations, où le désir d'éviter ces formes imaginaires a engagé ce savant et profond Analyste; tandis que tout devient aisé quand, après les transformations convenables à l'état du problème, on revient de la forme imaginaire aux expressions trigonométriques. L'étendue presque infinie des Mathématiques présente à ceux qui les cultivent, assez de difficultés pour n'en point faire naître des nouvelles par les routes tortueuses, où les Anciens et plusieurs modernes ont fait marcher leurs Amateurs.



DE LA PRÉCESSION

EN ASCENSION DROITE & EN DÉCLINAISON.

PAR

F. T. SCHUBERT.

Présenté à la Conférence le 3. Mai 1820.

§. 1. La précession des équinoxes étant l'effet d'un mouvement uniforme et rétrograde du pole de l'équateur sur un petit cercle dont le pole est celui de l'écliptique, il est clair que l'obliquité de l'écliptique ni les latitudes des astres n'en éprouvent aucune altération, tandis que la longitude de toutes les étoiles croît annuellement d'un petit arc ζ qui est d'environ $50''$; de sorte que l'accroissement commun à la longitude des astres, pendant un tems quelconque de t ans, serait égal à ζt. Mais les astronomes ont coutume de réunir à ce mouvement de l'équateur, provenant de l'action du Soleil et de la Lune sur le sphéroïde terrestre, celui de l'écliptique, produit par l'attraction des planètes, situées hors du plan de l'orbite terrestre. Or, ce dernier mouvement n'étant pas tout-à-fait uniforme, parceque les argumens dont il dépend, savoir les élémens des orbites planétaires, sont variables, il en résulte que l'accroissement de la longitude des astres est composé de plusieurs termes, dont les plus considérables sont proportionnels au tems, tandis que les autres dépendent du carré du tems et de ses puissances plus élevées, ou plutôt des sinus de différens angles qui croissent proportionnellement au tems.

§. 2. D'après les meilleures observations, et dans l'état actuel du système solaire, le mouvement annuel rétrogade des points équinoxiaux est de $50'',1$, et l'action des planètes produit

un mouvement direct de $0'',2$, de sorte que la précession luni-solaire est de $50'',3$. Suivant la formule donnée par Mr. Laplace (*Mécanique céleste Tom.* 3. *pag.* 112.), la précession des équinoxes est de cette forme

$$a t + b (1 - \cos \alpha t) - c \sin \beta t,$$

t étant le nombre d'années écoulées depuis 1750, et la valeur numérique des coefficiens étant déterminée par les masses et les autres élémens des planètes, comme il suit :

$a = 50'',39561$; $b = 2^\circ 38' 9'',41 = 0,046005958$;
$c = 1^\circ 12' 13'',24 = 0,02100814$; $\alpha = 32'',6453$; $\beta = 14'',1147$.

Nommant donc λ la longitude d'un astre, et $\Delta\lambda$ l'accroissement des longitudes, ou la précession des équinoxes sur l'écliptique vraie, nous aurons

$$\Delta\lambda = a t + 2 b (\sin \tfrac{1}{2} \alpha t)^2 - c \sin \beta t.$$

On peut développer cette formule en une série qui procède d'après les puissances du nombre t, en substituant

$$1 - \cos \alpha t = \frac{\alpha^2}{2} t^2 - \frac{\alpha^4}{24} t^4 + \text{etc.}, \quad \sin \beta t = \beta t - \frac{\beta^3}{6} t^3 + \text{etc.},$$

d'où il vient

$$\Delta\lambda = (a - c\beta) t + \tfrac{1}{2} b\alpha^2 t^2 + \tfrac{1}{6} c\beta^3 t^3 - \tfrac{1}{24} b\alpha^4 t^4 + \text{etc.}$$
$$= 50'',0991 \,.\, t + 0'',000\,118\,85 \,.\, t^2 + 0'',000\,000\,000\,23142 \,.\, t^3$$
$$- 0'',000\,000\,000\,000\,248 \,.\, t^4 + \text{etc.}$$

Faisant $t = \pm 1000$, cette série donne

$$\Delta\lambda = \pm 13^\circ 54' 59'',1 + 1' 58'',85 \pm 0'',23 - 0'',25$$

c'est-à-dire, $+ 13^\circ 56' 57'',93$ pour l'an 2750, et $- 13^\circ 53' 0'',73$ pour l'an 750.

On voit donc que, dans tous les cas, il suffit de calculer les deux premiers termes,

$$\Delta\lambda = 50'',099 \,.\, t + 0'',000\,118\,85 \,.\, t^2.$$

La premiere formule $\Delta\lambda = at + 2b (\sin \frac{1}{2} \alpha t)^2 - c \sin \beta t$, donn également, lorsque $t = \pm 1000$,

$\Delta\lambda = \pm 50395'',61 + 18978'',82 (\sin 4^\circ 32' 2'',65)^2$
$\mp 4333'',24 . \sin 3^\circ 55' 14'',7 = \pm 13^\circ 59' 55'',61$
$+ 1' 58'',60 \mp 4' 56'',29 = + 13^\circ 56' 57'',92$ et
$- 13^\circ 53' 0'',72$.

§. 3. L'obliquité de l'écliptique, ε, éprouve par l'action des planètes, une variation

$$\Delta\varepsilon = - f \sin \alpha t - g (1 - \cos \beta t) = - f \sin \alpha t - 2g (\sin \tfrac{1}{2} \beta t)^2,$$

ou bien $\Delta\varepsilon = - f\alpha . t - \frac{1}{2} g\beta^2 . t^2 + \frac{1}{6} f\alpha^3 t^3 + \text{etc.}$ f étant $= 3165'',2208$, $g = 1121'',1372$, et t, α, β, ayant les mêmes valeurs que ci-dessus. Cela donne, en secondes d'un degré,
$\Delta\varepsilon = - 0'',50096 . t - 0'',000\,002\,625 . t^2 - 0'',000\,000\,002\,0915 . t^3$,
donc en mille ans, $\Delta\varepsilon = - 8'20'',96 - 2'',62 - 2'',09 = - 8'25'',67$,
et pour les tems antérieurs,

$$\Delta\varepsilon = + 8'20'',96 - 2'',62 + 2'',09 = + 8'20'',43.$$

Dans les tables du Soleil par M. Delambre, (Tab. V.) on trouve la précession en mille ans, à partir de 1750, $+ 13^\circ 57' 1'',6$ et $- 13^\circ 52' 57'',2$; et la variation de l'obliquite de l'écliptique, $- 8' 41'',7$ et $+ 8' 36'',8$; l'époque étant l'an 1800, pour lequel l'obliquité est supposée de $23^\circ 27' 57''$.

§. 4. On trouve donc, à l'aide de ces formules ou des tables, la variation de la longitude des astres, $\Delta\lambda$, et celle de l'obliquité de l'écliptique, $\Delta\varepsilon$, pendant un tems quelconque, et le problème dont il s'agit ici, est de trouver les variations de l'ascension droite et de la déclinaison, qui en résultent, et de les exprimer par les ascensions droites et les déclinaisons.

§. 5. Nommant ε l'obliquité de l'écliptique, et λ, β, ϱ, δ, la longitude, la latitude, l'ascension droite, et la déclinaison d'une étoile, la trigonométrie sphérique donne les équations suivantes:

$$(1) \ldots \sin\delta = \cos\varepsilon \sin\beta + \sin\varepsilon \cos\beta \sin\lambda ,$$
$$(2) \ldots \operatorname{tang}\varrho = \frac{\cos\varepsilon \sin\lambda - \sin\varepsilon \operatorname{tang}\beta}{\cos\lambda} ,$$
$$(3) \ldots \cos\beta \cos\lambda = \cos\delta \cos\varrho ,$$
$$(4) \ldots \sin\beta = \cos\varepsilon \sin\delta - \sin\varepsilon \cos\delta \sin\varrho ,$$
$$(5) \ldots \operatorname{tang}\lambda = \frac{\sin\varepsilon \operatorname{tang}\delta + \cos\varepsilon \sin\varrho}{\cos\varrho} .$$

Comme la latitude des astres n'éprouve aucun changement par la précession des équinoxes, il faut différentier les deux premières équations par rapport à λ et ε, ce qui donne

$$\partial\delta \cos\delta = \partial\lambda \sin\varepsilon \cos\beta \cos\lambda + \partial\varepsilon (\cos\varepsilon \cos\beta \sin\lambda - \sin\varepsilon \sin\beta) ,$$
$$\frac{\partial\varrho}{\cos^2\varrho} = \frac{\partial\lambda (\cos\varepsilon - \sin\varepsilon \operatorname{tg}\beta \sin\lambda)}{\cos^2\lambda} - \frac{\partial\varepsilon (\sin\varepsilon \sin\lambda + \cos\varepsilon \operatorname{tg}\beta)}{\cos\lambda} ,$$

d'où l'on tire, comme nous verrons plus bas,

$$\partial\delta = \partial\lambda \sin\varepsilon \cos\varrho + \partial\varepsilon \sin\varrho ,$$
$$\partial\varrho = \partial\lambda (\cos\varepsilon + \sin\varepsilon \operatorname{tg}\delta \sin\varrho) - \partial\varepsilon \operatorname{tg}\delta \cos\varrho .$$

Voilà les formules vulgaires, à la différentielle $\partial\varepsilon$ près, qu'on néglige ordinairement. Mais comme les coefficiens de ces différentielles, étant composés des angles ε, ϱ, δ, sont aussi variables, on ne peut se servir de ces formules que pour un ou deux ans. Si l'intervalle est plus grand, on donne la règle, de donner à ε, δ, ϱ, les valeurs qui correspondent au milieu de l'intervalle de tems compris entre les deux époques (Voy. *Mécan. céleste*, *T.* 2. *p.* 350.), de maniere qu'il faut faire un calcul préliminaire, pour trouver les valeurs intermédiaires de ε, δ, ϱ, qui serviront d'argumens aux formules précédentes dans le second calcul.

Cette méthode indirecte ne donnant pas, malgré sa longueur, un résultat assés exact, pour un long intervalle, comme je le ferai voir, il m'a paru utile de résoudre le problème par une méthode directe, en cherchant une formule dont tous les argumens sont constans, c'est-à-dire que tous les angles retiennent les valeurs qui correspondent à l'époque dont on part. Pour cet effet on n'a qu'à appliquer le théorème de Taylor à ce problème.

§. 6. Regardant $\sin\delta = x$ comme fonction des deux variables λ, ε, et nommant $\Delta\lambda$, $\Delta\varepsilon$, leurs variations pendant un tems quelconque, qui sont données par les formules précédentes (§. 2. 3.), le théorème de Taylor nous fournit cette équation

$$(A) \ldots \Delta x = \left(\frac{\partial x}{\partial\lambda}\right)\Delta\lambda + \left(\frac{\partial x}{\partial\varepsilon}\right)\Delta\varepsilon + \left(\frac{\partial\partial x}{2\partial\lambda^2}\right)\Delta\lambda^2 + \left(\frac{\partial\partial x}{\partial\lambda\partial\varepsilon}\right)\Delta\lambda\Delta\varepsilon + \left(\frac{\partial\partial x}{2\partial\varepsilon^2}\right)\Delta\varepsilon^2 + \left(\frac{\partial^3 x}{6\partial\lambda^3}\right)\Delta\lambda^3 + \text{etc.}$$

La différentiation de l'equation (1) (§. 5.) donne les différentielles partielles :

$$\left(\frac{\partial x}{\partial\lambda}\right) = \sin\varepsilon\cos\beta\cos\lambda, \quad \left(\frac{\partial x}{\partial\varepsilon}\right) = \cos\varepsilon\cos\beta\sin\lambda - \sin\varepsilon\sin\beta,$$
$$\left(\frac{\partial\partial x}{\partial\lambda^2}\right) = -\sin\varepsilon\cos\beta\sin\lambda, \quad \left(\frac{\partial\partial x}{\partial\lambda\partial\varepsilon}\right) = \cos\varepsilon\cos\beta\cos\lambda,$$
$$\left(\frac{\partial\partial x}{\partial\varepsilon^2}\right) = -\sin\varepsilon\cos\beta\sin\lambda - \cos\varepsilon\sin\beta, \quad \left(\frac{\partial^3 x}{\partial\lambda^3}\right) = -\sin\varepsilon\cos\beta\cos\lambda.$$

Substituant $\cos\beta\cos\lambda = \cos\delta\cos\varrho$ (§. 5. (3)), ces équations deviennent

$$\left(\frac{\partial x}{\partial\lambda}\right) = \sin\varepsilon\cos\delta\cos\varrho, \quad \left(\frac{\partial x}{\partial\varepsilon}\right) = \cos\varepsilon\cos\delta\cos\varrho\,\mathrm{tg}\,\lambda - \sin\varepsilon\sin\beta,$$
$$\left(\frac{\partial\partial x}{\partial\lambda^2}\right) = -\sin\varepsilon\cos\delta\cos\varrho\,\mathrm{tg}\,\lambda, \quad \left(\frac{\partial\partial x}{\partial\lambda\partial\varepsilon}\right) = \cos\varepsilon\cos\delta\cos\varrho,$$
$$\left(\frac{\partial\partial x}{\partial\varepsilon^2}\right) = -\sin\varepsilon\cos\delta\cos\varrho\,\mathrm{tg}\lambda - \cos\varepsilon\sin\beta, \quad \left(\frac{\partial^3 x}{\partial\lambda^3}\right) = -\sin\varepsilon\cos\delta\cos\varrho.$$

Faisant pour abréger, $\frac{\sin\beta}{\cos\delta} = A$, $\cos\varrho\,\mathrm{tg}\lambda = B$, de sorte que (§. 5. (4) (5))

$$A = \cos\varepsilon\,\mathrm{tg}\,\delta - \sin\varepsilon\sin\varrho, \quad B = \sin\varepsilon\,\mathrm{tg}\,\delta + \cos\varepsilon\sin\varrho,$$

on aura

$$B\cos\varepsilon - A\sin\varepsilon = \sin\varrho, \quad B\sin\varepsilon + A\cos\varepsilon = \mathrm{tang}\,\delta,$$

et il viendra

$$\left(\frac{\partial x}{\partial\varepsilon}\right) = \cos\delta\,(B\cos\varepsilon - A\sin\varepsilon), \quad \left(\frac{\partial\partial x}{\partial\lambda^2}\right) = -B\sin\varepsilon\cos\delta,$$
$$\left(\frac{\partial\partial x}{\partial\varepsilon^2}\right) = -\cos\delta\,(B\sin\varepsilon + A\cos\varepsilon),$$

de sorte que nos équations différentielles seront

$$(B) \ldots \left(\frac{\partial x}{\partial\lambda}\right) = \sin\varepsilon\cos\delta\cos\varrho, \quad \left(\frac{\partial x}{\partial\varepsilon}\right) = \cos\delta\sin\varrho,$$
$$\left(\frac{\partial\partial x}{\partial\lambda^2}\right) = -B\sin\varepsilon\cos\delta, \quad \left(\frac{\partial\partial x}{\partial\lambda\partial\varepsilon}\right) = \cos\varepsilon\cos\delta\cos\varrho,$$
$$\left(\frac{\partial\partial x}{\partial\varepsilon^2}\right) = -\sin\delta, \quad \left(\frac{\partial^3 x}{\partial\lambda^3}\right) = -\sin\varepsilon\cos\delta\cos\varrho.$$

§. 7. Regardant ensuite δ comme fonction de $\sin\delta = x$, on a par le même théorème,

$$(C) \ldots \Delta\delta = \left(\frac{\partial\delta}{\partial x}\right)\Delta x + \left(\frac{\partial\partial\delta}{2\partial x^2}\right)\Delta x^2 + \left(\frac{\partial^3\delta}{6\partial x^3}\right)\Delta x^3 + \text{etc.}$$

et l'on trouve $\partial x = \partial\delta\cos\delta$, $\frac{\partial\delta}{\partial x} = \frac{1}{\cos\delta} = (1 - x^2)^{-\frac{1}{2}}$,

$\frac{\partial\partial\delta}{\partial x^2} = x(1-x^2)^{-\frac{3}{2}}$, $\frac{\partial^3\delta}{\partial x^3} = (1-x^2)^{-\frac{3}{2}} + 3x^2(1-x^2)^{-\frac{5}{2}}$, ou

$$(D) \ldots \left(\frac{\partial\delta}{\partial x}\right) = \frac{1}{\cos\delta}, \quad \left(\frac{\partial\partial\delta}{\partial x^2}\right) = \frac{\sin\delta}{\cos^3\delta}, \quad \left(\frac{\partial^3\delta}{\partial x^3}\right) = \frac{1+2\sin^2\delta}{\cos^5\delta}.$$

§. 8. Nous verrons que, dans tous les cas, il serait inutile de porter la précision au delà des termes de l'ordre $\Delta\lambda^3$, de sorte que, dans le développement de ces séries, on peut négliger les termes $\Delta\lambda\Delta\varepsilon^2$, $\Delta\lambda^2\Delta\varepsilon$, $\Delta\varepsilon^3$, etc. vu que $\Delta\varepsilon$ n'est que la centième partie de $\Delta\lambda$.

Substituant donc la valeur (A) (§. 6.) de Δx, laquelle donne

$$\Delta x^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial\lambda}\right)^2\Delta\lambda^2 + 2\left(\frac{\partial x}{\partial\lambda}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial\varepsilon}\right)\Delta\lambda\Delta\varepsilon + \left(\frac{\partial x}{\partial\varepsilon}\right)^2\Delta\varepsilon^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial\lambda}\right)\left(\frac{\partial\partial x}{\partial\lambda^2}\right)\Delta\lambda^3,$$

et $\Delta x^3 = \left(\frac{\partial x}{\partial\lambda}\right)^3\Delta\lambda^3$, l'équation (C) (§. 7.) deviendra

$$\begin{aligned}\Delta\delta = {} & \left(\frac{\partial\delta}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial\lambda}\right)\Delta\lambda + \left(\frac{\partial\delta}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial\varepsilon}\right)\Delta\varepsilon + \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial\delta}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial\partial x}{\partial\lambda^2}\right)\Delta\lambda^2 \\ & + \left(\frac{\partial\delta}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial\partial x}{\partial\lambda\partial\varepsilon}\right)\Delta\lambda\Delta\varepsilon + \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial\delta}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial\partial x}{\partial\varepsilon^2}\right)\Delta\varepsilon^2 + \tfrac{1}{6}\left(\frac{\partial\delta}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial^3 x}{\partial\lambda^3}\right)\Delta\lambda^3 \\ & + \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial\partial\delta}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial\lambda}\right)^2\Delta\lambda^2 + \left(\frac{\partial\partial\delta}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial\lambda}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial\varepsilon}\right)\Delta\lambda\Delta\varepsilon + \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial\partial\delta}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial\varepsilon}\right)^2\Delta\varepsilon^2 \\ & + \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial\partial\delta}{\partial x^2}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial\lambda}\right)\left(\frac{\partial\partial x}{\partial\lambda^2}\right)\Delta\lambda^3 + \tfrac{1}{6}\left(\frac{\partial^3\delta}{\partial x^3}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial\lambda}\right)^3\Delta\lambda^3.\end{aligned}$$

Maintenant, si on introduit les valeurs (B) et (D) (§. 6. 7.), cette série prendra la forme

$$\begin{aligned}\Delta\delta = {} & \Delta\lambda.\sin\varepsilon\cos\varrho + \Delta\varepsilon.\sin\varrho - \frac{\Delta\lambda^2}{2}(B\sin\varepsilon - \sin^2\varepsilon\,\mathrm{tg}\,\delta\cos^2\varrho) \\ & + \Delta\lambda\Delta\varepsilon(\cos\varepsilon\cos\varrho + \sin\varepsilon\,\mathrm{tg}\,\delta\sin\varrho\cos\varrho) - \frac{\Delta\varepsilon^2}{2}(\mathrm{tg}\,\delta - \mathrm{tg}\,\delta\sin^2\varrho) \\ & - \frac{\Delta\lambda^3}{6}\left(\sin\varepsilon\cos\varrho + 3B\sin^2\varepsilon\,\mathrm{tg}\,\delta\cos\varrho - \sin^3\varepsilon\cos^3\varrho.\frac{1+2\sin^2\delta}{\cos^2\delta}\right).\end{aligned}$$

Faisant pour abréger, $\cos\varepsilon + \sin\varepsilon\,\mathrm{tang}\,\delta\sin\varrho = M$, et substituant $\sin\varepsilon\,\mathrm{tg}\,\delta + \cos\varepsilon\sin\varrho$ au lieu de B (§. 6.), il viendra

$$(M) \ldots \Delta\delta = \Delta\lambda . \sin\varepsilon \cos\varrho + \Delta\varepsilon . \sin\varrho - \frac{\Delta\lambda^2}{2} M \sin\varepsilon \sin\varrho$$
$$+ \Delta\lambda\Delta\varepsilon . M \cos\varrho - \frac{\Delta\varepsilon^2}{2} \operatorname{tg}\delta \cos^2\varrho$$
$$- \frac{\Delta\lambda^3}{6} \sin\varepsilon \cos\varrho\,(3M \sin\varepsilon \operatorname{tg}\delta \sin\varrho + 1 - \sin^2\varepsilon \cos^2\varrho).$$

§. 9. On trouve de la même manière, la variation de $\operatorname{tang}\varrho = y$. Le théorème de Taylor donne

$$(E) \ldots \Delta y = \left(\frac{\partial y}{\partial\lambda}\right)\Delta\lambda + \left(\frac{\partial y}{\partial\varepsilon}\right)\Delta\varepsilon + \left(\frac{\partial\partial y}{2\partial\lambda^2}\right)\Delta\lambda^2 + \left(\frac{\partial\partial y}{\partial\lambda\partial\varepsilon}\right)\Delta\lambda\Delta\varepsilon$$
$$+ \left(\frac{\partial\partial y}{2\partial\varepsilon^2}\right)\Delta\varepsilon^2 + \left(\frac{\partial^3 y}{6\partial\lambda^3}\right)\Delta\lambda^3,$$

$$(F) \ldots \Delta\varrho = \left(\frac{\partial\varrho}{\partial y}\right)\Delta y + \left(\frac{\partial\partial\varrho}{2\partial y^2}\right)\Delta y^2 + \left(\frac{\partial^3\varrho}{6\partial y^3}\right)\Delta y^3,$$

et à cause de $\partial y = \frac{\partial\varrho}{\cos^2\varrho}$, $\frac{\partial\varrho}{\partial y} = \cos^2\varrho = \frac{1}{1+y^2}$, $\frac{\partial\partial\varrho}{\partial y^2} = -\frac{2y}{(1+y^2)^2}$,

$$\frac{\partial^3\varrho}{\partial y^3} = \frac{2(3y^2-1)}{(1+y^2)^3}, \text{ ou}$$

$$(G) \ldots \left(\frac{\partial\varrho}{\partial y}\right) = \cos^2\varrho, \quad \left(\frac{\partial\partial\varrho}{\partial y^2}\right) = -2\sin\varrho\cos^3\varrho,$$
$$\left(\frac{\partial^3\varrho}{\partial y^3}\right) = 2\cos^4\varrho\,(4\sin^2\varrho - 1).$$

La substitution de la valeur de $\Delta y \ldots$ (E), et

$$\Delta y^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial\lambda}\right)^2\Delta\lambda^2 + 2\left(\frac{\partial y}{\partial\lambda}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial\varepsilon}\right)\Delta\lambda\Delta\varepsilon + \left(\frac{\partial y}{\partial\varepsilon}\right)^2\Delta\varepsilon^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial\lambda}\right)\left(\frac{\partial\partial y}{\partial\lambda^2}\right)\Delta\lambda^3,$$

$\Delta y^3 = \left(\frac{\partial y}{\partial\lambda}\right)^3\Delta\lambda^3$, donnera à l'équation (F) cette forme :

$$(H) \ldots \Delta\varrho = \left(\frac{\partial\varrho}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial\lambda}\right)\Delta\lambda + \left(\frac{\partial\varrho}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial\varepsilon}\right)\Delta\varepsilon + \frac{\Delta\lambda^2}{2}\left(\frac{\partial\varrho}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial\partial y}{\partial\lambda^2}\right)$$
$$+ \Delta\lambda\Delta\varepsilon . \left(\frac{\partial\varrho}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial\partial y}{\partial\lambda\partial\varepsilon}\right) + \frac{\Delta\varepsilon^2}{2}\left(\frac{\partial\varrho}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial\partial y}{\partial\varepsilon^2}\right) + \frac{\Delta\lambda^3}{6}\left(\frac{\partial\varrho}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial^3 y}{\partial\lambda^3}\right)$$
$$+ \frac{\Delta\lambda^2}{2}\left(\frac{\partial\partial\varrho}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial\lambda}\right)^2 + \Delta\lambda\Delta\varepsilon . \left(\frac{\partial\partial\varrho}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial\lambda}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial\varepsilon}\right) + \frac{\Delta\varepsilon^2}{2}\left(\frac{\partial\partial\varrho}{\partial y^2}\right)\frac{\partial y}{\partial\varepsilon}^2$$
$$+ \frac{\Delta\lambda^3}{2}\left(\frac{\partial\partial\varrho}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial\lambda}\right)\left(\frac{\partial\partial y}{\partial\lambda^2}\right) + \frac{\Delta\lambda^3}{6}\left(\frac{\partial^3\varrho}{\partial y^3}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial\lambda}\right)^3.$$

§. 10. La différentiation de l'équation (2) (§. 5.) donne

$$\left(\frac{\partial y}{\partial\lambda}\right) = \frac{\cos\varepsilon - \sin\varepsilon \operatorname{tg}\beta \sin\lambda}{\cos^2\lambda}, \quad \left(\frac{\partial y}{\partial\varepsilon}\right) = -\frac{\sin\varepsilon\sin\lambda + \cos\varepsilon \operatorname{tg}\beta}{\cos\lambda},$$

$$\left(\frac{\partial\partial y}{\partial\lambda^2}\right) = \frac{2\cos\varepsilon\sin\lambda - \sin\varepsilon \operatorname{tg}\beta\,(1+\sin^2\lambda)}{\cos^3\lambda}, \quad \left(\frac{\partial\partial y}{\partial\lambda\partial\varepsilon}\right) = -\frac{\sin\varepsilon + \cos\varepsilon \operatorname{tg}\beta \sin\lambda}{\cos^2\lambda},$$

$$\left(\frac{\partial\partial y}{\partial \varepsilon^2}\right) = \frac{\sin\varepsilon\, \mathrm{tg}\beta - \cos\varepsilon \sin\lambda}{\cos\lambda}, \quad \left(\frac{\partial^3 y}{\partial \lambda^3}\right) = \frac{2\cos\varepsilon(1+2\sin^2\lambda) - \sin\varepsilon\,\mathrm{tg}\beta \sin\lambda\,(5+\sin^2\lambda)}{\cos^4\lambda},$$

ou $\left(\frac{\partial y}{\partial \lambda}\right) = \cos\varepsilon\,(1+\mathrm{tg}^2\lambda) - \frac{\sin\varepsilon\sin\beta\,\mathrm{tg}\lambda}{\cos\beta\cos\lambda}$,

$$\left(\frac{\partial y}{\partial \varepsilon}\right) = -\sin\varepsilon\,\mathrm{tg}\lambda - \frac{\cos\varepsilon\sin\beta}{\cos\beta\cos\lambda},$$

$$\left(\frac{\partial\partial y}{\partial \lambda^2}\right) = 2\cos\varepsilon\,\mathrm{tg}\lambda\,(1+\mathrm{tg}^2\lambda) - \frac{\sin\varepsilon\sin\beta}{\cos\beta\cos\lambda}(1+2\,\mathrm{tg}^2\lambda),$$

$$\left(\frac{\partial\partial y}{\partial \lambda\partial\varepsilon}\right) = -\sin\varepsilon\,(1+\mathrm{tg}^2\lambda) - \frac{\cos\varepsilon\sin\beta\,\mathrm{tg}\lambda}{\cos\beta\cos\lambda},$$

$$\left(\frac{\partial\partial y}{\partial \varepsilon^2}\right) = \frac{\sin\varepsilon\sin\beta}{\cos\beta\cos\lambda} - \cos\varepsilon\,\mathrm{tg}\lambda,$$

$$\left(\frac{\partial^3 y}{\partial \lambda^3}\right) = 2\cos\varepsilon\,(1+4\,\mathrm{tg}^2\lambda+3\,\mathrm{tg}^4\lambda) - \frac{\sin\varepsilon\sin\beta\,\mathrm{tg}\lambda}{\cos\beta\cos\lambda}(5+6\,\mathrm{tg}^2\lambda).$$

Mettant $\cos\delta\cos\varrho$ au lieu de $\cos\beta\cos\lambda$, A au lieu de $\frac{\sin\beta}{\cos\delta}$, et $\frac{B}{\cos\varrho}$ au lieu de $\mathrm{tang}\lambda$ (§. 5. (3), §. 6.), les différentielles précédentes prendront les valeurs :

$$\left(\frac{\partial y}{\partial \lambda}\right) = \frac{\cos\varepsilon\,(\cos^2\varrho+B^2)}{\cos^2\varrho} - \frac{AB\sin\varepsilon}{\cos^2\varrho}, \quad \left(\frac{\partial y}{\partial \varepsilon}\right) = -\frac{B\sin\varepsilon}{\cos\varrho} - \frac{A\cos\varepsilon}{\cos\varrho},$$

$$\left(\frac{\partial\partial y}{\partial \lambda^2}\right) = \frac{2B\cos\varepsilon\,(\cos^2\varrho+B^2)}{\cos^3\varrho} - \frac{A\sin\varepsilon\,(\cos^2\varrho+2B^2)}{\cos^3\varrho},$$

$$\left(\frac{\partial\partial y}{\partial \lambda\partial\varepsilon}\right) = -\frac{\sin\varepsilon\,(\cos^2\varrho+B^2)}{\cos^2\varrho} - \frac{AB\cos\varepsilon}{\cos^2\varrho}, \quad \left(\frac{\partial\partial y}{\partial \varepsilon^2}\right) = \frac{A\sin\varepsilon}{\cos\varrho} - \frac{B\cos\varepsilon}{\cos\varrho},$$

$$\left(\frac{\partial^3 y}{\partial \lambda^3}\right) = \frac{2\cos\varepsilon\,(\cos^4\varrho+4B^2\cos^2\varrho+3B^4)}{\cos^4\varrho} - \frac{AB\sin\varepsilon}{\cos^4\varrho}(5\cos^2\varrho+6B^2);$$

et substituant

$$A\sin\varepsilon = B\cos\varepsilon - \sin\varrho, \text{ et } A\cos\varepsilon = \mathrm{tang}\delta - B\sin\varepsilon \text{ (§. 6.)},$$

$$\text{(L)} \ldots \left(\frac{\partial y}{\partial \lambda}\right) = \cos\varepsilon + \frac{B\sin\varrho}{\cos^2\varrho}, \quad \left(\frac{\partial y}{\partial \varepsilon}\right) = -\frac{\mathrm{tg}\delta}{\cos\varrho},$$

$$\left(\frac{\partial\partial y}{\partial \lambda^2}\right) = \frac{\sin\varrho\cos^2\varrho + B\cos\varepsilon\cos^2\varrho + 2B^2\sin\varrho}{\cos^3\varrho},$$

$$\left(\frac{\partial\partial y}{\partial \lambda\partial\varepsilon}\right) = -\sin\varepsilon - \frac{B\,\mathrm{tg}\delta}{\cos^2\varrho}, \quad \left(\frac{\partial\partial y}{\partial \varepsilon^2}\right) = -\mathrm{tang}\varrho,$$

$$\left(\frac{\partial^3 y}{\partial \lambda^3}\right) = 2\cos\varepsilon + \frac{5B\sin\varrho}{\cos^2\varrho} + \frac{3B^2\cos\varepsilon}{\cos^2\varrho} + \frac{6B^3\sin\varrho}{\cos^4\varrho}.$$

§. 11. La substitution des valeurs (G) et (L) (§. 9. 10.) dans l'équation (H) (§. 9.) lui donnera cette forme :

$$\begin{aligned}\Delta\varrho = {} & \Delta\lambda\,(\cos\varepsilon\cos^2\varrho + B\sin\varrho) - \Delta\varepsilon\,.\,\mathrm{tg}\,\delta\cos\varrho \\ & + \frac{\Delta\lambda^2}{2}\left\{\begin{array}{l}\sin\varrho\cos\varrho\,(1 - 2\cos^2\varepsilon\cos^2\varrho) + B\cos\varepsilon\cos\varrho\,(1 - 4\sin^2\varrho) \\ + 2\,B^2\,\mathrm{tg}\,\varrho\,(1 - \sin^2\varrho)\end{array}\right\} \\ & + \Delta\lambda\,\Delta\varepsilon\,.\,\{\cos^2\varrho\,(2\cos\varepsilon\,\mathrm{tg}\,\delta\sin\varrho - \sin\varepsilon) + B\,\mathrm{tg}\,\delta\,(2\sin^2\varrho - 1)\} \\ & - \frac{\Delta\varepsilon^2}{2}\sin\varrho\cos\varrho\,(1 + 2\,\mathrm{tg}^2\delta) \\ & + \frac{\Delta\lambda^3}{6}\left\{\begin{array}{l}2\cos\varepsilon\cos^2\varrho\,(1 - 3\sin^2\varrho - \cos^2\varepsilon\cos^2\varrho + 4\cos^2\varepsilon\sin^2\varrho\cos^2\varrho) \\ + B\sin\varrho\,(6\cos^2\varrho - 1 + 12\cos^2\varepsilon\cos^2\varrho - 24\cos^2\varepsilon\cos^4\varrho) \\ + 3B^2\cos\varepsilon\,(1 - 8\sin^2\varrho\cos^2\varrho) + 2B^3\sin\varrho\,(4\cos^2\varrho - 1)\end{array}\right\}.\end{aligned}$$

Restituant enfin la valeur de $B = \sin\varepsilon\,\mathrm{tg}\,\delta + \cos\varepsilon\sin\varrho$ (§. 6.), il viendra après toutes les réductions,

$$\begin{aligned}(\mathrm{N})\ldots\Delta\varrho = {} & M\,.\,\Delta\lambda - \Delta\varepsilon\,.\,\mathrm{tg}\,\delta\cos\varrho + \frac{\Delta\lambda^2}{2}\sin\varepsilon\cos\varrho\,\left(M\,\mathrm{tg}\,\delta + \frac{\sin\varepsilon\sin\varrho}{\cos^2\delta}\right) \\ & + \Delta\lambda\Delta\varepsilon\left(M\,\mathrm{tg}\,\delta\sin\varrho - \frac{\sin\varepsilon\cos^2\varrho}{\cos^2\delta}\right) - \frac{\Delta\varepsilon^2}{2}\sin\varrho\cos\varrho\,(1 + 2\,\mathrm{tg}^2\delta) \\ & + \frac{\Delta\lambda^3}{6}\sin\varepsilon\left\{\begin{array}{l}\sin\varepsilon\cos\varepsilon\,(3\cos^2\varrho - 1) + \mathrm{tg}\,\delta\sin\varrho\,(6\sin^2\varepsilon\cos^2\varrho - 1) \\ + 3\sin\varepsilon\cos\varepsilon\,\mathrm{tg}^2\delta\,(2\cos^2\varrho - 1) \\ + 2\sin^2\varepsilon\,\mathrm{tg}^3\delta\sin\varrho\,(4\cos^2\varrho - 1)\end{array}\right\}.\end{aligned}$$

§. 12. Arrêtons-nous un moment, pour voir, si les termes que nous avons négligés, sont toujours insensibles. La précession annuelle étant d'environ 50″, et la diminution de l'obliquité d'une demi-seconde, il est à très-peu près,

$$\begin{aligned}&\Delta\lambda = 50''.\,t,\quad \Delta\varepsilon = -0{,}01\,.\,\Delta\lambda,\quad \Delta\lambda^2 = 0'',012\,.\,t^2, \\ &\Delta\lambda\,\Delta\varepsilon = -0'',000\,12\,.\,t^2,\quad \Delta\varepsilon^2 = 0'',000\,0012\,.\,t^2, \\ &\Delta\lambda^3 = 0'',000\,003\,.\,t^3,\quad \Delta\lambda^2\Delta\varepsilon = 0'',000\,000\,03\,.\,t^3, \\ &\Delta\lambda\,\Delta\varepsilon^2 = 0'',000\,000\,000\,3\,.\,t^3,\quad \Delta\varepsilon^3 = 0'',000\,000\,000\,003\,.\,t^3;\end{aligned}$$

d'où il suit que les termes $\Delta\lambda\,\Delta\varepsilon^2$, $\Delta\varepsilon^3$, etc. sont tout-à-fait insensibles, quand même l'intervalle serait de mille ans.

§. 13. Dans le calcul numérique, on fera bien de commencer par chercher trois angles Φ, ψ, ξ, à l'aide des équations

$$\tang\Phi = \mathrm{tg}\,\varepsilon \sin\varrho\,; \quad \sin\psi = \sin\varepsilon\cos\varrho\,, \quad \tang\xi = \sin\delta\,;$$

d'où il viendra (§. 8.)

$$M = \frac{\cos\varepsilon\cos(\delta-\Phi)}{\cos\delta\cos\Phi}\,, \quad 1-\sin^2\varepsilon\cos^2\varrho = \cos^2\psi\,, \quad 1+2\,\mathrm{tg}^2\delta = \frac{\sec^2\xi}{\cos^2\delta}\,.$$

Ensuite on aura

$$2\cos^2\varrho - 1 = \cos 2\varrho\,, \quad 4\cos^2\varrho - 1 = 4\,(\cos^2\varrho - \tfrac{1}{4})\,,$$
$$3\cos^2\varrho - 1 = 3\,(\cos^2\varrho - \tfrac{1}{3}) \text{ et } 6\sin^2\varepsilon\cos^2\varrho - 1 = 6\,(\sin^2\psi - \tfrac{1}{6}).$$

Faisant donc

$$\tfrac{1}{4} = \sin^2\mu\,, \quad \tfrac{1}{3} = \sin^2\nu\,, \quad \tfrac{1}{6} = \sin^2\varkappa\,, \text{ il vient}$$
$$4\cos^2\varrho - 1 = 4\cos(\varrho+\mu)\cos(\varrho-\mu)\,,$$
$$3\cos^2\varrho - 1 = 3\cos(\varrho+\nu)\cos(\varrho-\nu)\,,$$
$$6\sin^2\varepsilon\cos^2\varrho - 1 = 6\sin(\psi+\varkappa)\sin(\psi-\varkappa).$$

Or on trouvera

$$\mu = 30^\circ, \quad \nu = 35^\circ 15' 51'',8\,, \quad \varkappa = 24^\circ 5' 41'',43\,;$$

d'où il résultera

$$(P) \ldots \Delta\delta = \Delta\lambda\,.\,\sin\psi + \Delta\varepsilon\,.\,\sin\varrho - \frac{\Delta\lambda^2}{2} M\sin\varepsilon\sin\varrho$$
$$+ \Delta\lambda\Delta\varepsilon\,.\,M\cos\varrho - \frac{\Delta\varepsilon^2}{2}\,\mathrm{tg}\,\delta\cos^2\varrho$$
$$- \frac{\Delta\lambda^3}{6}\sin\varepsilon\cos\varrho\,(3M\sin\varepsilon\,\mathrm{tg}\,\delta\sin\varrho + \cos^2\psi)\,;$$

$$(Q) \ldots \Delta\varrho = M\,.\,\Delta\lambda - \Delta\varepsilon\,.\,\mathrm{tg}\,\delta\cos\varrho + \frac{\Delta\lambda^2}{2}\sin\psi\left(M\,\mathrm{tg}\,\delta + \frac{\sin\varepsilon\sin\varrho}{\cos^2\delta}\right)$$
$$+ \Delta\lambda\Delta\varepsilon\,.\,\left(M\,\mathrm{tg}\,\delta\sin\varrho - \frac{\sin\varepsilon\cos^2\varrho}{\cos^2\delta}\right) - \frac{\Delta\varepsilon^2}{2}\,.\,\frac{\sin\varrho\cos\varrho}{\cos^2\delta\cos^2\xi}$$
$$+ \frac{\Delta\lambda^3}{6}\sin\varepsilon\left\{\begin{array}{l} 3\sin\varepsilon\cos\varepsilon\cos(\varrho+\nu)\cos(\varrho-\nu) \\ + 6\,\mathrm{tg}\,\delta\sin\varrho\sin(\psi+\varkappa)\sin(\psi-\varkappa) \\ + 3\sin\varepsilon\cos\varepsilon\,\mathrm{tg}^2\delta\cos 2\varrho \\ + 8\sin^2\varepsilon\,\mathrm{tg}^3\delta\sin\varrho\cos(\varrho+\mu)\cos(\varrho-\mu) \end{array}\right\}.$$

§. 14. Il ne sera pas inutile d'appliquer ces formules à un exemple. Qu'on se propose de chercher, pour les ans 1900 et 1700, les variations $\Delta\delta$, $\Delta\varrho$, d'une étoile dont l'ascension droite $\varrho = 45^\circ$, la déclinaison $\delta = 80^\circ$, de sorte qu'en partant de l'épo-

que 1800, où $\varepsilon = 23^\circ 27' 57''$, le tems t est $= + 100$. Supposons que l'augmentation des longitudes et la diminution de l'obliquité de l'écliptique soit uniforme, la première de $50''$, la seconde de $0'',5$ par an, de sorte que $\Delta\lambda = 50''.t$, $\Delta\varepsilon = -0'',5.t$; et en parties du rayon,

$$\Delta\lambda = 0{,}000\,242\,406\,840\,55.t;\ \Delta\varepsilon = -0{,}000\,002\,424\,068\,4.t.$$

Suivant les formules (P) (Q) (§. 13.) on trouvera

$\Phi = 17^\circ 3' 51'',34$; $\psi = 16^\circ 21' 14'',45$; $\xi = 44^\circ 33' 41'',23$;
$\delta - \Phi = 62^\circ 56' 8'',66$; $\log M = 0{,}4003944$;
$\varrho + \nu = 80^\circ 15' 51'',8$; $\varrho - \nu = 9^\circ 44' 8'',2$;
$\psi + \varkappa = 40^\circ 26' 55'',88$; $\psi - \varkappa = -7^\circ 44' 27''$;
$\varrho + \mu = 75^\circ$; $\varrho - \mu = 15^\circ$: d'où il vient

$$\Delta\delta = +14'',0786.t - 0'',3536.t - 0'',0042901.t^2$$
$$- 0'',0002155.t^2 - 0'',0000017.t^2 - 0'',000001788.t^3,$$
$$\Delta\varrho = +125'',7084.t + 2'',0051.t + 0'',040264.t^2$$
$$- 0'',0000198.t^2 - 0'',0004217.t^2 + 0'',000008421.t^3;$$

et faisant $t = \pm 100$,

$$\Delta\delta = \pm 23' 27'',86 \mp 35'',36 - 42'',90$$
$$- 2'',15 - 0'',02 \mp 1'',79;$$
$$\Delta\varrho = \pm 3^\circ 29' 30'',84 \pm 3' 20'',51$$
$$+ 6' 42'',64 - 0'',20 - 4'',22 \pm 8'',42.$$

Les variations sont donc

pour l'an 1900, $\Delta\delta = + 22' 5'',6$; $\Delta\varrho = + 3^\circ 39' 38'',0$;
et pour 1700, $\Delta\delta = - 23' 35'',8$; $\Delta\varrho = - 3^\circ 26' 21'',5$;

ce qui donne

pour l'an 1900, $\delta = 80^\circ 22' 5'',6$; $\varrho = 48^\circ 39' 38'',0$;
pour l'an 1700, $\delta = 79^\circ 36' 24'',2$; $\varrho = 41^\circ 33' 38'',5$.

§. 15. La méthode vulgaire (§. 5.) consiste à chercher premièrement les variations $\Delta\delta = 50''.t.\sin\varepsilon\cos\varrho - 0'',5.t.\sin\varrho$, et $\Delta\varrho = 50''.t.M - 0'',5.t.\mathrm{tg}\,\delta\cos\varrho$, en donnant à ε, δ, ϱ,

les valeurs que ces angles avaient à l'époque 1800, dont on part. Ces variations sont donc les deux premiers termes de nos séries, qui donnent $\Delta\delta = \pm 22'52'',5$ et $\Delta\varrho = \pm 3^\circ 32' 51'',35$; d'où l'on tire les argumens suivans qui correspondent au milieu de l'intervalle, ou à cinquante ans,

pour 1850, $\delta' = 80^\circ 11' 26'',25$; $\varrho' = 46^\circ 46' 25'',67$;
et pour 1750, $\delta'' = 79^\circ 48' 33'',75$; $\varrho'' = 43^\circ 13' 34'',33$.

Avec ces argumens, il faut calculer derechef

$$\Delta'\delta = + 5000'' \sin\varepsilon \cos\varrho' - 50'' \sin\varrho,$$
$$\Delta'\varrho = 5000'' M' - 50'' \operatorname{tg}\delta' \cos\varrho',$$
$$\Delta''\delta = - 5000'' \sin\varepsilon \cos\varrho'' + 50'' \sin\varrho'',$$
$$\Delta''\varrho = - 5000'' M'' + 50'' \operatorname{tg}\delta'' \cos\varrho'';$$

ce qui donne

$$\Delta'\delta = + 22' \, 7'',17 ; \quad \Delta'\varrho = + 3^\circ 34' 22'',61 ;$$
$$\Delta''\delta = - 23' 36'',52 ; \quad \Delta''\varrho = - 3^\circ 19' 29'',52 ;$$

d'où il résulte

pour 1900, $\delta = 80^\circ 22' \, 7'',17$; $\varrho = 48^\circ 34' 22'',61$;
et pour 1700, $\delta = 79^\circ 36' 23'',48$; $\varrho = 41^\circ 40' 30'',48$.

On voit que la différence entre ce résultat et celui que donne notre méthode, est, dans cet exemple, par rapport à la déclinaison insensible, mais que relativement à l'ascension droite, elle se monte à 7 minutes. Il ne sera donc pas inutile de mettre notre méthode à une épreuve rigoureuse.

§. 16. Le moyen le plus direct et exact, de calculer la déclinaison et l'ascension droite, altérée par la précession, est sans doute, de chercher les longitudes et latitudes qui correspondent aux deux époques, et qu'on connaît rigoureusement, parceque la dernière est invariable, et que la première est donnée immédiatement par la précession des équinoxes. Cette méthode serait aussi la plus simple, si les longitudes et latitudes des étoiles étaient données; mais comme les observations aussi bien que les tables ne

donnent leurs positions que par rapport à l'équateur, il faudrait d'abord calculer, par la trigonométrie sphérique, leur longitude et latitude, corriger la première par la précession, et employer cette longitude corrigée, pour calculer par les formules trigonométriques, l'ascension droite et la déclinaison affectées de la précession. Dans notre exemple (§. 14.) les valeurs $\varepsilon = 23^{\circ}27'57''$, $\delta = 80^{\circ}$, $\varrho = 45^{\circ}$, donnent par le calcul trigonométrique, $\lambda = 76^{\circ}19'42'',47$, $\beta = 58^{\circ}42'3'',52$ pour l'an 1800. Employant les mêmes quantités $\Delta\lambda = 50''.t$, $\Delta\varepsilon = -0'',5.t$, on trouvera, pour l'an 1900, $\lambda = 77^{\circ}43'2'',47$; $\varepsilon = 23^{\circ}27'7''$; et pour 1700, $\lambda = 74^{\circ}56'22'',47$; $\varepsilon = 23^{\circ}28'47''$. Avec ces angles, et la latitude $\beta = 58^{\circ}42'3'',52$; le calcul trigonométrique donne pour 1900, $\delta = 80^{\circ}22'5'',4$; $\varrho = 48^{\circ}39'35'',3$; et pour 1700, $\delta = 79^{\circ}36'24'',1$ et $\varrho = 41^{\circ}33'40'',0$; ce qui est parfaitement conforme à ce que nous avons trouvé par nos formules (§. 14.).

SUR LE MOUVEMENT ABSOLU & RELATIF D'UN POINT SUR UNE SURFACE DE FIGURE INVARIABLE, QUI SE MEUT SUIVANT UNE LOI DONNÉE.

PAR

N. G. SCHULTÉN.

Présenté à la Conférence le 10 Janv. 1821.

Quoique le sujet dont je vais m'occuper dans ce petit mémoire soit en général facile à traiter d'après les principes très-généraux auxquels la Mécanique s'est élevée de nos jours, néanmoins, étant parvenu à son égard à quelques résultats généraux, au moyen desquels la solution de chaque problème particulier se trouvera fort facilitée, j'ose prendre la liberté de les présenter à l'Académie Impériale, comme une marque du profond respect, dont je me suis toujours senti pénétré pour ce Corps si justement célèbre.

Soient x, y, z les coordonnés rectangles d'un point quelconque, parallèles à trois axes fixes dans l'espace, et $u = 0$ l'équation de la surface donnée, sur la quelle doit se trouver à chaque instant le point dont nous allons déterminer le mouvement, u étant une fonction donnée des x, y, z et du tems t; soient de plus l, m, n des forces accélératrices données, dirigées suivant les x, y, z et tendantes à les diminuer, r la force rétardatrice d'un milieu donné dans lequel se fait le mouvement, r étant une fonction donnée de la densité du milieu (qui est une fonction déterminée de x, y, z) et de la vitesse absolue du point $\frac{\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}}{dt}$ ou $\frac{ds}{dt}$: enfin k la force accéleratrice totale, avec laquelle la surface agit sur le point à chaque instant, et dont la direction par

conséquent, quels que soient les mouvemens du point et de la surface, ne peut qu'être perpendiculaire au plan tangent de celle-ci ; nous aurons, pour la détermination du mouvement absolu du point en question, ces quatre équations fort connues

$$\left.\begin{array}{l} u = 0 \\ \frac{d^2x}{dt^2} + l + \frac{r\,dx}{ds} + \varkappa\frac{du}{dx} = 0 \\ \frac{d^2y}{dt^2} + m + \frac{r\,dy}{ds} + \varkappa\frac{du}{dy} = 0 \\ \frac{d^2z}{dt^2} + n + \frac{r\,dz}{ds} + \varkappa\frac{du}{dz} = 0 \end{array}\right\} \ldots\ldots (1),$$

dans lesquelles dt est supposée constante, et, pour abréger, l'on a mis

$$\frac{k}{\sqrt{\frac{du^2}{dx^2} + \frac{du^2}{dy^2} + \frac{du^2}{dz^2}}} = \varkappa \ (*).$$

Posons, pour plus de brièveté, $\frac{du}{dx} = a$, $\frac{du}{dy} = b$, $\frac{du}{dz} = c$, et mettons les (1) sous la forme

$$\left.\begin{array}{l} u = 0 \\ a\left(\frac{d^2y}{dt^2} + m + \frac{rdy}{ds}\right) - b\left(\frac{d^2x}{dt^2} + l + \frac{rdx}{ds}\right) = 0 \\ a\left(\frac{d^2z}{dt^2} + n + \frac{rdz}{ds}\right) - c\left(\frac{d^2x}{dt^2} + l + \frac{rdx}{ds}\right) = 0 \\ b\left(\frac{d^2z}{dt^2} + n + \frac{rdz}{ds}\right) - c\left(\frac{d^2y}{dt^2} + m + \frac{rdy}{ds}\right) = 0 \end{array}\right\} \ldots (2),$$

$$a\left(\frac{d^2x}{dt^2} + l + \frac{rdx}{ds}\right) + b\left(\frac{d^2y}{dt^2} + m + \frac{rdy}{ds}\right) +$$
$$c\left(\frac{d^2z}{dt^2} + n + \frac{rdz}{ds}\right) + \varkappa\,.\,(a^2 + b^2 + c^2) \ldots\ldots\ldots (3),$$

les quatre (2), dont les trois dernières n'expriment que deux équa-

---

(*) Pour reconnaître dans quel sens agit la force k, il faut observer, qu'elle tendra à diminuer ou augmenter les $\left.\begin{array}{l}x\\y\\z\end{array}\right\}$, suivant que le signe des $\left.\begin{array}{l}\frac{du}{dx}\\\frac{du}{dy}\\\frac{du}{dz}\end{array}\right\}$, qui est tout-à-fait arbitraire, aura été supposé positif ou négatif.

tions distinctement différentes, serviront à déterminer les x, y, z en fonctions de t, c'est-à-dire, à faire connoître *le mouvement absolu* du point en question; quant à la (3), elle sera très-propre comme nous le verrons plus bas, à faire trouver la pression exercée à chaque moment par le point contre la surface.

Les équations (2), (3) se rapportent aux coordonnées rectangles: cependant rien n'est plus facile que de ramener le mouvement du point à quelque autre espèce de coordonnées, les x, y, z pouvant toujours s'exprimer en fonctions données de celles-ci, lesquelles substituées dans les quatre équations ci-dessus, les présenteront sous la forme demandée. Pour faire usage par exemple de coordonnées *polaires*, soit ϱ la distance d'un point quelconque à l'origine des x, y, z; ψ l'angle que fait la ligne ϱ avec le plan des x, y, et ϕ l'angle compris entre la projection de ϱ sur le même plan et l'axe des x, nous aurons

$$x = \varrho . \cos. \psi . \cos. \phi$$
$$y = \varrho . \cos. \psi . \sin. \phi$$
$$z = \varrho . \sin. \psi;$$

et ainsi des autres cas.

Afin de faire maintenant l'usage le plus propre des équations (2) (3), il faut distinguer le cas, où la surface mobile change de figure à chaque instant, de celui, où elle ne fait que changer de place dans l'espace absolu, sa figure restant invariable. Quant au premier cas, auquel appartiendrait par exemple le problème connu du mouvement d'un pendule simple, qui s'alonge ou se raccourcit suivant une loi donnée, nous ne nous y arrêtons pas ici, ce cas ne demandant en général que la connaissance du mouvement *absolu* du point en question, mouvement que déterminent tout de suite les équations (2), qui, tant qu'on ne descende pas aux cas particuliers, ne peuvent se mettre sous une forme plus simple. Ce n'est proprement que dans le second cas, qu'il faut

développer avec plus de soin les équations générales, puisque ici c'est principalement au mouvement *relatif* du point sur la surface, qu'il faudra faire attention.

Soit donc

$$\left.\begin{array}{l} x = \alpha x' + \beta y' + \gamma z' + \delta \\ y = \alpha' x' + \beta' y' + \gamma' z' + \delta' \\ z = \alpha'' x' + \beta'' y' + \gamma'' z' + \delta'' \end{array}\right\} \ldots (a),$$

les quantités $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma', \alpha'', \beta'', \gamma''$ étant liées entre elles par les équations de condition connues

$$\left.\begin{array}{l} \alpha^2 + \alpha'^2 + \alpha''^2 = 1 \\ \beta^2 + \beta'^2 + \beta''^2 = 1 \\ \gamma^2 + \gamma'^2 + \gamma''^2 = 1 \\ \alpha\beta + \alpha'\beta' + \alpha''\beta'' = 0 \\ \alpha\gamma + \alpha'\gamma' + \alpha''\gamma'' = 0 \\ \beta\gamma + \beta'\gamma' + \beta''\gamma'' = 0 \end{array}\right\} \ldots\ldots (b);$$

supposons ensuite u' la même fonction de x', y, z', t' que u de x, y, z, t, éliminons par exemple x, y, z, z' entre les cinq équations

$$u' = 0, \quad u = 0 \quad \text{et } (a),$$

et vérifions enfin le résultat indépendamment des x' et y': les équations entre α, β, γ, δ, α', . . δ'', t', t, auxquelles conduira cette opération, renfermeront le criterium analytique le plus direct de cette invariabilité de figure, que nous supposons dans la suite à la surface mobile. Car l'invariabilité citée ayant lieu, il est évident que ces mêmes équations, conjointement aux (b), ou détermineront précisément toutes les douze $\alpha, \ldots \delta''$ en fonctions réelles du tems indéterminé t, sans introduire aucune relation étrangère entre d'autres quantités contenues dans les u, u', ou bien *pourront* au moins les déterminer ainsi, moyennant la détermination arbitraire de quelques-unes d'elles en de telles fonctions (*): en sorte

(*) Ce dernier cas ne fait qu'indiquer, que l'équation $u = 0$ ne suffit pas pour représenter exactement tout mouvement, que peut avoir la surface en question

que le caractère essentiel de l'immutabilité en question consiste toujours dans la possibilité d'exprimer toutes les $\alpha, \ldots. \delta''$ en fonctions réelles et déterminées de t, sans l'introduction d'aucune relation nouvelle entre d'autres quantités qui se trouvent dans les u et u'.

Les douze $\alpha, \ldots. \delta''$ étant ainsi, dans l'hypothèse établie, déterminées en fonctions de t, il est évident que la seule substitution des valeurs (a) dans les (2), (3), en regardant comme variables toutes les $x', y', z', \alpha, \ldots. \delta''$, suffira pour déterminer complétement toutes les circonstances du mouvement relatif cherché sur la surface.

Le problème de la détermination du mouvement tant absolu que relatif d'un point sur une surface donnée de figure invariable parait donc en général résolu, et même de la manière la plus directe : mais la méthode suivie jusqu'ici, quoique peut-être la plus générale, ne conduisant pas assez commodément aux résultats les plus propres à faciliter la solution des problèmes particuliers, il sera à propos de traiter encore le problème dont il s'agit sous un point de vue un peu différent, ce qui nous fournira en même tems l'occasion de donner par rapport au sujet qui nous occupe quelques calculs un peu plus développés.

Soit donc $s = 0$ l'équation donnée d'une surface entre les coordonnées p, q, r, et posons

$$x = \alpha p + \beta q + \gamma r + \delta$$
$$y = \alpha' p + \beta' q + \gamma' r + \delta'$$
$$z = \alpha'' p + \beta'' q + \gamma'' r + \delta'',$$

d'où

(c'est ainsi, par exemple, que l'équation d'un plan entre x, y, z, t ne détermine en rien le mouvement du plan dans ce plan même); mais, cette circonstance ne portant que sur le mouvement *relatif* du point sur la surface, comme le montrent assez les (2), on pourra lorsque il s'agit de ce mouvement, compléter *arbitrairement* les valeurs de toutes les $\alpha, \ldots. \delta''$, en fonctions réelles de t.

$$p = \alpha\,(x - \delta) + \alpha'\,(y - \delta') + \alpha''\,(z - \delta'')$$
$$q = \beta\,(x - \delta) + \beta'\,(y - \delta') + \beta''\,(z - \delta'')$$
$$r = \gamma\,(x - \delta) + \gamma'\,(y - \delta') + \gamma''\,(z - \delta''),$$

les $\alpha, \ldots \delta''$ étant des fonctions données de t, vérifiant les équations (b) ; il est évident, que substituant les valeurs citées de p, q, r dans $s = 0$, nous aurons une équation résultante $u = 0$ entre $x, y, z, \alpha, \ldots \delta''$, c'est-à-dire, entre x, y, z, t, qui représentera en général tel mouvement absolu qu'on voudra de la surface en question, supposé qu'on n'en fait point varier la figure. La forme de la fonction u étant ainsi déterminée par celles de s et $\alpha, \ldots \delta''$, les (2), (3) nous donneront tout de suite le mouvement *absolu* d'un point sur notre surface, supposée de forme invariable et mobile suivant la loi donnée par la forme des $\alpha, \ldots \delta''$. Quant au mouvement *relatif*, dont nous allons à présent nous occuper particulièrement, il se trouvera, d'après ce qu'on a déja remarqué, par la substitution des valeurs des x, y, z en p, q, r dans les mêmes (2), (3) : substitution qui se fera en général comme il suit.

Posé, pour abréger,
$$\frac{ds}{dp} = e, \quad \frac{ds}{dq} = f, \quad \frac{ds}{dr} = g,$$
il est évident par les principes du calcul différentiel que
$$a = e\frac{dp}{dx} + f\frac{dq}{dx} + g\frac{dr}{dx} = \alpha\,e + \beta\,f + \gamma\,g$$
$$b = e\frac{dp}{dy} + f\frac{dq}{dy} + g\frac{dr}{dy} = \alpha'\,e + \beta'\,f + \gamma'\,g$$
$$c = e\frac{dp}{dz} + f\frac{dq}{dz} + g\frac{dr}{dz} = \alpha''e + \beta''f + \gamma''g.$$

En outre, en différentiant les valeurs des x, y, z ou p, q, r, supposant dt constante, nous aurons
$$dx = \alpha dp + \beta dq + \gamma dr + p d\alpha + q d\beta + r d\gamma + d\delta$$
$$= \alpha dp' + \beta dq' + \gamma dr' + d\delta$$
$$dy = \alpha' dp + \beta' dq + \gamma' dr + p d\alpha' + q d\beta' + r d\gamma' + d\delta'$$
$$= \alpha' dp' + \beta' dq' + \gamma' dr' + d\delta'$$

$$
\begin{aligned}
dz &= \alpha'' dp + \beta'' dq + \gamma'' dr + p\, d\alpha'' + q d\beta'' + r d\gamma'' + d\delta'' \\
&= \alpha'' dp + \beta'' dq' + \gamma'' dr' + d\delta'' \\
d^2x &= \alpha d^2p + \beta d^2 q + \gamma d^2 r + 2 d\alpha dp + 2 d\beta dq + 2 d\gamma dr \\
&\quad + p d^2\alpha + q d^2\beta + r d^2\gamma + d^2\delta \\
&= \alpha d^2 p'' + \beta d^2 q'' + \gamma d^2 r'' + d^2\delta \\
d^2y &= \alpha' d^2 p + \beta' d^2 q + \gamma' d^2 r + 2 d\alpha' dp + 2 d\beta' dq + 2 d\gamma' dr \\
&\quad + p d^2\alpha' + q d^2\beta' + r d^2\gamma' + d^2\delta' \\
&= \alpha' d^2 p'' + \beta' d^2 q'' + \gamma' d^2 r'' + d^2\delta' \\
d^2z &= \alpha'' d^2 p + \beta'' d^2 q + \gamma'' d^2 r + 2 d\alpha'' dp + 2 d\beta'' dq + 2 d\gamma'' dr \\
&\quad + p d^2\alpha'' + q d^2\beta'' + r d^2\gamma'' + d^2\delta'' \\
&= \alpha'' d^2 p'' + \beta'' d^2 q'' + \gamma'' d^2 r'' + d^2\delta'',
\end{aligned}
$$

en faisant, pour abréger,

$$
\begin{aligned}
dp' &= dp + (\mu r - \nu q)\, dt \\
dq' &= dq + (\nu p - \lambda r)\, dt \\
dr' &= dr + (\lambda q - \mu p)\, dt \\
d^2p'' &= d^2p' + (\mu dr' - \nu dq')\, dt \\
&= d^2 p + [2\mu dr - 2\nu dq + r d\mu - q d\nu \\
&\quad + ((p\lambda + q\mu + r\nu)\lambda - (\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2)\, p)\, dt]\, dt \\
d^2q'' &= d^2q' + (\nu dp' - \lambda dr')\, dt \\
&= d^2 q + [2\nu dp - 2\lambda dr + p d\nu - r d\lambda \\
&\quad + ((p\lambda + q\mu + r\nu)\mu - (\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2)\, q)\, dt]\, dt \\
d^2r'' &= d^2r' + (\lambda dq' - \mu dp')\, dt \\
&= d^2 r + [2\lambda dq - 2\mu dp + q d\lambda - p d\mu \\
&\quad + ((p\lambda + q\mu + r\nu)\nu - (\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2)\, r)\, dt]\, dt,
\end{aligned}
$$

λ, μ, ν étant respectivement

$$
= \frac{\gamma d\beta}{dt} + \frac{\gamma' d\beta'}{dt} + \frac{\gamma'' d\beta''}{dt}, \quad \frac{\alpha d\gamma}{dt} + \frac{\alpha' d\gamma'}{dt} + \frac{\alpha'' d\gamma''}{dt}, \quad \frac{\beta d\alpha}{dt} + \frac{\beta' d\alpha'}{dt} + \frac{\beta'' d\alpha''}{dt},
$$

c'est-à-dire = aux vitesses angulaires, avec lesquelles le système des p, q, r se tourne autour des axes des p, q, r, vers les axes des r, p, q.

Faisant donc, pour plus de simplicité, abstraction du milieu

résistant, nous aurons, pour la détermination du mouvement relatif, les quatre équations suivantes :

$$a\,(d^2y + mdt^2) - b\,(d^2x + ldt^2)$$
$$= (\alpha e + \beta f + \gamma g)\,(\alpha' d^2p'' + \beta' d^2q'' + \gamma' d^2r'' + d^2\delta' + mdt^2)$$
$$- (\alpha' e + \beta' f + \gamma' g)\,(\alpha d^2p'' + \beta d^2q'' + \gamma d^2r'' + d^2\delta + ldt^2)$$
$$= (\gamma'' d^2q'' - \beta'' d^2r'' + \alpha d^2\delta' - \alpha' d^2\delta + (\alpha m - \alpha' l)\,dt^2)\,.\,e$$
$$+ (\alpha'' d^2r'' - \gamma'' d^2p'' + \beta d^2\delta' - \beta' d^2\delta + (\beta m - \beta' l)\,dt^2)\,.\,f$$
$$+ (\beta'' d^2p'' - \alpha'' d^2q'' + \gamma d^2\delta' - \gamma' d^2\delta + (\gamma m - \gamma' l)\,dt^2)\,.\,g = 0 \;..\; (4),$$

$$a\,(d^2z + ndt^2) - c\,(d^2x + ldt^2)$$
$$= (\alpha e + \beta f + \gamma g)\,(\alpha'' d^2p'' + \beta'' d^2q'' + \gamma'' d^2r'' + d^2\delta'' + ndt^2)$$
$$+ (\alpha'' e + \beta'' f + \gamma'' g)\,(\alpha d^2p'' + \beta d^2q'' + \gamma d^2r'' + d^2\delta + ldt^2)$$
$$= (\beta' d^2r'' - \gamma' d^2q'' + \alpha d^2\delta'' - \alpha'' d^2\delta + (\alpha n - \alpha'' l)\,dt^2)\,.\,e$$
$$+ (\gamma' d^2p'' - \alpha' d^2r'' + \beta d^2\delta'' - \beta'' d^2\delta + (\beta n - \beta'' l)\,dt^2)\,.\,f$$
$$+ (\alpha' d^2q'' - \beta' d^2p'' + \gamma d^2\delta'' - \gamma'' d^2\delta + (\gamma n - \gamma'' l)\,dt^2)\,.\,g = 0 \;..\; (5),$$

$$b\,(d^2z + ndt^2) - c\,(d^2y + mdt^2)$$
$$= (\alpha' e + \beta' f + \gamma' g)\,(\alpha'' d^2p'' + \beta'' d^2q'' + \gamma'' d^2r'' + d^2\delta'' + ndt^2)$$
$$- (\alpha'' e + \beta'' f + \gamma'' g)\,(\alpha' d^2p'' + \beta' d^2q'' + \gamma' d^2r'' + d^2\delta' + mdt^2)$$
$$= (\gamma d^2q'' - \beta d^2r'' + \alpha' d^2\delta'' - \alpha'' d^2\delta' + (\alpha' n - \alpha'' m)\,dt^2)\,.\,e$$
$$+ (\alpha d^2r'' - \gamma d^2p'' + \beta' d^2\delta'' - \beta'' d^2\delta' + (\beta' n - \beta'' m)\,dt^2)\,.\,f$$
$$+ (\beta d^2p'' - \alpha d^2q'' + \gamma' d^2\delta'' - \gamma'' d^2\delta' + (\gamma' n - \gamma'' m)\,dt^2)\,.\,g$$
$$= 0 \;.\;.\;.\; (6),$$

$$\varkappa(e^2 + f^2 + g^2)\,dt^2$$
$$+ (\alpha e + \beta f + \gamma g)\,(\alpha d^2p'' + \beta d^2q'' + \gamma d^2r'' + d^2\delta + ldt^2)$$
$$+ (\alpha' e + \beta' f + \gamma' g)\,(\alpha' d^2p'' + \beta' d^2q'' + \gamma' d^2r'' + d^2\delta' + mdt^2)$$
$$+ (\alpha'' e + \beta'' f + \gamma'' g)\,(\alpha'' d^2p'' + \beta'' d^2q'' + \gamma'' d^2r'' + d^2\delta'' + ndt^2)$$
$$= \varkappa(e^2 + f^2 + g^2)\,dt^2$$
$$+ (d^2p'' + \alpha d^2\delta + \alpha' d^2\delta' + \alpha'' d^2\delta'' + (\alpha l + \alpha' m + \alpha'' n)\,dt^2)\,.\,e$$
$$+ (d^2q'' + \beta d^2\delta + \beta' d^2\delta' + \beta'' d^2\delta'' + (\beta l + \beta' m + \beta'' n)\,dt^2)\,.\,f$$
$$+ (d^2r'' + \gamma d^2\delta + \gamma' d^2\delta' + \gamma'' d^2\delta'' + (\gamma l + \gamma' m + \gamma'' n)\,dt^2)\,.\,g$$
$$= 0 \;.\;.\;.\; (7).$$

Telle est, ce me semble, la forme la plus simple et la plus symmétrique, sous laquelle peuvent se mettre les équations (4), (5),

(6), (7), dont les trois premières, qui ne sont que deux distinctement différentes, jointes à $s = 0$, servent à déterminer *le mouvement relatif* du point sur la surface et la quatrième donne sa pression perpendiculaire sur la surface en fonction des p, q, r, t.

Quoique dans ce qui précède nous ayons pour plus de simplicité supposé la variable t indépendante, ou $dt =$ const., cependant rien ne sera plus facile, que de transformer les formules ci-dessus à l'hypothèse en apparence plus générale, où l'on fait varier toutes les différentielles des variables. Si par exemple, en adoptant cette hypothèse, on voulait trouver immédiatement l'équation différentielle en p, q, r de la courbe décrite par le point sur la surface, il n'y a que de développer d'abord les (4), (5), (6) dans la supposition, que toutes les p, q, r, t soient des fonctions d'une variable nouvelle, les $\alpha, \ldots \delta''$ continuant toutefois d'être des fonctions de t, ce qui ne fera que changer les d^2p'', d^2q'', d^2r'' dans ces équations en

$$d^2p'' - \frac{dp}{dt} \cdot d^2t, \quad d^2q'' - \frac{dq}{dt} \cdot d^2t, \quad d^2r'' - \frac{dr}{dt} \cdot d^2t,$$

après quoi, en choisissant deux quelconques des (4), (5), (6), qui ne rentrent pas l'une dans l'autre (ce qui peut se faire dans des cas particuliers) et les différentiant chacune deux fois de suite en faisant tout varier, on aura en tout six équations, entre lesquelles éliminant les cinq t, dt, d^2t, d^3t, d^4t, on pourra toujours parvenir à une équation différentielle finale du quatrième degré en p, q, r, qui sera la cherchée même.

Examinons à présent quelques hypothèses particulières du mouvement de la surface, qui peuvent simplifier les générales (4), (5), (6), (7).

Si la surface ne fait que tourner autour d'un point fixe, dont les coordonnés soient par exemple $p = \zeta$, $q = \eta$, $r = \theta$; alors,

puisque le système des x, y, z peut être considéré comme tout-à-fait arbitraire, prenant le point fixe pour l'origine de ces coordonnées, nous aurons, pour déterminer les δ, δ', δ'', les équations:

$$\alpha\zeta + \beta\eta + \gamma\theta + \delta = 0$$
$$\alpha'\zeta + \beta'\eta + \gamma'\theta + \delta' = 0$$
$$\alpha''\zeta + \beta''\eta + \gamma''\theta + \delta'' = 0.$$

Posant $\zeta = 0$, $\eta = 0$, $\theta = 0$, c'est-à-dire, que le point fixe soit aussi l'origine des p, q, r (ce que je ne suppose pas avoir lieu en général, puisque il peut quelquefois être commode de supposer l'équation $s = 0$ reduite à la forme la plus simple, dans quel cas l'origine des p, q, r ne doit pas être regardée comme arbitraire), il viendra donc:

$$\delta = 0, \quad \delta' = 0, \quad \delta'' = 0,$$

ce qui simplifie déja assez les (4), (5), (6), (7).

Supposons ensuite, que, durant le mouvement de la surface, deux point déterminés des systèmes des x, y, z et des p, q, r se confondent toujours entre eux, c'est-à-dire, que la surface tourne autour d'un axe fixe, le long du quel elle ne peut pas glisser, et dont l'équation soit par exemple

$$\left.\begin{array}{l} q = \pi p + \varrho \\ r = \pi' p + \varrho' \end{array}\right\}.$$

Prenant donc cet axe pour celui des x, et choisissant pour l'origine des x le point où lui rencontre une perpendiculaire menée par l'origine des p, q, r, nous aurons, pour la détermination des δ, δ', δ'', α', α'' les équations:

$$\delta = 0$$
$$\beta'\varrho + \gamma'\varrho' + \delta' = 0$$
$$\beta''\varrho + \gamma''\varrho' + \delta'' = 0$$
$$\alpha' + \beta'\pi + \gamma'\pi' = 0$$
$$\alpha'' + \beta'\pi + \gamma''\pi' = 0.$$

Supposé, que $\pi = 0$, $\varrho = 0$, $\pi' = 0$, $\varrho' = 0$, c'est-à-dire, que l'axe fixe soit aussi l'axe des p, on aura donc, quelle que soit l'origine commune des x et des p,

$$\begin{array}{llll} \alpha = 1, & \beta = 0, & \gamma = 0, & \delta = 0 \\ \alpha' = 0, & \beta' = \beta', & \gamma' = \gamma', & \delta' = 0 \\ \alpha'' = 0, & \beta'' = \beta'', & \gamma'' = \gamma'', & \delta'' = 0, \end{array}$$

les β', γ', β'', γ'' étant liées ensemble par les équations :

$$\beta' = \gamma'', \quad \gamma' = -\beta'', \quad \beta'^2 + \gamma'^2 = 1.$$

Donc, dans ce cas particulier :

$$\lambda = \gamma' \tfrac{d\beta'}{dt} + \gamma'' \tfrac{d\beta''}{dt} = \gamma' \tfrac{d\beta'}{dt} - \beta' \tfrac{d\gamma'}{dt}$$
$$= \tfrac{d\beta'}{\gamma' dt} = - \tfrac{d\gamma'}{\beta' dt}$$
$$\mu = 0$$
$$\nu = 0,$$

c'est-à-dire

$$d^2p'' = d^2p$$
$$d^2q'' = d^2q - dt\,.\,(2\lambda dr + rd\lambda + \lambda^2 q dt)$$
$$d^2r'' = d^2r + dt\,.\,(2\lambda dq + qd\lambda + \lambda^2 r dt),$$

λ étant la vitesse angulaire de la surface autour de l'axe fixe : ce qui simplifie singulièrement les générales (4), (5), (6), (7).

Enfin, supposons trois points fixes dans les systèmes des x, y, z et des p, q, r toujours communs à tous les deux ; il est évident que dans ce cas la surface doit être toujours en repos, c'est-à-dire $\alpha, \ldots . \delta''$ indépendantes de t. Donc

$$\lambda = 0, \quad \mu = 0, \quad \nu = 0,$$

d'où

$$d^2p'' = d^2p, \quad d^2q'' = d^2q, \quad d^2r'' = d^2r;$$

et les (4), (5), (6), (7) deviendront :

$$\begin{array}{l} (\gamma'' d^2q - \beta'' d^2r + (\alpha m - \alpha' l)\, dt^2)\,.\,e \\ + (\alpha'' d^2r - \gamma'' d^2p + (\beta m - \beta' l)\, dt^2)\,.\,f \\ + (\beta'' d^2p - \alpha'' d^2q + (\gamma m - \gamma' l)\, dt^2)\,.\,g = 0 \ldots (8) \end{array}$$

$$(\beta' d^2r - \gamma' d^2q + (\alpha n - \alpha'' l)\, dt^2) \,.\, e$$
$$+ (\gamma' d^2p - \alpha' d^2r + (\beta n - \beta'' l)\, dt^2) \,.\, f$$
$$+ (\alpha' d^2q - \beta' d^2p + (\gamma n - \gamma'' l)\, dt^2) \,.\, g = 0 \ldots (9),$$

$$(\gamma\, d^2q - \beta d^2r + (\alpha' n - \alpha'' m)\, dt^2) \,.\, e$$
$$+ (\alpha d^2r - \gamma d^2p + (\beta' n - \beta'' m)\, dt^2) \,.\, f$$
$$+ (\beta d^2p - \alpha d^2q + (\gamma' n - \gamma'' m)\, dt^2) \,.\, g = 0 \ldots (10),$$

$$\varkappa\, (e^2 + f^2 + g^2) + (d^2p + (\alpha l + \alpha' m + \alpha'' n)\, dt^2) \,.\, e$$
$$+ (d^2q + (\beta l + \beta' m + \beta'' n)\, dt^2) \,.\, f$$
$$+ (d^2r + (\gamma l + \gamma' m + \gamma'' n)\, dt^2) \,.\, g = 0 \,..(11),$$

par la comparaison des quelles avec les (4), (5); (6), (7), on voit tout de suite lesquels des termes dans les équations du mouvement et de la pression sont dus au seul mouvement de la surface. Au reste, la position du système des p, q, r étant dans ce cas tout-à-fait arbitraire, on peut le faire coincider avec celui des x, y, z; ce qui donnera:

$$\alpha = 1, \quad \beta = 0, \quad \gamma = 0, \quad \delta = 0$$
$$\alpha' = 0, \quad \beta' = 1, \quad \gamma' = 0, \quad \delta' = 0$$
$$\alpha'' = 0, \quad \beta'' = 0, \quad \gamma'' = 1, \quad \delta'' = 0,$$

d'où les (8), (9), 10), (11) prendront la forme:

$$(d^2q + m dt^2) \,.\, e - (d^2p + l dt^2)\, f = 0$$
$$(d^2r + n dt^2) \,.\, e - (d^2p + l dt^2)\, g = 0$$
$$(d^2r + n dt^2) \,.\, f - (d^2q + m dt^2)\, g = 0$$
$$\varkappa\, (e^2 + f^2 + g^2) dt^2 + (d^2p + l dt^2) \,.\, e$$
$$+ (d^2q + m dt^2) \,.\, f$$
$$+ (d^2r + n dt^2) \,.\, g = 0,$$

tout-à-fait la même que celle des (2), (3).

Afin d'éclairer mieux la théorie assez générale exposée jusqu'ici, examinons avec un peu plus d'attention le cas particulier, où la surface mobile n'est qu'un *plan*. Dans ce cas $s = r$, d'où

$$e = 0, \quad f = 0, \quad g = 1.$$

Les équations du mouvement et de la pression deviennent donc :

$$\left.\begin{array}{l} r = 0 \\ \beta'' d^2p'' - \alpha'' d^2q'' + \gamma d^2\delta' - \gamma' d^2\delta + (\gamma m - \gamma' l)\, dt^2 = 0 \\ \alpha' d^2q'' - \beta' d^2p'' + \gamma d^2\delta'' - \gamma'' d^2\delta + (\gamma n - \gamma'' l)\, dt^2 = 0 \\ \beta d^2p'' - \alpha d^2q'' + \gamma' d^2\delta'' - \gamma'' d^2\delta' + (\gamma' n - \gamma'' m)\, dt^2 = 0 \\ k dt^2 + d^2r'' + \gamma d^2\delta + \gamma' d^2\delta' + \gamma'' d^2\delta'' \\ \qquad + (\gamma l + \gamma' m + \gamma'' n)\, dt^2 = 0 \end{array}\right\} \ldots (12),$$

les d^2p'', d^2q'', d^2r'' étant respectivement $=$

$$d^2p - dt\,.\,(2\nu dq + q d\nu + ((\mu^2 + \nu^2)\, p - \lambda\mu q)\, dt),$$
$$d^2q + dt\,.\,(2\nu dp + p d\nu + (-(\lambda^2 + \nu^2)\, q + \lambda\mu p)\, dt),$$
$$dt\,.\,(2\lambda dq - 2\mu dp + q d\lambda - p d\mu + (p\lambda + q\mu)\, \nu dt),$$

et la force k tendant à diminuer les r', d'après la remarque de la page 4.

Supposant par exemple que le mouvement du plan ne se fait qu'autour d'un axe fixe situé dans le plan même, le long duquel il ne peut pas glisser ; nous aurons, d'après ce qui précède,

$$\begin{array}{llll} \alpha = 1, & \beta = 0, & \gamma = 0, & \delta = 0, \\ \alpha' = 0, & \beta' = \beta', & \gamma' = \gamma', & \delta' = 0, \\ \alpha'' = 0, & \beta'' = -\gamma', & \gamma'' = \beta', & \delta'' = 0, \end{array}$$
$$\beta'^2 + \gamma'^2 = 1, \quad \lambda = -\frac{d\gamma'}{\beta' dt}, \quad \mu = 0, \quad \nu = 0;$$

d'où

$$d^2p'' = d^2p$$
$$d^2q'' = d^2q - \lambda^2 q dt^2$$
$$d^2r'' = dt\,.\,(2\lambda dq + q d\lambda),$$

et parconséquent les (12) deviennent :

$$\left.\begin{array}{l} r = 0 \\ d^2p + l dt^2 = 0 \\ d^2q + l dt^2 = 0 \\ d^2q + (\beta' m - \gamma' n - \lambda^2 q)\, dt^2 = 0 \\ k dt + (\gamma' m + \beta' n)\, dt + q d\lambda + 2\lambda dq = 0 \end{array}\right\} \ldots\ldots (13),$$

λ étant la vitesse de la rotation du plan autour de l'axe fixe et k la pression perpendiculaire du plan sur le point.

Cherchons par exemple le mouvement d'un point, qui glisse par son propre poids sur un plan incliné, ce plan ayant en même tems un mouvement de rotation autour d'un axe horizontal passant par le plan, qui augmente à chaque instant son inclinaison vers l'horizon. Dans ce cas $l = 0$, $m = 0$, $n =$ const.; d'où les (13) se changent en

$$r = 0$$
$$d^2p = 0$$
$$d^2q - (\gamma' n + \lambda^2 q)\, dt^2 = 0$$
$$kdt + \beta' ndt + qd\lambda + 2\lambda dq = 0.$$

Il ne s'agit donc que d'intégrer les deux équations :

$$\frac{d^2p}{dt^2} = 0$$
$$\frac{d^2q}{dt^2} = \gamma' n + \lambda^2 q,$$

où γ', λ sont des fonctions données de t, liées entre elles par l'équation

$$\lambda = \frac{-d\gamma'}{dt \,.\, \surd(1 - \gamma'^2)},$$

c'est-à-dire

$$\gamma' = -\sin.\,(\varepsilon + \int \lambda\, dt),$$

ε étant une constante arbitraire.

Remarquons donc, que l'intégrale de :

$$\frac{d^2p}{dt^2} = 0$$

se trouve immédiatement :

$$p = c + c' t;$$

et que celle de l'équation

$$\frac{d^2q}{dt^2} = \lambda^2 q - n \,.\, \sin.\,(\varepsilon + \int \lambda dt),$$

peut s'exprimer par

$$q = v\left(C + C'.\int\frac{dt}{v^2} - n.\int\frac{dt}{v^2}.\int v dt . \sin.(\varepsilon + \int\lambda dt)\right)$$

$$= v\left(C + C'.\int\frac{dt}{v^2} - n.\left(\int\frac{dt}{v^2}.\int v dt . \sin.(\varepsilon + \int\lambda dt)\right.\right.$$

$$\left.\left. - \int v dt . \sin.(\varepsilon + \lambda dt) . \int\frac{dt}{v^2}\right)\right),$$

v étant une valeur particulière, vérifiant l'équation simple

$$\frac{d^2v}{dt^2} = \lambda^2 v,$$

qui, par la substitution $v = e^{\int w dt}$ (e étant la base des logarithmes népériens), se réduit à

$$dw + w^2 . dt = \lambda^2 dt.$$

Cette dernière équation n'étant point séparable en général, il s'ensuit que q ne peut s'exprimer explicitement par t pour toutes les formes de λ. N'arrêtons nous donc qu'au cas le plus simple, en posant λ constante; nous trouverons

$$w = \lambda, \quad v = e^{\lambda t},$$

$$q = C . e^{\lambda t} + C' . e^{-\lambda t} - \frac{n}{2\lambda} . \left(e^{\lambda t} . \int e^{-\lambda t} . \sin.(\varepsilon + \lambda t)\, dt\right.$$

$$\left. - e^{-\lambda t} . \int e^{\lambda t} . \sin.(\varepsilon + \lambda t)\, dt\right).$$

$$= C . e^{\lambda t} + C' . e^{-\lambda t} + \frac{n}{2\lambda^2} . \sin.(\varepsilon + \lambda t).$$

Pour savoir ce que devient cette valeur lorsque $\lambda = 0$, c'est-à-dire, lorsque le plan est en repos, il n'y a que de la développer suivant les puissances de t, en mettant pour abréger

$$C + C' + \frac{n}{2\lambda^2} . \sin.\varepsilon = C_{/},$$

$$\left(C - C' + \frac{n}{2\lambda^2} . \cos.\varepsilon\right)\lambda = C_{/}',$$

ce qui donnera

$$q = C_{/} + C_{/}' t + (C_{/} . \lambda^2 - n \sin.\varepsilon) . \frac{t^2}{1.2}$$

$$+ (C_{/}' . \lambda^2 - n\lambda . \cos.\varepsilon) . \frac{t^3}{1.2.3}$$

$$+ \text{etc.};$$

après quoi, supposant maintenant $\lambda = 0$, nous aurons

$$q = C_{,} + C_{,}' t - \tfrac{1}{2} n \,.\, \sin.\varepsilon \,.\, t^2$$

pour la valeur complette de q dans ce cas.

La détermination des arbitraires c, c', C, C$'$, C$_{,}$, C$_{,}'$ s'opérera facilement en supposant, par exemple, qu'au moment $t = 0$ les coordonnées du point mobile soient a et b, la direction de son mouvement fasse avec l'axe des p l'angle η, et enfin, que sa vitesse suivant cette direction soit $= h$. Les formules précédentes deviennent par-là :

$$p = a + h \,.\, \cos.\eta \,.\, t$$

$$q = \frac{2\lambda(b\lambda + h\sin.\eta) - n(\sin.\varepsilon + \cos.\varepsilon)}{4\lambda^2} \,.\, e^{\lambda t}$$

$$+ \frac{2\lambda(b\lambda - h\sin\eta) - n(\sin.\varepsilon - \cos.\varepsilon)}{4\lambda^2} \,.\, e^{-\lambda t}$$

$$+ \frac{n}{2\lambda^2} \,.\, \sin.(\varepsilon + \lambda t),$$

q étant, pour les cas $\lambda = 0$,

$$= b + h\sin.\eta \,.\, t - \tfrac{1}{2} n \sin.\varepsilon \,.\, t^2.$$

Par l'élimination de t entre ces deux équations on parviendra à l'équation entre p et q de la courbe décrite par le point sur le plan, qui, quoique transcendante dans le cas général, néanmoins pour $\lambda = 0$ ne conviendra qu'à une parabole ordinaire.

SUMMATIO QUARUNDAM SERIERUM

AUCTORE

N. F U S S.

Conventui exhibuit die 7. Martii 1821.

§. 1. Collega quondam noster, cel. *Krafft* b. m. proposuerat mihi, aliquot menses ante ejus obitum, hanc seriem summandam:

$$s = k \pm \frac{5 \cdot 8}{3 \cdot 4} k^2 + \frac{11 \cdot 14}{5 \cdot 6} pk^3 \pm \frac{17 \cdot 20}{7 \cdot 8} pk^4 + \text{etc.}$$

denotante p ubique coëfficientem termini praecedentis. Ad istam enim seriem Academicus noster, in solvendo tum temporis problemate quodam physico-mathematici argumenti, pervenerat, ejusque summationem ipse variis modis frustra tentaverat. Propositam mihi summationem hanc adgressus, cum in methodum incidissem, cujus ope non solum seriem cel. *Krafftii*, sed etiam plures alias multo generaliores summare licuit, inventas summationes oblata mihi occasione, qua munus lectoris obeo, breviter heic exponere in animum induxi.

§. 2. Quo hoc commodius fieri queat statuantur primo omnes seriei termini positivi, ita ut, si pro p ubique debiti valores substituantur, series summanda hanc habeat formam;

$$s = k + \frac{5 \cdot 8}{3 \cdot 4} k^2 + \frac{5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} k^3 + \frac{5 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 14 \cdot 17 \cdot 20}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8} k^4 + \text{etc.}$$

Jam ex evolutione potestatum binomii constat esse

$$\frac{1}{\sqrt[3]{(1+x)^2}} = 1 - \tfrac{2}{3} x + \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 6} x^2 - \frac{2 \cdot 5 \cdot 8}{3 \cdot 6 \cdot 9} x^3 + \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12} x^4 - \text{etc.}$$

Hinc, posito $x = 3y$, fiet

$$\frac{1}{\sqrt[3]{(1+3y)^2}} = 1 - \tfrac{2}{1} y + \frac{2 \cdot 5}{1 \cdot 2} y^2 - \frac{2 \cdot 5 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} y^3 + \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 11}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} y^4 - \text{etc.}$$

Simili modo, sumto y negative, reperitur fore

$$\frac{1}{\sqrt[3]{(1-3y)^2}} = 1 + \tfrac{1}{2}y + \frac{2.5}{1.2}y^2 + \frac{2.5.8}{1.2.3}y^3 + \frac{2.5.8.11}{1.2.3.4}y^4 + \text{etc.}$$

§. 3. Harum postremarum serierum semi - summa erit

$$\frac{1}{2\sqrt[3]{(1+3y)^2}} + \frac{1}{2\sqrt[3]{(1-3y)^2}} = 1 + \frac{2.5}{1.2}y^2 + \frac{2.5.8.11}{1.2.3.4}y^4$$
$$+ \frac{2.5.8.11.14.17}{1.2.3.4.5.6}y^6 + \text{etc.}$$

quam si ducamus in ∂y et integremus, habebimus:

$$\tfrac{1}{2}\sqrt[3]{1+3y} - \tfrac{1}{2}\sqrt[3]{1-3y} = y + \tfrac{5}{3}y^3 + \frac{5.8.11}{3.4.5}y^5 + \frac{5\ldots17}{3\ldots7}y^7 + \text{etc.}$$

ubi cum pars tam sinistra quam dextra evanescat posito $y = 0$, integratio modo instituta additionem quantitatis constantis non postulat.

§. 4. Quodsi jam haec postrema aequatio ducatur in ∂y, sumtis utrinque integralibus, ob

$$\tfrac{1}{2}\int \partial y \sqrt[3]{1+3y} = \tfrac{1}{8}\sqrt[3]{(1+3y^4)}$$
$$\tfrac{1}{2}\int \partial y \sqrt[3]{(1-3y)} = -\tfrac{1}{8}\sqrt[3]{(1-3y^4)}$$

adjecta constante habebimus

$$\tfrac{1}{8}\sqrt[3]{(1+3y^4)} + \tfrac{1}{8}\sqrt[3]{(1-3y)^4} + C$$
$$= \frac{y^2}{2} + \frac{5}{3.4}y^4 + \frac{5.8.11}{3.4.5.6}y^6 + \frac{5.8.11.14.17}{3.4.5.6.7.8}y^8 + \text{etc.}$$

ubi cum pars dextra in nihilum abeat posito $y = 0$, constans per integrationem ingressa C ita est determinanda, ut etiam pars sinistra evanescat, sumto $y = 0$. Hinc concluditur fieri debere $C = -\frac{1}{4}$, quo valore substituto habebimus:

$$\tfrac{1}{8}[\sqrt[3]{(1+3y)^4} + \sqrt[3]{(1-3y)^4} - 2]$$
$$= \frac{y^2}{2} + \frac{5}{3.4}y^4 + \frac{5.8.11}{3.4.5.6}y^6 + \frac{5.8.11.14.17}{3.4.5.6.7.8}y^8 + \text{etc.}$$

§. 5. Ponatur nunc $y = z^3 \sqrt{k}$, factaque divisione per z^4 prodibit:

$$\frac{\sqrt[3]{(1+3z^3\sqrt{k})^4} + \sqrt[3]{(1-3z^3\sqrt{k})^4} - 2}{8z^4}$$

$$= \frac{kz^2}{2} + \frac{5}{3.4}k^2z^8 + \frac{5.8.11}{3.4.5.6}k^3z^{14} + \frac{5\ldots\ldots 17}{3\ldots\ldots 8}k^4z^{20} + \text{etc.}$$

Sumantur nunc utrinque differentialia, quibus per ∂z divisis orietur sequens aequalitas:

$$\frac{\partial . \frac{\sqrt[3]{(1+3z^3\sqrt{k})^4} + \sqrt[3]{(1-3z^3\sqrt{k})^4} - 2}{8z^4}}{\partial z} =$$

$$= kz + \frac{5.8}{3.4}k^2z^7 + \frac{5.8.11.14}{3.4.5.6}k^3z^{13} + \frac{5\ldots 20}{3\ldots\ldots 8}k^4z^{19} \text{ etc.}$$

Ubi notetur, si differentiatio prioris membri, tantum signo ∂ indicata, actu instituatur, proditurum fore

$$\frac{3z^4\sqrt{k}[\sqrt[3]{1+3z^3\sqrt{k}} - \sqrt[3]{1-3z^3\sqrt{k}}] - z[\sqrt[3]{(1+3z^2\sqrt{k})^4} + \sqrt[3]{(1-3z^2\sqrt{k})^4} - 2].}{2z^6}$$

§. 6. Quodsi nunc statuamus $z = 1$, series illa, in fine §. 5. inventa, abibit in ipsam illam seriem §. 2. allatam

$$s = k + \frac{5.8}{3.4}k^2 + \frac{3.8.11.14}{3.4.5.6}k^3 + \frac{5.8.11.14.17.20}{3.4.5.6.7.8}k^4 + \text{etc.}$$

cujus igitur summa erit, ut vidimus:

$$s = \tfrac{3}{2}\sqrt{k}[\sqrt[3]{1+3\sqrt{k}} - \sqrt[3]{1-3\sqrt{k}}] - \tfrac{1}{2}[\sqrt[3]{(1+3\sqrt{k})^4} + \sqrt[3]{(1-3\sqrt{k})^4} - 2]$$

quam ad hanc formam simpliciorem commode reducere licet:

$$s = \tfrac{1}{2}[2 - \sqrt[3]{1+3\sqrt{k}} - \sqrt[3]{1-3\sqrt{k}}].$$

Cum enim sit

$$\sqrt[3]{(1+3\sqrt{k})^4} = (1+3\sqrt{k})\sqrt[3]{1+3\sqrt{k}}$$

$$\sqrt[3]{(1-3\sqrt{k})^4} = (1-3\sqrt{k})\sqrt[3]{1-3\sqrt{k}}$$

facile intelligitur illum valorem pro summa s inventum abire in postremum simpliciorem.

§. 7. Hac autem summa inventa

$$s = \tfrac{1}{2}[2 - \sqrt[3]{1 + 3\sqrt{k}} - \sqrt[3]{1 - 3\sqrt{k}}]$$

nihil facilius est quam ejus veritatem a posteriori ostendere. Cum enim sit

$$\sqrt[3]{1 + 3\sqrt{k}} = 1 + \sqrt{k} - k + \tfrac{5}{3}k\sqrt{k} - \frac{5 . 8}{3 . 4}k^2 + \frac{5 . 8 . 11}{3 . 4 . 5}k^2\sqrt{k} - \text{etc.}$$

$$\sqrt[3]{1 - 3\sqrt{k}} = 1 - \sqrt{k} - k - \tfrac{5}{3}k\sqrt{k} - \frac{5 . 8}{3 . 4}k^2 + \frac{5 . 8 . 11}{3 . 4 . 5}k^2\sqrt{k} - \text{etc.}$$

semi-summa erit

$$\tfrac{1}{2}\sqrt[3]{1 + 3\sqrt{k}} + \tfrac{1}{2}\sqrt[3]{1 - 3\sqrt{k}} = 1 - k - \frac{5 . 8}{3 . 4}k^2 - \frac{5 . 8 . 11 . 14}{3 . 4 . 5 . 6}k^3 - \text{etc.}$$

unde terminis debite translatis nanciscimur

$$\tfrac{1}{2}[2 - \sqrt[3]{1 + 3\sqrt{k}} - \sqrt[3]{1 - 3\sqrt{k}}] = k + \frac{5 . 8}{3 . 4}k^2 + \frac{5 . 8 . 11 . 14}{3 . 4 . 5 . 5}k^3 + \text{etc.}$$

quae est ipsa series proposita.

§. 8. Difficilioris autem indaginis est summatio ejusdem seriei signis alternantibus procedentis. Posito enim loco k valore negativo $-k$ prodit quidem ipsa series summanda, verum summa ejus involvit imaginaria, cum sit:

$$\tfrac{1}{2}[\sqrt[3]{1 + 3\sqrt{-k}} + \sqrt[3]{1 - 3\sqrt{-k}} - 2] = k - \frac{5 . 8}{3 . 4}k^2 + \frac{5 . 8 . 11 . 14}{3 . 4 . 5 . 6}k^3 - \text{etc.}$$

Ante omnia igitur summa inventa ad formam realem est reducenda, quod commodissime sequenti modo efficere licebit.

§. 9. Primo commodioris calculi gratia ponatur $k = vv$, ut summa imaginaria ad realem formam reducenda hanc induat formam:

$$s = \tfrac{1}{2}[\sqrt[3]{1 + 3v\sqrt{-1}} + \sqrt[3]{1 - 3v\sqrt{-1}} - 2]$$

tum vero statuatur

$$\sqrt[3]{1 + 3v\sqrt{-1}} = p + q\sqrt{-1}$$

sumtisque logarithmis habebimus

$$\tfrac{1}{3}l(1 + 3v\sqrt{-1}) = l(p + q\sqrt{-1})$$

hincque differentiando prodit

$$\frac{\partial v \sqrt{-1}}{1+3v\sqrt{-1}} = \frac{\partial p + \partial q \sqrt{-1}}{p+q\sqrt{-1}}.$$

Multiplicetur prior fractio supra et infra per $1 - 3v\sqrt{-1}$, posterior vero per $p - q\sqrt{-1}$, quo denominatores fiant reales, eritque

$$\frac{\partial v \sqrt{-1} + 3v\partial v}{1 - 9vv} = \frac{p\partial p + q\partial q + (p\partial q - q\partial p)\sqrt{-1}}{pp+qq};$$

§. 10. Quodsi nunc realia realibus imaginaria vero imaginariis aequalia statuantur, ut necessario fieri debet, prodibunt sequentes aequalitates:

$$\frac{3v\partial v}{1+9vv} = \frac{p\partial p + q\partial q}{pp+qq};$$
$$\frac{\partial v}{1+9vv} = \frac{p\partial q - q\partial p}{pp+qq};$$

ex quibus, sumtis integralibus, sequitur fore

$$\tfrac{1}{3} l\sqrt{1+9vv} = l\sqrt{pp+qq};$$
$$\tfrac{1}{3}\ \text{Arc. tg. } 3v = \text{Arc. tg. } \frac{q}{p}.$$

§. 11. Statuatur jam Arc. tg. $3v = \Phi$ et $\sqrt{1+9vv} = u$, eritque tg. $\Phi = 3v$, unde sequitur fore

$$\sin.\Phi = \frac{3v}{\sqrt{1+9vv}} = \frac{3v}{u};$$
$$\cos.\Phi = \frac{1}{\sqrt{1+9vv}} = \frac{1}{u}.$$

Deinde cum sit Arc. tg. $\frac{q}{p} = \frac{1}{3}\Phi$, hincque $\frac{q}{p} = \text{tg.} \frac{1}{3}\Phi$, erit

$$\sin.\tfrac{1}{3}\Phi = \frac{q}{\sqrt{pp+qq}} = \frac{q}{\sqrt[6]{1+9vv}} = \frac{q}{\sqrt[3]{u}}$$
$$\cos.\tfrac{1}{3}\Phi = \frac{p}{\sqrt{pp+qq}} = \frac{p}{\sqrt[6]{1+9vv}} = \frac{p}{\sqrt[3]{u}}$$

ita ut habeamus

$$q = u^{\frac{1}{3}} \sin.\tfrac{1}{3}\Phi,$$
$$p = u^{\frac{1}{3}} \cos.\tfrac{1}{3}\Phi,$$

unde denique, substitutis his valoribus in formula §. 9. allata, consequimur

$$\sqrt[3]{1 + 3v\sqrt{-1}} = u^{\frac{1}{3}} (\cos. \tfrac{1}{3} \Phi + \sqrt{-1} \sin. \tfrac{1}{3} \Phi).$$

Similique modo reperitur:

$$\sqrt[3]{1 - 3v\sqrt{-1}} = u^{\frac{1}{3}} (\cos. \tfrac{1}{3} \Phi - \sqrt{-1} \sin. \tfrac{1}{3} \Phi).$$

§. 12. Sumatur semisumma harum formularum, eritque

$$\tfrac{1}{2}\sqrt[3]{1 + 3v\sqrt{-1}} + \tfrac{1}{2}\sqrt[3]{1 - 3v\sqrt{-1}} = u^{\frac{1}{3}} \cos. \tfrac{1}{3}\Phi$$

hinc summa nostrae seriei §. 9. inventa et imaginariis permista sic prodit realiter expressa:

$$s = u^{\frac{1}{3}} \cos. \tfrac{1}{3} \Phi - 1.$$

Cum igitur sit

$$u^{\frac{1}{3}} = \sqrt[6]{1 + 9vv} = \sqrt[6]{1 + 9k};$$

$$\Phi = \text{Arc. tg. } 3v = \text{Arc. tg. } 3\sqrt{k};$$

summa nostrae seriei quaesita ita per k exprimetur:

$$s = \sqrt[6]{1 + 9k} \,.\, \cos. [\tfrac{1}{3} \text{Arc. tg. } 3\sqrt{k}] - 1.$$

§. 13. Quo hanc summationem exemplo numerico illustremus, ponamus $k = \frac{1}{10}$, et summa septem priorum seriei terminorum erit $s = 0{,}076 \ldots$ At ob Arc. tg. $\frac{3}{\sqrt{10}} = 43^{\circ}, 29', 30''$ ex formula pro summa inventa fiet $s = 0{,}077$, qui egregius consensus jam sufficit ad veritatem nostrae summationis magis corroborandam.

§. 14. Ex ipsa hac expositione methodi, qua usus sum in summanda illa serie a cel. *Krafft* mihi proposita, jam manifestum est simili prorsus modo summari posse alias quoque series multo generaliores ejusdem generis. Veluti si summanda proponatur haec:

$$s = \alpha k \pm \frac{(m - 2n)(m - 3n)}{3 \cdot 4} pk^2 + \frac{(m - 4n)(m - 5n)}{5 \cdot 6} pk^3$$
$$\pm \frac{(m - 6n)(m - 7n)}{7 \cdot 8} pk^4 + \text{etc.}$$

ubi $\alpha = \frac{m(m-n)}{1.2}$ et p denotat, in quolibet termino, coëfficientem praecedentis, perspicuum est methodos summandi supra tam pro signis iisdem quam pro signis alternantibus adhibitas etiam hic in usum vocari posse.

§. 15. Si signa superiora valeant, hoc est, si omnes seriei termini fuerint positivi, calculus singulos, quos pro serie illa speciali summanda supra exposui, hic repetere superfluum foret, quoniam nullam plane difficultatem involvunt. Eandem quam in §^{is}. 2 — 6 fusius explicavi viam secutus hanc adeptus sum seriei generalioris pro signis iisdem summam:

$$s = \tfrac{1}{2}[\sqrt[n]{(1 + n\sqrt{k})^m} + \sqrt[n]{(1 - n\sqrt{k})^m} - 2]$$

cujus veritatem insuper comprobare licet evolutione binomiorum $(1 + n\sqrt{k})^{\frac{m}{n}}$ et $(1 - n\sqrt{k})^{\frac{m}{n}}$ in series, quarum semi-summa, demto binario, ipsam seriem propositam suppeditat.

§. 16. Quoniam autem ista summatio ratione signi discrepare videtur a summatione supra §. 6 inventa, quae tamen in ista contenta esse debet, operae pretium erit casum illum specialem ex hoc generaliori deducere. Statuatur igitur $m = 1$ et $n = 3$, eritque

$$\tfrac{1}{2}[\sqrt[3]{1 + 3\sqrt{k}} + \sqrt[3]{1 - 3\sqrt{k}} - 2]$$
$$= - k - \frac{5.8}{3.4}k^2 - \frac{5.8.11.14}{3.4.5.6}k - \frac{5.8.11.14.17.20}{3.4.5.6.7.8}k^4 - \text{etc.}$$

quod cum summatione supra tradita perfecte convenit, si utrinque signa mutentur.

§. 17. Alterum casum, quo signa inferiora valent, sive alternant, ex casu ubi eadem manent, ut supra §. 8, derivare licebit, ponendo $-k$ loco $+k$; tum autem omnes seriei termini prodibunt negativi. Mutatis igitur signis etiam in expressione summae signa erunt mutanda. Hoc facto seriei propositae, si valeant signa inferiora, summa erit:

$$s = \tfrac{1}{2}[2 - \sqrt[n]{(1 + n\sqrt{-k})^m} - \sqrt[n]{(1 - n\sqrt{-k})^m}]$$

quam formam imaginariam sequenti modo ad realem reducere licet.

§. 18. Ponatur $\sqrt{k} = v$, ita ut sit:

$$s = \tfrac{1}{2}[2 - \sqrt[n]{(1 + nv\sqrt{-1})^m} - \sqrt[n]{(1 - nv\sqrt{-1})^m}].$$

Tum vero statuatur:

$$(1 + nv\sqrt{-1})^{\frac{m}{n}} = p + q\sqrt{-1}$$

sumtisque differentialibus logarithmicis habebimus

$$\frac{m\partial v\sqrt{-1}}{1 + nv\sqrt{-1}} = \frac{\partial p + \partial q\sqrt{-1}}{p + q\sqrt{-1}}$$

unde, si denominatores ad formam realem reducantur, prodibit:

$$\frac{m\partial v\sqrt{-1} + mnv\partial v}{1 + nnvv} = \frac{p\partial p + q\partial q + (p\partial q - q\partial p)\sqrt{-1}}{pp + qq}.$$

§. 19. Quoniam igitur realia realibus, imaginaria vero imaginariis aequalia esse debent, hinc nanciscimur sequentes aequationes:

$$\frac{mnv\partial v}{1 + nnvv} = \frac{p\partial p + q\partial q}{pp + qq}$$

$$\frac{m\partial v}{1 + nnvv} = \frac{p\partial q - q\partial p}{pp + qq}$$

unde sumtis integralibus erit

$$\frac{m}{n}\, l\sqrt{1 + nnvv} = l\sqrt{pp + qq};$$

$$\frac{m}{n}\,\text{Arc. tg. } nv = \text{Arc. tg. } \frac{q}{p}.$$

§. 20. Ponamus Arc. tg. $nv = \Phi$ et $\sqrt{1 + nnvv} = u$, et cum sit tg. $\Phi = nv$, habebimus

$$\sin.\Phi = \frac{nv}{\sqrt{1 + nnvv}} = \frac{nv}{u};$$

$$\cos.\Phi = \frac{1}{\sqrt{1 + nnvv}} = \frac{1}{u}.$$

Quoniam autem Arc. tg. $\frac{q}{p} = \frac{m\Phi}{n}$, erit $\frac{q}{p} = \text{tg. } \frac{m\Phi}{n}$, ideoque

$$\sin.\frac{m\Phi}{n}=\frac{q}{\sqrt{pp+qq}}=\frac{q}{\sqrt[2n]{(1+nnvv)^m}}=\frac{q}{\sqrt[n]{u^m}}$$

$$\cos.\frac{m\Phi}{n}=\frac{p}{\sqrt{pp+qq}}=\frac{p}{\sqrt[2n]{(1+nnvv)^m}}=\frac{p}{\sqrt[n]{u^m}}$$

unde p et q ita prodibunt expressae:

$$q=\sqrt[n]{u^m}\,.\,\sin.\frac{m\Phi}{n};$$

$$p=\sqrt[n]{u^m}\,.\,\cos.\frac{m\Phi}{n}.$$

§. 21. Cum igitur ex §. 18. habeamus

$$p+q\sqrt{-1}=\sqrt[n]{(1+nv\sqrt{-1})^m}$$

si valores pro p et q modo inventi substituantur, erit

$$\sqrt[n]{(1+nv\sqrt{-1})^m}=(\cos.\frac{m\Phi}{n}+\sqrt{-1}\sin.\frac{m\Phi}{n})\sqrt[n]{u^m}.$$

Simili prorsus modo invenitur

$$\sqrt[n]{(1-nv\sqrt{-1})^m}=(\cos.\frac{m\Phi}{n}-\sqrt{-1}\sin.\frac{m\Phi}{n})\sqrt[n]{u^m}.$$

Harum ergo radicalium semi-summa erit

$$\tfrac{1}{2}\sqrt[n]{(1+nv\sqrt{-1})^m}+\tfrac{1}{2}\sqrt[n]{(1-nv\sqrt{-1})^m}=\sqrt[n]{u^m}\cos.\frac{m\Phi}{n}$$

unde sequitur summam quaesitam seriei nostrae signis alternantibus praeditae fore:

$$s=1-\sqrt[n]{u^m}\,.\,\cos.\frac{m\Phi}{n}.$$

Est vero $\sqrt[n]{u^m}=\sqrt[2n]{(1+nnvv)^m}=\sqrt[2n]{(1+nnk)^m}$ et

$$\frac{m\Phi}{n}=\text{Arc. tg.}\frac{q}{p}=\frac{m}{n}\text{Arc. tg.}\,nv=\frac{m}{n}\text{Arc. tg,}\,n\sqrt{k}$$

ideoque summa seriei quaesita erit:

$$s=1-\sqrt[2n]{(1+nnk)^m}\,.\,\cos.(\frac{m}{n}\text{Arc. tg.}\,n\sqrt{k}).$$

§. 22. Accomodemus hanc summationem generalem casui speciali jam cognito, ponendo $m=1$ et $n=3$ eritque series summanda

$$-k+\frac{5.8}{3.4}k^3-\frac{5.8.11.14}{3.4.5.6}k^3+\frac{5\ldots\ldots20}{3\ldots\ldots8}k^4-\text{etc.}$$

ipsa autem ejus summa erit

$$1 - \sqrt[6]{1 + 9k} \, . \cos. \left(\tfrac{1}{3} \, \text{Arc. tg. } 3\sqrt{k}\right)$$

quod, mutatis utrinque signis, cum summatione §. 12. inventa perfecte congruit.

§. 23. Simili prorsus modo si traetentur sequentes series:

$$\frac{m}{n} + \frac{m(m-n)(m-2n)}{n.2n.3n} k + \frac{m \ldots (m-4n)}{n \ldots 5n} k^2 + \frac{m \ldots (m-6n)}{n \ldots 7n} k^3 + \text{etc.}$$

$$\frac{m}{n} - \frac{m(m-n)(m-2n)}{n.2n.3n} k + \frac{m \ldots (m-4n)}{n \ldots 5n} k^2 - \frac{m \ldots (m-6n)}{n \ldots 7n} k^3 + \text{etc.}$$

earum summae invenientur.

$$\text{Prioris} = \frac{\sqrt[n]{(1+\sqrt{k})^m} - \sqrt[n]{(1-\sqrt{k})^m}}{2\sqrt{k}}$$

$$\text{Alterius} = \frac{\sqrt[2n]{(1+k)^m} \, \sin. \left(\frac{m}{n} \, \text{Arc. tg.} \sqrt{k}\right)}{\sqrt{k}}.$$

§. 24. Summatio seriei generalissimae, omnes hujus familiae series in se complectentis, ad quam methodus hic adhibita viam aperire videtur, cum nondum satis bene sit exculta et praescriptos huic dissertationi cancellos transgrederetur, expositionem ejus alia occasione exhibebo.



LONGITUDE DE TAMBOW

DÉTERMINÉE PAR L'OBSERVATION DE L'OCCUTATION DE L'ÉTOILE 1 δ ♉ PAR LA LUNE.

PAR

V. WISNIEWSKI.

Présenté à la Conférence le 2 Octobre 1822.

Pour la détermination de la longitude de *Tambow*, ville du Gouvernement du même nom, j'ai observé l'occultation des étoiles 1 δ ♉ et 2 δ ♉ par la lune, qui eut lieu le 28 Septembre 1809 *n. st.* L'immersion de 1 δ ♉ se fit subitement au bord éclairé de la lune à $11^h\,37'\,41'',2$ tems du chronomètre de *Barraud;* cette observation est très exacte, ayant été faite par un tems très-beau. Les nuages, qui survinrent bientôt après, ne permirent pas d'observer ni l'émersion de cette étoile, ni l'immersion de 2 δ ♉. A l'émersion de cette dernière étoile la lune était visible, mais elle restait encore couverte par des nuages légers; l'étoile reparut subitement à $13^h\,21'\,58'',4$ tems du même chronomètre, je doute cependant que ce fut là le vrai moment de son émersion. Pour avoir le tems de l'observation avec plus de précison, j'ai comparé le chronomètre de *Barraud* avec un autre d'*Earnshaw*, immédiatement après l'observation; et j'ai trouvé par-là le tems de ce second chronomètre au moment de l'immersion de 1 δ ♉ $= 11^h\,26'\,25'',62$, et au moment de l'émersion douteuse de 2 δ ♉ $= 13^h\,10'\,42'',24$.

Ayant observé, avec un sextant à réflexion de *Troughton*, de 8 pouces de rayon, 16 hauteurs correspondantes du soleil le 28 Septembre, et 26 pareilles hauteurs le jour suivant; j'ai trouvé

l'avance du chronomètre de *Barraud*, par rapport au tems moyen solaire, à midi vrai du 28 Septembre = 38′ 15″,64 et à midi suivant = 38′ 19″,31, partant l'accélération journalière du chronomètre = 3″,67. L'avance du chronomètre d'*Earnshaw* à midi du 28 Septembre fut = 27′ 2″,74, et à midi suivant = 27′ 0″,06, partant son retard journalier = 2″,68. De ces données il résulte le tems moyen solaire de l'immersion de 1 δ ♉ par le chronomètre de *Barraud* = 10^h 59′ 23″,86, et par celui d'*Earnshaw* = 10^h 59′ 24″,12; en prenant le milieu nous aurons le tems moyen de l'immersion de 1 δ ♉ = 10^h 59′ 23″,99. Pareillement le tems moyen de l'émersion douteuse de 2 δ ♉ se trouve = 12^h 43′ 40″,86.

Mr. *Bessel* a observé ces occultations à *Lilienthal*, comme il suit :

Immersion de 1 δ ♉	=	8^h 56′ 30″,2 *t. m.*	avec un télescope de
— — — 2 δ ♉	=	9 17 51, 7 —	20 pieds.
Émersion de 1 δ ♉	=	9 37 23, 1 *t. m.*	avec un télescope de
— — — 2 δ ♉	=	10 16 32, 0 —	7 pieds.

Ces excellentes observations serviront ici à la détermination de la longitude géographique de *Tambow*, vu que celle de *Lilienthal* est dejà bien établie, par plusieurs occultations d'étoiles.

La latitude apparente de 1 δ ♉, à l'époque de ces observations, à été = 3° 59′ 20″,38, et celle de 2 δ ♉ = 4° 7′ 52″,61 australe. J'ai calculé les élemens de la lune sur les tables lunaires de Mr. *Burckhardt*, et j'ai supposé l'aplatissement de $\frac{1}{308,65}$? Voici les résultats obtenus :

Occultation de 1δ♉ observée à *Tambow*.

		Immersion
Tems moyen solaire de l'observation . . .		$10^h 59' 23'',99$
Longitude supposée de *Tambow* . . .		2 36 33
Longitude vraie .	. . . . .	$63^\circ 34' 38'',06$
Latitude vraie .	de la lune . . .	— 3 21 3, 73
Parallaxe équat.		0 54 25, 41
Demi-diamètre .	. . . . . .	0 14 49, 82
Latitude corrigée du lieu de l'observation à *Tambow*		52 32 41, 3
Parallaxe horizontale de la lune . . .		0 54 18, 72
Ascension droite	. . . .	352 1 42, 01
Longitude .	du zénith	21 37 8, 7
Latitude .	. . . .	49 37 16, 6
Parallaxe de longitude	. . . . .	0 23 44, 67
Latitude apparente .	de la lune .	— 4 4 10, 93
Demi-diamètre apparent	. . . . .	0 14 55, 91
S *n*		849, 59
S N		2274, 26
m		1791, 68

Tems moyen solaire de la conjonction vraie de la lune et de 1δ♉, à *Tambow* :

de l'Imm. $= 12^h 15' 33'',63 + 2,124\,ds + 0,689\,d\beta - 0,331\,d\pi \ldots$ [a].

Occultation de 1 δ ♉ observée à *Lilienthal.*

	Immersion	Emersion
Tems moyen solaire de l'observ.	$8^h 56\ 30'',20$	$9^h 57\ 23'',10$
Longitude de *Lilienthal* .	0 26 19, 00	0 26 19, 00
Longitude vraie } de la lune . .	$63^\circ 38$ 17, 20	$63^\circ 58$ 38, 02
Latitude vraie } de la lune	— 3 21 19, 28	— 3 22 45, 66
Parallaxe équat. } de la lune	0 54 25, 34	0 54 24, 91
Demi-diamètre } de la lune . .	0 14 49, 80	0 14 49, 69
Latitude corrigée de *Lilienthal*	52 57 44, 9	52 57 44, 9
Parallaxe horizontale de la lune	0 54 18, 57	0 54 18, 14
Ascension droite } du zénith . .	321 18 33, 2	331 33 27, 5
Longitude . } du zénith	356 38 27, 5	5 53 27, 2
Latitude . } du zénith . .	61 54 14, 1	57 49 45, 2
Parallaxe de longitude } de la lune . .	0 23 39, 08	0 24 41, 64
Latitude apparente } de la lune	— 4 9 49, 44	— 4 9 42, 43
Demi-diamètre appar. } de la lune . .	0 14 51, 55	0 14 52, 84
S *n*	633, 39	642, 11
S N	2052, 47	839, 53
m	1791, 62	1791, 44

Tems moyen solaire de la conjonction vraie de la lune et de 1 δ ♉, à *Paris* :

de l'Imm. $= 9^h 38' 55'',35 + 2,835\, ds + 2,001\, d\beta - 0,912\, d\pi$ . . . [*b*]

— l'Ém. $= 9\ 39\ 11,\ 17 - 2,802\, ds - 1,952\, d\beta + 2,601\, d\pi$ . . . [*c*]

0 $= -\ 15,\ 82 + 5,637\, ds + 3,953\, d\beta - 3,513\, d\pi$ . . . [A].

En substituant pour ds sa valeur $= 0'',45 - 0,10\, d\pi$, dans l'équation [A], celle-ci devient

$$0 = -13'',28 + 3,953\, d\beta - 4,077\, d\pi\,;$$

d'où nous tirons

$$d\beta = 3'',36 + 1,031\, d\pi.$$

Et en retranchant de la quantité [a] la quantité [b], nous trouvons la longitude de *Tambow*

$$= 2^h\, 36'\, 38'',28 - 0,711\, ds - 1,312\, d\beta + 1,243\, d\pi\,;$$

qui, après la substitution des valeurs de ds et $d\beta$, ci-dessus données, devient

$$= 2^h\, 36'\, 33'',55 - 0,038\, d\pi.$$

Cette longitude a été supposée jusqu'à présent $= 2^h 37' 40''$; nous en trouvons donc ici une correction assez considérable, qui va jusqu'à 17′ en arc.

Ayant fait aussi le calcul de l'occultation de 2 δ ♉, je me suis convaincu que l'émersion de cette étoile a été observée à *Tambow* effectivement trop tard, à cause des nuages légers qui couvraient la lune. Je ne rapporterai donc point ici les résultats de ce calcul, parce qu'ils ne présentent aucun intérêt par la raison indiquée.



SOLUTION

DE QUELQUES PROBLÈMES, RELATIFS À LA MÉTHODE INVERSE DES TANGENTES.

PAR

PAUL FUSS.

Présenté à la Conférence le 11. Déc. 1822.

Problème 1.

Trouver une courbe telle, qu'en tirant une corde quelconque AY et en érigeant sur celle-ci en A la perpendiculaire AQ qui rencontre l'ordonnée YX prolongée en Q, la ligne YQ soit partout égale à l'arc correspondant.

Solution.

Soit l'abscisse $AX = x$, l'ordonnée $XY = y$ et l'arc $AY = s$. À cause de $\triangle AXY \sim \triangle QAY$ nous aurons cette proportion

$$XY : AY = AY : YQ$$

d'où l'on tire

$$YQ = \frac{AY^2}{XY} = \frac{xx + yy}{y}$$

partant, d'après la condition du problème

$$s = \frac{xx + yy}{y}.$$

Soit $\partial x = p\partial y$ et $x = zy$, de sorte que

$$p\partial y = z\partial y + y\partial z \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial y}{y} = \frac{\partial z}{p - z}.$$

Or comme

$$\partial s = \sqrt{(\partial x^2 + \partial y^2)} = \partial y \sqrt{(1 + pp)}$$

il y aura

$$y(zz + 1) = \int \partial y \sqrt{(1 + pp)}$$

d'où l'on déduit en différentiant

$$\frac{\partial y}{y} = \frac{-2z\partial z}{zz + 1 - \sqrt{(1 + pp)}}.$$

Ces deux valeurs de $\frac{\partial y}{y}$ étant comparées donnent

$$z = p - \sqrt{(1 + pp - \sqrt{(1 + pp)})} \text{ et}$$

$$p - z = \sqrt{(1 + pp - \sqrt{(1 + pp)})}.$$

Mais il est clair que

$$\frac{\partial y}{y} = \frac{\partial p}{p - z} - \frac{(\partial p - \partial z)}{p - z}$$

ou en intégrant

$$ly = \int \frac{\partial p}{p - z} - l(p - z)$$

et faisant la substitution de la valeur tantôt trouvée pour $p - z$, on obtient

$$ly = \int \frac{\partial p}{\sqrt{(1 + pp - \sqrt{(1 + pp)})}} - l\sqrt{(1 + pp - \sqrt{(1 + pp)})}.$$

Soit $\sqrt{(1 + pp)} = q$, il y aura $p = \sqrt{(qq - 1)}$ et $\partial p = \frac{q\partial q}{\sqrt{(qq - 1)}}$, ce qui étant substitué donne

$$ly = \int \frac{\partial q}{q - 1} \sqrt{\frac{q}{q + 1}} - l\sqrt{q(q - 1)}.$$

Supposons encore $\sqrt{\frac{q}{q + 1}} = u$, nous aurons $q = \frac{uu}{1 - uu}$ et $\partial q = \frac{2u\partial u}{(1 - uu)^2}$, par conséquent

$$ly = \int \frac{2uu\partial u}{(1 - uu)(2uu - 1)} - l\frac{u\sqrt{(2uu - 1)}}{1 - uu}.$$

Or comme

$$\frac{2uu\partial u}{(1 - uu)(2uu - 1)} = \frac{2\partial u}{1 - uu} + \frac{2\partial u}{2uu - 1} \text{ et}$$

$$\int \frac{2\partial u}{1 - uu} = l\frac{1 + u}{1 - u}$$

$$\int \frac{2\partial u}{2uu - 1} = \frac{1}{\sqrt{2}}\, l\frac{u\sqrt{2} - 1}{u\sqrt{2} + 1}$$

il y aura

$$ly = la + l\,\frac{1+u}{1-u} + \frac{1}{\sqrt{2}}\,l\,\frac{u\sqrt{2}-1}{u\sqrt{2}+1} - l\,\frac{u\sqrt{(2uu-1)}}{1-uu}$$

partant

$$y = \frac{a\,(1+u)^2\,(u\sqrt{2}-1)^{\frac{1}{\sqrt{2}}}}{u\sqrt{(2uu-1)}\,(u\sqrt{2}+1)^{\frac{1}{\sqrt{2}}}} = \frac{a\,(1+u)^2\,(u\sqrt{2}-1)^{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}}{u\,(u\sqrt{2}+1)^{\frac{\sqrt{2}+1}{2}}}.$$

Pour déterminer l'abscisse x, souvenons nous que

$$x = zy$$

et comme

$$z = p - \sqrt{(1+pp-\sqrt{(1+pp)})} = \sqrt{(qq-1)} - \sqrt{q\,(q-1)}$$
$$= \sqrt{(qq-1)}\left(1 - \sqrt{\frac{q}{q+1}}\right)$$
$$= \frac{\sqrt{(2uu-1)}}{1+u}$$

il en résulte que

$$x = \frac{a\,(1+u)\,(u\sqrt{2}-1)^{\frac{1}{\sqrt{2}}}}{u\,(u\sqrt{2}+1)^{\frac{1}{\sqrt{2}}}}.$$

Corollaire 1.

Comme nous avions trouvé ci-dessus que

$$YQ = \frac{xx+yy}{y} = s$$

il y aura en substituant

$$s = \frac{a\,(2+2u)\,(u\sqrt{2}-1)^{\frac{1}{\sqrt{2}}}}{\sqrt{(2uu-1)}\,(u\sqrt{2}+1)^{\frac{1}{\sqrt{2}}}} = \frac{a\,(2+3u)\,(u\sqrt{2}-1)^{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}}{(u\sqrt{2}+1)^{\frac{\sqrt{2}+1}{1}}}.$$

Pour trouver le rayon de courbure observons que l'expression générale, en nommant ϕ l'angle compris entre la tangente et l'axe des abscisses, est

$$R = \frac{-\partial x}{\partial\phi\,\cos.\phi}.$$

Cette expression peut, à cause de $p = \cot.\Phi$ être transformée en celle-là

$$R = \frac{\partial x\,(1+pp)^{\frac{3}{2}}}{p\,\partial p}$$

ou encore, en mettant pour p sa valeur en u, en celle-ci

$$R = \frac{u^3\,\partial x}{2\,\partial u}.$$

Mais comme l'équation de x nous donne

$$\partial.x = \frac{a\,\partial u\,(u+1)^2}{uu\,(u\sqrt{2}+1)^{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}}\,(u\sqrt{2}-1)^{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}}}$$

nous aurons pour notre courbe

$$R = \frac{a\,u\,(1+u)^2}{2\,(u\sqrt{2}+1)^{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}}\,(u\sqrt{2}-1)^{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}}}.$$

Corollaire 2.

Si l'on voulait introduire au lieu de u sa valeur en Φ on trouverait facilement

$$u = \frac{1}{\sqrt{(1+\sin.\Phi)}}$$

$$\sqrt{(2uu-1)} = \frac{\cos.\Phi}{1+\sin.\Phi}$$

et ces valeurs substituées donneraient après les réductions nécessaires

$$x = a\,(1+\sqrt{(1+\sin.\Phi)}).\left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{(1+\sin.\Phi)}}{\sqrt{2}+\sqrt{(1+\sin.\Phi)}}\right)^{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$y = a\,(1+\sqrt{(1+\sin.\Phi)})^2.\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{(1+\sin.\Phi)})^{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}}{(\sqrt{2}+\sqrt{(1+\sin.\Phi)})^{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}}$$

$$s = a\,(3 + 2\sqrt{(1 + \sin.\Phi)}) \,.\, \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{(1 + \sin.\Phi)})^{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}}{(\sqrt{2} + \sqrt{(1 + \sin.\Phi)})^{\frac{\sqrt{2}+1}{2}}}$$

$$R = \frac{a\,(1 + \sqrt{(1 + \sin.\Phi)})^2}{2\sqrt{(1+\sin.\Phi)}(\sqrt{2}+\sqrt{(1+\sin.\Phi)})^{\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}}(\sqrt{2}-\sqrt{(1+\sin.\Phi)})^{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}}}\,.$$

Problème 2.

Trouver une courbe, dans laquelle la tangente TY soit partout à la retranchée AT dans un rapport constant comme n : 1.

Solution.

En retenant les mêmes dénominations comme dans le problème précédent nous aurons l'équation suivante à traiter

$$\frac{y\,\partial s}{\partial y} = n\,(\frac{y\,\partial x}{\partial y} - x)$$

ou en supposant

$$\partial y = p\partial x \text{ et partant } \partial s = \partial x\,\sqrt{(1 + pp)}$$

l'équation finie

$$y\,\sqrt{(1 + pp)} = ny - npx$$

de laquelle on tire

$$x = \frac{y\,(n - \sqrt{(1 + pp)})}{np}.$$

Cette équation différentiée et redigée en ordre donne

$$\frac{\partial y}{y} = \frac{\partial p}{p\,(1 + pp)} - \frac{n\,\partial p}{p\sqrt{(1 + pp)}}.$$

Pour pouvoir intégrer ces deux fractions différentielles on n'a qu'à faire la supposition: $\frac{1}{p} = z$, d'où l'on tire

$$p = \frac{1}{z},\ \partial p = \frac{-\partial z}{zz} \text{ et } \sqrt{(1 + pp)} = \frac{\sqrt{(zz+1)}}{z}$$

et il y aura

$$\int\frac{\partial p}{p\,(1 + pp)} = -\int\frac{z\partial z}{1 + zz} = -\,l\sqrt{(1 + zz)}$$

$$-\int\frac{n\,\partial p}{p\sqrt{(1+pp)}} = n\int\frac{\partial z}{\sqrt{(1+zz)}} = nl\,(z + \sqrt{(1 + zz)})$$

ou bien, en substituant pour z sa valeur en p

$$\int \frac{\partial p}{p(1+pp)} = - l \frac{\sqrt{(1+pp)}}{p}$$

$$-\int \frac{n\partial p}{p\sqrt{(1+pp)}} = n\, l \frac{1+\sqrt{(1+pp)}}{p}.$$

il y aura par conséquent

$$ly = la - l\frac{\sqrt{(1+pp)}}{p} + n\,l\frac{1+\sqrt{(1+pp)}}{p}$$

partant

$$y = \frac{a(1+\sqrt{(1+pp)})^n}{p^{n-1}\sqrt{(1+pp)}}.$$

Quant à l'abscisse x, souvenons nous de l'expression trouvée là-haut

$$x = \frac{y(n-\sqrt{(1+pp)})}{n\,p}$$

la valeur de y étant substituée, il en résulte

$$x = \frac{a(1+\sqrt{(1+pp)})^n(n-\sqrt{(1+pp)})}{n\,p^n\sqrt{(1+pp)}}.$$

Corollaire.

Si nous substituons dans ces deux équations, tantôt trouvées au lieu de p sa valeur en Φ, observant que $p = \frac{\partial y}{\partial x} = \frac{\sin.\Phi}{\cos.\Phi}$, nous trouvons les deux équations suivantes

$$x = \frac{a(\cos\Phi+1)^n(n\cos.\Phi-1)}{n\sin.\Phi^n}$$

$$y = \frac{a(\cos.\Phi+1)^n}{\sin\Phi^{n-1}}$$

ainsi que cette proportion caractéristique

$$y : x = n\sin.\Phi : n\cos.\Phi - 1.$$

ANALYSE D'UN CAS PARTICULIER.

Soit $n = 1$, nous aurons

$$x = -a\sin.\Phi$$

$$y = a(1+\cos.\Phi).$$

Ce sont les équations trigonométriques du cercle, car la première donne

$$\sin.\Phi = -\frac{x}{a}, \text{ partant } \cos.\Phi = \frac{\sqrt{(aa-xx)}}{a}$$

ce qui étant substitué dans la seconde donne

$$y = a + \sqrt{(aa - xx)},$$

Tab. II. Fig. 5. équation, qui effectivement appartient au cercle, lorsque la tangente TM est prise pour axe des abscisses, le point d'attouchement D pour le commencement et DX pour abscisse, qui, située en sens contraire, doit être négative. Dans ce cas TD sera la retranchée, qui comme on sait par les élémens, étant tangente au cercle, sera toujours égale à chaque autre tangente TY.

Problème 3.

Trouver une courbe, dont la normale soit partout égale à la retranchée AT.

Solution.

Soient les coordonnées, comme ci-dessus x et y et $\partial y = p\partial x$, la condition du problème fournira l'équation

$$\frac{y}{p} - x = y\sqrt{(1 + pp)},$$

d'où l'on tire

$$x = \frac{y}{p} - y\sqrt{(1 + pp)}.$$

En différentiant et substituant pour ∂x sa valeur, on obtient

$$\frac{\partial y}{y} = \frac{-\partial p}{pp\sqrt{(1+pp)}} - \frac{p\partial p}{1+pp}$$

partant

$$ly = la + \frac{\sqrt{(1+pp)}}{p} - l\sqrt{(1 + pp)}$$

et par conséquent

$$y = \frac{ae^{\frac{\sqrt{(1+pp)}}{p}}}{\sqrt{(1+pp)}}$$

où la lettre e signifie le nombre, dont le logarithme hyperbolique est l'unité, c'est à dire $e = 2,7182818\ldots$ Si l'angle de cour-

bure YTX est nommé Φ, il y aura $p = \text{tang.}\, \Phi$, ce qui étant substitué donne

$$y = a \cos.\Phi \;.\; e^{\frac{1}{\sin.\Phi}}$$

et comme

$$x = \frac{y(1 - p\sqrt{(1+pp)})}{p} \text{ (voy. ci-dessus)}$$

il y aura

$$x = \frac{a\,(\cos.\Phi^2 - \sin.\Phi)\, e^{\frac{1}{\sin.\Phi}}}{\sin.\Phi}.$$

EXAMEN DE CETTE COURBE.

D'abord il est clair que l'abscisse devient zéro, lorsque

$$\cos.\Phi^2 - \sin.\Phi = 0.$$

c'est à dire, le commencement des abscisses sera là, où

$$\sin.\Phi = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \text{ et}$$

$$\angle\Phi = 38^{\circ}, 10', 21'', \text{ à peu près.}$$

Dans ce point l'ordonnée devient

$$y = 3,96474\, a.$$

L'équation pour x prouve encore que la courbe ne peut avoir que des abscisses négatives aussitôt que

$$\angle\Phi > 38^{\circ}, 10', 21''$$

car dans ce cas il y aura toujours

$$\sin.\Phi > \cos.\Phi^2.$$

Le tableau suivant suffira pour deviner en quelque sorte la figure de la courbe :

pour $\Phi = 0$	il y aura	$x = \infty$,	et	$y = \infty$
— $\Phi = 38^{\circ}, 10', 21''$	- - -	$x = 0$,	—	$y = 3,96474 \ldots a$
— $\Phi = 45$	- - -	$x = -1,20473 \ldots a$,		$y = 2,9085 \ldots a$
— $\Phi = 90$	- - -	$x = -2,71828 \ldots a$,		$y = 0$.

La normale de cette courbe est

$$N = ae^{\frac{1}{\sin. \phi}}$$

et son rayon de courbure

$$R = \frac{ae^{\frac{1}{\sin. \phi}} (\cos. \phi^2 + \sin. \phi^3)}{\sin. \phi^3},$$

lequel, ainsi que la normale et l'abscisse, pour $\phi = 90^\circ$, devient $= ae$.

Problème 4.

Trouver une courbe telle, que l'angle TYA, compris entre la tangente TY et la corde AY, ait partout à l'angle AYX, compris entre l'ordonnée et la corde AY un rapport constant $= 1 : n$.

Solution.

Soit $\angle TYA = \psi$ nous aurons $\angle AYX = n\psi$ et $\angle TYX = (n+1)\psi$ ainsi que

$$\text{tang.}\,(n+1)\psi = \frac{\partial x}{\partial y} \quad \text{et} \quad \text{tang.}\,n\psi = \frac{x}{y}$$

soit de plus

$$\partial y = p\partial x \quad \text{et} \quad y = ux, \text{ il y aura}$$

$$p\partial x = u\partial x + x\partial u \quad \text{et}$$

$$\frac{\partial x}{x} = \frac{\partial u}{p - u}.$$

Or comme, d'après les suppositions, il y a $u = \frac{y}{x} = \cot.\, n\psi$, $p = \frac{\partial y}{\partial x} = \cot.\,(n+1)\psi$, $\partial u = \frac{-n\partial\psi}{\sin.\, n\psi^2}$, ces valeurs étant substituées donnent

$$\frac{\partial x}{x} = \frac{-n\partial\psi}{\sin.\, n\psi^2\, (\cot.\,(n+1)\psi - \cot.\, n\psi)}$$

En décomposant le dénominateur on obtient

$$\cot.\,(n+1)\psi - \cot.\, n\psi = \frac{1 - \text{tg.}\, n\psi\, \text{tg.}\psi}{\text{tg.}\, n\psi + \text{tg.}\,\psi} - \frac{1}{\text{tg.}\, n\psi}$$

$$= -\frac{\text{tg.}\psi\, (1 + \text{tg.}\, n\psi^2)}{\text{tg.}\, n\psi^2 + \text{tg.}\,\psi\, \text{tg.}\, n\psi} = \frac{-\text{tg.}\,\psi}{\cos.\, n\psi^2\, (\text{tg.}\, n\psi^2 + \text{tg.}\,\psi\, \text{tg.}\, n\psi)}.$$

Ceci, étant substitué, donne

$$\frac{\partial x}{x} = \frac{n\partial\psi\,(\text{tg.}\,n\psi^2 + \text{tg.}\,\psi\;\text{tg.}\,n\psi)}{\text{tg.}\,n\psi^2\;\text{tg.}\,\psi}$$

ou bien

$$\frac{\partial x}{x} = \frac{n\partial\psi\,\cos.\,\psi}{\sin.\,\psi} + \frac{n\partial\psi\,\cos.\,n\psi}{\sin.\,n\psi}$$

équation, dont l'intégrale est

$$lx = la + nl\sin.\psi + l\sin.n\psi$$

par conséquent

$$x = a\,\sin.\,n\psi\;\sin.\,\psi^n$$

et $y = a\cos.n\psi\,\sin.\psi^n$, à cause de $y = x\,\text{cot.}\,n\psi$.

Corollaire 1.

Pour trouver le rayon de courbure observons que, à cause de

$$\angle\,\text{XTY} = 90^\circ - (n+1)\psi$$

il y aura

$$\text{R} = \frac{-\partial x}{\partial.\cos.(n+1)\psi} = \frac{\partial x}{(n+1)\,\partial\psi\,\sin.\,(n+1)\,\psi}.$$

Or, comme pour notre courbe

$$\partial x = na\partial\psi\,\sin.\psi^{n-1}\sin.(n+1)\,\psi\,;$$

il y aura

$$\text{R} = \frac{na}{n+1}\,\sin.\psi^{n-1}.$$

De même pour trouver l'arc, on sait que

$$\partial s = \frac{\partial x}{\cos.\,\text{XTY}} = \frac{\partial x}{\sin.\,(n+1)\,\psi}$$

par conséquent

$$s = na\!\int\!\partial\psi\,\sin.\psi^{n-1}$$

différentielle, dont l'intégrale ne peut être exprimée, que par la série suivante

$$s = \text{C} - \frac{na}{n-1}\cos.\psi\,\sin.\psi^{n-2}\left(\begin{array}{l} 1 + \frac{n-2}{n-3}\cdot\frac{1}{\sin.\psi^2} + \frac{n-2}{n-3}\cdot\frac{n-4}{n-5}\cdot\frac{1}{\sin\psi^4} \\ + \frac{n-2}{n-3}\cdot\frac{n-4}{n-5}\cdot\frac{n-6}{n-7}\cdot\frac{1}{\sin.\psi^6} + \text{etc.}\end{array}\right).$$

Corollaire 2.

Des deux équations trouvées ci-dessus on tire facilement

$$xx + yy = aa \sin. \psi^{2n}$$

ou, en nommant la corde $AY = z$

$$z = a \sin. \psi^{n}$$

ce qui prouve, que la courbe sera toujours algébrique, quel que soit le nombre n, parce que

$$\sin. \psi = \sin. \tfrac{1}{n} AYX \text{ et}$$

$$\sin. AYX = \frac{x}{z} \text{ et } \cos. AYX = \frac{y}{z}.$$

Pour faire des applications à quelques cas particuliers supposons 1° $n = 1$ et nous aurons

$$\sqrt{(xx + yy)} = a \sin. AYX = \frac{ax}{\sqrt{(xx+yy)}}$$

d'où l'on tire l'équation du cercle

$$yy = ax + xx$$

et effectivement dans le cercle l'angle compris antre la tangente et l'ordonnée est divisé en deux parties égales par la corde AY. Soit encore 2° $n = 2$ on trouvera

$$\sqrt{(xx + yy)} = a (\sin. \tfrac{1}{2} AYX)^{2}.$$

Or comme

$$(\sin. \tfrac{1}{2} AYX)^{2} = \frac{1 - \cos. AYX}{2} = \frac{\sqrt{(xx+yy)} - y}{2\sqrt{(xx+yy)}}$$

il y aura

$$2 (xx + yy) = a (\sqrt{(xx + yy)} - y)$$

et ainsi de suite pour les autres cas.

Problème 5.

Trouver une courbe telle que la surface du corps, engendré par la rotation de cette courbe autour de l'axe des abscisses soit égale à la surface du cercle décrit avec le rayon AY.

Solution.

Cette condition nous fournit l'équation suivante

$$2\pi \int y \partial s = \pi\,(xx + yy)$$

laquelle différentiée et divisée par 2π donne

$$y \partial s = x \partial x + y \partial y.$$

En supposant, comme nous l'avions fait ci-dessus $\partial y = p \partial x$ on obtient aisément

$$\frac{x}{y} = \sqrt{(1 + pp)} - p.$$

Soit aprésent

$\angle$ AYX $= \theta$ et $\angle$ TYX $= \psi$, il y aura

$$\frac{x}{y} = \text{tang}\ \theta \quad \text{et} \quad p = \text{cot.}\ \psi$$

et en substituant

$$\text{tang}\ \theta = \frac{1 - \text{cos.}\ \psi}{\text{sin.}\ \psi} = \frac{\text{sin.}\ \theta}{\text{cos.}\ \theta}.$$

Cette équation réduite au même dénominateur donne

$$\text{cos.}\ \theta = \text{cos.}\ (\psi - \theta)$$

et par conséquent

$$\theta = \psi - \theta \quad \text{partant} \quad \theta = \tfrac{1}{2}\psi$$

propriéte qui, d'après le problème précédent, n'appartient qu'au cercle.

Corollaire.

Il suit donc que la surface du segment sphérique AGBH est égale au cercle décrit avec la corde AH, comme rayon, se qui se prouve synthétiquement de la manière suivante. On sait que la surface du segment est égale à la surface du cylindre CDEF qui a pour base le grand cercle de la sphère et pour hauteur la flèche GH, par conséquent Tab. II. Fig. 6.

$$\text{Segm. AGBH} = 2\pi\,\text{CG}\,.\,\text{GH} = \pi\,\text{HI}\,.\,\text{GH}.$$

Or il est clair que

$$\text{HI}\,.\,\text{GH} = \text{AH}^2$$

d'où il suit que

$$\text{Segm. AGBH} = \pi AH^2. \text{ c. q. f. d.}$$

Autre Solution du problème précédent.

L'équation $y\partial s = y\partial y + x\partial x$ élevée au quarré et divisée par ∂x, donne

$$yy\partial x = 2xy\partial y + xx\partial x.$$

Pour pouvoir séparer les variables dans cette équation différentielle, faisons la supposition

$$y = vx \text{ il y aura } \partial y = v\partial x + x\partial v,$$

ce qui étant substitué donne après les réductions nécessaires

$$\frac{\partial x}{x} = \frac{-2v\partial v}{1 + vv}$$

dont l'intégrale est

$$lx = la - l(1 + vv)$$

partant

$$x = \frac{a}{1 + vv} = \frac{axx}{yy + xx}$$

d'où l'on tire

$$yy = ax - xx.$$

Cette solution a donc l'avantage de nous conduire directement à l'équation du cercle.

Problème 6.

Tab. II. Fig. 4. *Trouver une courbe telle, qu'en tirant à un point quelconque Y la tangente YT et la normale YN, la somme de l'abscisse et de la sous-normale AN ait partout à l'angle TYX le rapport constant, comme* 2a : 1.

Solution.

Soit Φ l'angle de courbure YTA, nous aurons

$$AN = x + y\,\text{tang.}\,\Phi \text{ et}$$

$$\angle TYX = \frac{\pi}{2} - \Phi,$$

en conséquence de quoi

$$x + y\,\mathrm{tang.}\,\phi = 2a\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right)$$

la différentiation donne

$$\frac{\partial y}{\mathrm{tg.}\,\phi} + \frac{y\partial\phi}{\cos.\,\phi^2} + \partial y\,\mathrm{tg.}\,\phi = -\,2a\partial\phi.$$

Or comme

$$\frac{\partial y}{\mathrm{tg.}\,\phi} + \partial y\,\mathrm{tg.}\,\phi = \frac{\partial y\,(1 + \mathrm{tg.}\,\phi^2)}{\mathrm{tg.}\,\phi} = \frac{\partial y}{\sin.\,\phi\,\cos.\,\phi}$$

cette valeur substituée donne

$$\frac{y\partial\phi}{\cos.\,\phi^2} + \frac{\partial y}{\sin.\,\phi\,\cos.\,\phi} = -\,2a\partial\phi\,,$$

d'où l'on tire facilement

$$\frac{\partial y\,\cos.\,\phi + y\partial\phi\,\sin.\,\phi}{\cos.\,\phi^2} = -\,2a\partial\phi\,\sin.\,\phi$$

donc, en intégrant :

$$\frac{y}{\cos.\,\phi} = 2a\,\cos.\,\phi \quad \text{et}$$
$$y = 2a\,\cos.\,\phi^2 = a\,(1 + \cos.\,2\phi).$$

Nous avions ci-dessus

$$x = 2a\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) - y\,\mathrm{tg.}\,\phi$$

donc, en substituant pour y sa valeur, on trouve

$$x = 2a\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) - a\,\sin.\,2\phi.$$

Ce sont les équations de la cycloïde, car nommant

$$\angle\, YCP = \psi, \text{ on sait que } 2\phi = \pi - \psi$$ Tab. II. Fig. 7.

donc

$$\sin.\,2\phi = \sin.\,\psi,\quad \cos.\,2\phi = -\cos.\,\psi,\quad \frac{\pi}{2} - \phi = \frac{\psi}{2},$$

ces valeurs, étant substituées dans les deux équations trouvées, donnent les équations connues de la cycloïde

$$x = a\,(\psi - \sin.\,\psi)\,,\quad y = a\,(1 - \cos.\,\psi).$$

Corollaire.

De l'équation pour x en valeur de ϕ, trouvée ci-dessus :

$$x = 2a\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) - a\,\sin.\,2\phi$$

il suit que la sousnormale de la cycloïde sera $= a \sin. 2\Phi$, parce que d'après la condition du problème il y avait

$$x = 2a\left(\frac{\pi}{2} - \Phi\right) - \text{Sousnormale.}$$

Par conséquent la Normale sera

$$N = \sqrt{(a^2 \sin. 2\Phi^2 + y^2)} = a\sqrt{(2(1 + \cos. 2\Phi))} = 2a \cos. \Phi.$$

Or comme

$$YP = 2a \sin. \frac{\psi}{2} \quad \text{et} \quad \frac{\psi}{2} = 90^\circ - \Phi$$

il y aura $YP = 2a \cos. \Phi$ donc YP sera la Normale même, propriété, généralement de la cycloïde.

Problème 7.

Tab. II. Fig. 4. *Trouver une courbe, dans laquelle la somme de la soustangente et de la sousnormale soit partout égale à l'arc correspondant : $TN = \cup AY$.*

Solution.

Soit, comme toujours, x l'abscisse, y l'ordonnée, $s = \int\sqrt{(\partial x^2 + \partial y^2)}$ l'arc de la courbe et $p = \frac{\partial y}{\partial x}$, nous aurons l'équation suivante à résoudre

$$\int \frac{\partial y}{p}\sqrt{(1 + pp)} = \frac{y}{p} + py$$

et en différentiant de part et d'autre, il y aura

$$\frac{\partial y}{p}\sqrt{(1 + pp)} = \frac{p\partial y - y\partial p}{pp} + p\partial y + y\partial p$$

de cette équation réduite au même dénominateur, on obtient facilement

$$\frac{\partial y}{y} = \frac{\partial p\,(pp - 1)}{p(\sqrt{(1 + pp)} - (1 + pp))}$$

par conséquent

$$ly = la + \int \frac{p\,\partial p}{\sqrt{(1 + pp)} - (1 + pp)} - \int \frac{\partial p}{p(\sqrt{(1 + pp)} - (1 + pp))}.$$

Pour trouver les intégrales de ces deux fractions différentielles faisons la supposition: $\sqrt{(1 + pp)} = z$, nous aurons

$$pp = zz - 1, \quad p = \sqrt{(zz - 1)}$$
$$p\partial p = z\partial z, \quad \partial p = \frac{z\partial z}{\sqrt{(zz-1)}},$$

ce qui étant substitué donne

$$\int \frac{p\partial p}{\sqrt{(1+pp)} - (1+pp)} = \int \frac{-\partial z}{z-1} = -l(z-1)$$
$$\int \frac{\partial p}{p(\sqrt{(1+pp)}-(1+pp))} = \int \frac{\partial z}{(z-1)(zz-1)}.$$

En décomposant cette fraction en fractions partielles, de la forme

$$\frac{A\partial z}{(z-1)^2} + \frac{B\partial z}{z-1} + \frac{C\partial z}{z+}$$

l'intégration n'a plus de difficulté. On trouve pour les coéfficiens indéterminés les valeurs $A = \frac{1}{2}$, $B = -\frac{1}{4}$ et $C = \frac{1}{4}$ et par conséquent l'intégrale complète sera

$$ly = la - l(z-1) - \frac{1}{2(z-1)} - l\sqrt[4]{(z-1)} + l\sqrt[4]{(z+1)}$$

et, en repassant aux nombres

$$y = \frac{a}{e^{\frac{1}{2(z-1)}}(z-1)}\sqrt[4]{\frac{z+1}{z-1}}.$$

Pour rendre cette expression, ainsi que les suivantes plus simples, supposons encore $z - 1 = u$ et nous aurons

$$y = \frac{a}{ue^{\frac{1}{2u}}}\sqrt[4]{\frac{u+2}{u}}.$$

Or comme la condition du problème était conçue dans l'équation

$$s = \frac{y}{p} + py$$

en substituant au lieu de y et p leurs valeurs en u, nous aurons

$$yp = \frac{a}{e^{\frac{1}{2u}}}\sqrt[4]{\frac{(u+2)^3}{u^3}} \quad \text{et}$$

$$\frac{y}{p} = \frac{a}{ue^{\frac{1}{2u}}\sqrt[4]{(u^3(u+2))}}$$

partant

$$s = \frac{a(u+1)^2}{ue^{\frac{1}{2u}}\sqrt[4]{u^3(u+2)}}.$$

Corollaire. 1.

Pour trouver maintenant l'abscisse de cette courbe, dont nous venons de déterminer l'ordonnée et l'arc, observons que

$$\partial y = p\partial x = \sqrt{(zz-1)}\,.\,\partial x = \sqrt{(u(u+2))}\,.\,\partial x,$$

d'où l'on a

$$\partial x = \frac{\partial y}{\sqrt{(u(u+2))}}.$$

Or la différentiation de y donne

$$\partial y = \frac{-a\partial u}{uue^{\frac{1}{2u}}\sqrt[4]{\frac{u}{u+2}}} + \frac{a\partial u}{u^3e^{\frac{1}{2u}}(u+2)\sqrt[4]{\frac{u}{u+2}}}$$

par conséquent

$$\partial x = \frac{-a\partial u}{uue^{\frac{1}{2u}}\sqrt[4]{(u^3(u+2))}} + \frac{a\partial u}{u^3e^{\frac{1}{2u}}(u+2)\sqrt[4]{(u^3(u+2))}}$$

$$= \frac{a\partial u(1-2u-uu)}{u^3e^{\frac{1}{2u}}(u+2)\sqrt[4]{(u^3(u+2))}}.$$

Quoique je ne sois pas encore parvenu à trouver l'intégrale finie de cette fraction différentielle, je ne puis cependant me convaincre qu'elle soit impossible. Son analogie avec les différentielles de y et s me fait croire le contraire, ainsi que la conjecture, que si l'arc et l'ordonnée ont des valeurs finies, il soit du moins bien probable que l'abscisse puisse aussi être exprimée d'une manière finie. C'est pourquoi je me propose de reprendre un jour l'expression trouvée tantôt pour ∂x et de réitérer les tentatives, jusqu'ici infructueuses, pour en trouver l'intégrale finie. En rendant les expressions plus

simples par la supposition $\frac{1}{u} = r$, par quoi on obtient

$$\partial x = \frac{ar\partial r}{e^{\frac{r}{2}}\sqrt[4]{(1+2r)}} - \frac{ar^3\partial r}{e^{\frac{r}{2}}(1+2r)^{\frac{5}{4}}}$$

l'intégration par série devient facile.

Corollaire 2.

Pour trouver le rayon de courbure substituons dans l'expression générale

$$R = \frac{-\partial x}{\partial \,.\, \sin.\Phi}$$

au lieu de ∂x et $\partial\,.\,\sin.\Phi$ leurs valeurs en u, observant que

$$p = \text{tang.}\Phi = \sqrt{(u(u+2))}$$

par conséquent

$$\sin.\Phi = \frac{p}{\sqrt{(1+pp)}} = \frac{\sqrt{(u(u+2))}}{u+1} \quad \text{et}$$

$$\partial\,.\,\sin.\Phi = \frac{\partial u}{(u+1)^2\sqrt{(u(u+2))}}$$

de façon, qu'en substituant et réduisant on obtient

$$R = \frac{a(uu+2u-1)(1+u)^2}{u^3 e^{\frac{1}{2u}}(u+2)\sqrt[4]{\frac{u}{u+2}}}$$

ou encore

$$R = \frac{a(uu(u+2)^2-1)}{u^3 e^{\frac{1}{2u}}\sqrt[4]{(u(u+2)^3)}}.$$

Les équations de y et de s, exprimées en valeur de Φ seront

$$y = \frac{-a\cos.\Phi\sqrt{\sin.\Phi}}{(1-\cos.\Phi)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{\cos.\Phi}{2(1-\cos.\Phi)}}}; \quad s = \frac{a}{(1-\cos.\Phi)^{\frac{3}{2}}\sqrt{\cos.\Phi}\,.\,e^{\frac{\cos\Phi}{2(1-\cos.\Phi)}}}$$

Problème 8.

Trouver une courbe, dans laquelle la normale soit partout égale à l'arc correspondant.

Solution.

En conservant les mêmes dénominations que dans les problèmes précédens, c'est à dire, l'abscisse $= x$, l'ordonnée $= y$ et $p = \frac{\partial y}{\partial x} = \text{tg.}\, \Phi$, l'équation à résoudre sera

$$\int \frac{\partial y}{p} \sqrt{(1 + pp)} = y \sqrt{(1 + pp)}.$$

Pour en chasser le signe $\int$, prenons les différentielles et nous aurons:

$$\frac{\partial y}{p} \sqrt{(1 + pp)} = \partial y \sqrt{(1 + pp)} + \frac{yp\partial p}{\sqrt{(1+pp)}}$$

et de là en obtient

$$\frac{\partial y}{y} = \frac{pp\partial p}{(1 + pp)(1 - p)}$$

En décomposant cette fraction on a

$$\frac{\partial y}{y} = \frac{pp\partial p}{(1+pp)(1-p)} = \frac{-\partial p}{2(1+pp)} + \frac{\partial p}{2(1-p)} - \frac{p\partial p}{2(1+pp)}$$

et comme

$$\int \frac{\partial p}{2(1+pp)} = \tfrac{1}{2}\,\text{Arc. tg.}\, p, \quad \int \frac{\partial p}{2(1-p)} = -l\sqrt{(1-p)}, \quad \int \frac{p\partial p}{2(1+pp)} = l\sqrt[4]{(1+pp)};$$

il y aura, en substituant

$$ly = la - l\sqrt{(1 - p)} - \tfrac{1}{2}\,\text{Arc. tg.}\, p - l\sqrt[4]{(1 + pp)} \quad \text{et}$$

$$y = \frac{a}{e^{\frac{1}{2}\text{Arc. tg.}\, p} \sqrt{(1 - p)} \sqrt[4]{(1 + pp)}}.$$

Or comme Arc. tg. $p = \Phi$, $\sqrt{(1 - p)} = \sqrt{\frac{\cos.\Phi - \sin \Phi}{\cos.\Phi}}$ et $\sqrt[4]{(1 + pp)} = \frac{1}{\sqrt{\cos.\Phi}}$ il y aura

$$y = \frac{a \cos.\Phi}{e^{\frac{\Phi}{2}} \sqrt{(\cos.\Phi - \sin.\Phi)}}.$$

L'expression générale de la normale étant: $\frac{y}{\cos.\Phi}$, il y aura pour notre courbe

$$N = \frac{a}{e^{\frac{\Phi}{2}} \sqrt{(\cos.\Phi - \sin.\Phi)}}$$

par conséquent aussi

$$s = \frac{a}{e^{\frac{\Phi}{2}} \sqrt{(\cos.\Phi - \sin.\Phi)}}.$$

Scholie.

Dans cette courbe le même inconvénient a lieu que dans la précédente, savoir la difficulté de trouver une expression finie pour x. Car ∂y étant

$$= \frac{a\partial\Phi \sin.\Phi^2}{e^{\frac{\Phi}{2}} (\cos.\Phi - \sin.\Phi)^{\frac{3}{2}}}$$

ceci étant multiplié par $\frac{\cos.\Phi}{\sin.\Phi}$ donne

$$\partial x = \frac{a\partial\Phi \sin.\Phi \cos.\Phi}{e^{\frac{\Phi}{2}} (\cos.\Phi - \sin.\Phi)^{\frac{3}{2}}}.$$

Pour simplifier cette expression, afin de parvenir à une intégrale finie, j'en ai fait à l'aide du Lemme connu $\int P\partial Q = PQ - \int Q\partial P$ les transformations suivantes

$$x = \frac{-a\sin.\Phi}{e^{\frac{\Phi}{2}} \sqrt{(\cos.\Phi - \sin\Phi)}} + \int \frac{a\partial\Phi}{e^{\frac{\Phi}{2}} (\cos.\Phi - \sin.\Phi)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{a\sqrt{(\cos.\Phi - \sin.\Phi)}}{e^{\frac{\Phi}{2}}} + \int \frac{a\partial\Phi \cos.\Phi^2}{e^{\frac{\Phi}{2}} (\cos.\Phi - \sin.\Phi)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{a\cos.\Phi}{e^{\frac{\Phi}{2}} \sqrt{(\cos.\Phi - \sin.\Phi)}} + \int \frac{a\partial\Phi \sin.\Phi}{e^{\frac{\Phi}{2}} \sqrt{(\cos.\Phi - \sin.\Phi)}}$$

$$= \frac{a\sin.\Phi}{e^{\frac{\Phi}{2}} \sqrt{(\cos.\Phi - \sin.\Phi)}} - \int \frac{a\partial\Phi\sqrt{(\cos.\Phi - \sin.\Phi)}}{e^{\frac{\Phi}{2}}}$$

qui m'ont conduits à des différentielles parfaitement analogues avec

∂y et ∂s et qui cependant ont résistés à tous les artifices employés pour leur intégration. Quant à l'intégration par série la dernière fraction différentielle : $\frac{a\partial\Phi\sqrt{(\cos.\Phi - \sin.\Phi)}}{e^{\frac{\Phi}{2}}}$ s'y prête le mieux en y substituant les expressions connues pour cos. Φ et sin. Φ savoir

$$\cos.\Phi = \frac{e^{\Phi\sqrt{-1}} + e^{-\Phi\sqrt{-1}}}{2} \text{ et } \sin.\Phi = \frac{e^{\Phi\sqrt{-1}} - e^{-\Phi\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}.$$

Le rayon de courbure de cette courbe est

$$R = \frac{-a\sin.\Phi}{e^{\frac{\Phi}{2}}(\cos.\Phi - \sin.\Phi)^{\frac{3}{2}}}.$$

DÉTERMINATION
DE LA POSITION GÉOGRAPHIQUE DE BACOU.

PAR

F. T. SCHUBERT.

Présenté à la Conférence le 30. Avril 1823.

On n'a qu'à jeter un coup d'œil sur la carte de la mer Caspienne, dont la figure a été tant de fois changée par les géographes, pour s'assurer que la ville de *Bacou* est un des points les plus importans sur les côtes de cette mer. Cependant il n'y a, que je sache, aucune observation astronomique qui soit faite à Bacou, pour déterminer la latitude et la longitude de cette ville, outre celles faites en 1809 par le pilote de la flotte Impériale, M. Kolotkin, qui y a été deux fois, du 24 Juillet nouv. style jusqu'au 10 Août, et du 4 au 9 Septembre. Pendant ces deux périodes il a pris un grand nombre de hauteurs du soleil, tant pour vérifier la marche de ses chronomètres, que pour déterminer la hauteur du pole; et il a observé l'immersion et l'émersion d'une étoile de la 4. grandeur, 2λ *Gemeaux*, éclipsée par la lune le 4 Septembre nouv. st. 1809. Ayant calculé toutes ces observations, j'en vais donner les résultats.

Latitude de Bacou.

Treize hauteurs du soleil donnent, après toutes les réductions, la hauteur du pole $= 40^\circ 21'$ avec le nombre suivant de secondes:

8,9; 9,3; 10,9; 13,9; 16,5; 16,7; 19,6; 22,6;
30,8; 34,8; 40,6; 56,8;

dont le milieu est $40^\circ 21' 23'',3$. En rejettant les deux dernières

observations, puisqu'elles s'écartent trop du milieu, on trouvera $40^\circ 21' 18'',7$. Il parait donc que, dans les cartes de la mer Caspienne, on peut supposer, sans erreur sensible, la

Latitude de Bacou $= 40^\circ 21' 20''$.

Longitude de Bacou.

Observation de l'occultation de 2λ ♊ à Bacou le matin du 4 Septembre 1809, n. st.

Immersion à $3^h.11^m.40^s,4$. } tems moyen de Bacou.
Émersion à $4.\ 5.\ 3,0$. }

Pour réduire ces observations au centre de la terre, je me suis servi des formules que j'ai données dans mon *Traité d'Astronomie Théorique, Tom. I. Liv. IV. Chap.* 3, et que je vais résumer ici, afin qu'on puisse vérifier le calcul numérique. Soit d'après les tables,

l'obliquité de l'écliptique -	$= \varepsilon$,
longitude apparente de l'étoile	$= \alpha$,
latitude — — —	$= \lambda$,
longitude vraie de la lune -	$=$ A,
latitude — — —	$=$ B,
parallaxe sous l'équateur -	$= \varpi$,
demi-diamètre à l'horizon -	$= \varrho$,
mouvement horaire en longitude	$=$ H,
Ascension droite du soleil -	$=$ Æ.

Supposons

l'aplatissement de la terre $= \frac{1}{310}$,
la latitude observée ou apparente de Bacou - - $=$ F,
le tems vrai de l'observation, compté de midi à Bacou $= n$,
le tems moyen $= \mu$.

Cela posé il s'agit de chercher
la latitude de Bacou, corrigée par l'aplatissement $= f$,
la parallaxe horizontale de la lune pour la latitude $f = p$,

le demi-diamètre apparent . . . . $= r$,
l'ascension droite du milieu du ciel . . $= M$,
latitude du zénit . . . . $= K$,
longitude du zénit . . . . $= N$,
parallaxe de la lune en longitude . . . $= \Pi$,
parallaxe en latitude . . . . $= \varpi$,
longitude apparente de la lune . . . $= \mathfrak{A}$,
latitude apparente . . . . $= \mathfrak{B}$,
différence entre les longitudes de l'étoile et de la lune, qui résulte de l'observation $= E$,
tems moyen de la conjonction géocentrique, compté du méridien de Bacou . . $= T$.

Toutes ces quantités seront trouvées par les formules suivantes, ϕ et ψ étant des angles auxiliaires, et G, D, h, des abbréviations.

(1) .... $f = F - 664'',2 \, . \sin 2F$,

(2) .... $p = \alpha (0,99839 + 0,00161 \, . \cos 2F)$,

(3) .... $M = Æ + 15 n$, (4) .... $\tang \phi = \frac{\sin M}{\tang f}$,

(5) .... $\sin K = \frac{\sin f \cos (\varepsilon + \phi)}{\cos \phi}$, (6) .... $\tang N = \frac{\tang M \sin (\varepsilon + \phi)}{\sin \phi}$,

(7) .... $G = \frac{\sin p \, . \cos K}{\cos B}$, (8) .... $\tang \psi = \frac{\cos (A - N + \frac{1}{2} \Pi)}{\cos \frac{1}{2} \Pi \, . \tang K}$,

(9) .... $D = \frac{\sin p \, . \, \sin K}{\cos \psi}$,

(10) .... $\Pi = \frac{G \sin (A - N)}{\sin 1''} + \frac{G^2 \sin 2 (A - N)}{\sin 2''} + \frac{G^3 \sin 3 (A - N)}{\sin 3''} +$ cet.

(11) .... $\varpi = - \frac{D \cos (B + \psi)}{\sin 1''} - \frac{D^2 \sin 2 (B + \psi)}{\sin 2''} + \frac{D^3 \cos 3 (B + \psi)}{\sin 3''} +$ cet.

(12) .... $\mathfrak{A} = A + \Pi$, (13) .... $\mathfrak{B} = B + \varpi$,

(14) .... $\sin r = \frac{\sin \rho \, . \, \cos \mathfrak{B} \, . \, \sin (\mathfrak{A} - N)}{\cos B \, \sin (A - N)}$,

(15) .... $E = \sqrt{\frac{(r + \lambda - \mathfrak{B}) \, (r - \lambda + \mathfrak{B})}{\cos \lambda \, . \, \cos B}}$, (16) .... $h = \frac{3600''}{H}$,

(17) .... T pour l'immersion $= \mu + h (E + \Pi)$,

(18) .... pour l'émersion $T' = \mu' + h' (\Pi' - E')$;

les lettres, marquées d'un trait, se rapportant a l'émersion.

Il serait inutile d'ajouter les équations de condition, desquelles on conclud les erreurs des tables, parceque je n'ai pas trouvé d'observations correspondantes de cette occultation, qui puissent servir à déterminer les coefficiens de ces équations. J'ai donc été obligé de m'en tenir aux tables de M. Burkhardt, qui en effet sont si exactes, qu'elles ne sauraient produire une erreur considérable. Voici les quantités que M. l'Académicien Wisnefski a eu la complaisance de tirer de ces tables.

	à 0 heure tems moyen de Paris	à 1 heure tems moyen de Paris
Longitude vraie de la lune	$3^s.15^\circ.10.33'',54$	$3^s.15^\circ.40.50'',63$
Latitude australe . .	5. 4.48, 02	5. 5.15, 15
Mouvement horaire en longitude, I. ordre .	30.16, 476	30.17, 668
II. ordre .	+ 0, 586	+ 0, 595
en latitude, I. ordre .	— 27, 718	— 26, 382
II. ordre .	+ 0, 704	+ 0, 707
Parallaxe sous l'équateur	54.39, 64	54.40, 58
Demi-diamètre central	14.53, 702	14.53, 958

$$\varepsilon = 23^\circ\ 27'\ 42'',07.$$

$$\alpha = 106^\circ\ 7'\ 26'',59\ ;\quad \lambda = 5^\circ\ 39'\ 17'',25 \text{ austr.}$$

En supposant la longitude de Bacou à l'orient de Paris $= 3^h\ 10^m\ 20^s$, j'ai calculé ce qui suit.

	Pour l'immersion	Pour l'émersion
μ	$3^h.11^m 40^s,4$	$4^h. 5^m. 3^s,0$
n	15. 12. 55, 0	16. 6. 18, 3
Tems moyen de Paris	0. 1. 20, 4	0. 54. 43, 0
A	105°.11'.14'',11	105°.38'.10'',63
(austr.) B	5. 4. 48, 623	5. 5. 12, 765
α	54. 39, 66	54. 40, 5
ϱ	14. 53, 707	14. 53, 935
H	1817'',062	1817'',073
p	3275, 23	3276, 07
Æ	163°.21'.42'',7	163°.23'.43'',7
M	31. 35. 27, 7	44. 58. 18, 2
F	40. 21. 21, 0	40. 21. 21, 0
f	40. 10. 26, 0	40. 10. 26, 0
Φ	31. 49. 6, 0	39. 55. 58, 7
K	25. 37. 15, 1	22. 8. 2, 0
N	43. 47. 38, 4	54. 17. 54, 0
log G	8, 1575579	8, 1693782
ψ	44°.37'. 5'',5	56°.44'.27'',75
log. D	7, 9843382	8, 0378723
Π	43'.40'',698	40'. 0''.901
ϖ	— 25. 43, 827	— 23. 28, 314
𝔄	105°.54'.54'',803	106°.18'.11'',531
𝔅	— 5. 30. 32, 450	— 5. 28 41, 079
r	14. 59, 204	15. 1, 630
E	12. 14, 652	10. 41, 952
log h	0, 2969328	0, 2966458
E + Π	55'.54'',35	- - - - - -
Π' — E'	- - - - - -	29'.18'',949
h (E + Π)	$1^h.50^m.45^s,708$	- - - - - -
h' (Π' — E')	- - - - - -	$0^h.58^m.2^s,563$
T	5. 2. 26, 11	5. 3. 5, 55

J'ai trouvé au moyen des mouvemens horaires, que suivant les tables, la *conjonction géocentrique* a eu lieu à $1^h\ 52^m\ 39^s,94$ tems moyen de Paris; ce qui étant comparé avec les valeurs précédentes de T, donne la longitude de Bacou à l'orient de Paris,

par l'immersion $= 3^h.\ 9^m.46^s,17 = a$,
par l'émersion $= 3.\ 10.\ 25,62 = b$,
le milieu serait $= 3.\ 10.\ 6,9 = m$.

Pour vérifier les tables, j'ai calculé l'émersion de la même étoile, observée à Gœttingen avec une grande précision à $1^h 35^m 8^s,8$ tems moyen. Un calcul rigoureux de cette observation m'a donné le résultat, que la *conjonction géocentrique* a eu lieu à $2^h 22^m 52^s,82$ tems moyen de Gœttingen. Or la longitude de cette ville étant bien connue, savoir 30 min. 12 sec. à l'orient de Paris, il suit de cette observation, que la véritable conjonction géocentrique a eu lieu à $1^h\ 52^m\ 40^s,82$ tems m. de Paris. Comme cela ne diffère pas d'une seconde du résultat précédent que j'ai conclu des tables, il paraît que leurs erreurs sont nulles, et que, par conséquent, on peut s'en tenir à ce que le calcul précédent nous a donné.

La longitude d'Astrakhan, déduite par M. Wisnefski de plusieurs occultations qu'il a observées dans cette ville, peut être regardée comme très-exacte: elle est de $3^h\ 3^m\ 3^s$ à l'orient de Paris. En comparant cela avec *m*, on conclura que Bacou est de 7 min. 3 sec. à l'orient d'Astrakhan. M. Kolotkin a trouvé par le moyen des chronomètres 7 min. 16 sec. ou 13 sec. de plus. Mais la différence entre *a* et *b* de 39,5 sec. est trop considérable, pour ne pas faire soupçonner une faute à l'observation même.

On sait qu'en général l'émersion est moins sure que l'immersion, et qu'elle est ordinairement observée trop tard; ce qu'indiquent aussi les résultats précédens *a* et *b*. On fera donc mieux de se tenir à l'immersion seule, dont je prendrai la liberté de changer un peu l'observation par la raison suivante.

Le 27 Février 1809, M. Kolotkin observa à Astrakhan l'immersion de α^1 ♋ de 14 secondes plus tard que M. Wisnefski. On ne saurait donc douter, qu'il n'ait observé également trop tard l'immersion de λ ♊, d'autant plus que cette immersion se fit au bord éclairé de la lune. Voila ce qui me fait penser qu'il faut ajouter au moins cinq secondes au tems de l'immersion. Cela posé l'immersion donnera la conjonction géocentrique à

$5^h\,2^m\,31^s,1$ tems moyen de Bacou.

Or le même phénomène ayant eu lieu, par ce qui précède, à

$1^h\,52^m\,39^s,9$ tems m. de Paris,

j'en ai conclu la

Longitude de Bacou à l'orient de Paris

$3^h\,9^m\,51^s,2$ ou $47^\circ\,27'\,48''$.



MÉMOIRE

SUR LA RÉSOLUTION GÉOMÉTRIQUE DES ÉQUATIONS DU TROISIEME DEGRÉ

ET SUR LES PROPRIÉTÉS PRINCIPALES DE CES ÉQUATIONS, DÉMONTRÉES PAR LA GÉOMÉTRIE ÉLÉMENTAIRE.

PAR

G. PAUCKER, Dr.

Professeur de Mathématiques à Mitau.

Présenté à la Conférence le 15 Janvier 1823.

En considérant, il *y* a quelque tems, le problème de la droite la plus courte passant par un point donné dans un angle quelconque; j'allais chercher parmi les constructions connues des équations cubiques une solution simple et élégante du dit problème. Mais je m'apperçus bientot qu'elles étaient peu applicables au sujet proposé.

Il fallut donc reprendre cette recherche en entier, et j'en ai publié quelques théoremes dans une piece imprimée en 1821 à l'usage de mes élèves en Mathématiques au Gymnase de Mitau. L'Académie Impériale ayant bien voulu me permettre de Lui faire part de l'ensemble de ces considérations, j'ose les soumettre à Son jugement.

Descartes enseigna le premier la résolution géométrique des équations du 3me et 4me degré par l'intersection d'un cercle et d'une parabole (*). Il choisit la parabole, parce que son équation

(*) C'est au 3me livre de sa Géométrie, dont la 4me édition a paru en 1635.

est plus simple que celle des deux autres sections coniques. Voici ce qu'il remarque à ce sujet, p. 85 :

„*Sive Aequatio ad quadrato - quadratum adscendat sive non altius quam ad Cubum assurgat, potest semper radix ejus inveniri per aliquam trium Conicarum sectionum, quaecunque illa tandem sit, aut etiam per ipsarum particulam aliquam quantumlibet exiguam, nec utendo nisi rectis lineis et circulis. Verum suffecerit regulam generalem hic adducere, inveniendi radices omnes ope parabolae, quandoquidem haec aliquo modo est simplicissima.* etc."

En général, *Descartes* partit du principe qu'une équation ne devait être résolue que par le moyen de courbes, dont l'équation était d'un degré moins élevé que la proposée. Ce principe est énoncé dans le commencement du 3me livre :

„*Ad problematis cujusque constructionem cura semper adhibenda est, ut simplicissimam, cujus ope id ipsum solvi queat, eligamus. Ubi quidem observandum est, per simplicissimas non solum intelligendas esse illas, quae omnium facillime describi possunt, neque quae propositi problematis constructionem vel demonstrationem faciliorem reddunt; sed praesertim quae simplicissimi sunt generis.*"

L'imperfection d'un tel principe fut reconnue par *Newton*, et le succès avec lequel les tourbillons planètaires furent bannis par la loi de la pesanteur universelle n'est pas la seule victoire que ce Géomètre immortel a remportée sur *Descartes*. On trouve le passage qui s'y rapporte dans le traité : „*De aequationum constructione lineari*," qui fait partie de l'*Arithmetique universelle* de *Newton* :

„*Aequatio non est sed descriptio quae curvam geometricam efficit. Circulus linea geometrica est, non quod per aequa-*

tionem exprimi potest, sed quod descriptio ejus postulatur. Aequationum simplicitas non est sed descriptionis facilitas, quae lineam ad constructiones problematum prius admittendam esse indicat — In constructionibus, quae sunt aeque Geometricae, praeferendae semper sunt simpliciores. Haec lex omni exceptione major est. Ad simplicitatem vero constructionis, expressiones Algebraicae nil conferunt. Solae descriptiones linearum hic in censum veniunt.

Dans cette vûe *Newton* rejète les sections coniques pour construire les équations cubiques, et il donne la préférence à la *conchoïde* qu'il range immédiatement après le cercle par rapport à la simplicité de la construction, quoique l'équation de cette courbe s'elève au 4me degré. L'auteur illustre du traité mentionné y propose plusieurs théorèmes qui montrent l'usage de la conchoïde dans les équations cubiques, et qui, sans contredit, renferment ce qu'il existe de plus élégant et de plus curieux sur cette matière.

En effet, étant donnés dans un plan un angle rectiligne et un point, il sera toujours possible de faire passer par le point une droite, dont le segment intercepté dans l'angle même ou dans son adjacent soit d'une longueur donnée. Cette construction s'exécutera par une sorte d'approximation géométrique, au moyen du compas et de la règle, sans qu'il soit nécessaire de construire la conchoïde entière qui aura son pôle dans le point donné. Avec quelque habitude il sera facile d'obtenir un degré de précision qui suffira aux besoins du dessin.

Ce problème aura en général ou deux solutions ou quatre. Mais si l'une des deux ou l'une des quatre solutions est donnée, le problème de trouver les autres, doit conduire à une équation cubique. Ce cas a lieu, p. e., lorsque le point donné se trouve sur la base ou sur le prolongement de la base d'un triangle quelconque donné. On peut alors faire passer par le point donné dans

l'angle opposé du triangle et dans les angles adjacens à l'opposé une ou trois droites égales à la base. Un tel problème conduira donc toujours à une équation cubique.

Et réciproquement, la résolution géométrique d'une équation cubique quelconque se réduira, en tous les cas, au problème de faire passer par un point de la base d'un triangle rectilique, une ou trois droites dont les segmens interceptés dans les angles opposés soient égaux à la base. Toutes les propriétés des équations cubiques et les relations de leurs racines seront représentées dans cette construction, et en peuvent être tirées par des arrangemens convenables.

Si l'on avait conçu et développé l'idée de *Newton* en ce sens-là, nous serions maintenant en possession d'une *Géométrie élémentaire du cube et de la conchoïde*, c. à d. d'une collection systématique de tous les théorèmes et problèmes qui conduisent aux équations cubiques, et dont la résolution se rapporte à la conchoïde. Nos cours d'instruction géométrique, qui contiennent une *Géométrie de la ligne droite* (ou des équations du premier degré) et une *Géométrie du carré et du cercle* (ou des équations du second degré), donneroient plus de développement à cette science, en y ajoutant les théorèmes élémentaires des équations cubiques et en faisant voir le rapport qui existe entre le cube et la conchoïde, qui semble être analogue à celui du carré et du cercle.

La première section de ce Mémoire donne les principales constructions des équations cubiques par le moyen de la conchoïde. Elle commence par celle des équations simples qui n'ont que deux termes affectés des puissances de l'inconnue. Dans le cas d'une seule racine réelle, après en avoir indiqué une construction simple fondée sur l'angle droit, j'en développe la démonstration géométrique et élémentaire de la règle de *Cardan* et de la résolution

trigonométrique, et je fais voir le rapport de cette construction à celle de la *cissoïde* de *Dioclès*. J'en montre ensuite l'application au problème connu d'Astronomie: L'intervalle de tems écoulé entre l'observation d'une Comète et son passage au périhélie, étant donné, trouver l'anomalie vraie correspondante. Je passe aux solutions de *Nicomède* et de *Newton* du problème des deux moyennes proportionelles, et j'indique le rapport intime de ces deux solutions. J'y ajoute le problème de la droite *Minimum* passante par un point donné dans un angle donné, et je donne la solution simple et générale de ce problème qui n'a été résolu par les Anciens que pour le cas de l'angle droit.

Dans la seconde classe des équations cubiques simples, à trois racines réelles, je présente les solutions de *Pappus* et d'*Archimède*, dont je déduis, par des théorèmes de Géométrie élementaire, soit la résolution trigonométrique, soit le système entier de rélations qui ont lieu entre les trois racines de ces équations. Pour en donner des applications, je propose plusieurs problèmes rélatifs aux tangentes et aux normales de la conchoïde, et je résous les problèmes qui demandent la détermination de la tangente du point d'inflexion et du nœud de cette courbe.

Je m'occupe ensuite des théorèmes de *Newton* rélatifs à la construction des équations cubiques complètes, et je m'empresse de leur donner plus d'éclaircissement, soit par des démonstrations plus élémentaires, soit en mettant en évidence le rapport des deux genres de ces solutions, dont l'une est l'intersection des cotés d'un triangle, l'autre celle d'un arc de cercle. J'en tire toutes les rélations des racines des équations cubiques complètes, et j'y ajoute un théorème général qui ne se trouve pas parmi ceux de *Newton* et qui les renferme tous comme des corollairos.

Pour en montrer l'application, je choisis l'inscription des polygones réguliers au cercle, et après avoir donné quelques théorè-

mes généraux nécessaires au but proposé, je passe aux équations de l'*heptagone* et du *tridécagone* réguliers, et j'en propose différentes constructions fondées sur les théorèmes précédens, et dont quelques unes paraissent très-simples.

Pour ne pas interrompre le cours des propositions geométriques, je donnerai dans une seconde section de ce Mémoire le calcul numérique de toutes les équations trouvées dans la première section, et dont la construction géométrique donne les premiers chiffres de la racine. L'algorithme de ce calcul est exactement conforme à celui de l'extraction ordinaire de la racine cubique, avec cette seule différence, que les coéfficiens de l'équation y entrent, et qu'on obtient des valeurs plus convergentes, en avançant toujours par autant de chiffres décimales qu'on en a déjà trouvé.

SECTION I.

PROPOSITIONS GÉOMÉTRIQUPS.

Théorème.

§. 1. Etant proposées les équations cubiques simples

$$x^3 - 3A^2 . x = 2C . A^2$$
$$y^3 + 3A^2 . y = 2B . A^2$$
$$u^3 + 3A . u^2 = 4C^2 . A$$
$$v^3 - 3A . v^2 = 4B^2 . A$$

et l'équation de condition $A^2 + B^2 = C^2$; Tab. III. Fig. 1.
prenez sur une droite indéfinie $bc = cd = A$, élevez en b, d, les perpendiculaiees $ba = dg = B$, tirez l'hypothénuse $ac = C$, et faites passer par le point a une droite aef, dont la partie interceptée dans l'angle droit d soit égale à l'hypothénuse, savoir $ef = ac = C$; alors, e, f, étant les intersections de dg, bd, les racines des équations seront

$$x = ae, \quad y = eg, \quad u = df, \quad v = bf.$$

Démonstration.

Du centre a decrivez avec le rayon ac un demi-cercle qui coupe ae prolongée en m, l, et bd prolongée en c, C. Prenez $fo = bc = A$, $en = ef = ac = C$, menez cl, dn, om, élevez eh perpendiculaire à ae. Alors on conclura

$$de \frown ab \quad \text{donc} \quad bd : ae = df : cf$$
$$bd = 2cd \quad \text{donc} \quad cd : ae = df : 2ef$$
$$cd = fo, \quad ae = ln, \quad 2ef = fn, \quad \text{donc} \quad cd : ln = df : fn$$
$$ae = ln = fm, \quad \text{donc} \quad fo : fm = df : fn.$$

Il résulte de ces deux dernières proportions que

$$cl \frown dn \frown om$$
$$\text{où que } \Delta\, fom \sim fcl$$

or par la propriété du cercle $\Delta\, fcl \sim fm\mathrm{C}$

$$\text{donc } \Delta\, fom \sim fm\mathrm{C}$$

ce qui donne l'équation $fm^2 = fo \,.\, f\mathrm{C}$

$$\text{ou I.} \quad ae^2 = A \,.\, (df + 3A) = A \,.\, (bf + A)$$

On en conclura de plus $ae^2 = A \,.\, f\mathrm{C}$

$$\text{ou} \quad ae^2 = 2A \,.\, \tfrac{1}{2} f\mathrm{C}.$$

Or $\Delta\, aeg \sim ahe$, donc $ae^2 = ag \,.\, ah = 2A \,.\, ah$

$$\text{donc} \quad ah = \tfrac{1}{2} f\mathrm{C}, \quad \text{et} \quad gh = \tfrac{1}{2} do.$$

Or $\Delta age \sim egh$, donc $eg^2 = ag \,.\, gh = A \,.\, 2gh = A \,.\, do$

$$\text{ou II.} \quad eg^2 = A \,.\, (bf - 3A) = A \,.\, (df - A).$$

On trouve de plus

$$ae : ef = bd : df, \quad \text{ou III.} \quad ae \,.\, df = 2A \,.\, C$$
$$eg : ag = ab : bf, \quad \text{ou IV.} \quad eg \,.\, bf = 2A \,.\, B.$$

En multipliant I. par ae, et en réduisant par III. on trouve

$$ae^3 - 3A^2 \,.\, ae = 2C \,.\, A^2, \quad \text{donc} \quad ae = x.$$

En multipliant II. par eg, et en réduisant par IV. on trouve

$$eg^3 + 3A^2 \,.\, eg = 2B \,.\, A^2, \quad \text{donc} \quad eg = y.$$

En multipliant I. par df^2, en divisant par A, on trouve

$$df^3 + 3A \,.\, df^2 = 4C^2 \,.\, A, \quad \text{donc} \quad df = u.$$

En multipliant II. par bf^2, en divisant par A, on trouve

$$bf^3 - 3A \,.\, bf^2 = 4B^2 \,.\, A, \text{ donc } bf = v.$$

Corollaire 1.

En prolongeant *ac*, *ed*, qui se coupent en *i*, il est visible qu'on a fait passer par le point *a* deux droites *aci*, *aef*, dont les segmens compris dans les angles droits *extérieurs* sont égaux à $ac = C$. Mais il est impossible de faire passer par ce même point *a* une droite, dont le segment compris dans l'angle-droit *intérieur* *d*, soit égal $ac = C$. D'où il résulte évidemment que toutes les équations cubiques simples qui sont de la forme

$$y^3 + 3A^2 \,.\, y = 2B \,.\, A^3$$
$$v^3 - 3A \,.\, v^2 = 4B^2 \,.\, A.$$

ne peuvent avoir qu'une seule racine réelle.

Les équations cubiques simples qui sont de la forme

$$x^3 - 3A^2 \,.\, x = 2C \,.\, A^2$$
$$u^3 + 3A \,.\, u^2 = 4C^2 \,.\, A$$

auront une seule racine réelle si $C > A$. Car il est toujours possible alors de construire un triangle rectangle, dont le cathète $bc = A$, et dont l'hypothénuse $ac = C$.

Si $C = A$, les point *a*, *b*, coincideront, et ces équations prendront la forme

$$x^3 - 3A^2 \,.\, x = 2A^3$$
$$u^3 + 3A \,.\, u^2 = 4A^3$$

qui ont trois racines réelles, dont deux sont égales et négatives, savoir :

$$x = 2A, \quad x' = x'' = -A$$
$$u = A, \quad u' = u'' = -2A.$$

Enfin, si dans les équations

$$x^3 - 3A^2 . x = 2C . A^2$$
$$u^3 + 3A . u^2 = 4C^2 . A.$$

l'on trouvait $C < A$, la construction du triangle rectangle *abc* cesserait d'être possible. Ces équations auront alors trois racines réelles différentes, ce qui sera considéré plus bas.

Corollaire 2.

Étant proposée l'équation

$$x^3 - n . x = p$$

en comparant les coéfficiens, on aura

$$A^2 = \tfrac{1}{3} n, \quad C = \frac{\frac{1}{2} p}{\frac{1}{3} n}, \quad C^2 = \frac{(\frac{1}{2} p)^2}{(\frac{1}{3} n)^2}$$

L'existence d'une seule racine réelle donne la condition $C^2 > A^2$, ou $\frac{(\frac{1}{2} p)^2}{(\frac{1}{3} n)^2} > \frac{1}{3} n$

$$\text{ou} \quad (\tfrac{1}{2} p)^2 > (\tfrac{1}{3} n)^3$$

ce qui est l'expression ordinaire.
Etant proposée l'équation

$$u^3 + m . u^2 = q$$

en comparant les coéfficiens, on trouve

$$A = \tfrac{1}{3} m, \quad C^2 = \frac{\frac{1}{4} q}{\frac{1}{3} m}.$$

L'existence d'une seule racine réelle donne la condition $C^2 > A^2$, ou $\frac{\frac{1}{4} q}{\frac{1}{3} m} > (\frac{1}{3} m)^2$

$$\text{ou} \quad \tfrac{1}{4} q > (\tfrac{1}{3} m)^3.$$

Théorème.

§. 2. Etant proposées les équations cubiques simples

$$x^3 - 3A^2 . x = 2C . A^2$$
$$y^3 + 3A^2 . y = 2B . A^2$$
$$u^3 + 3A . u^2 = 4C^2 . A$$
$$v^3 - 3A . v^2 = 4B^2 . A$$

et l'équation de condition $C^2 = A^2 + B^2$

$$\text{ou} \quad (C + B) \cdot (C - B) = A^2$$

les racines de ces équations seront :

$$x = \sqrt[3]{A^2 \cdot (C + B)} + \sqrt[3]{A^2 \cdot (C - B)}$$
$$y = \sqrt[3]{A^2 \cdot (C + B)} - \sqrt[3]{A^2 \cdot (C - B)}$$
$$u = \sqrt[3]{A \cdot (C + B)^2} + \sqrt[3]{A \cdot (C - B)^2} - A$$
$$v = \sqrt[3]{A \cdot (C + B)^2} + \sqrt[3]{A \cdot (C - B)^2} + A.$$

Démonstration géométrique.

Construisez le triangle rectangle abc, en y faisant les cathètes $cb = A$, $ba = B$, et l'hypoténuse $ac = C$, prenez, sur le prolongement de bc, $cd = bc = A$, élevez en d la perpendiculaire $dg = B$, faites passer par a une droite aef, dont le segment intercepté dans l'angle droit d soit $= ef = ac = C$. Si cette droite coupe dg en e et bcd en f, les racines des équations seront d'après le théorème du § 1. Fig. 2.

$$x = ac, \quad y = eg, \quad u = df, \quad v = bf.$$

Décrivez du centre a et avec le rayon ac un cercle qui coupe acf en l, m, prenez $en = ef = C$, tirez cl, dn, vous aurez la proportion

$$bd : df = ae : ef$$
$$\text{ou} \quad 2dc : df = ln : ef$$
$$\text{ou} \quad dc : df = ln : 2ef$$
$$\text{ou} \quad dc : df = ln : fn$$
$$\text{donc} \quad cl \frown dn.$$

La droite cl coupant ab en q, les deux triangles qal, den, auront leurs cotés respectivement perallèles. Or $al = en$, donc $aq = de$. Par conséquent, si vous tirez mq qui coupe la circonférence en M, cette droite sera parallèle à bc et à ag, donc

$$mq = df = u$$
$$bq = cg = y.$$

Soient h, H les intersections de la circonférence par ab
C l'intersection de la circonférence par bc
k, l'intersection de hc, mq,
K, l'intersection de Hc, mq,
les angles mch, mMh, Mmh, seront égaux, donc $\Delta mkh \backsim cmh$.
De plus $\angle m\mathrm{C}h = m\mathrm{M}h$, $\angle \mathrm{C}hm = \mathrm{M}hk$, donc $\Delta \mathrm{M}kh \backsim \mathrm{C}mh$.
On en conclura $mk : kh = mc : mh$
$kh : \mathrm{M}k = mh : m\mathrm{C}$
ce qui donne par composition
$$mk : \mathrm{M}k = mc : m\mathrm{C}.$$
On trouve pareillement :
$$\angle cm\mathrm{H} = \mathrm{C}m\mathrm{H} = \mathrm{C}c\mathrm{H} = m\mathrm{KH},\ \text{donc}\ \Delta m\mathrm{KH} \backsim cm\mathrm{H}$$
$$\angle \mathrm{KMH} = m\mathrm{CH},\ \angle \mathrm{HKM} = \mathrm{C}m\mathrm{H},\ \text{donc}\ \Delta\mathrm{MKH} \backsim \mathrm{C}m\mathrm{H}.$$
On en conclura $m\mathrm{K} : \mathrm{KH} = mc : m\mathrm{H}$
$\mathrm{KH} : \mathrm{MK} = m\mathrm{H} : m\mathrm{C}$
ce qui donne par composition
$$m\mathrm{K} : \mathrm{MK} = mc : m\mathrm{C}$$
Elevez mi perpendiculaire à mq ou à bcd; soit i l'intersection de cette perpendiculaire par cql. Puisque $\angle dcm = cim$, et $\angle dcm = \mathrm{C}lm$, on aura $\angle cim = \mathrm{C}lm$. Donc les triangles rectangles Δcim, $\Delta \mathrm{C}lm$, sont semblables, d'où l'on tire :
$$mc : m\mathrm{C} = mi : ml = aq : al = aq : \mathrm{H}a.$$
On en conclura que *la corde* m*M est divisée en mediété harmonique en* k *et K*, savoir
$$mk : \mathrm{M}k = m\mathrm{K} : \mathrm{MK} = aq : \mathrm{H}a.$$
Cette proportion donne les suivantes
$$mk : 2kq = aq : \mathrm{H}q,\ \text{ou}\ mk : kq = 2aq : \mathrm{H}q$$
$$m\mathrm{K} : 2\mathrm{K}q = aq : hq,\ \text{ou}\ m\mathrm{K} : \mathrm{K}q = 2aq : hq.$$
Si la perpendiculaire im prolongée coupe la circonférence en m', il est évident que la corde mm' sera divisée en deux parties

égales par ag, que par conséquent $mm' = 2aq = mi$, et que les intersections de hm, Hm', et de Hm, hm' seront dans la droite ag.

Soit k' l'intersection de Hm', mq
K' l'intersection de hm', mq,
on aura $\Delta m'mk' \sim Hqk'$, donc $mk' : k'q = mm' : Hq = 2aq : Hq$
$\Delta m'mK' \sim hqK'$, donc $mK' : K'q = mm' : hq = 2aq : hq$.
En comparant ces proportions à celles qu'on vient de démontrer ci-dessus, on en tirera :

$$mk' : k'q = mk : kq$$
$$mK' : K'q = mK : Kq.$$

Il en résulte évidemment que les points k, k', de même que les points K, K', sont identiques.

Par conséquent l'intersection k, des droites hc, Hm': et l'intersection K des droites Hc, hm'; seront dans la droite mM, qui est divisée dans ces points en médiété harmonique.

Après avoir établi cette proposition, qui est le fondement de cette démonstration, il est facile de conclure que

$$\Delta\, Hqk \sim Hm'h \sim hmH$$
$$\Delta\, hqK \sim hm'H \sim Hmh$$
$$\Delta\, kqH \sim Hqm \sim mqh \sim hqK \sim Hmh$$

ce qui fournit la proportion continue géométrique

$$kq : Hq = Hq : mq = mq : hq = hq : Kq = Hm : hm.$$

Menez $cp \frown Hm$, $cP \frown hm$, $co \frown am$, le point o sera le milieu de Pp, et le $\Delta boc \sim qam \sim gea$. Or $bc = \frac{1}{2} bd = \frac{1}{2} ag$, donc $co = \frac{1}{2} ae$, $Pp = 2co = ae$, $bo = \frac{1}{2} eg$. Or $eg = bq$, donc $bo = oq$, $pb = Pq$, $Pb = pq$.

Soit r l'intersection de Hm, bc
R l'intersection de hM, bc
on aura

$\Delta\, Hbr \sim Hqm \sim kqH$, donc $Hb : br = kq : Hq$
$\Delta\, cbh \sim kqh$, donc $hb : bc = hq : kq$.

On en conclut par composition

$$Hb \,.\, hb : bc \,.\, br = hq : Hq.$$

$$\text{Or } Hb \,.\, hb = bc^2$$

$$\text{donc } bc : br = hq : Hq = Hq \,.\, hq : Hq^2$$

$$\text{Or } Hq \,.\, hq = mq^2$$

$$\text{donc } bc : br = mq^2 : Hq^2 = bc^2 : bp^2$$

$$\text{donc } bp^2 = bc \,.\, br$$

$$\text{ou } br : bp = bp : bc$$

$$\text{or } bp : bc = Hb : br$$

$$\text{donc I. } Hb : br = br : bp = bp : bc.$$

On aura de même :

$$\Delta hbR \sim hqM \sim Kqh, \text{ donc } hb : bR = Kq : hq$$

$$\Delta cbH \sim KqH, \text{ donc } Hb : bc = Hq : Kq$$

$$\text{partant } Hb \,.\, hb : bc \,.\, bR = Hq : hq$$

$$\text{ou } bc^2 : bc \,.\, bR = Hq : hq = Hq \,.\, hq : hq^2$$

$$\text{ou } bc^2 : bc \,.\, bR = mq^2 : hq^2 = bc^2 : Pb^2$$

$$\text{donc } Pb^2 = bc \,.\, bR \text{ ou } bR : bP = bP : bc.$$

$$\text{Or } hb : bR = bP : bC = bP : bc.$$

$$\text{donc II. } hb : bR = bR : bP = bP : bc.$$

Tirez pr, qui coupe mq en s, les triangles pqs, pbr, rbH, cbp, Pbc, seront semblables. Or $Pb = pq$, donc $qs = bc$. De plus $ps \frown Hk \frown hMR$, donc $Rr = Ms$, ou

$$br + bR = qs + Mq = bc + mq = bc + df = cf$$

$$\text{donc } df = br + bR - bc$$

$$bf = br + bR + bc.$$

Les deux proportions continues I. II. qu'on vient de démontrer, font voir que br, bp, sont les moyennes proportionelles entre $Hb = C - B$ et $bc = A$; et que bR, bP, sont les moyennes proportionelles entre $hb = C + B$, et $bc = A$, de sorte qu'on aura

$$br^3 = Hb^2 \,.\, bc = A \,.\, (C - B)^2$$
$$bp^3 = Hb \,.\, bc^2 = A^2 \,.\, (C - B)$$
$$bR^3 = hb^2 \,.\, bc = A \,.\, (C + B)^2$$
$$bP^3 = hb \,.\, bc^2 = A^2 \,.\, (C + B).$$

En substituant ces valeurs, on trouve l'énoncé du théorème :

$$x = ae = Pp = bP + bp = \sqrt[3]{A^2.\,(C+B)} + \sqrt[3]{A^2.\,(C-B)}$$
$$y = eg = bq = bP - bp = \sqrt[3]{A^2.\,(C+B)} + \sqrt[3]{A^2.\,(C-B)}$$
$$u = df = bR + br - bc = \sqrt[3]{A\,.\,(C+B)^2} + \sqrt[3]{A\,.\,(C-B)^2} - A$$
$$v = bf = bR + br + bc = \sqrt[3]{A\,.\,(C+B)^2} + \sqrt[3]{A\,.\,(C-B)^2} + A.$$

Théorème.

§. 3. Etant proposées les équations

$$x^3 - 3A^2 \,.\, x = 2C \,.\, A^2$$
$$y^3 + 3A^2 \,.\, y = 2B \,.\, A^2$$
$$u^3 + 3A \,.\, u^2 = 4C^2 \,.\, A$$
$$v^3 - 3A \,.\, v^2 = 4B^2 \,.\, A.$$

faites $\sin.\,\alpha = \frac{A}{C}$, ou $\text{tg.}\,\alpha = \frac{A}{B}$ ou $\text{tg.}\,\frac{1}{2}\,\alpha = \frac{C-B}{A} = \frac{A}{C+B}$

prenez $\text{tg.}\,\beta = \sqrt[3]{\text{tg.}\,\frac{1}{2}\,\alpha}$

les racines des équations seront alors

$$x = \frac{2A}{\sin.\,2\beta} = 2A \,.\, \text{cosec.}\,2\beta$$
$$y = 2A \,.\, \cot.\,2\beta$$
$$u = C \,.\, \sin.\,2\beta$$
$$v = B \,.\, \text{tg.}\,2\beta.$$

Démonstration géométrique.

Du point a menez les droites parallèles Tab. III. Fig. 3.

$as \frown hc$, $aS \frown Hc$, $at \frown hm$, $aT \frown Hm$,

vous aurez alors

$\angle\, bas = \frac{1}{2} bac$, $\angle\, baf = 2bat$, $\angle\, saS = taT = 90^\circ$.

Désignez les angles

$$\angle\, bac = \alpha, \quad \angle\, bas = \tfrac{1}{2}\alpha, \quad \angle\, bat = \beta, \quad \angle\, baf = 2\beta.$$

Cette construction fournit les proportions suivantes

$$ab : hq = bs : kq = bt : mq$$
$$ab : \mathrm{H}q = b\mathrm{S} : \mathrm{K}q = b\mathrm{T} : mq.$$

On en déduira celles-ci :

$$bt^2 : ab^2 = mq^2 : hq^2 = mq : \mathrm{K}q = b\mathrm{T} : b\mathrm{S}$$
$$bt^2 : ab^2 = b\mathrm{T} \,.\, bs : b\mathrm{S} \,.\, bs = b\mathrm{T} \,.\, bs : ab^2, \text{ donc } bt^2 = b\mathrm{T} \,.\, bs$$
$$b\mathrm{T}^2 : ab^2 = mq^2 : \mathrm{H}q^2 = mq : kq = bt : bs$$
$$b\mathrm{T}^2 : ab^2 = bt \,.\, b\mathrm{S} : bs \,.\, b\mathrm{S} = bt \,.\, b\mathrm{S} : ab^2, \text{ donc } b\mathrm{T}^2 = bt \,.\, b\mathrm{S}.$$

Il en résulte la proportion continue géométrique

$$bs : bt = bt : b\mathrm{T} = b\mathrm{T} : b\mathrm{S}.$$

D'où l'on déduit les équations

$$bt^3 = bs^2 \,.\, b\mathrm{S} = bs \,.\, ab^2$$
$$b\mathrm{T}^3 = b\mathrm{S}^2 \,.\, bs = b\mathrm{S} \,.\, ab^2$$

$$\text{ou } \begin{cases} bt^3 : ab^3 = bs : ab \\ b\mathrm{T}^3 : ab^3 = b\mathrm{S} : ab. \end{cases}$$

Or $\frac{bs}{ab} = \text{tg.}\, bas = \text{tg.}\, \tfrac{1}{2} bac = \text{tg.}\, \tfrac{1}{2}\alpha$

$\frac{bt}{ab} = \text{tg.}\, bat = \text{tg.}\, \tfrac{1}{2} baf = \text{tg.}\, \beta$

Donc $(\text{tg.}\, \beta)^3 = \text{tg.}\, \tfrac{1}{2}\alpha$ ou $\text{tg.}\, \beta = \sqrt[3]{\text{tg.}\, \tfrac{1}{2}\alpha}$.

Il est facile de voir que

$$ae \,.\, \sin.\, aeg = ae \,.\, \sin.\, baf = ag = 2bc = 2\mathrm{A}$$
$$eg \,.\, \text{tg.}\, aeg = eg \,.\, \text{tg}\, baf = ag = 2bc = 2\mathrm{A}.$$
$$cf \,.\, \sin.\, def = \mathrm{C} \,.\, \sin.\, baf = df$$
$$ab \,.\, \text{tg.}\, baf = \mathrm{B} \,.\, \text{tg.}\, baf = bf$$

donc $ae = x = \frac{2\mathrm{A}}{\sin.\, 2\beta}$, $eg = y = 2\mathrm{A} \,.\, \cot.\, 2\beta$

$df = u = \mathrm{C} \,.\, \sin.\, 2\beta$, $bf = v = \mathrm{B} \,.\, \text{tg.}\, 2\mathrm{B}$

de sorte que $x \,.\, u = 2\mathrm{A} \,.\, \mathrm{C}$, $y \,.\, v = 2\mathrm{A} \,.\, \mathrm{B}$.

La cissoïde de Dioclès.

§. 4. En considérant la construction précédente on voit le rapport dont elle est liée à la *cissoïde*, courbe du 3[me] degré, dont l'invention est attribuée à *Dioclès*.

En effet, l'intersection commune k des droites Hm', hc, mq, est évidemment un point de la cissoïde, dont l'axe est Hh, et dont le point de rebroussement est en H. Il conviendra donc de rassembler sous un même point de vue les propriétés de cette courbe. Tab. III. Fig. 2. Fig. 3.

Soit donc srkHRS la cissoïde, H son point de rebroussement, Hh l'axe de la courbe, FhG son asymptote perpendiculaire à l'axe, k un point pris à volonté dans la courbe, kq l'ordonnée de ce point perpendiculaire à l'axe, Hq l'abscisse comptée du point de rebroussement, hq l'abscisse comptée du bout opposé de l'axe, Hk, hk les deux cordes de la courbe menées de chaque bout de l'axe. Fig. 4.

I.) Si l'on conçoit un cercle décrit sur l'axe comme diamètre, les points m, m', où la circonférence est coupée par l'ordonnée kq et par la corde Hk correspondante au point de rebroussement, sont également distans du rayon perpendiculaire à l'axe ar, ou des deux bouts de l'axe; savoir

$$mr = m'r\,;\quad Hm' = hm\,;\quad Hm = hm'.$$

Dioclès s'est servi de cette propriété, pour construire la cissoïde par le moyen du cercle.

II.) Le demi-cercle opposé à la branche $Hkrs$, étant coupé par l'ordonnée kq en M, et cette intersection étant jointe aux bouts de l'axe, la corde du cercle hM sera parallèle à la corde de la cissoïde Hk, et la corde du cercle HM sera perpendiculaire à chacune d'elles.

Cette propriété sert pareillement à construire la courbe.

III.) L'abscisse Hq comptée du point de rebroussement, et l'ordonnée correspondante du cercle mq, sont les deux moyennes proportionelles entre l'ordonnée de la cissoïde kq et l'abscisse comptée du bout opposé de l'axe, hq; savoir

$$kq : Hq = Hq : mq = mq : hq.$$

C'est à cause de cette propriété que *Dioclès* a proposé la construction de la cissoïde, pour déterminer les deux moyennes proportionelles entre deux droites données. On en déduit l'équation de la courbe à coordonnées rectangulaires:

$$Hq = x, \quad kq = y, \quad Hh = d,$$
$$Hq^3 = kq^2 . hq = kq^2 . Hh - kq^2 . Hq$$
$$x^3 + x . y^2 = d . y^2.$$

IV.) La corde de la cissoïde Hk correspondante au point de rebroussement, rencontrant la circonférence en m'; le segment km' intercepté entre la courbe et le cercle est coupé en deux parties égales par le rayon ar perpendiculaire à l'axe.

Réciproquement, si la corde de cercle Hm' est coupée par le rayon ar perpendiculaire au diamètre Hh en w, et si on porte le segment wm' en sens contraire sur la corde, desorte que $wk = wm'$; ce point k appartiendra à la cissoïde.

Cette propriété fournit une construction de la cissoïde extrèmement simple.

V.) Si les cordes de la cissoïde Hk, hk, coupent le rayon perpendiculaire ar respectivement en w, u, et si du point u l'on mène ut parallèle à Hk; les quatre segmens comptés du centre et perpendiculaires les uns aux autres, seront en proportion continue, savoir :

$$au : at = at : aw = aw : Ha.$$

Pappus et *Sporus* ont appliqué cette propriété à la détermination des deux moyennes proportionelles.

VI.) Le rayon étant porté en sens contraire du point de rebroussement, desorte que $Hl = Ha$; si de ce point l on mène une droite ln parallèle à la corde de la cissoïde Hk, qui rencontre en n le rayon perpendiculaire à l'axe; et si l'on tire nk, qui rencontre l'axe Hh en p, et qui est coupée en o par une perpendiculaire abaissée du point l; les triangles Hpk, lpn seront isoscèles, les triangles lon, nal seront égaux, et le cathète no étant égal à l'axe, sera coupé en deux parties égales en k.

Newton a appliqué cette propriété à la construction de la cissoïde par le mouvement continu d'une règle.

VII.) L'axe ou le diamètre étant porté en sens contraire du point de rebroussement, de sorte que $Hg = Hh$; si de ce point on mène une droite gi parallele à la corde Hk de la cissoïde, qui rencontre en i la perpendiculaire élevée à l'axe au point de rebroussement, et si l'on mène ik, cette droite sera perpendiculaire à gi, Hk.

On tire de cette propriété la construction suivante de la cissoïde:

„Prenez une droite quelconque Hg pour base ou axe; à l'un des bouts, qui sera le point de rebroussement, élevez une perpendiculaire indéfinie Hi; menez à volonté deux droites paralleles gi, Hk, dont la première rencontre la perpendiculaire en i; de ce point abaissez une perpendiculaire ik sur l'autre parallèle; k sera un point de la cissoïde.“

Mr. *Uhlhorn*, auteur d'un traité intitulé: „Entdeckungen in der höheren Geometrie (Oldenburg 1809. 4°.), a généralisé ce théorème, en inclinant la droite Hi sous un angle quelconque oblique. Il obtient par ce moyen une courbe qu'il nomme *Ophiuride*, et qui est plus générale que la cissoïde, ayant deux constantes dans son équation à coordonnées rectangulaires:

$$x^3 + (y^2 - a.y)x = b.y^2.$$

VIII.) Le point K étant l'intersection commune de l'ordonnée kq et des cordes de cercle Hc, hm'; si sur l'axe prolongé on porte le rayon hL $=$ ah, et si l'on tire KL; la direction de la tangente de la cissoïde kv est perpendiculaire à KL.

Car en différentiant l'équation $x^3 + x.y^2 = D.y^2$, on aura

$$kq : qv = 3x^2 + y^2 : 2 (D - x) . y$$

ou $$kq : qv = 3Hq^2 + kq^2 : 2hq . kq.$$

Or $kq^2 . hq = Hq^3$ donc $kq : qv = Hq^2 . (3hq + Hq) : 2hq^2 . kq$

ou $kq : qv = Hq^2 . (2hq + Hh) : 2hq^2 . kq$

ou $kq : qv = Hq^2 . (hq + \frac{1}{2}Hh) : hq^2 . kq$

ou $kq : qv = Hq^3 . (hq + \frac{1}{2}Hh) : Hq . hq^2 . kq$

ou $kq : qv = kq . (hq + \frac{1}{2}Hh) : Hq . hq$

or $hq + \frac{1}{2}Hh = Lq$, $Hq . hq = kq . Kq$

donc 1) $kq : qv = Lq : Kq$.

On obtient aussi: $qv . (hq + \frac{1}{2}Hh) = Hq . hq$

ou $qv : hq = Hq : hq + \frac{1}{2}Hh$

et $qv : Hq = hq : hq + \frac{1}{2}Hh$.

On tire de-là

$$hv : hq = 3Ha : hq + \frac{1}{2}Hh$$

$$Hq : Hv = hq + \frac{1}{2}Hh : Ha$$

donc $hv . Hq : Hv . hq = 3 : 1$

ou 2) $Hv : hv = \frac{1}{3}Hq : hq$.

IX.) Le demi-cercle étant coupé par l'ordonnée kq en m, et par la corde de la cissoïde hk en c; si sur le prolongement de l'ordonnée bc perpendiculaire à l'axe, on prend $cd = bc$, et si on éleve en d une perpendiculaire de; le segment du rayon am prolongé, qui est compris dans l'angle droit d, sera égal au demi-axe de la cissoïde, savoir:

$$ef = am = Ha = ha.$$

Problème.

§. 5. Etant donné l'intervalle de tems écoulé entre l'obser-

vation d'une Comète et son passage au périhélie; trouver l'anomalie vraie correspondante.

Solution.

Soit f le foyer, p le périhélie, fpa l'axe de l'orbite parabolique de la Comète. Sur le prolongement de l'axe prenez $pa = fp$, élevez en p, a, les perpendiculaires indéfinies pd, ag. Tab. IV. Fig. 5.

L'aire du secteur de l'orbite, divisé par le tems employé à décrire ce secteur, par la racine quarrée du paramètre de l'orbite, et par la racine quarrée de la masse augmentée de l'unité, est une quantité constante pour tous les corps célestes.

Soit donc $S = apmk$ l'aire du secteur fpc
t le tems donné, exprimé en jours moyens solaires
$T = 365{,}2563835$ jours, l'année sidérale du soleil
A, P, le demi-grand-axe et le demi-paramètre de l'orbite solaire
$m = \frac{1}{354710}$ la masse de la terre
$0 =$ masse de la Comète
$fu = 2fp$ le demi-paramètre de l'orbite de la Comète; on aura la proportion

$$S : t . \sqrt{2fp} = \pi . A . \sqrt{A . P} : T . \sqrt{P} . \sqrt{1 + m}$$
ou $$fp . pm : t . \sqrt{2fp} = \pi . A^{\frac{3}{2}} : T . \sqrt{1 + m}$$
ou $$\frac{pm}{fp} = \frac{\pi . \sqrt{2}}{\sqrt{1 + m}} . \frac{t}{T} . \left(\frac{A}{fp}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Il faut remarquer que $75 . \frac{\pi . \sqrt{2}}{\sqrt{1 + m}} . \frac{1}{T} . \left(\frac{A}{fp}\right)^{\frac{3}{2}}$ est appelé le *mouvement diurne moyen* de la Comète.

On donnera à pm la valeur qu'on aura calculée par cette expression, on prendra $mo = \frac{1}{2} pm$, ou $po = \frac{3}{2} pm$, on tirera fo, et on fera passer par le foyer f une droite, dont le segment intercepté entre les deux perpendiculaires ahq, oqi, soit égal à fo,

desorte que $hi = fo = or$. On prendra $pd = ah$, on tirera fd qui coupera ah en g, on menera edc perpendiculaire à fdg, gc parallèle à fpa; alors l'intersection c de ces deux droites sera le point demandé de l'orbite, et edc touchera la courbe en c.

Démonstration.

Par la propriété de la parabole, l'aire du segment parabolique intercepté entre l'arc pc et sa corde, est

$$= \tfrac{2}{3} \triangle pdc = \tfrac{2}{3} \triangle pde = \tfrac{1}{3} pe \,.\, pd$$

$$\text{Or} \quad \triangle fpc = 2 \triangle fpd = fp \,.\, pd$$

donc l'aire du secteur $fpc = S = fp \,.\, pd + \tfrac{1}{3} pe \,.\, pd$.

Or $\triangle fpd \backsim dpe$, donc $pd^2 = fp \,.\, pe$,

En multipliant la première équation par fp, on obtiendra:

$$\tfrac{1}{3} pd^3 + fp^2 . pd = S . fp$$

$$\text{ou I.)} \quad pd^3 + 3 fp^2 . pd = 3 . S . fp.$$

Cette équation a été construite, parcequ'on a supposé

$S = apmk = ap \,.\, pm = fp \,.\, pm$, $po = \tfrac{3}{2} pm$, donc $S = \tfrac{2}{3} po \,.\, fp$,

$3 . S = 2 po \,.\, fp$, ce qui donne l'équation

$$pd^3 + 3 fp^2 \,.\, pd = 2 po \,.\, fp^2$$

Corollaire I.

On peut donner à l'équation I.) la forme suivante

$$\text{II)} \quad \left(\frac{pd}{fp}\right)^3 + 3 \,.\, \left(\frac{pd}{fp}\right) = 3 \,.\, \frac{S}{fp^2} = 3 \,.\, \frac{\pi \sqrt{2}}{\sqrt{1+m}} \,.\, \frac{t}{T} \,.\, \left(\frac{A}{fp}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{pd}{fp} = \text{tg.}\, pfd = \text{tg.}\, \tfrac{1}{2} \alpha$$

$\alpha = pfc =$ anomalie vraie de la Comète.

Corollaire II.

L'équation trouvée prendra cette autre forme:

$$\tfrac{1}{3} pd^3 = fp^2 \,.\, pm - fp^2 \,.\, pd = fp^2 \,.\, dm$$

$$\text{ou} \quad pd^3 = 3 dm \,.\, fp^2$$

$$\text{or} \quad pd^2 = fp \,.\, pe, \quad \text{donc} \quad pd \,.\, pe = 3 dm \,.\, fp$$

ce qui fait voir que le rectangle *hdmk* est le tiers du triangle *pce*, et par conséquent égal au segment parabolique intercepté entre l'arc et la corde *pc*.

La droite *fd* coupant *mk* en *l*, on aura $\Delta\, lmd \sim fpd$, donc $pd \,.\, ml = dm \,.\, fp$, ce qui donne l'équation :

$$\text{III.)}\quad 3\, ml = pe.$$

Le problème résolu peut donc être conçu de la manière suivante :

„ Etant données les droites *fp*, *pm*, perpendiculaires l'une à l'autre ; menez *mk* parallèle à *fp*, et déterminez sur *mk* un point *l* tel que si *fl* coupe *pm* en *d*, et si *lde* est un angle droit, le segment *pe* soit le triple du segment *ml*.“

Problème.

§. 6. Trouver les deux moyennes proportionelles entre deux droites données *ab*, *ac*, par le moyen de la conchoïde et d'après le théorème du §. 3.

Solution 1.

Soient *ab*, *ac*, perpendiculaires l'une à l'autre, et $ac > ab$. Fig. 6.
Joignez *b* et *c*, prenez $\angle acf = 2acb$, $ag = 2af$, élevez en *g* la perpendiculaire *gh*, faites passer par le point *c* une droite *chi*, dont le segment compris dans l'angle droit *g*, soit égal à *cf*, desorte que $hi = af = fk$. Prenez $\angle ace = \frac{1}{2}aci$, élevez la perpendiculaire *ed*, qui coupe *ca* en *d*; vous aurez

$$ab : ad = ad : ae = ae : ac.$$

Solution 2.

Soient *ab*, *ac*, en ligne droite. Décrivez le demi-cercle sur Fig. 7.
le diamètre *bc*, élevez la perpendiculaire *al* qui coupe la circonférence en *l*, du point *l* menez une droite *lfk*, qui touche le cercle en *l*, il est évident que $\angle alf = 2alb$. Prenez $ag = 2af$, élevez

en g la perpendiculaire gh, faites passer par le point l une droite lhi, dont le segment compris dans l'angle droit g soit égal à lf, desorte que $hi = lf = fk$. Prenez $\angle ald = \frac{1}{2} ali$, et $\angle dle = 90^{\circ}$; vous aurez

$$ab : ad = ad : ae = ae : ac.$$

Problème.

§. 7. Trouver les deux moyennes proportionelles par le moyen de la conchoïde, suivant *Nicomède* et *Newton.*

Solution de Nicomède.

Fig. 8. Soient ab, cd les droites données, entre lesquelles il faut déterminer les deux moyennes proportionelles, et $ab < cd$.

Formez un triangle isoscèle abd, dont la base soit ab, et dont les cotés soient la moitié de cd, ensorte que, c, b, d, étant en ligne droite, ad, bd, $\frac{1}{2} cd$, soient égales. Prolongez bae, caf, et faites passer par d une droite dont le segment intercepté dans l'angle eaf soit égal à la moitié de cd, ensorte que

$$ef = da = db = bc = \frac{1}{2} cd,$$

les intersections des droites ba, ca, étant e, f, les segmens df, ae, seront les moyennes proportionelles demandées, desorte que

$$ab : df = df : ae = ae : cd.$$

Démonstration.

Du centre d avec le rayon $da = db$ décrivez un cercle coupé en l, m, par la droite dfe, et en n par la droite cbd.

Puisque $dl = dm = ef$, il est visible que $el = df$ et que $em = df + cd$.

Menez $bi \parallel dfe$, bi sera $= \frac{1}{2} df$.

$\Delta afe \sim aib$, donc $ae \cdot bi = ab \cdot ef$

ou $\frac{1}{2} ae \cdot df = \frac{1}{2} ab \cdot cd$

ou I. $ae \,.\, df = ab \,.\, cd$
ajoutez $ae \,.\, ln = ae \,.\, cd$
il y aura $ae \,.\, em = be \,.\, cd$
or $ae \,.\, be = em \,.\, el = em \,.\, df$

donc par composition

II. $ae^2 = cd \,.\, df.$

La composition des équations I. II. donne

III. $df^2 = ab \,.\, ae.$

Ces trois équations fournissent la proportion continue

$$ab : df = ae = df : ae : cd$$

laquelle équivaut aux équations :

$$df^3 = ab^2 \,.\, cd, \quad ae^3 = ab \,.\, cd^2.$$

Scholie.

La droite eo étant menée parallèle à ln, et étant coupée par cd en o, on aura $no = el = df$, et $bo = em$. La droite np étant menée parallèle à be, et étant coupée par eo en p, on aura :

$$no : np = bo : be = em : be = ae : el = ae : df$$

donc $no : np = df : ab = no : ab$

donc $np \overset{\frown}{\frown} = ab$

et $ap \overset{\frown}{\frown} = bn$

donc $np : no = no : ae = ae : ap = be : bo.$

Il résulte de-là que no, ae, sont les deux moyennes proportionelles entre np, ap.

Solution de Newton.

Soient eh, fg, les droites données entre lesquelles il faut trouver les deux moyennes proportionelles, et $eh < fg$. Fig. s.

Formez un triangle isoscèle geh, dont la base soit eh, et dont les cotés soient la moitié de fg, en sorte que, f, e, g étant en ligne droite, ge, gh, ef, $\frac{1}{2} fg$, soient égales.

Prolongez ghk, et faites $hk = gh = \frac{1}{2}fg$. Décrivez un cercle, dans lequel le quadrilatère $ehkf$ soit inscrit. Faites passer par le point k une droite kad, dont le segment intercepté entre la circonférence et le prolongement de gf soit égal à la moitié de fg, desorte que $ad = \frac{1}{2}fg$.

Les intersections du cercle et de la droite fg, étant a, d, les segmens df, ae, seront les moyennes proportionelles demandées, de sorte que :

$$eh : df = df : ae = ae : fg.$$

Démonstration.

Décrivez un cercle du centre d avec le rayon $da = \frac{1}{2}fg$ coupé par fg en l, m, et par ae en b.

Les triangles geh, dab, sont isoscèles; or $\angle ehg = eak = dab$, donc $\Delta geh \sim dab$; de plus $da = gh$ par construction, donc $\Delta geh = dab$, donc $ab = eh$.

$\Delta\, dae \sim dfk$, donc $df \,.\, ae = da \,.\, fk$

$da = \frac{1}{2}fg$, $fk = 2eh$, donc en substituant

I. $df \,.\, ae = fg \,.\, eh$

ou $el \,.\, ae = lm \,.\, ab$

ajoutez $el \,.\, ab = el \,.\, ab$

il y aura $el \,.\, be = em \,.\, ab$.

Or $el \,.\, em = be \,.\, ae$

donc par composition

$$el^2 = ab \,.\, ae$$

ou II. $df^2 = eh \,.\, ae$

La composition des équations I. II. donne :

III. $ae^2 = df \,.\, fg$.

Ces trois proportions fournissent la proportion continue

$$eh : df = df : ae = ae : fg$$

et les équations $df^3 = eh^2 \,.\, fg$, $ae^3 = eh \,.\, fg^2$.

En réunissant dans une même construction les solutions de *Nicomède* et de *Newton*, il est facile de s'apercevoir de leur rapport.

Lemme I.

§. 8. Un point a étant placé en dedans ou en dehors d'un angle cbd, et les droites aeg, afh, respectivement parallèles aux Fig. 9.
cotés de l'angle, les coupant en e, f; si on fait passer par a une Fig. 10.
droite quelconque qui coupe les cotés de l'angle en c, d, et si on dirige à volonté deux parallèles cg, dh qui rencontrent les parallèles précédentes respectivement en g, h; *ces dernières intersections et le sommet de l'angle seront en ligne droite.*

Démonstration.

Menez $ai \overset{\frown}{\sim} bg$, donc $fi = eg$. Menez $bk \overset{\frown}{\sim} ac \overset{\frown}{\sim} ad$, donc $fk = ec$; or $\angle ifk = gec$, donc $\Delta ifk = gec$, donc $ik \overset{\frown}{\sim} = cg$. Or $cg \overset{\frown}{\sim} dh$, donc $ik \overset{\frown}{\sim} dh$.

Puis $bk \overset{\frown}{\sim} ad$, donc les triangles bfa, kfd sont équivalents en surface; $ik \overset{\frown}{\sim} dh$, donc les triangles kfd, hfi sont équivalents. Par conséquent les triangles bfa, hfi sont équivalents, donc en ajoutant Δbfh de part et d'autre, les triangles bha, bhi seront équivalents, donc $bh \overset{\frown}{\sim} ai$.

Puisque $ai \overset{\frown}{\sim} bg$, et $ai \overset{\frown}{\sim} bh$, les segmens bg, bh forment une même ligne droite.

Lemme II.

Un point a étant placé en dedans d'un angle cbd; les droites Fig. 11.
aeg, afh, respectivement parallèles aux cotés de l'angle les cou- Fig. 12.
pant en e, f, et les droites ail, akm, respectivement perpendiculaires aux cotés de l'angle les coupant en i, k; si on fait passer par a une droite quelconque qui coupe les cotés de l'angle en c, d; et si on érige sur cette droite les perpendiculaires cg, dh, qui ren-

contrent les parallèles en g, h et les perpendiculaires en l, m; *les droites* gh, lm *auront leur commune intersection dans le prolongement de* cd, *ensorte que si l'une d'entr'elles est parallèle à* cd, *l'autre le sera aussi.*

Fig. 12.

Démonstration.

$\Delta mda \sim acg$, donc $ad \cdot ac = dm \cdot cg$
$\Delta lca \sim adh$, donc $ad \cdot ac = cl \cdot dh$
donc $dm \cdot cg = cl \cdot dh$
ou $cl : dm = cg : dh$.

Donc si $cl = dm$, cg sera $= dh$
et si $cg = dh$, cl sera $= dm$.

Théorème. 1.

§. 9. D'un point a placé en dedans d'un angle cbd étant menées les droites aeg, afh, parallèles aux cotés, et les droites ail, akm, perpendiculaires aux cotés de l'angle; si on fait passer par ce point a une droite cad telle que les perpendiculaires élevées sur elle coupent sur les parallèles aeg, afh, ou sur les perpendiculaires ail, akm, des segmens égaux $cg = dh$, ou $cl = dm$; *cette droite sera la plus courte possible ou la droite Minimum.*

Fig. 13.

Démonstration.

1) Tirez une droite quelconque nao, qui coupe les cotés de l'angle en n, o; abaissés sur cad les perpendiculaires np, or, qui coupent les perpendiculaires ai, ak, en q, s; joignés c, q, et d, s.

Puisque cni, qnp sont respectivement perpendiculaires à aiq, apc; et puisque odk, adr, sont respectivement perpendiculaires à aks, ors; il est évident que les droites cq, ds sont perpendiculaires à nao, donc $cq \,\widehat{=}\, ds$; or $pq \,\widehat{=}\, rs$, donc $\Delta cpq \sim drs$, donc
$dr : cp = rs : pq$.

Or par hyp. $rs > dm$; $pq < cl$, $dm = cl$,
donc $rs > pq$, donc I) $dr > cp$.
Or $ao > ar$, donc II) $ao - ad > dr$.
De même $an > ap$, donc III) $cp > ac - an$.
En vertu de ces trois inégalités, on conclura que

$$ao - ad > ac - an$$

ou

$$ao + an > ac + ad.$$

2) Tirez de l'autre coté de cad une droite quelconque $n'ao'$, qui coupe les cotés de l'angle en n', o' ; abaissez sur cad les perpendiculaires $n'p'$, $o'r'$, qui coupent les perpendiculaires ai, ak en q', s' ; tirez cq', ds'.

Puisque $n'ci'$, $q'p'n'$, sont respectivement perpendiculaires à aiq', acp' ; et puisque $do'k$, $ar\,d$ sont respectivement perpendiculaires à aks', $s'o'r'$; il est évident que les droites cq', ds', sont perpendiculaires à $n'ao'$, donc $cq' \frown ds'$; or $p'q' \frown r's'$, donc $\triangle cp'q' \sim dr's'$, donc

$$dr' : cp' = r's' : p'q'.$$

Or par hyp. $r's' < dm$, $dm = cl$, $cl < p'q'$
donc $r's' < p'q'$, donc I.) $dr' < cp'$.
Or $ao' > ar'$, donc II.) $ad - ao' < dr'$
De même $an' > ap'$, donc III.) $cp' < an' - ac$.
On conclut de ces trois inégalités que

$$ad - ao' < an' - ac$$

ou

$$ao' + an' > ac + ad.$$

Théorème 2.

La droite *Minimum* menée dans un angle quelconque cbd par un point a placé entre les cotés de l'angle, étant coupée en un même point l par la perpendiculaire bl abaissée du sommet de l'angle et par le cercle décrit sur la droite ab comme diamètre ; les distances des bouts de la droite *Minimum* au centre du cercle indiqué, $cm = dm$, et les distances de ces bouts, à la commune Tab. IV. Fig. 14.

intersection l et au point a, sont réciproqnement égales, savoir $cl = da$, $dl = ca$.

Enfin les distances de ces bouts aux intersections du cercle indiqué par les cotés de l'angle, sont en raison inverse de ces cotés, savoir $ic : kd = bd : bc$.

Démonstration.

Soit cad la droite *Minimum*, menez $aeg \frown bd$, et $afh \frown bc$, élevez les perpendiculaires cg, dh, elles seront égales par le théorème 1. Par le lemme I. du §. 8., gbh sera une droite parallèle à cad. Abaissez la perpendiculaire bl sur cad, il est évident que

$$bh = dl,\quad bh = ac,\quad \text{donc } dl = ac,\quad cl = ad.$$

L'angle bla étant droit, on aura $ml = ma = mb$, donc $\Delta mld = mac$, donc $mc = md$.

Par conséquent les tangentes menées au cercle des points c, d, seront égales. Or les carrés de ces tangentes sont égales aux rectangles $ic \,.\, bc$; $kd \,.\, bd$. Donc

$$ic \,.\, bc = kd \,.\, bd \quad \text{ou} \quad ic : kd = bd : bc.$$

Théorème 3.

D'un point a placé entre les cotés d'un angle droit, étant me-
Fig. 15. nées des perpendiculaires ae, af sur les cotés de l'angle; les distances ce, df des bouts de la droite *Minimum* menée par a, seront les moyennes proportionelles entre les perpendiculaires ae, af, desorte que:

$$ae : ce = ce : df = df : af.$$

Démonstration.

A cause des angles droits, tous les triangles rectangles de cette construction seront semblables, donc:

$ae : ce = ce : eg = eg : eb = ag : ah$

ou $bf : fh = fh : fd = fd : af = bd : bc.$

Or $ae = bf$, $ce = fh$, $eg = fd$, $eb = af$, $ag = bd$, $ah = bc$.

En substituant on obtient ces deux proportions continues

$ae : ce = ce : fd = fd : af = bd : bc$

$bf : ce = ce : fd = fd : be = bd : bc.$

Scholie.

On prétend que *Héron d'Alexandrie*, disciple de *Ctésibius*, fut l'inventeur de cette proposition, savoir que pour construire les deux moyennes proportionelles entre deux droites données *ae*, *af*, ou *bf*, *bc*, il en faut former le rectangle *aebf*, en diviser la diagonale *ab* en deux parties égales en *m*, et en faire passer par le sommet *a* une droite *cad*, dont les intersections sur les cotés prolongés soient également distantes au milieu de la diagonale, desorte que $cm = dm$. Fig. 15.

Philon de Byzance, autre disciple de *Ctésibius*, y ajouta l'observation que le cercle décrit sur la diagonale du rectangle est coupé par cette droite ensorte que les segmens sont égaux de part et d'autre, $dl = ca$.

Mais selon *Eutocius*, ces deux propositions sont dues à *Apollonius*. Il ne parait pas, cependant, qu'on se soit aperçu de la propriété de cette droite d'être un *Minimum*, ni qu'on ait étendu ces propositions à la droite *Minimum* d'un angle quelconque droit ou non.

Nicomède enseigna à construire les intersections *c*, *d*, pour l'angle droit, par le moyen de la *conchoïde*. On y parvient aussi par le moyen de la *cissoïde* de *Dioclès*.

En effet, les trois triangles rectangles réunis à leurs angles droits, *beg*, *gec*, *cea* (fig. 15), répondent à ceux de la *cissoïde* (fig. 4)

kqM, MqH, Hqk. L'on doit à *Platon*, d'avoir remarqué le premier que l'invention des deux moyennes proportionelles dépend de la combinaison indiquée de triangles rectangles semblables.

L'ouvrage de Mr. *Reimer*: „*Historia problematis de Cubi duplicatione, sive de inveniendis duabus mediis continue proportionalibus inter duas datas.* (Gottingae. 1798.8)" contient un recueil des différentes méthodes que les Géomètres de l'Antiquité ont employées dans cette recherche. Elles se réduisent toutes aux constructions indiquées dans cette Scholie, et dans les §§. 4, 7, auxquelles j'ai ajouté la construction du §. 6.

Problème.

§. 10. Par un point a donné dans un angle quelconque cbd faire passer la droite *Minimum* cad.

Solution.

Tab. V. Fig. 16. Menez $ae \frown bd$, $af \frown bc$, joignez a et b, du milieu m de cette droite abaissés les perpendiculaires mo, mp sur les cotés de l'angle bc, bd; prolongez mpq, si $bq < bo$, et faites l'hypoténuse $bq = bo$; prolongez qbr et faites $br = oe$, ou $qr = be = af$. Tirez rf, prolongez rfs, et faites passer par le point q une droite dont le segment compris dans l'angle dfs, soit égal à br, desorte que $sd = br = oe$. Cette droite coupant le coté bd en d, prenez sur l'autre coté $ec = qs$, les trois points c, a, d, seront en ligne droite qui sera la demandée.

Démonstration.

Menez $bt \frown qsd$, vous aurez la proportion

$$fd : bf = sd : bt = br : bt$$

$$\text{Or } br : bt = qr : qs$$

$$\text{donc } fd : bf = qr : qs = be : ec.$$

Par conséquent les triangles *dfa*, *aec*, sont semblables et les points *c*, *a*, *d*, en ligne droite.

Par un théorème connu on aura

$$pq^2 = bq^2 - bp^2 = qd^2 - pd^2$$
$$\text{ou } bq^2 + pd^2 = qd^2 + bp^2.$$

Or $bq = bo$, $qs = ec$, $sd = br = oe$, donc $qd = oc$,

donc $bo^2 + pd^2 = oc^2 + bp^2$

ajoutez $mo^2 + mp^2 = mo^2 + mp^2$

il y aura $mb^2 + md^2 = mc^2 + mb^2$

donc $mc = md$.

Corollaire.

Si l'angle *cbd* est droit, on abaisse les perpendiculaires *ae*, *af*, *mo*, *mp*, on prolonge *mpq*, on prend $bq = br = bo = \frac{1}{2}be$, on tire *rf*, qui coupe la droite *qd* en *s*, ensorte que $sd = br = \frac{1}{2}be$. On prend $ec = qs$. C'est la construction inventée par *Nicomède* pour determiner les deux moyennes proportionelles *qs*, *fd*, entre *bf*, *be*, et dont j'ai donné une démonstration indépendante dans le §. 7. Fig. 17.

Problème.

§. 11. Indiquer les différentes équations qui déterminent la position de la droite *Minimum*, tirée par un point donné dans un angle quelconque.

Solution.

Tab. IV. Fig. 11.

$\Delta\, dlb \sim dka$, donc $bd \,.\, kd = ad \,.\, dl = ac \,.\, ad$

$\Delta\, daf \sim dcb$, donc $fd \,.\, ac = ad \,.\, bf$

donc par compos. I) $ad^2 \,.\, bf = fd \,.\, bd \,.\, kd$

or $bd = fd + bf$, $kd = fd - fk$, $ad^2 = be^2 + fd^2 - 2fk \cdot fd$.

En substituant ces valeurs dans l'équation I. on obtient

II) $fd^3 - fk \,.\, fd^2 + bf \,.\, fk \,.\, fd = be^2 \,.\, bf$

ou $fd^3 - be \,.\, \cos. b \,.\, fd^2 + be \,.\, bf \,.\, \cos. b \,.\, fd = be^2 \,.\, bf$

III) $bd^3 - (3bf + fk) . bd^2 + (3bf^2 + 3bf . fk) bd = ab^2 . bf$

ou $bd^3 - (3bf + be \cos . b) bd^2 + 3bf (bf + be \cos . b) . bd = ab^2 . bf$

$\Delta\, clb \sim cia$, donc $bc . ic = ac . cl = ac . ad$

$\Delta\, cae \sim cdb$, donc $ec . ad = ac . be$

donc par compos. IV) $ac^2 . be = ec . bc . ic$

or $bc = ec + be$, $ic = ec - ei$, $ac^2 = bf^2 + ec^2 - 2ei . ec$.

En substituant ces valeurs dans l'équation IV.) on obtient

V.) $ec^3 - ei . ec^2 + be . ei . ec = bf^2 . be$

ou $ec^3 - bf . \cos . b . ec^2 + be . bf . \cos . b . ec = bf^2 . be$

VI.) $bc^3 - (3be + ei) bc^2 + (3be^2 + 3be . ei) bc = ab^2 . be$

$dh = bl.$, donc $ad . \text{tg.} (bal - abe) = ab . \sin . bal.$

Or $ad . \sin . (bal + abf) = ab . \sin . abf$

donc $\text{tg.} (bal - abe) . \sin . abf = \sin . bal . \sin . (bal + abf)$.

En supposant pour simplifier $\angle abf - \angle abe = \Delta$, et

$\angle abf + \angle abe = cbd = b$,

on obtient l'équation

VII.) $\cos .^2 abl . \sin . (\Delta - abl) = \sin . abl . \sin . abf . \sin . abe.$

On tire de cette équation les trois suivantes

VIII.) $(\text{tg.}\, abl)^3 + \text{tg.}\, abl . \left(1 + \frac{\cos . \Delta}{\sin . abf . \sin . abe}\right) = \frac{\sin . \Delta}{\sin . abf . \sin . abe}$.

IX.) $bl^6 - ab^2 . \cos . b . \cos . \Delta . bl^4 - \frac{1}{4} ab^4 (\cos . \Delta - \cos . b)(3 \cos . \Delta + \cos . b) bl^2$
$= ab^6 . \sin .^2 abf . \sin .^2 abe.$

X.) $al^6 - (2ab^2 + ai^2 + ak^2) . al^4 + (3ab^4 - 3bi^2 . bk^2 + ab^4 . \cos .^2 b) . al^2$
$= ab^6 . \sin .^2 \Delta$

$\Delta dlb \sim dka$, donc $ad . dl = bd . kd$

ou $ac . ad = (fd + bf) . (fd - fk)$.

L'équation I. donne $bf . ad^2 = fd . bd . kd$

ou $bf . (fd^2 + be^2 - 2fk . fd) = fd . ac . ad.$

En éliminant de ces deux équations la valeur de fd, et en désignant la surface du parallélogramme $aebf = \text{F}$, on obtient.

XI.) $(ac.ad)^3 + 4be . bf . \cos b . (ac . ad) - (3\text{F}^2 - ab^2 . be . bf . \cos . b)(ac . ad)$
$= ab^2 . \text{F}^2$

$$cd^2 = ac^2 + ad^2 + 2ac \,.\, ad = (ad - ac)^2 + 4ac \,.\, ad$$

XII.) $cd^2 = al^2 + 4ac \,.\, ad$

Ayant déterminé al^2 par l'équation X.) et $ac \,.\, ad$ par l'équation XI.) on trouve la valeur de od^2 par l'équation XII.)

Les triangles semblables bcd, fad, eca, donnent

$$cd \,.\, be = bc \,.\, ad \,; \quad cd \,.\, bf = bd \,.\, ac$$

$$bc^2 = ab^2 + ac^2 + 2ac \,.\, al \,; \quad bd^2 = ab + ad^2 - 2ad \; al.$$

On tire de ces équations les suivantes :

$$cd^2 \,.\, bc^2 = ab^2 \,.\, ad^2 + (ac \,.\, ad)^2 + 2(ac \,.\, ad) \,.\, (ad \,.\, al)$$

$$cd^2 \,.\, bf^2 = ab^2 \,.\, ac^2 + (ac \,.\, ad)^2 - 2(ac \,.\, ad) \,.\, (ac \,.\, al)$$

La somme de ces équations donne :

$$cd^2 \,.\, (be^2 + bf^2) = ab^2 \,.\, (cd^2 - 2\,ac \,.\, ad) + 2\,(ac \,.\, ad)^2 + 2\,(ac \,.\, ad) \,.\, al^2$$

ou $cd^2 \,.\, (be^2 + bf^2) = ab^2 \,.\, (cd^2 - 2\,ac \,.\, ad) + 2\,(ac \,.\, ad)^2 + 2\,(ac \,.\, ad)\,(cd^2 - 4\,ac \,.\, ad)$

ou $6 \,.\, (ac \,.\, ad)^2 - 2 \,.\, (ac \,.\, ad) \,.\, (cd^2 - ab^2) = cd^2 \,.\, (ab^2 - be^2 - bf^2)$

ou $3 \,.\, (ac \,.\, ad)^2 - (ac \,.\, ad) \,.\, (cd^2 - ab^2) = cd^2 \,.\, be \,.\, bf \,.\, \cos. b$

ou XIII.) $cd^2 = \dfrac{(ac \,.\, ad)\,(3\,ac \,.\, ad + ab^2)}{ac \,.\, ad + be \,.\, bf \,.\, \cos. b}$

Ayant déterminé le rectangle $ac \,.\, ad$ par l'équation XI.) on trouve la valeur de cd^2 par l'équation XIII.)

La différence des équations précédentes donne :

$$cd^2 \,.\, (be^2 - bf^2) = ab^2 \,.\, cd \,.\, al + 2\,ac \,.\, ad \,.\, al \,.\, cd$$

ou $cd \,.\, (be^2 - bf^2) = al \,.\, (ab^2 + 2\,ac \,.\, ad)$

ou $2cd \,.\, (be^2 - bf^2) = al \,.\, (2ab^2 + cd^2 - al^2)$

ou XIV.) $al^3 - al \,.\, (2\,ab^2 + cd^2) = 2\,cd \,.\, (bf^2 - be^2)$.

En substituant dans l'équation XIII.) la valeur de

$$ac \,.\, ad = \tfrac{1}{4}(cd^2 - al^2)$$

on obtient en réduisant

XV.) $3al^4 - al^2 \,.\, (2cd^2 + ab^2) = cd^4 - 4cd^2(ab^2 - 4be \,.\, bf \,.\, \cos. b)$.

En reprenant les équations suivantes

$$\begin{aligned} cd \cdot be &= bc \cdot ad \\ cd \cdot bf &= bd \cdot ac \\ ak \cdot bc \cdot bd &= cd \cdot bl \cdot be \\ F &= bf \cdot ak. \end{aligned}$$

On en conclut par composition :

$$cd \cdot F = bl \cdot ac \cdot ad.$$

Or $bl^2 = ab^2 - al^2 = ab^2 - cd^2 + 4 \cdot ac \cdot ad$

donc $cd^2 \cdot F^2 = (ac \cdot ad)^2 \cdot (ab^2 - cd^2 + 4 \cdot ac \cdot ad)$

ou $4\,(ac \cdot ad)^3 + (ac \cdot ad)^2 \cdot (ab^2 - cd^2) = cd^2 \cdot F^2$

ou XVI) $cd^2 = \frac{(ac \cdot ad)^2 \cdot (ab^2 + 4 \cdot ac \cdot ad)}{F^2 + (ac \cdot ad)^2}$.

En éliminant la valeur de $ac \cdot ad$ des équations XIII. XVI. ou la valeur de al des équations XIV. XV. on trouve l'équation suivante de cd^2:

$$\text{XVII.} \left\{ \begin{array}{l} cd^6 + cd^4 \cdot [2bc \cdot bf \cdot \cos. b\,(9 - \cos.^2 b) - ab^2 \cdot (3 - \cos.^2 b)] \\ - cd^2 \cdot [3(3F \cdot \sin. b + ab^2 \cdot \cos. b)^2 - ab^4 \cdot (4 - \sin.^2 b)] = ab^6 \cdot \sin^2 b. \end{array} \right.$$

On trouvera dans la section II. des exemples du calcul numérique des équations précédentes.

Théorème.

§. 12. Etant proposées les équations cubiques simples

Tab. V. Fig. 18.

$$\begin{pmatrix} x^3 - 3A^2 \cdot x = 2B \cdot A^2 \\ u^3 + 3A \cdot u^2 = 4B^2 \cdot A \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} y^3 - 3A^2 \cdot y = 2C \cdot A^2 \\ v^3 + 3A \cdot v^2 = 4C^2 \cdot A \end{pmatrix}$$

et l'équation de condition $A^2 = B^2 + C^2$;

Construisez un triangle rectangle E F d, dont vous ferez l'hypoténuse $EF = 2A$, et les cathètes $Ed = 2B$, $Fd = 2C$. Faites passer par le milieu a de cette hypoténuse trois droites dont les segmens interceptés dans les angles droits d lui soient égaux, savoir $ef = e'f' = e''f'' = EF = 2A$.

Les intersections de la cathète $Ed = 2B$, étant e, e', e'', et les intersections de la cathète $Fd = 2C$, étant f, f', f'', les

distances de ces intersections au sommet de l'angle droit seront les racines des equations sans le carré de l'inconnue ; et les distances des intersections au milieu de l'hypoténuse seront les racines des équations sans la première puissance de l'inconnue; savoir

$de, -de', -de''$ racines de $x^3 - 3A^2 . x = 2B . A^2$
$af, -af', -af''$ racines de $u^3 + 3A . u^2 = 4B^2 . A$
$df', -df, -df''$ racines de $y^3 - 3A^2 . y = 2C . A^2$
$ae, -ae, -ae''$ racines de $v^3 - 3A . v^2 = 4C^2 . A$.

Voyez les collections mathem. de *Pappus* Liv. 4. probl. 8. prop. 32.

Démonstration.

$$de : \tfrac{1}{2} Ed = ef : af;\ de' : \tfrac{1}{2} Ed = e'f' : af';\ de'' : \tfrac{1}{2} Ed = e''f'' : af''$$
or $\frac{1}{2} Ed = B$; $ef = e'f' = e''f'' = 2A$

donc I) $de . af = de' . af' = de'' . af'' = 2B . A$.

Du centre a avec le rayon $ad = A$ decrivez une circonférence, qui coupe les droites $ef, e''f'', e'f'$ alternativement en l, m'', l', m, l'', m'.

La proportion $de : \frac{1}{2} Ed = ef : af$ donne $de : Ed = am : af$
d'où l'on tire $de : Ee = am : mf$.

Or $lm = ef = 2A$, et $mf = le$, donc $de : am = Ee : le = me : de$

donc II) $de^2 - 3A^2 = A . af$; $de'^2 - 3A^2 = -A . af'$; $de''^2 - 3A^2 = -A . af''$.

En multipliant les équations II) respectivement par de, de', de'', et en les réduisant par les équations I.) on trouve :

III.) $de^3 - 3A^2 . de = 2B . A^2$;
$de'^3 - 3A^2 . de' = de''^3 - 3A^2 . de'' = -2B . A^2$.

En multipliant les équations II. respectivement par af^2, af'^2, af''^2, en les réduisant par les équations I. et en les divisant par A, on trouve :

IV.) $af^3 + 3A . af^2 = 4B^2 . A$;
$af'^3 - 3A . af'^2 = af''^3 - 3A . Af''^2 = -4B^2 . A$.

On suivra la même marche pour démontrer les deux autres équations :

$$df : \tfrac{1}{2}Fd = ef : ae\,;\quad df' : \tfrac{1}{2}Fd = e'f' : ae'\,;\quad df'' : \tfrac{1}{2}Fd = e''f'' : ae''$$

or $\tfrac{1}{2}Fd = C$, $ef = e'f' = e''f'' = 2A$,

donc V.) $df' . ae' = df'' . ae'' = df . ae = 2C . A$.

La proportion $df' : \tfrac{1}{2}Fd = e'f' : ae'$, donne $df' : Fd = al : ae'$

d'où l'on tire $df' : Ff' = al' : l'e = al' : m'f'$

donc $df' : al' = Ff' : m'f' = l'f' : df'$

donc $df'^2 = al' . l'f' = A . (3A + ae')$.

VI.) $df'^2 - 3A^2 = A . ae'$; $df''^2 - 3A^2 = - A . ae''$;
$df^2 - 3A^2 = - A . ae$.

En multipliant les équations VI. respectivement par df', df'', df, et en les réduisant par les équations V. on trouve

VII.) $df'^3 - 3A^2 . df' = 2C . A^2$;
$df''^3 - 3A^2 . df'' = df^3 - 3A^2 . df = - 2C . A^2$.

En multipliant les équations VI. respectivement par ae'^2, ae''^2, ae^2, en les réduisant par les équations V, et en les divisant par A, on trouve

VIII.) $ae'^3 + 3A . ae'^2 = 4C^2 . A$;
$ae''^3 - 3A . ae''^2 = ae^3 - 3A . ae^2 = - 4C^2 . A$.

Théorème.

§. 13. Étant proposées les équations cubiques simples

$$\left(\begin{array}{l} x^3 - 3A^2 . x = 2B . A^2 \\ u^3 + 3A . u^2 = 4B^2 . A \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{l} y^3 - 3A^2 . y = 2C . A^2 \\ v^3 + 3A . v^2 = 4C^2 . A \end{array}\right)$$

et l'équation de condition $A^2 = B^2 + C^2$;

Tab. V. Décrivez un cercle avec le rayon $da = dc = A$, tirez le diamètre
Fig. 19. $ac = 2A$, portez dans le demi-cercle les cordes $cb = 2B$, $ab = 2C$, du centre d menez deux droites respectivement paralleles aux cordes, $dg \parallel cb$, $dh \parallel ab$. Par le point a faites passer trois droites

dont les segmens interceptés entre la circonférence et l'une ou l'autre des deux paralleles soient égaux a rayon du cercle, desorte que si n, n', n'' sont les intersections de la circonference, on ait

$$ne = nf = nd = A$$
$$ne' = nf' = n'd = A$$
$$ne'' = nf'' = n''d = A.$$

Les intersections de $dg \frown cb$, étant e, e', e'',
et les intersections de $dn \frown ab$, etant f', f, f'',
on aura

de, $-de$, $-de''$, racines de $x^3 - 3A^2 . x = 2B . A^2$
af, $-af'$, $-af''$, racines de $u^3 + 3A . u^2 = 4B^2 . A$
df, $-df''$, $-df$, racines de $y^3 - 3A^2 . y = 2C . A^2$
ae', $-ae''$, $-ae$, racines de $v^3 + 3A . v^2 = 4C^2 . A$.

Démonstration.

Car il résulte immédiatement de la construction, que puisque $ne = nd$, et $\angle d = 90^\circ$, ne sera la moitié de ef, donc
$$ef = 2ne = 2nd = 2A.$$
On fait voir de la même manière que $e'f' = 2A$, $e''f'' = 2A$. Donc la construction est conforme à celle du §. 12., et la démonstration sera la même.

Voyez les Oeuvres d'*Archimède*. Lemm. prop. 8.

Théorème.

§. 14. Etant proposées les équations cubiques simples

$$\left(\begin{array}{l} x^3 - 3A^2 . x = 2B . A^2 \\ u^3 + 3A . u^2 = 4B^2 . A \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{l} y^3 - 3A^2 . y = 2C . A^2 \\ v^3 + 3A . v^2 = 4C^2 . A \end{array}\right)$$

et l'équation de condition $A^2 = B^2 + C^2$;

Décrivez un cercle avec le rayon $ad = ag = A$, tirez le diamètre $dg = 2A$, portez dans le demi cercle les cordes $dE = 2B$, $gE = 2C$. Fig. 20.

Par le sommet E de l'angle droit faites passer trois droites, dont les segmens interceptés entre le diamètre dg et la circonférence soient égaux au rayon du cercle, ensorte que

$$bc = b'c' = b''c'' = \mathrm{F}a = \mathrm{E}a = \mathrm{A}.$$

Alors on aura

les cordes de cercle, distances des intersections de la circonférence au bout g du diamètre opposé à la corde $d\mathrm{E} = 2\mathrm{B}$,

$$gc, -gc', -gc'' \text{ racines de } x^3 - 3\mathrm{A}^2 . x = 2\mathrm{B} . \mathrm{A}^2$$

les cordes de cercle, distances des intersections de la circonférence au bout d du diamètre opposé à la corde $g\mathrm{E} = 2\mathrm{C}$

$$dc', -dc'', -dc, \text{ racines de } y^3 - 3\mathrm{A}^2 . y = 2\mathrm{C} . \mathrm{A}^2$$

les segmens du diametre comptés du bout d adjacent à la corde $d\mathrm{E} = 2\mathrm{B}$,

$$db, -db', -db'', \text{ racines de } u^3 + 3\mathrm{A} . u^2 = 4\mathrm{B}^2 . \mathrm{A}$$

les segmens du diamètre comptés du bout g adjacent à la corde $g\mathrm{E} = 2\mathrm{C}$,

$$gb, -gb'', -gb, \text{ racines de } v^3 + 3\mathrm{A} . v^2 = 4\mathrm{C}^2 . \mathrm{A}.$$

Démonstration.

Tirez le diamètre EaF, prolongez indéfiniment les cordes Ed, Fd, qui forment l'angle droit d; du centre a menez les paralleles

$$afe \frown \mathrm{E}cb, \quad aef' \frown \mathrm{E}c'b', \quad e''af'' \frown \mathrm{E}b''c''.$$

Il est visible par cette construction que

$$bc = b'c' = b''c'' = ad$$

$$\angle dbc = daf, \quad \angle db'c' = daf', \quad \angle db''c'' = daf''$$

$$\angle dcb = d\mathrm{FE} = adf,$$

$$\angle dcb' = 180^\circ - d\mathrm{FE} = 180^\circ - adf = adf'$$

$$\angle dc''b'' = d\mathrm{FE} = adf''$$

$$\angle gcb = eda, \quad \angle gc'b' = e'da, \quad \angle gc''b'' = e''da,$$

$$\text{donc} \begin{cases} \Delta bcd = adf, & \Delta bc'd = adf', & \Delta b''c''d = adf'' \\ \Delta bcg = ade, & \Delta bcg = ade', & \Delta b''c''g = ade'' \\ \Delta dcg = fde, & \Delta dc'g = f'de', & \Delta dc''g = f''de'', \end{cases}$$

On en conclura d'abord

$$cf = e'f' = e''f'' = dg = 2A.$$

Donc la construction est conforme à celle du §. 12. On aura de plus

$$de = gc,\quad de' = gc',\quad de'' = gc''$$
$$df = dc,\quad df' = dc',\quad df'' = dc''$$
$$af = db,\quad af', = db',\quad af'' = db''$$
$$ae = gb,\quad ae' = gb',\quad ae'' = gb''.$$

Théorème.

§. 15. Etant proposées les équations cubiques simples

$$\left(\begin{array}{l} x^3 - 3A^2.x = 2B\ .A^2 \\ u^3 + 3A\ .u^2 = 4B^2.A \end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{l} y^3 - 3A^2.y = 2C\ .A^2 \\ v^3 + 3A\ .v^2 = 4C^2.A \end{array}\right)$$

et l'équation de condition $A^2 = B^2 + C^2$;

On fera $\cos.\beta = \frac{B}{A}$, $\sin.\beta = \frac{C}{A}$, et les racines des équations seront :

$$x = 2A.\cos.\tfrac{1}{3}\beta,\quad x' = -2A.\cos.(60^\circ + \tfrac{1}{3}\beta),\quad x'' = -2A.\cos.(60^\circ - \tfrac{1}{3}\beta)$$

$$u = \frac{B}{\cos\ \frac{1}{3}\beta},\quad u' = -\frac{B}{\cos,(60^\circ + \frac{1}{3}\beta)},\quad u'' = -\frac{B}{\cos\ (60^\circ - \frac{1}{3}\beta)}$$

$$y' = 2A.\sin.(60^\circ + \tfrac{1}{3}\beta),\quad y'' = -2A.\sin.(60^\circ - \tfrac{1}{3}\beta),\quad y = -2A.\sin.\tfrac{1}{3}\beta$$

$$v' = \frac{C}{\sin.(60^\circ + \frac{1}{3}\beta)},\quad v'' = -\frac{C}{\sin\ (60^\circ - \frac{1}{3}\beta)},\quad v = -\frac{C}{\sin.\frac{1}{3}\beta}.$$

Démonstration.

$$\angle dna = dan,\ \angle def = \tfrac{1}{2}dna,\ \angle dml = \tfrac{1}{2}dan,\ \text{donc}\ \angle def = dml$$ Fig. 18.

$$\angle FEd = Eda = dan + def = 2def + def = 3def$$ Fig. 19.

$$\text{donc}\ \angle def = dml = \tfrac{1}{3}FEd = \tfrac{1}{3}Eda$$

$$\angle dn'a = dan',\ \angle df'e' = \tfrac{1}{2}dn'a,\ \angle dl'm' = \tfrac{1}{2}dan',\ \text{donc}\ \angle df'e' = dl'm'$$

$$\angle EFd = Fda = dan' + df'e' = 2df'e' + df'e' = 3df'e'$$

donc $\angle df'e' = d'm' = \frac{1}{3}\mathrm{EF}d = \frac{1}{3}\mathrm{F}da$

$\angle dn''a = dan''$, $\angle le''f' = \frac{1}{2}dn''a$, $\angle dm'l' = \frac{1}{2}dan''$, donc $\angle de''f'' = dm''l'$

$\angle ade = \angle dan' + de''f' = 2de'f'' + de''f'' = 3de''f''$

donc $\angle de''f'' = dm''l' = \frac{1}{3}ade.$

Or $\angle \mathrm{E}da + \angle \mathrm{F}da = 90^\circ$, donc $\angle dml + dl'm' = \angle lmn' = 30^\circ$
et $\angle ade - \angle \mathrm{F}da = 90^\circ$, donc $\angle dm'l' - dlm' = \angle m'm''l' = 30^\circ$.

Par conséquent les points l, m'', l', m, l'', m' sont les sommets d'un hexagone régulier, et les points n, n', n'' sont les sommets d'un trigone régulier, inscrits au cercle. En supposant donc $\angle \mathrm{FE}d = \beta$, on aura

$$\angle def = \tfrac{1}{3}\beta, \quad \angle de'f' = m'al + def = 60^\circ + \tfrac{1}{3}\beta$$
$$\angle de''f'' = m''al - def = 60^\circ - \tfrac{1}{3}\beta.$$

D'où l'on trouve sans peine les expressions trigonométriques des racines x et y. Pour en déduire celles des racines u, et v, on a les équations démontrées au §. 12. I. et V.

$$u \cdot x = u' \cdot x' = u'' \cdot x'' = 2\mathrm{B} \cdot \mathrm{A}$$
$$v \cdot y = v' \cdot y' = v'' \cdot y'' = 2\mathrm{C} \cdot \mathrm{A}.$$

Lemmes.

§. 16. Un trigone régulier *abc* étant inscrit au cercle, un point *d* étant placé à volonté dans la circonférence les rélations suivantes des distances *da*, *db*, *dc* auront lieu :

I.) Le carré du coté du trigone est le triple de celui du
Fig. 21. rayon, $ab^2 = bc^2 = ac^2 = 3\mathrm{A}^2$.

II.) La distance la plus grande est la somme des deux autres.

Démonstration.

Menez la corde $cf \frown db$, qui coupe da en e. Or $\angle cde = cba$, $\angle dce = bfc = bac$, $\angle cfa = cba$, donc $de = ce = dc$, $fe = ae = af$. Tirez bf, il y aura $\angle bfc = dce = dec$, donc $bf \frown de$, $bf = de = dc$,

$af = ab$, donc $de = dc$, $ae = db$, ce qui donne

$$da = db + dc.$$

III) La somme des carrés de deux distances, augmentée ou diminuée de leur rectangle est egale au carré du coté du trigone.

Démonstration.

Prolongez $bdg = cf = da$, abaissez les perpendiculaires ch, ci, bk, vous aurez

$$dh = di = \tfrac{1}{2} dc, \quad dk = \tfrac{1}{2} db.$$

On aura donc

$$bc^2 = 3A^2 = db^2 + dc^2 + 2\,dh\,.\,db = db^2 + dc^2 + db\,.\,dc$$
$$ab^2 = 3A^2 = da^2 + db^2 - 2\,dk\,.\,da = da^2 + db^2 - da\,.\,db$$
$$ac^2 = 3A^2 = da^2 + dc^2 - 2\,di\,.\,da = da^2 + dc^2 - da\,.\,dc$$

IV.) La somme des carrés des trois distances est le double du carré du coté du trigone.

Démonstration.

$$bc^2 = db^2 + dc^2 + db\,.\,dc = da^2 + db^2 - da\,.\,db.$$

En en prenant la somme, on aura

$$2bc^2 = da^2 + dc^2 + 2db^2 - db\,(da - dc)$$
$$\text{or } da - dc = db$$
$$\text{donc } da^2 + db^2 + dc^2 = 2bc^2 = 6A^2.$$

V.) La somme des rectangles formés de la plus grande distance et de chacune des deux autres diminuée du rectangle des deux autres distances, est égale au carré du coté du trigone.

Démonstration.

$$bc^2 = db^2 + dc^2 + db\,.\,dc = da^2 + db^2 - da\,.\,db = da^2 + dc^2 - da\,.\,dc$$

et en formant la somme, on obtient

$$3bc^2 = 2da^2 + 2db^2 + 2dc^2 - (da . db + da . dc - db . dc)$$
$$4bc^2 = 2da^2 + 2db^2 + 2dc^2.$$

Donc en soustrayant

$$da . db + da . dc - db . dc = bc^2 = 3A^2.$$

VI.) Le carré d'une distance, augmenté ou diminué du rectangle des deux autres, est égal au carré du coté du trigone.

D é m o n s t r a t i o n.

On a $bc^2 = db^2 + dc^2 + db . dc$
ou $bc^2 = db^2 + dc^2 + 2 db . dc - db . dc.$
Or $db^2 + dc^2 + 2db . dc = (db + dc)^2 = da^2$
donc $bc^2 = da^2 - db . dc.$

On trouve de cette manière

$$bc^2 = 3A^2 = da^2 - db . dc = db^2 + da . dc = dc^2 + da . db.$$

P r o b l è m e.

§. 17. Indiquer les rélations des trois racines réelles d'une équation cubique simple sans le carré de l'inconnue

$$x^3 - 3A^2 . x = 2B . A^2.$$

S o l u t i o n.

Fig. 18. En considérant la démonstration du théorème §. 15., on trouve que

$$x = de = dm; \quad -x' = de' = dm'; \quad -x'' = de'' = dm''.$$

Or $mm'm''$ étant un triangle régulier, il en résulte que les distances d'un point de la circonférence aux sommets d'un trigone régulier inscrit au cercle, représentent les racines de cette équation cubique, ensorte que la plus grande de ces distances donne la racine positive, et que les deux autres distances donnent les racines néga-

tives. En conséquence les Lemmes démontrés au §. 16. donnent les rélations suivantes des racines:

$$dm - dm' - dm'' = 0 \quad \text{par §. 16. II.)}$$ Tab. V. Fig. 11.

donc I.) $x + x' + x'' = 0$

$$dm'^2 + dm''^2 + dm' \,.\, dm'' = 3A^2 \quad \text{par §. 16. III.)}$$

donc II.) $\left(\begin{array}{l} x'^2 + x''^2 + x' \,.\, x'' = 3A^2 \\ x^2 + x'^2 + x \,.\, x' = 3A^2 \\ x^2 + x''^2 + x \,.\, x'' = 3A^2 \end{array}\right)$

$$dm^2 + dm'^2 + dm''^2 = 6A^2 \quad \text{par §. 16. IV.)}$$

donc III.) $x^3 + x'^2 + x''^2 = 6A^2$

$$dm \,.\, dm' + dm \,.\, dm'' - dm' \,.\, dm'' = 3A^2 \quad \text{par §. 16. V.)}$$

donc IV.) $x \,.\, x' + x \,.\, x'' + x' \,.\, x'' = - 3A^2$

$$dm^2 - dm' \,.\, dm'' = 3A^2 \quad \text{par §. 16. VI.)}$$

donc V.) $\left(\begin{array}{l} x^2 - x' \,.\, x'' = 3A^2 \\ x'^2 - x \,.\, x'' = 3A^2 \\ x''^2 - x \,.\, x' = 3A^2 \end{array}\right)$.

En multipliant la première de ces équations par x, on obtient

$$x^3 - 3A^2 \,.\, x = x \,.\, x' \,.\, x''.$$

$$\text{Or } x^3 - 3A^2 \,.\, x = 2B \,.\, A^2$$

donc VI.) $x \,.\, x' \,.\, x'' = 2B \,.\, A^2$.

Il est évident enfin que

$$2B \,.\, A^2 = x^3 - 3A^2 \,.\, x = x'^3 - 3A^2 \,.\, x' = x''^3 - 3A^2 \,.\, x''.$$

En en formant la somme, on obtient

$$x^3 + x'^3 + x''^3 - 3A^2 \,.\, (x + x' + x'') = 6B \,.\, A^2.$$

$$\text{Or } x + x' + x'' = 0$$

donc VII.) $x^3 + x'^3 + x''^3 = 6B \,.\, A^2$.

Problème.

§. 18. Indiquer les rélations des trois racines réelles d'une équation cubique simple sans la première puissance de l'inconnue:

$$u^3 + 3A \,.\, u^2 = 4B^2 \,.\, A.$$

Solution.

Fig. 18. On a vu dans la démonstration du théorème §. 12. que les racines de cette équation sont

$$u = af\,;\quad -u' = af'\,;\quad -u'' = af''.$$

Dans cette même démonstration l'équation II. donne

$$de^2 - 3A^2 = A\,.\,af;\quad de'^2 - 3A^2 = -A\,.\,af';\quad de''^2 - 3A^2 = -A\,.\,af''.$$

En en formant la somme, on obtient

$$de^2 + de'^2 + de''^2 - 9A^2 = A\,(af - af' - af'').$$

Or $de^2 + de'^2 + de''^2 = dm^2 + dm'^2 + dm''^2 = 6A^2$, par §. 16. IV.

$$\text{donc } af - af' - af'' = -3A$$

$$\text{ou I.) } u + u' + u'' = -3A.$$

Dans la démonstration mentionnée l'équation I. donne

$$de\,.\,af = de'\,.\,af' = de''\,.\,af'' = 2B\,.\,A$$

$$\text{donc II.) } x\,.\,u = x'\,.\,u' = x''\,.\,u'' = 2B\,.\,A.$$

Puisque $de'\,.\,af' = de''\,.\,af''$

si on y ajoute $de'\,.\,af'' = de'\,.\,af''$

il en résulte $de'\,.\,(af' + af'') = af''\,.\,(de' + de'')$

Or $de' + de'' = de$

donc $de'\,.\,(af' + af'') = de\,.\,af''$.

Or $de\,.\,af = de'\,.\,af'$.

On en tire par composition

$$af\,.\,(af' + af'') = af'\,.\,af''$$

$$\text{ou III.) } u\,.\,u' + u\,.\,u'' + u'\,.\,u'' = 0.$$

Puisque $af\,.\,(af' + af'') = af'\,.\,af''$

et $af' + af'' = 3A + af$.

On obtient en substituant

$$af\,.\,(3A + af) = af'\,.\,af''.$$

D'où l'on tire les équations

$$\text{IV.}\left(\begin{array}{l} u'\,.\,u'' - u^2 = 3A\,.\,u \\ u\,.\,u' - u''^2 = 3A\,.\,u'' \\ u\,.\,u'' - u'^2 = 3A\,.\,u' \end{array}\right).$$

La somme des équations

$$u \cdot u' - u''^2 = 3A \cdot u''; \quad u \cdot u'' - u'^2 = 3A \cdot u'$$

est $u \cdot u' + u \cdot u'' - u'^2 - u''^2 = 3A \cdot (u' + u'')$

Or $u \cdot u' + u \cdot u'' = - u' \cdot u''$, et $u' + u'' = - 3A - u$.

On conclut en substituant,

$$\text{V.} \left(\begin{array}{l} u'^2 + u''^2 + u' \cdot u'' - 9A^2 = 3A \cdot u \\ u^2 + u'^2 + u \cdot u' - 9A^2 = 3A \cdot u'' \\ u^2 + u''^2 + u \cdot u'' - 9A^2 = 3A \cdot u' \end{array} \right).$$

La somme des équations V.) est

$$2(u^2 + u'^2 + u''^2) + (u \cdot u' + u' \cdot u'') - 27A^2 = 3A \cdot (u + u' + u'').$$

Or $u \cdot u' + u \cdot u'' + u' \cdot u'' = 0$, et $u + u' + u'' = - 3A$

donc $2(u^2 + u'^2 + u''^2) = 27A^2 - 9A^2 = 18A^2$

donc VI.) $u^2 + u'^2 + u''^2 = 9A^2$.

Puisque $af \cdot (3A + af) = af' \cdot af''$,

on obtient en multipliant par af:

$$af^3 + 3A \cdot af^2 = af \cdot af' \cdot af''.$$

Or $af^3 + 3A \cdot af^2 = 4B^2 \cdot A$.

donc VII.) $u \cdot u' \cdot u'' = 4B^2 \cdot A$.

Puisque $u^3 + 3A \cdot u^2 = u'^3 + 3A \cdot u'^2 = u''^3 + 3A \cdot u''^2 = 4B^2 \cdot A$

en en formant la somme, on obtiendra l'équation

$$u^3 + u'^3 + u''^3 + 3A \cdot (u^2 + u'^2 + u''^2) = 12B^2 \cdot A$$

Or $u^2 + u'^2 + u''^2 = 9A^2$

donc VIII.) $u^3 + u'^3 + u''^3 = 12B^2 \cdot A - 27A^3$.

Théorème.

§. 19. Le rayon $cd = R$ d'un point quelconque d de *la conchoïde*, coupant la base bc en c; du point d étant menée dg parallèle à la base, et par le pole a de la conchoïde étant menée ag perpendiculaire à acd; si l'on joint les intersections c, g, la tangente dk au point d de la conchoïde sera parallèle à cg. Tab. VI. Fig. 22. Fig. 23. Fig. 24.

Démonstration.

Soit p un point de la courbe infiniment peu distant à d. Tirez ap, qui coupe la base en n; abaissez sur ad les perpendiculaires no, pq.

L'équation de la courbe donne

$$np = cd = \mathrm{R}$$

$$\text{donc } co + oq = np + dq$$

$$\text{ou } co - dq = np - oq.$$

Or il est évident que $np - oq$ tend vers la limite zéro; donc $co - dq$ tendra aussi vers la limite zéro. Donc si p coïncide avec d, le rapport de $co : dq$ sera celui de l'égalité.

De plus, puisque $no : pq = an : ap$, la limite du rapport de $no : pq$, sera celui de $ac : ad$.

La droite ch perdendiculaire à la base, étant coupée en h par la perpendiculaire ag; et la droite dh' perpendiculaire à la corde dp, coupant ah en h'; on aura

$\Delta\, ahc \sim ocn$, donc $co : on = ah : ac$ raison exacte

$on : pq = ac : ad$ raison approchée

$\Delta\, adh' \sim qpd$, donc $pq : dq = ad : ah'$ raison exacte.

Donc par compsit. $co : dq = ah : ah'$.

Or si p coïncide avec d, on a $co = dq$,

donc si p coïncide avec d, on aura $ah' = ah$.

On en conclura aisément que la droite dh est *normale* à la courbe au point d; or cd étant perpendiculaire à gh, et ch perpendiculaire à dg, cg doit être perpendiculaire à dh. Par conséquent $dk \frown cg$ est tangente à la courbe au point d.

Corollaire 1.

La droite dm perpendiculaire au rayon cd étant coupée en m par la droite am menée du pole a parallèle à la normale dh; et la droite cl perpendiculaire au rayon cd étant coupée en l par la perpendiculaire al abaissée du pole à la base;

ces deux segmens *cl*, *dm*, étant tous les deux parallèles et égaux à *ah*, seront parallèles et égaux l'un à l'autre; et la droite qui joint *l*, *m* sera parallèle et égale au rayon *cd*.

Corollaire 2.

Pour le cas où la conchoïde inférieure forme un nœud; si l'on compare l'égalité des segmens perpendiculaires *cl*, *dm*, aux théorèmes du §. 9. (fig. 13. 14); il sera visible que le rayon *cad* est la droite *Minimum*, qui passe par le pole *a* de la conchoïde dans l'angle *ckd*, que forme la tangente de la courbe avec la base. Fig. 24.

Théorème.

§. 20. Le pole d'une conchoïde étant *a*, la distance du pole à la base $ab = P$, le rayon $cd = R$, et l'intersection du rayon sur la base étant *c*; le rapport de la soutangente *tk* d'un point quelconque de la courbe *d*, à l'ordonnée *dt* de ce point, est

dans la conchoïde supérieure $ac^3 + P^2 . R : P . R . bc$ Fig. 22.

dans la conchoïde inférieure $ac^3 - P^2 . R : P . R . bc$ Fig. 23.

dans le nœud de la conchoïde $P^2 . R - ac^3 : P . R . bc$. Fig. 24.

Démonstration.

La droite $am \frown dh$ coupant la perpendiculaire *ech* en *r*, et la droite *as* menée du pole *a* parallèle à la base coupant cette même perpendiculaire *ech* en *s*, on aura

$$\text{I. } kt : dt = rs : as = rc + P : bc$$ Fig. 22.

$$\text{II. } kt : dt = rs : as = rc - P : bc$$ Fig. 23.

$$\text{III. } kt : dt = rs : as = P - rc : bc.$$

Or $rc : ac = ch : cd = ch . cs : cs . cd$

donc $rc : ac = ac^2 : cs . cd$.

ou $rc . P . R = ac^3$

En substituant, on obtient

I. $kt : dt = ac^3 + P^2 . R = bc . P . R$
II. $kt : dt = ac^3 - P^2 . R = bc . P . R$
III. $kt : dt = P^2 . R - ac^3 = bc . P . R.$

Théorème.

§. 21. La soutangente *du point d'inflexion* de la conchoïde est *le triple* de la distance de l'intersection du rayon avec la base, au pied de l'ordonnée du pôle.

Démonstration.

Fig. 25. Les points d, d', étant deux points infiniment peu distans de la courbe, les droites ar, ar', étant perpendiculaires aux tangentes de ces points les rayons de ces points coupant la base en c, c'; et les perpendiculaires à la base cr, $c'r'$, coupant les droites ar, ar', en r, r', on aura d'après la démonstration du théorème §. 20.

$$rc . P . R = ac^3; \; r'c' . P . R = ac'^3$$

d'où l'on tire l'équation

$$(r'c' - rc) . P . R = ac'^3 - ac^3 = (ac' - ac) . (ac^2 + ac . ac' + ac'^2).$$

Si les points d, d' coïncident, on aura

$$ac^2 + ac . ac' + ac'^2 = 3\,ac^2$$

$$\text{et} \quad ac' - ac : cc' = c'w : cc' = bc : ac.$$

$$\text{Or} \quad ab : bf = ac : cd, \quad \text{ou} \quad P : bf = ac : R$$

$$\text{donc} \quad P . R = ac . bf.$$

En substituant on obtient

$$(r'c' - rc)\, ac . bf = (ac' - ac) . 3\,ac^2$$

$$\text{ou} \quad (r'c' - rc) . bf = (ac' - ac) . 3\,ac = cc' . 3bc.$$

L'équation de limite est donc :

$$(r'c' - rc) : cc' = 3\,bc : bf.$$

Si d est le *point d'inflexion*, l'inclinaison de la tangente à la base sera invariable dans les points infiniment peu distans d, d'. Par conséquent les droites cg, $c'g'$ respectivement parallèles à ces

tangentes, doivent être parallèles l'une à l'autre, et les droites ar, ar', respectivement perpendiculaires à ces tangentes, coïncideront dans la même direction.

On aura donc pour le cas de l'inflexion

$$(r'c' - rc) : cc' = ge : ce = ge : bf.$$

Or il vient d'être démontré, que l'équation de limite générale est

$$(r'c' - rc) : cc' = 3\,bc : bf,$$

on aura donc au point d'inflexion l'équation

$$ge = 3\,bc$$

ou $kt = 3\,bc$

ou $gf = 2\,bc = 2fe.$

Problème.

§. 22. Trouver les équations cubiques qui déterminent le point d'inflexion de la conchoïde

Solution.

Par le théorème §. 20. on aura en général:

$$ge : bf = ac^3 \pm P^2 . R : P . R . bc.$$

Or $ac . bf = P . R.$

Donc $ge : bf = ac^2 \pm P . bf : bf . bc$

ou $ge . bc = ac^2 \pm P . bf.$

Or on a au point d'inflexion

$$gc = 3\,bc$$

ou $ge . bc = 3bc^2 = 3ac^2 - 3ab^2 = 3ac^2 - 3P^2.$

En substituant on déduit cette première équation:

I.) $2\,ac^2 = 3\,P^2 \pm P . bf.$

En la multipliant par ac, et en la réduisant par l'équation $ac . bf = P . R$, on obtient:

II.) $ac^3 - \frac{3}{2} P^2 . ac = \pm \frac{1}{2} P^2 . R.$

En multipliant l'équation I. par bf^2, en la divisant par P, on obtient:

$$\text{III.)} \quad bf^3 + 3P \cdot bf^2 = 2P \cdot R^2.$$

Pour obtenir l'équation de af, on aura

$$(bf + 3P) \cdot bf^2 = 2P \cdot R^2.$$

Or $bf = af - P$, $bf + 3P = af + 2P$

$$bf^2 = af^2 - 2P \cdot af + P^2,$$

donc $af^3 - 3P^2 \cdot af + 2P^3 = 2P \cdot R^2$

ou IV.) $af^3 - 3P^2 \cdot af = 2P \cdot (R^2 - P^2)$

Problème.

§. 23. Etant données la distance du pole de la conchoïde à la base, $= P$, et le rayon de la conchoïde, $= R$, construire le point d'inflexion de cette courbe.

Solution.

Premier cas: $\frac{1}{2} R^2 > P^2$.

Fig. 26. Soit bf la distance du point d'inflexion d à la base, on a trouvé au §. 22. l'équation

$$bf^3 + 3P \cdot bf^2 = 2P \cdot R^2$$

laquelle comparée à l'équation analogue du §. 1. fig. 1.

$$u^3 + 3A \cdot u^2 = 4C^2 \cdot A$$

donne $A = P$, et $C^2 = \frac{1}{2} R^2$. Or on a supposé $\frac{1}{2} R^2 > P^2$, donc l'équation n'a qu'une seule racine réelle.

Soit donc $hfbai$ une perpendiculaire menée du pole a à la base, et h, i, les deux sommets de la conchoïde supérieure et inférieure, prenez sur la base $bl = bk = \frac{1}{2} bi = \frac{1}{2} bh = \frac{1}{2} R$, tirez kl, vous aurez $kl^2 = \frac{1}{2} R^2$. Prenez sur la base le point m, ensorte que $am = kl$, prolongez man, et faites $an = am = kl = C$. Du point n faites passer dans l'angle droit b, la droite nof, ensorte que le segment $of = an = am = kl = C$. Par le point f menez une

droite parallèle à la base, prenez sur cette droite le point p, ensorte que $bp = bh = R$, menez $acd \frown bp$, d sera le point d'inflexion demandé, et si l'on élève en a ag perpendiculaire à acd, fg doit être le double de bc; et si l'on joint c, g, la tangente du point d'inflexion sera parallèle à cg.

Second cas: $\frac{1}{2} R^2 = P^2$.

Alors les équations du §. 22.

$$bf^3 + 3P \cdot bf^2 = 2P \cdot R^2; \quad af^3 - 3P^2 \cdot af = 2P \cdot (R^2 - P^2)$$ Fig. 27.

prennent la forme

$$bf^3 + 3P \cdot bf^2 = 4P^3; \quad af^3 - 3P^2 \cdot af = 2P^3$$

ou $(bf - P)(bf + 2P)^2 = 0$; $(af - 2P)(af + P)^2 = 0$.

Ces équations ont trois racines réelles. La première renferme la solution du problème

$$bf = P; \quad af = 2P.$$

Les deux autres racines sont égales et donnent

$$af = - P$$

ce qui ne convient pas au problème, puisque dans la branche inférieure de la conchoïde la plus grande valeur négative de af est $R - P = P(\sqrt{2} - 1)$ et par conséquent plus petite que P.

Troisième cas: $\frac{1}{2} R^2 < P^2$; *et* $R > P$.

Soit af la distance du pole a à la parallèle du point d'inflexion d, on a démontré au §. 22. l'équation Fig. 28.

$$af^3 - 3P^2 \cdot af = 2P \cdot (R^2 - P^2)$$

laquelle comparée à l'équation analogue du §. 12. fig. 18.

$$x^3 - 3A^2 \cdot x = 2B \cdot A^2$$

donne $A = P$, et $B \cdot P = R^2 - P^2$.

Or on a supposé $\frac{1}{2} R^2 < P^2$, donc $R^2 < 2P^2$, donc $R^2 - P^2 < P^2$, donc $B \cdot P < P^2$, donc $B < P$, et par conséquent $B < A$. L'équation aura donc trois racines réelles qu'on construira par le §. 12.

Soient h, i les sommets supérieur et inférieur de la conchoïde, prenez sur la base le point k ensorte que $bk = bi = bh = \mathrm{R}$, vous aurez $ak^2 = \mathrm{R}^2 - \mathrm{P}^2$. Tirez bk, élevez kl perpendiculaire à bk, vous aurez

$$al \,.\, ab = ak^2, \text{ ou } al \,.\, \mathrm{P} = \mathrm{R}^2 - \mathrm{P}^2$$

$$\text{donc } al = \mathrm{B}.$$

Prenez $lq = al = \mathrm{B}$, $qm = am = ab = \mathrm{P} = \mathrm{A}$. Du point m menez dans l'angle droit a les trois droites mof, $mf'o'$, $o''mf''$, ensorte que les segmens soient $= 2\mathrm{A}$

$$of = o'f' = o''f'' = qr = 2mq = 2\mathrm{P} = 2\mathrm{A}.$$

La distance positive af est la seule racine qui convient au problème ; puisque les deux autres négatives af', af'', excèdent la limite i de la branche inférieure de la courbe.

Quatrième cas : $\frac{1}{2}R^2 < P^2$; *et* $R < P$.

Fig. 29. Puisque $\mathrm{R} < \mathrm{P}$, la branche inférieure de la conchoïde n'aura point de nœud. L'équation précédente prendra la forme

$$af^3 + 3\mathrm{P}^2 \,.\, af = -2\mathrm{P}(\mathrm{P}^2 - \mathrm{R}^2).$$

Deux des trois racines réelles de cette équation sont positives, et la troisième est négative.

Décrivez un demi-cercle sur $ab = \mathrm{P}$, prenez la corde $bk = bi = bh = \mathrm{R}$, menez kl perpendiculaire à ab ou parallèle à la base de la conchoïde, vous aurez

$$ak^2 = \mathrm{P}^2 - \mathrm{R}^2 = al \,.\, ab = al \,.\, \mathrm{P}$$

$$\text{donc } al = \mathrm{B}.$$

La direction de al est opposée à celle qu'elle a au troisième cas. Fig. 28.

Faites $lq = al = \mathrm{B}$, prenez $am = qm = ab = \mathrm{P} = \mathrm{A}$ tirez $qmr = 2ab = 2\mathrm{P} = 2\mathrm{A}$, par le point m faites passer trois droites fmo, $mf'o'$, $mo''f''$, dont les segmens compris dans l'angle droit a soient

$$of = o'f' = o''f'' = qr = 2\mathrm{P} = 2\mathrm{A}.$$

Les racines positives af, af', donnent la solution pour les branches supérieure et inférieure de la conchoïde.

La racine af'' négative excède la courbe et est par conséquent inutile.

Problème.

§. 24. Déterminer dans le nœud d'une conchoïde, le point où la tangente est perpendiculaire à la base.

Solution.

La tangente devant être perpendiculaire à la base, la soutangente sera $= 0$. En substituant cette condition dans l'équation III.) du §. 20, on aura: Fig. 30.

$rc = P$, ou I.). $ac^3 = P^2 . R$

or on a en général $ac . bf = P . R$

ce qui donne II.) $bf^3 = P . R^2$.

D'ou l'on conclut que ac, bf, seront les deux moyennes proportionelles entre P, R, ensorte que

$$P : ac = ac : bf = bf : R.$$

Soient donc a le pole de la conchoïde; $ab = P$, la distance du pole à la base bc; $bi = R$ le rayon de la conchoïde; prolongez abk, ensorte que $bk = ab = P$, faites $km = bm = \frac{1}{2} bi = \frac{1}{2} R = kl$, tirez lbn, par le point m faites passer la droite mof, ensorte que le segment compris dans l'angle obf soit $of = kl = \frac{1}{2} R$ menez par le point f une droite fp parallèle à la base, prenez-y le point p ensorte que $bp = bi = R$, tirez, par le pole a, $dac \frown bp$, d sera le point demandé dont la tangente est perpendiculaire à la base; et de plus ac sera égale à mo.

Théorème.

§. 25. Deux droites partant d'un même point et coupant

Tab. VII. Fig. 31. Fig. 32. Fig. 33. Fig. 34.

un angle rectiligne quelconque ensorte que les segmens interceptés entre les cotés de l'angle soient égaux; les distances des intersections au sommet de l'angle, sur chaque droite, auront le même rapport entr'elles que les distances du point donné aux intersections de l'autre droite.

Démonstration.

Soient a l'angle donné, d le point d'ou partent les droites, et

$$bc = ef \quad \ldots\ldots \quad \text{fig. 31. 32.}$$
$$bc = ef = e'f' = e''f'', \quad \text{fig. 33. 34.}$$

Les droites dn, do étant menées respectivement parallèles aux cotés ab, ac, de l'angle a, on aura les proportions:

$$\begin{array}{lll} ae : dn = ef : df & ae' : dn = e'f' : df' & ae'' : dn = e''f'' : df'' \\ dn : ab = de : bc & dn : ab = de : bc & dn : ab = de : bc \\ \hline ae : ab = de : df & ae' : ab = de : df' & ae'' : ab = de : df''. \end{array}$$

Ces proportions sont équivalentes à l'équation

$$\text{I.)} \quad ae \,.\, df = ae' \,.\, df' = ae'' \,.\, df'' = ab \,.\, de$$

$$\begin{array}{lll} af : do = ef : de & af' : do = e'f' : de' & af'' : do = e''f'' : de'' \\ do : ac = db : bc & do : ac = db : bc & do : ac = db : bc \\ \hline af : ac = db : de & af' : ac = db : de' & af'' : ac = db : de''. \end{array}$$

Ces proportions sont équivalentes à l'équation

$$\text{II.)} \quad af \,.\, de = af' \,.\, de' = af'' \,.\, de'' = ac \,.\, db.$$

Corollaire.

Le sommet a de l'angle donné, et les intersections i, k des droites menées des points alternes c, e, et b, f respectivement parallèles à def, deb, seront en une même droite, et cette droite sera parallèle à celle qui divise l'angle bde ou cde en deux parties égales.

Démonstration.

Prenez $em = cd$, tirez ma, qui coupe en k la parallèle bk; vous aurez

$$ae : ab = em : bk = cd : bk.$$

Or par le théorème précédent

$$ae : ab = cd : df$$

donc $bk = df$.

Or $bk \frown df$, donc $fk \frown = db$.

Or $em = cd$, $cf = bc$,

donc $fm = db = fk$.

Par conséquent la droite mak coupe l'angle k en deux parties égales, et $dm = dl$, $df = bl$, $de = cl$.

Si mak coupe en i la parallèle ci, ci sera égale à cl, donc $ci \frown = de$. Par conséquent ei sera parallèle et égale à dc.

Théorème.

Un triangle abc étant donné; un point d étant placé sur la base bc ou son prolongement à égales distances du sommet a, et de l'un des bouts b de la base, ensorte que $da = db$; Fig. 35. Fig. 36. Fig. 37. Fig. 38.

On pourra faire passer par ce point d une ou trois droites, dont les segmens interceptés entre les cotés de l'angle a soient égaux à la base, ensorte que

$cf = bc$ . . . . . . fig. 35. 36.

$ef = e'f' = e''f'' = bc$ fig. 37. 38.

Alors les distances du sommet du triangle a aux intersections du coté ab seront les racines d'une équation cubique simple sans le carré de l'inconnue.

Et les distances du point d aux intersections du coté ac seront les racines d'une équation cubique simple sans la première puissance de l'inconnue.

Savoir dans les fig. 35. 36.

$x = ae$ racine de $x^3 + dc.(2db - dc).x = dc^2.ab$
$u = df$ racine de $u^3 - (2db - dc).u^2 = dc.ab^2$

Dans la figure 37.

$\left.\begin{array}{l} x = ae,\ x' = -ae' \\ x'' = -ae'' \end{array}\right\}$ racines de $x^3 - dc.(2db + dc).x = dc^2.ab$

$\left.\begin{array}{l} u = df,\ u' = -df' \\ u'' = -df'' \end{array}\right\}$ racines de $u^3 + (2db + dc).u^2 = dc.ab^2$

Dans la figure 38.

$\left.\begin{array}{l} x = ae,\ x' = -ae' \\ x'' = -ae'' \end{array}\right\}$ racines de $x^3 - dc.(dc - 2db).x = dc^2.ab$

$\left.\begin{array}{l} u = df,\ u' = -df' \\ u'' = -df'' \end{array}\right\}$ racines de $u^3 + (dc - 2db).u^2 = dc.ab^2$.

Démonstration.

Le théorème du §. 25. donne les équations

I.) $ae.df = ae'.df' = ae''.df'' = ab.dc.$

La circonférence décrite du centre d avec le rayon $da = db$, coupant les droites ef, $e'f'$, $e''f''$, respectivement en g, h; $g'h'$; g'', h''; on prendra

$$em = e'm' = e''m'' = dc$$

ce qui donne $mh = df$, $m'h' = df'$, $m''h'' = df''$;
En substituant ces valeurs dans l'équation I.) on obtient

$$\text{II.)} \left\{\begin{array}{l} ae.mh = ab.em \\ ae'.m'h' = ab.e'm' \\ ae''.m''h'' = ab.e''m''. \end{array}\right.$$

On en conclura que

$$am \frown bh;\ am' \frown bh';\ am'' \frown bh''$$

$$\Delta\, aem \backsim beh;\ \Delta\, ae'm' \backsim be'h';\ \Delta\, ae''m'' \backsim be''h''.$$

Or la propriété du cercle donne

$$\Delta\, beh \backsim gea;\ \Delta\, be'h' \backsim g'e'a;\ \Delta\, be''h'' \backsim g''e''a.$$

D'où il suit que

$$\Delta\, aem \backsim gea;\ \Delta\, ae'm' \backsim g'e'a;\ \Delta\, ae''m'' \backsim g''e''a,$$

c'est à dire que les trois cercles circonscrits aux triangles *amg*, *am'g'*, *am''g''*, toucheront la droite *ab* au point *a*. On en tire les équations

$$\text{III.)}\begin{cases} ae^2 = em \,.\, eg = dc \,.\, eg \\ ae'^2 = e'm' \,.\, e'g' = dc \,.\, e'g' \\ ae''^2 = e''m'' \,.\, e''g'' = dc \,.\, e''g'' \end{cases}$$

auxquelles on donne la forme

fig. 35. 36.

$$\text{IV.)} \quad ae^2 = dc \,.\, df - dc \,.\, (2db - dc)$$

fig. 37.

$$\text{IV.)}\begin{cases} ae^2 = dc \,.\, (2db + dc) + dc \,.\, df \\ ae'^2 = dc \,.\, (2db + dc) - dc \,.\, df' \\ ae''^2 = dc \,.\, (2db + dc) - dc \,.\, df'' \end{cases}$$

fig. 38.

$$\text{IV.)}\begin{cases} ae^2 = dc \,.\, (dc - 2db) + dc \,.\, df \\ ae'^2 = dc \,.\, (dc - 2db) - dc \,.\, df' \\ ae''^2 = dc \,.\, (dc - 2db) - dc \,.\, df''. \end{cases}$$

En multipliant ces équations respectivement par ae, ae', ae'', ou par df^2, df'^2, df''^2, et en les réduisant par l'équation I.) on obtient celles qui font l'énoncé du théorème.

Problème.

§. 27. Déterminer les rélations des racines des équations cubiques simples construites par le théorème du §. précédent.

Solution.

En reprenant les équations IV.) du §. précédent, on a

$$\text{I.)}\begin{cases} ae^2 = dc \,.\, (dc \pm 2db) + dc \,.\, df \\ ae'^2 = dc \,.\, (dc \pm 2db) - dc \,.\, df' \\ ae''^2 = dc \,.\, (dc \pm 2db) - dc \,.\, df''. \end{cases}$$ Fig. 37. Fig. 38.

Le signe supérieur se rapporte à la figure 37, où le point d est placé sur la base bc, et le signe inférieur se rapporte à la figure 38, où le point d est sur le prolongement de la base bc.

On tire de ces équations les suivantes :

$$\text{II.)}\begin{cases} ae^2 - ae'^2 = (ae - ae')(ae + ae') = dc \,.\, (df + df') \\ ae^2 - ae''^2 = (ae - ae'')(ae + ae'') = dc \,.\, (df + df'') \\ ae''^2 - ae'^2 = (ae'' - ae')(ae'' + ae') = dc \,.\, (df' - df''). \end{cases}$$

Or le théorème du §. 25. donne les équations :

$$ae \,.\, df = ae' \,.\, df' = ae'' \,.\, df''$$

d'où l'on conclut

$$\text{III.}\begin{cases} (ae - ae') \,.\, (df + df') = (ae + ae') \,.\, (df' - df) \\ (ae - ae'') \,.\, (df + df'') = (ae + ae'') \,.\, (df'' - df) \\ (ae'' + ae') \,.\, (df' - df'') = (ae'' - ae') \,.\, (df' + df''). \end{cases}$$

La composition des équations II.) III.) fournit les équations suivantes :

$$\text{IV.)}\begin{cases} (ae - ae')^2 = ae^2 + ae'^2 - 2ae \,.\, ae' = dc \,.\, (df' - df) \\ (ae - ae'')^2 = ae^2 + ae''^2 - 2ae \,.\, ae'' = dc \,.\, (df'' - df) \\ (ae'' + ae')^2 = ae'^2 + ae''^2 + 2ae' \,.\, ae'' = dc \,.\, (df' + df''). \end{cases}$$

On obtient de plus des équations I. celles - ci :

$$\text{V.}\begin{cases} ae^2 + ae'^2 = 2dc \,.\, (dc \pm 2db) - dc \,.\, (df' - df) \\ ae^2 + ae''^2 = 2dc \,.\, (dc \pm 2db) - dc \,.\, (df'' - df) \\ ae'^2 + ae''^2 = 2dc \,.\, (dc \pm 2db) - dc \,.\, (df' + df''). \end{cases}$$

En ajoutant les équations IV.) aux équations V.) chacune à chacune, on aura :

$$\text{VI.)}\begin{cases} ae^2 + ae'^2 - ae \,.\, ae' = dc \,.\, (dc \pm 2db) \\ ae^2 + ae''^2 - ae \,.\, ae'' = dc \,.\, (dc \pm 2db) \\ ae'^2 + ae''^2 + ae' \,.\, ae'' = dc \,.\, (dc \pm 2db) \end{cases}$$

La soustraction de ces équations donne :

$$ae^2 - ae'^2 = ae'' \,.\, (ae + ae')$$
$$ae^2 - ae''^2 = ae' \,.\, (ae + ae'')$$
$$ae''^2 - ae'^2 = ae \,.\, (ae'' - ae')$$

d'où l'on tire facilement

VII.) $ae - ae' = ae''$; $ae - ae'' = ae'$; $ae' + ae'' = ae$;

En formant les sommes des équations VI.) deux à deux, et en les réduisant par l'équation VII.) on aura :

VIII.) $ae^2 + ae'^2 + ae''^2 = 2dc \cdot (dc \pm 2db)$.

En formant la somme des trois équations VI.) et en les réduisant par l'équation VIII.) on aura :

IX.) $ae \cdot ae' + ae \cdot ae'' - ae' \cdot ae'' = dc \cdot (dc \pm 2db)$.

En réduisant l'équation IX.) par l'équation VII.) on a :

X.) $ae^2 - ae' \cdot ae'' = ae'^2 + ae \cdot ae'' = ae''^2 + ae \cdot ae' = dc \cdot (dc \pm 2db)$.

En multipliant le premier de ces termes par ae on aura

$$ae^3 - ae \cdot ae' \cdot ae'' = ae \cdot dc \cdot (dc \pm 2db).$$

Or l'équation cubique est $ae^3 - ae \cdot dc \cdot (dc \pm 2db) = dc^2 \cdot ab$

donc XI.) $ae \cdot ae' \cdot ae'' = dc^2 \cdot ab$.

En multipliant les trois termes de l'équation X.) respectivement par ae, ae', ae'', et en réduisant par les équations VII.) et XI.), on obtient

$$ae^3 - ae'^3 - ae''^3 = 3\,dc^2 \cdot ab.$$

Passons aux rélations des racines $df = bl$, $df' = bl'$, $df'' = bl''$. Tab. VII. Fig. 37. Fig. 38.

Le théorème du §. 25. donne les équatiens

$$ae \cdot df = ae' \cdot df' = ae'' \cdot df'' = ab \cdot dc$$

d'où l'on conclut :

$$(ae - ae' - ae'') \cdot df \cdot df' \cdot df'' = ab \cdot dc \cdot (df' \cdot df'' - df \cdot df' - df \cdot df'').$$

On tire de la, en vertu de l'équation VII :

XII.) $df' \cdot df'' = df \cdot df' + df \cdot df'' = df \cdot (df' + df'')$.

En ajoutant les trois équations V.) et en réduisant par l'équation VIII.) on obtient

XIII.) $df' + df'' - df = dc \pm 2\,db$.

En substituant l'équation XIII.) dans l'équation XII.) on trouve les équations suivantes :

$$\text{XIV.} \left\{ \begin{array}{l} df' \cdot df'' - df^2 = df \;\; . (dc \pm 2db) \\ df \cdot df'' + df'^2 = df' \;\; . (dc \pm 2db) \\ df \cdot df' + df''^2 = df'' \;\; . (dc \pm 2db). \end{array} \right.$$

En prenant la somme ou la différence des équations XIV.) deux à deux, et en réduisant par les équations XII.) et XIII.), ou obtient

$$\text{XV.}\left\{\begin{array}{l} df^2 + df'^2 - df \,.\, df' = (dc \pm 2db)^2 - df'' . (dc \pm 2db) \\ df^2 + df''^2 - df \,.\, df'' = (dc \pm 2db)^2 - df' . (dc \pm 2db) \\ df'^2 + df''^2 + df' . df'' = (dc \pm 2db)^2 + df \,.\, (dc \pm 2db). \end{array}\right.$$

En formant la somme des trois équations XV.) et en réduisant par les équations XII.) et XIII.) on aura :

$$\text{XVI.)}\ df^2 + df'^2 + df''^2 = (dc \pm 2db)^2.$$

En multipliant la première des équations XIV.) par df on aura

$$df^3 + df^2 . (dc \pm 2db) = df \,.\, df' \,.\, df''$$

Or l'équation cubique est $df^3 + df^2 . (dc \pm 2db) = dc \,.\, ab^2$

donc XVII.) $df \,.\, df' \,.\, df'' = dc \,.\, ab^2$.

En multipliant les équations XIV.) respectivement par df, df', df'', et en réduisant par les équations XVI.) et XVII.) on obtient :

$$\text{XVIII.)}\ df'^3 + df''^3 - df^3 = (dc \pm 2db)^3 - 3dc \,.\, ab^2.$$

Scholie.

Par le corollaire du théorème §. 25., on voit que $df = bl$, $df' = bl'$, $df'' = bl''$. C'est par là que les racines df, df', df'', qui ont des directions différentes, se trouvent projetées sur une même droite, ce qui fait décider facilement du signe qui convient à chaque racine. P. e. bl', bl'', étant en sens contraire de bl, si bl est positive, bl', bl'' seront négatives. Par conséquent si df est positive, df', df'' seront négatives.

Du reste, le signe de ces racines sera indiqué encore par cette considération que, puisque les produits

$$ae \,.\, df = ae' \,.\, df' = ae'' \,.\, df'' = ab \,.\, dc$$

sont positifs, si l'une des deux racines ae, df; ou ae', df'; ou ae'', df'' est positive, l'autre le sera aussi, et si l'une d'elles est négative, l'autre le sera pareillement.

Théorème.

Seconde forme du théorème §. 26.

Tab. VIII.

§. 28. Un triangle *abc* inscrit au cercle étant donné; un point *d* étant placé sur la base *bc* ou sur son prolongement, à égales distances au sommet *a* et à l'un des bouts *b* de la base, ensorte que $da = db$; on pourra faire passer par l'autre bout *c* de la base une ou trois droites, dont les segmens interceptés entre la circonférence et la droite *da*, suffisamment prolongée, soient égaux à cette droite, savoir Fig. 39. Fig. 40. Fig. 41. Fig. 42.

$pq = da = db$ . . . . fig. 39. 40.
$pq = p'q' = p''q'' = da = db$ . . . fig. 41. 42.

La droite *da* coupant le cercle en *s*, on aura dans le quadrilatère *abcs*

$ab \frown cs$, $as = bc$, $ds = dc$, $bs = ac$.

Cela posé, les cordes de cercle, distances du sommet du triangle *abc* aux intersections de la circonférence seront les racines d'une équation cubique simple sans le carré de l'inconnue;
Et les distances du point *s* aux intersections de la droite *da* seront les racines d'une équation cubique simple sans la première puissance de l'inconnue; savoir

dans les figures 39. 40.

$x = ap$ racine de $x^3 + dc \,.\, (2db - dc) \,.\, x = dc^2 \,.\, ab$
$u = sq$ racine de $u^3 - (2db - dc) \,.\, u^2 = dc \,.\, ab^2$

dans les figures 41. 42.

$\left.\begin{matrix} x = ap, \; x' = -ap' \\ x'' = -ap'' \end{matrix}\right\}$ racines de $x^3 - dc \,.\, (dc \pm 2db) \,.\, x = dc^2 \,.\, ab$

$\left.\begin{matrix} u = sq, \; u' = -sq' \\ u'' = -sq'' \end{matrix}\right\}$ racines de $u^3 + (dc \pm 2db) \,.\, u^2 = dc \,.\, ab^2$.

Le signe supérieur se rapporte à la figure 41. où le point *d* est dans la base *bc*; et le signe inférieur se rapporte à la figure 42, où le point *d* est dans le prolongement de la base *bc*.

Démonstration.

Du point d menez les droites def, $de'f'$, $de''f''$, respectivement parallèles à cpq, $cp'q'$, $cp''q''$; il est évident que

$$\angle sqp = adf, \quad \angle sq'p' = adf', \quad \angle sq''p'' = adf''$$
$$\angle spq = daf, \quad \angle sp'q' = daf', \quad \angle sp''q'' = daf''$$
$$pq = p'q' = p''q'' = da.$$

Il suit de-là que

$$sp = af, \quad sp' = af', \quad sp'' = af''$$
$$sq = df, \quad sq' = df', \quad sq'' = df''.$$

Or $pq = p'q' = p''q'' = da$

$$\angle aqp = eda, \quad \angle aq'p' = e'da, \quad \angle aq''p'' = e''da$$
$$\angle apq = ead, \quad \angle ap'q' = e'ad, \quad \angle ap''q'' = e''ad,$$

d'où l'on conclut facilement que:

$$ap = ae, \quad ap' = ae', \quad ap'' = ae'',$$
$$aq = de, \quad aq' = de', \quad aq'' = de'',$$
$$ef = e'f' = e''f'' = as = bc.$$

On retombe donc à la construction du théorème §. 26., qui donne le théorème et les équations énoncées, en substituant respectivement

ap, ap', ap'' au lieu de ae, ae', ae'',
sq, sq', sq'' au lieu de df, df', df''.

Corollaire.

En faisant les substitutions indiquées, les équations démontrées au §. 27. fournissent les rélations suivantes des racines ap, ap', ap'', et sq, sq', sq'':

I.) $ap = ap' + ap''$

II.) $$\begin{cases} ap^2 + ap'^2 - ap \,.\, ap' = dc \,.\, (dc \pm 2db) = bc^2 - db^2 \\ ap^2 + ap''^2 - ap \,.\, ap'' = dc \,.\, (dc \pm 2db) = bc^2 - db^2 \\ ap'^2 + ap''^2 + ap' \,.\, ap'' = dc \,.\, (dc \pm 2db) = bc^2 - db^2 \end{cases}$$

III.) $ap^2 + ap'^2 + ap''^2 = 2dc \,.\, (dc \pm 2db) = 2(bc^2 - db^2)$

IV.) $ap \cdot ap' + ap \cdot ap'' - ap' \cdot ap'' = dc \cdot (dc \pm 2db) = bc^2 - db^2$.

V.) $ap^2 - ap' \cdot ap'' = ap'^2 + ap \cdot ap'' = ap''^2 + ap \cdot ap'$
$= dc \cdot (dc \pm 2db) = bc^2 - db^2$.

VI.) $ap \cdot ap' \cdot ap'' = dc^2 \cdot ab$.

VII.) $ap^3 - ap'^3 - ap''^3 = 3dc^2 \cdot ab$.

VIII.) $sq' + sq'' - sq = dc \pm 2\,db$.

IX.) $sq' \cdot sq'' = sq \cdot sq' + sq \cdot sq'' = sq \cdot (sq' + sq'')$.

X.) $$\left\{\begin{array}{l} sq' \cdot sq'' - sq^2 = sq \cdot (dc \pm 2db) \\ sq \cdot sq'' + sq'^2 = sq' \cdot (dc \pm 2db) \\ sq \cdot sq' + sq''^2 = sq'' \cdot (dc \pm 2db). \end{array}\right.$$

XI.) $$\left\{\begin{array}{l} sq^2 + sq'^2 - sq \cdot sq' = (dc \pm 2db)^2 - sq'' \cdot (dc \pm 2db) \\ sq^2 + sq''^2 - sq \cdot sq'' = (dc \pm 2db)^2 - sq' \cdot (dc \pm 2db) \\ sq'^2 + sq''^2 + sq' \cdot sq'' = (dc \pm 2db)^2 + sq \cdot (dc \pm 2db). \end{array}\right.$$

XII.) $sq^2 + sq'^2 + sq''^2 = (dc \pm 2db)^2$.

XIII.) $sq \cdot sq' \cdot sq'' = dc \cdot ab^2$.

XIV.) $sq'^3 + sq''^3 - sq^3 = (dc \pm 2db)^3 - 3dc \cdot ab^2$.

Théorème.

§. 29. Un triangle abc rectangle en b étant donné; un point d étant placé dans le cathète bc ou dans son prolongement; on pourra faire passer par ce point d une ou trois droites, dont les segmens interceptés entre les cotés de l'angle opposé a soient égaux au cathète bc, ensorte que Tab. VIII. Fig. 43. Fig. 44. Fig. 45. Tab. IX. Fig. 46.

$ef = bc$ . . . . fig. 43. 44.
$ef = e'f' = e''f'' = bc$ . . fig. 45. 46.

Alors les distances du sommet a aux intersections de l'autre cathète ab;
et les distances du point d aux intersections de l'hypoténuse ac; seront les racines d'une équation cubique complète, savoir:

$x = ae,\ x' = -ae'$, $x'' = -ae''$ } racines de $x^3 + ab.x^2 - (bc^2 - db^2)\,x = dc^2.ab$

$u = df,\ u' = -df'$, $u'' = -df''$ } racines de $u^3 + (dc \pm 2db).u^2 - ab^2.u = dc.ab^2$.

Le signe supérieur se rapporte à la figure 45. et le signe inférieur se rapporte aux figures 43. 44. 46. Du reste on aura toujours $dc.(dc \pm 2db) = bc^2 - db^2$.

Démonstration.

Le théorème du §. 25. donne les équations

$$\text{I.)}\quad ae.df = ae'.df' = ae''.df'' = ab.dc.$$

La circonférence décrite du centre d avec le rayon db coupant les droites $ef, e'f', e''f''$ respectivement en g, h; g', h'; g'', h''; on prendra $em = e'm' = e''m'' = dc$, ce qui donne $mh = df$, $m'h' = df'$, $m''h'' = df''$. En substituant ces valeurs dans l'équation I.) on aura

$$\text{II.)}\quad \begin{cases} ae\ .\ mh = ab\ .\ em \\ ae'\ .\ m'h' = ab\ .\ e'm' \\ ae''.\ m''h'' = ab\ .\ e''m''. \end{cases}$$

On en conclut que

$$am \frown bh,\quad am' \frown bh',\quad am'' \frown bh''$$

$$\triangle aem \sim beh;\quad \triangle ae'm' \sim be'h',\quad \triangle ae''m'' \sim be''h''.$$

Or par la propriété du cercle on aura

$$\triangle beh \sim geb,\quad \triangle be'h' \sim g'e'b,\quad \triangle be''h'' \sim g''e''b.$$

Il suit de là que:

$$\triangle aem \sim geb,\quad \triangle ae'm' \sim g'e'b,\quad \triangle ae''m'' \sim g''e''b.$$

C'est à dire que les quadrilatères $abmg$, $abm'g'$, $abm''g''$, sont inscriptibles au cercle.

On tire de cette propriété les équations suivantes:

$$\text{III.)}\quad \begin{cases} ae\ .\ be = em\ .\ eg = dc\ .\ eg \\ ae'\ .\ be' = e'm'\ .\ e'g' = dc\ .\ e'g' \\ ae''.\ be'' = e''m''.\ e''g'' = dc\ .\ e''g'', \end{cases}$$

$$\text{IV.)}\left\{\begin{array}{l} mh\;.\;eg = ab\;.\;be \text{ ou } df\;.\;eg = ab\;.\;be \\ m'h'\;.\;e'g' = ab\;.\;be' \text{ ou } df'\;.\;e'g' = ab\;.\;be' \\ m''h''\;.\;e''g'' = ab\;.\;be'' \text{ ou } df''\;.\;e''g'' = ab\;.\;be''. \end{array}\right.$$

En substituant dans ces équations les valeurs convenables de be, be', be'', et de $eg, e'g', e''g''$, on en déduit:

fig. 43. 44.

$$\text{V.)}\; ae^2 + ae\;.\;ab - dc\;.\;(dc - 2db) = dc\;.\;df$$

fig. 45. 46.

$$\text{VI.)}\left\{\begin{array}{l} ae^2 + ae\;.\;ab - dc\;.\;(dc \pm 2\,db) = dc\;.\;df \\ -ae'^2 + ae'\;.\;ab + dc\;\;(dc \pm 2\,db) = dc\;.\;df' \\ -ae''^2 + ae''\;.\;ab + dc\;.\;(dc \pm 2\,db) = dc\;.\;df''. \end{array}\right.$$

fig. 43. 44.

$$\text{VII.)}\; df^2 + df\;.\;(dc - 2db) - ab^2 = ab\;.\;ae$$

fig. 45. 46.

$$\text{VIII.)}\left\{\begin{array}{l} df^2 + df\;.\;(dc \pm 2db) - ab^2 = ab\;.\;ae \\ -df'^2 + df'\;.\;(dc \pm 2db) + ab^2 = ab\;.\;ae' \\ -df''^2 + df''.\;(dc \pm 2db) + ab^2 = ab\;.\;ae''. \end{array}\right.$$

Dans les équations VI.) VIII.) le signe supérieur se rapporte à la figure 45. et le signe inférieur se rapporte à la figure 46.

En multipliant les équations V.) VI.) respectivement par ae, ae', ae'', les équations VII.) VIII.) respectivemnnt par df, df', df'' et en les réduisant par l'équation I.) on parvient aux équations énoncées au théorème.

P r o b l è m e.

§. 30. Déterminer les rélations des racines des équations cubiques complètes construites par le théorème du §. précédent.

S o l u t i o n.

On reprendra les équations VI. du §. précédent

$$\text{I.)}\ \left\{\begin{array}{l} ae^2 + ae \cdot ab = dc \cdot (dc \pm 2db) + dc \cdot df \\ -ae'^2 + ae' \cdot ab = -dc \cdot (dc \pm 2db) + dc \cdot df \\ -ae''^2 + ae'' \cdot ab = -dc \cdot (dc \pm 2db) + dc \cdot df''. \end{array}\right.$$

On en tirera les suivantes

$$\text{II.)}\ \left\{\begin{array}{l} (ae + ae') \cdot (ae - ae' + ab) = dc \cdot (df + df') \\ (ae + ae'') \cdot (ae - ae'' + ab) = dc \cdot (df + df'') \\ (ae'' - ae') \cdot (ae'' + ae' - ab) = dc \cdot (df' - df''). \end{array}\right.$$

Le théorème du §. 25. donne les équations

$$ae \cdot df = ae' \cdot df' = ae'' \cdot df'' = ab \cdot dc$$

d'où l'on conclut :

$$\text{III.)}\ \left\{\begin{array}{l} (ae - ae') \cdot (df + df') = (ae + ae') \cdot (df' - df) \\ (ae - ae'') \cdot (df + df'') = (ae + ae'') \cdot (df'' - df) \\ (ae'' + ae') \cdot (df' - df'') = (ae'' - ae') \cdot (df' + df''). \end{array}\right.$$

La composition des équations II.) et III) fournit les équations suivantes :

$$\text{IV.)}\ \left\{\begin{array}{l} (ae - ae')^2 + (ae - ae') \cdot ab = dc \cdot (df' - df) \\ (ae - ae'')^2 + (ae - ae'') \cdot ab = dc \cdot (df'' - df) \\ (ae'' + ae')^2 - (ae'' + ae') \cdot ab = dc \cdot (df' + df''). \end{array}\right.$$

On obtient de plus des équations I.) les suivantes :

$$\text{V.)}\ \left\{\begin{array}{l} ae^2 + ae'^2 + (ae - ae') \cdot ab = 2dc \cdot (dc \pm 2db) - dc \cdot (df' - df) \\ ae^2 + ae''^2 + (ae - ae'') \cdot ab = 2dc \cdot (dc \pm 2db) - dc \cdot (df'' - df) \\ ae'^2 + ae''^2 - (ae' + ae'') \cdot ab = 2dc \cdot (dc \pm 2db) - dc \cdot (df' + df''). \end{array}\right.$$

En ajoutant les équations IV.) aux équations V.) chacune à chacune, et en divisant par 2, on obtient

$$\text{VI.)}\ \left\{\begin{array}{l} ae^2 + ae'^2 - ae \cdot ae' + (ae - ae') \cdot ab = dc \cdot (dc \pm 2db) \\ ae^2 + ae''^2 - ae \cdot ae'' + (ae - ae'') \cdot ab = dc \cdot (dc \pm 2db) \\ ae'^2 + ae''^2 + ae' \cdot ae'' - (ae' + ae'') \cdot ab = dc \cdot (dc \pm 2db). \end{array}\right.$$

La soustraction de ces équations donne

$$ae^2 - ae'^2 = (ae + ae') . (ae'' - ab)$$
$$ae^2 - ae''^2 = (ae + ae'') . (ae' - ab)$$
$$ae''^2 - ae'^2 = (ae'' - ae') . (ae + ab).$$

En décomposant la différence des carrés et en divisant, on trouve

$$\text{VII.)} \begin{cases} ae' + ae'' = ae + ab \\ \text{ou } ae - ae' - ae'' + ab = 0. \end{cases}$$

En formant les sommes des équations VI.) deux à deux et en les réduisant par l'équation VII.) on obtient:

$$\text{VIII.)} \quad ae^2 + ae'^2 + ae''^2 = ab^2 + 2dc . (dc \pm 2db)$$
$$= ab^2 + 2 (bc^2 - db^2).$$

En formant la somme des trois équations VI.) et en les réduisant par l'équation VIII.) on aura:

$$\text{IX.)} \quad ae . ae' + ae . ae'' - ae' . ae'' = dc . (dc \pm 2db) = bc^2 - db^2.$$

En substituant l'équation VII.) dans les équations VI.) ou IX.) on obtient:

$$\text{X.)} \begin{cases} ae^2 + ae . ab - ae' . ae'' = dc . (dc \pm 2db) = bc^2 - db^2 \\ ae'^2 - ae' . ab + ae . ae'' = dc . (dc \pm 2db) = bc^2 - db^2 \\ ae''^2 - ae'' . ab + ae . ae' = dc . (dc \pm 2db) = bc^2 - db^2. \end{cases}$$

en multipliant les équations X.) respectivement pas ae, ae', ae'', et en les comparant aux équations qui font l'énoncé du théorème §. 29., on trouve

$$\text{XI.} \begin{cases} ae . ae' . ae'' = dc^2 . ab \\ \text{ou } ae . ae' . ae'' . ab = dc^2 . ab^2. \end{cases}$$

En multipliant les équations X.) respectivement par ae, ae', ae'', en ôtant la première de la somme des deux dernières, et en réduisant par les équations VII.) VIII.) XI.), on obtient:

$$\text{XII.} \begin{cases} ae'^3 + ae''^3 - ae^3 = 3ab . dc (dc \pm 2db) - 3ab . dc^2 + ab^3 \\ \text{ou } ae'^3 + ae''^3 - ae^3 - ab^3 = \pm 6ab . dc . db. \end{cases}$$

Pour parvenir aux rélations des racines df, df', df'' on se servira des équations VIII.) du §. précédent

$$\text{XIII.)}\left\{\begin{array}{l} df^2 + df \cdot (dc \pm 2db) = ab^2 + ab \cdot ae \\ -df'^2 + df' \cdot (dc \pm 2db) = -ab^2 + ab \cdot ae' \\ -df''^2 + df'' \cdot (dc \pm 2db) = -ab^2 + ab \cdot ae'' \end{array}\right.$$

d'où l'on tire les suivantes :

$$\text{XIV.}\left\{\begin{array}{l} (df + df') \cdot (df - df' + dc \pm 2db) = ab \cdot (ae + ae') \\ (df + df'') \cdot (df - df'' + dc \pm 2db) = ab \cdot (ae + ae'') \\ (df' - df'') \cdot (df' + df'' - (dc \pm 2db)) = ab \cdot (ae'' - ae'). \end{array}\right.$$

Or $ae \cdot df = ae' \cdot df' = ae'' \cdot df'' = ab \cdot dc$, donnent

$$\text{XV.)}\left\{\begin{array}{l} (ae + ae') \cdot (df' - df) = (ae - ae') \cdot (df + df') \\ (ae + ae'') \cdot (df'' - df) = (ae - ae'') \cdot (df + df'') \\ (ae'' + ae') \cdot (df' + df'') = (ae'' + ae') \cdot (df' - df''). \end{array}\right.$$

La composition des équations XIV.) XV.) conduit à celles-ci :

$$\text{XVI.}\left\{\begin{array}{l} -(df' - df)^2 + (df' - df) \cdot (dc \pm 2db) = ab \cdot (ae - ae') \\ -(df'' - df)^2 + (df'' - df) \cdot (dc \pm 2db) = ab \cdot (ae - ae'') \\ +(df' + df'')^2 - (df' + df'') \cdot (dc \pm 2db) = ab \cdot (ae' + ae''). \end{array}\right.$$

Les équations XIII.) donnent de plus :

$$\text{XVII.)}\left\{\begin{array}{l} df^2 + df'^2 - (df' - df) \cdot (dc \pm 2db) = 2ab^2 + ab \cdot (ae - ae') \\ df^2 + df''^2 - (df'' - df) \cdot (dc \pm 2db) = 2ab^2 + ab \cdot (ae - ae'') \\ df'^2 + df''^2 - (df' + df'') \cdot (dc \pm 2db) = 2ab^2 - ab \cdot (ae' - ae''). \end{array}\right.$$

En ajoutant les équations XVI.) aux équations XVII.) chacune à chacune, et en divisant par 2, on obtient :

$$\text{XVIII.)}\left\{\begin{array}{l} df^2 + df'^2 - df \cdot df' - (df' - df) \cdot (dc \pm 2db) = ab^2 \\ df^2 + df''^2 - df \cdot df'' - (df'' - df) \cdot (dc \pm 2db) = ab^2 \\ df'^2 + df''^2 + df' \cdot df'' - (df' + df'') \cdot (dc \pm 2db) = ab^2. \end{array}\right.$$

La soustraction de ces équations donne :

$$\begin{array}{l} df'^2 - df^2 = (df' + df) \cdot (dc \pm 2db - df'') \\ df''^2 - df^2 = (df'' + df) \cdot (dc \pm 2db - df') \\ df'^2 - df''^2 = (df' - df'') \cdot (dc \pm 2db + df). \end{array}$$

En réduisant la différence des carrés et en divisant, on trouve :

$$\text{XIX.)}\left\{\begin{array}{l} df' + df'' = (dc \pm 2db) + df \\ \text{ou } df - df' - df'' + (dc \pm 2db) = 0. \end{array}\right.$$

En formant les sommes des équations XVIII.) deux à deux et en les réduisant par l'équation XIX.), on obtient:

$$\text{XX.)}\ df^2 + df'^2 + df''^2 = (dc \pm 2db)^2 + 2ab^2.$$

En formant la somme des trois équations XVIII.) et en les réduisant par l'équation XIX.) on aura

$$\text{XXI.)}\ df \,.\, df' + df \,.\, df'' - df' \,.\, df'' = ab^2.$$

En substituant les équations XIX.) dans les équations XVIII.) ou XXI.) on obtient:

$$\text{XXII.)}\left\{\begin{array}{l} df^2 + df \,.\, (dc \pm 2db) - df' \,.\, df'' = ab^2 \\ df'^2 - df' \,.\, (dc \pm 2db) + df \,.\, df'' = ab^2 \\ df''^2 - df'' \,.\, (dc \pm 2db) + df \,.\, df' = ab^2. \end{array}\right.$$

En multipliant les équations XXII.) respectivement par df, df', df'', et en les comparant aux équations qui font l'énoncé du théorème §. 29., on trouve:

$$\text{XXIII.)}\left\{\begin{array}{l} df \,.\, df' \,.\, df'' = dc \,.\, ab^2 \\ \text{ou } df \,.\, df' \,.\, df'' \,.\, dc = dc^2 \,.\, ab^2 = ae \,.\, ae' \,.\, ae'' \,.\, ab. \end{array}\right.$$

En multipliant les équations XXII.) respectivement par df, df', df'', en ôtant la première de la somme des deux autres, et en réduisant par les équations XIX.) XX.) XXIII.) on obtient:

$$\text{XXIV.)}\left\{\begin{array}{l} df'^3 + df''^3 - df^3 = 3\,(dc \pm 2db).ab^2 - 3\,dc.ab^2 + (dc \pm 2db)^3 \\ \text{ou } df'^3 + df''^3 - df^3 - (dc \pm 2db)^3 = \pm\, 6\,db \,.\, ab^2. \end{array}\right.$$

Théorème.

Seconde forme du théorème §. 29.

§. 31. Deux cordes de cercle données ab, bc, formant un angle droit en b, et d'un point d placé dans la corde bc ou dans Fig. 47. Fig. 48. Fig. 49. Fig. 50.

son prolongement étant menée une droite da qui, suffisamment prolongée, coupe le circonférence en k ;

on pourra faire passer par le point k une ou trois droites, dont les segmens interceptés entre la corde bc et la circonférence soient égaux au segment da, ensorte que

$$pq = da \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{fig. 47. 48.}$$
$$pq = p'q' = p''q'' = da \quad \text{fig. 49. 50.}$$

Alors les cordes de cercle, distances du point b aux intersections de la circonférence ;

et les distances du point c aux intersections de la corde bc ; seront les racines d'une équation cubique complète, savoir :

$$\left.\begin{array}{c} x = bp,\ x' = -bp' \\ x'' = -bp'' \end{array}\right\} \text{racines de } x^3 + ab \, . \, x^2 - (bc^2 - db^2) \, . \, x = dc^2 \, . \, ab$$

$$\left.\begin{array}{c} u = cq,\ u' = -cq' \\ u'' = -cq'' \end{array}\right\} \text{racines de } u^3 + (dc \pm 2db) \, . \, u^2 - ab^2 \, . \, u = dc \, . \, ab^2.$$

On prendra le signe supérieur ou inférieur, selon que d est placé dans la corde bc (fig. 49), ou dans son prolongement (fig. 47. 48. 50). Du reste on aura toujours $dc \, . \, (dc \pm 2db) = bc^2 - db^2$.

Démonstration.

Du point d on mène les droites de, de', de'', ensorte que

$$\angle\, ade = pqb \,, \quad \angle\, ade' = p'q'b \,, \quad \angle\, ade'' = p''q''b.$$

On aura par la propriété du cercle :

$$\angle\, dae = qpb \,, \quad \angle\, dae' = q'p'b \,, \quad \angle\, dae'' = q''p''b$$
$$\angle\, daf = qpc \,, \quad \angle\, daf' = q'p'c \,, \quad \angle\, daf'' = q''p''c$$

et par la construction

$$da = pq = p'q' = p''q''.$$

D'où l'on conclut que

$$\Delta\, dae = qpb\,,\quad \Delta\, dae' = q'p'b\,,\quad \Delta\, dae'' = q''p''b$$
$$\Delta\, daf = qpc\,,\quad \Delta\, daf' = q'p'c\,,\quad \Delta\, daf'' = q''p''c.$$

Il en résulte l'égalité des cotés:

$$de = bq\,,\quad de' = bq'\,,\quad de'' = bq''$$
$$df = cq\,,\quad df' = cq'\,,\quad df'' = cq''$$
$$ef = e'f' = e''f'' = bc.$$

On retombe donc à la construction du théorème §. 29., qui donne les équations énoncées, en substituant respectivement

bp, bp', bp'' au lieu de ae, ae', ae''
cq, cq', cq'' au lieu de df, df', df''.

Théorème.

§. 32. Une circonférence, un point a, une corde bd perpendiculaire au diamètre qui passe par a, et une droite $=$ L, étant données ; Tab. X. Fig. 51. Fig. 52. Fig. 53. Fig. 54.

on pourra faire passer par le point a une ou deux ou trois droites différentes, dont les segmens interceptés entre la circonférence et la corde bd suffisamment prolongée soient égaux à la longueur donnée L, ensorte que

$ef = \mathrm{L}$ . . . . fig. 51. 52.
$ef = e'f' = e''f'' = \mathrm{L}$ fig. 53. 54.

Alors les distances du point a aux intersections de la circonférence, ae, ae', ae''; et les distances du point a aux intersections de la corde bc, af, af', af''; seront les racines d'une équation cubique complète.

Les coëfficiens de cette équation dépendent de la longueur donnée $= L$, de la distance *ad* du point *a* aux bouts de la corde donnée, et de la demicorde *ah* perpendiculaire au diamètre, si *a* est en dedans du cercle, ou de la tangente *ah*, si *a* est au déhors du cercle.

Scholie.

Si on ne peut faire passer par *a* que deux droites qui satisfassent à la condition préscrite, il sera toujours possible, en changeant convenablement le centre et le rayon du cercle, sans changer les distances *ad*, *ah*, de décrire un autre cercle, dans lequel on puisse mener trois droites, qui satisfassent à la condition demandée.

Démonstration.

Soit r le rayon du cercle. On aura dans la figure 51.

$$\begin{cases} ae^2 = r^2 + ac^2 - 2\,ac\,.\,cg \\ ah^2 = r^2 - ac^2 \end{cases}$$

donc $ae^2 = ah^2 + 2\,ac^2 - 2\,ac\,.\,cg$

ou I.) $ae^2 = ah^2 - 2\,ac\,.\,ag$

et pareillement II.) $ad^2 = ah^2 - 2\,ac\,.\,ab$.

Puisque $\Delta\,aeg \sim afb$, on aura :

$$\text{III.)}\quad ag\,.\,af = ab\,.\,ae.$$

En multipliant l'équation I.) par af et en réduisant par l'équation III.) on obtient :

$$\text{IV.)}\quad ae^2\,.\,af = ah^2\,.\,af - 2\,ac\,.\,ab\,.\,ae.$$

En y substituant la valeur de $af = ae + ef = ae + L$ et en réduisant par l'équation II.) on obtient :

$$\text{V.)}\quad ae^3 + L\,.\,ae^2 - ad^2\,.\,ae = ah^2\,.\,L.$$

En substituant dans l'équation I.) la valeur de $ae = af - L$, et en multipliant par af, on trouve :

$$(af^2 - 2L \,.\, af + L^2) \,.\, af = ah^2 \,.\, af - 2\,ac \,.\, ab \,.\, ae$$

$$af^3 - 2L \,.\, af^2 + L^2 \,.\, af = ah^2 \,.\, af - 2\,ac \,.\, ab \,.\, (af - L)$$

$$af^3 - 2L \,.\, af^2 + L^2 \,.\, af = ad^2 \,.\, af + 2\,ac \,.\, ab \,.\, L$$

donc VI.) $af^3 - 2L \,.\, af^2 + (L^2 - ad^2) \,.\, af = (ah^2 - ad^2) \,.\, L.$

En suivant une marche analogue dans les autres cas, on trouve en général :

$x = ae$, $x' = -ae'$, $x'' = -ae''$ } racines de $x^3 \pm L \,.\, x^2 - ad^2 \,.\, x = ah^2 \,.\, L$

$y' = af'$, $y'' = -af''$, $y = -af$. fig. 53.
ou
$y' = -af'$, $y'' = -af''$, $y = af$, fig. 54.
} racines de $y^3 + L \,.\, y^2 + (L^2 - ad^2) \,.\, y = (ad^2 \mp ah^2) \,.\, L.$

Le signe supérieur se rapporte aux figures 51. 52. 53., où le point *a* est en dedans du cercle. Alors si $ad^2 < ah^2$, les racines négatives de la seconde équation deviennent positives. Le signe inférieur a lieu dans la figure 54. où le point *a* est au déhors du cercle.

Théorème général. I.

§. 33. Un triangle quelconque *abc* etant donné ; un point *d* étant placé à volonté dans la base *bc* ou dans son prolongement ; on pourra faire passer par ce point une ou trois droites, dont les segmens interceptés entre les cotés de l'angle *a* soient égaux à la base *bc*. Fig. 55.

Alors les distances des points *a* et *d* aux intersections des cotés de l'angle seront les racines d'une équation cubique complète.

Savoir qu'en prenant sur *ab*, *ac* les points *l*, *n*, ensorte que $dl = db$, $dn = dc$, on aura dans la fig. 55.

$ae = x$ racine de $x^3 + al . x^2 - (bc^2 - db^2) . x = dc^2 . ab$

$af = y$ racine de $y^3 - an . y^2 - (bc^2 - dc^2) . y = db^2 . ac$

$df = u$ racine de $u^3 + (dc - 2db) u^2 - ab . al . u = dc . ab^2$

$de = v$ racine de $v^3 + (db - 2dc) . v^2 + ac . an . v = db . ac^2$.

Démonstration.

Le théorème du §. 25. donne les équations:

$$\text{I.)} \quad ae . df = ab . dc \,; \quad af . de = ac . db.$$

On prendra $em = dc$. Or $ef = bc$, donc $fm = db$. Du centre d avec les rayons db, dc, on décrit deux cercles, qui coupent les droites de, ab, ac, respectivement en g, h, l; et i, o, n, ensorte que

$$dg = dh = db = dl$$
$$di = do = dc = dn.$$

Il suit de là que $mh = df$, et $mo = de$. En substituant ces valeurs dans les équations I.) on aura

$$\text{II.)} \quad ae . mh = ab . em \,; \quad af . mo = ac . fm.$$

On en conclut que $am \frown bh \frown co$

$$\triangle\, eam \sim ebh \,, \quad \triangle\, fam \sim fco.$$

Or par la propriété du cercle il est évident que

$$\triangle\, ebh \sim egl \,, \quad \triangle\, fco \sim fin$$

par conséquent $\triangle\, eam \sim egl$, $\triangle\, fam \sim fin$.

Donc les quadrilatères $amgl$, $amin$ sont inscriptibles au cercle. D'où l'on tire les équations suivantes:

$$\text{III.)} \left\{ \begin{array}{l} ae . el = em . eg \\ af . fn = fm . fi \\ mh . eg = ab . el \\ mo . fi = ac . fn. \end{array} \right.$$

En les développant, on obtient les équations:

$$\text{IV.)}\quad\begin{cases} ae\,.\,(ae + al) = dc\,.\,(dc - 2db + df) \\ af\,.\,(an - af) = db\,.\,(2dc - db - de) \\ df\,.\,(dc - 2db + df) = ab\,.\,(ae + al) \\ de\,.\,(2dc - db - de) = ac\,.\,(an - af) \end{cases}$$

qu'on peut représenter ainsi :

$$\text{V.)}\quad\begin{cases} ae^2 + al\,.\,ae - (bc^2 - db^2) = dc\,.\,df \\ af^2 - an\,.\,af - (bc^2 - dc^2) = db\,.\,de \\ df^2 + (dc - 2db)\,.\,df - ab\,.\,al = ab\,.\,ae \\ de^2 + (db - 2dc)\,.\,de + ac\,.\,an = ac\,.\,af. \end{cases}$$

En multipliant ces équations respectivement par ae, af, df, de, et en les réduisant par les équations I.) on parvient aux équations qui font l'énoncé du théorème :

$$\text{VI.)}\quad\begin{cases} ae^3 + al\,.\,ae^2 - (bc^2 - db^2)\,.\,ae = dc^2\,.\,ab \\ af^3 - an\,.\,af^2 - (bc^2 - dc^2)\,.\,af = db^2\,.\,ac \\ df^3 + (dc - 2db)\,.\,df^2 - ab\,.\,al\,.\,df = dc\,.\,ab^2 \\ de^3 + (db - 2dc)\,.\,de^2 + ac\,.\,an\,.\,de = db\,.\,ac^2. \end{cases}$$

Scholie.

Si par le point d placé dans la base bc ou dans son prolongement on peut faire passer trois droites dont les segmens interceptés entre les cotés de l'angle a soient égaux à la base bc, les équations générales du théorème précédent auront trois racines réelles. Alors il faut faire attention aux signes, auxquels on substituera les signes contraires toutes les fois que les lignes ae, af, al, an, à compter du point a, ou les lignes db, dc, à compter du point d, ont une direction contraire à celle qui a lieu dans la construction de la figure 55. De plus les produits

$$\begin{matrix} ae\,.\,df, & ae'\,.\,df', & ae''\,.\,df'' \\ af\,.\,de, & af'\,.\,de', & af''\,.\,de'', \end{matrix}$$

étant essentiellement positifs, si l'un des facteurs est positif ou négatif, l'autre sera pareillement positif ou négatif, ce qui fait con-

clure quels seront les signes des racines df, df', df'', ou de, de', de''. Aussi en pourra-t-on décider, en les projetant sur la base du triangle bc, par le moyen du théorème qui suit.

Théorème général II.

Seconde forme du théorème I.

Fig. 56. Un triangle quelconque abc inscrit au cercle étant donné; un point d étant placé à volonté dans la base du triangle bc ou dans son prolongement; en tirant da qui coupe la circonférence en k, on pourra faire passer par le point k une ou trois droites, dont les segmens interceptés entre la base bc et la circonférence, soient égaux au segment da.

En prenant sur ab, ac, les points l, n, ensorte que $dl = db$, et $dn = dc$, les distances des intersections de la circonférence et de la base ou corde bc, aux deux bouts de cette dernière, seront les racines d'une équation cubique complète. Savoir :

$bp = x$ racine de $x^3 + al \cdot x^2 - (bc^2 - db^2) \cdot x = dc^2 \cdot ab$

$cp = y$ racine de $y^3 - an \cdot y^2 - (bc^2 - dc^2) \cdot y = db^2 \cdot ac$

$cq = u$ racine de $u^3 + (dc - 2db) \cdot u^2 - ab \cdot al \cdot u = dc \cdot ab^2$

$bq = v$ racine de $v^3 + (db - 2dc) \cdot v^2 + ac \cdot an \cdot v = db \cdot ac^2$.

Démonstration.

On prend $\angle adf = pqc$.

Or $pq = da$, $\angle daf = qpc$, $\angle dae = qpb$

donc $\Delta daf = qpc$, $\Delta dae = qpb$

donc $bp = ae$, $cp = af$, $bq = de$, $cq = df$, $bc = ef$.

La construction coïncide donc avec celle du théorème précédent.

Corollaire 1.

On tirera sans peine de la construction de la figure 56. les

équations de tous les autres cas, et les racines correspondantes, en faisant attention à la règle des signes expliquée dans le Scholie du théorème 1.

Par exemple, dans le cas de trois racines réelles, si d est dans la corde bc, on aura

fig. 57.

$$\left.\begin{array}{c} x = bp,\ x' = -bp' \\ x'' = -bp'' \end{array}\right\} \text{racines de } x^3 + al.x^2 - (bc^2 - db^2)x = dc^2.ab$$

$$\left.\begin{array}{c} y' = cp',\ y'' = -cp'' \\ y = -cp \end{array}\right\} \text{racines de } y^3 - an.y^2 - (bc^2 - dc^2).y = db^2.ac$$

$$\left.\begin{array}{c} u = cq,\ u' = -cq' \\ u'' = -cq'' \end{array}\right\} \text{racines de } u^3 + (dc + 2db)\,u^2 - ab.al.u = dc.ab^2$$

$$\left.\begin{array}{c} v' = bq',\ v'' = -bq'' \\ v = +bq \end{array}\right\} \text{racines de } v^3 + (db + 2dc)\,v^2 + ac.an.v = db.ac^2.$$

Dans le cas de trois racines réelles, si d est dans le prolongement de la corde bc, on aura

fig. 58.

$$\left.\begin{array}{c} x = bp,\ x' = -bp' \\ x'' = -bp'' \end{array}\right\} \text{racines de } x^3 + al.x^2 - (bc^2 - db^2).x = dc^2.ab$$

$$\left.\begin{array}{c} y = cp,\ y' = cp' \\ fi'' = cp'' \end{array}\right\} \text{racines de } y^3 - an.y^2 + (dc^3 - bc^2)y = db^3.ac$$

$$\left.\begin{array}{c} u = cq,\ u' = -cq' \\ u'' = -cq'' \end{array}\right\} \text{racines de } u^3 + (dc - 2db).u^2 - ab.al.u = dc.ab^2$$

$$\left.\begin{array}{c} v = bq,\ v' = bq' \\ v'' = bq'' \end{array}\right\} \text{racines de } v^3 - (2dc - db)\,v^2 + ac.an.v = db.ac^2.$$

La seconde et la quatrième équation ont trois racines *positives*.

Scholie.

On développera les rélations des trois racines réelles, dans

les équations de ces deux théorèmes généraux, comme on l'a fait dans le §. 30., en partant des équations V.) du théorème I.

Corollaire 2.

Les deux théorèmes généraux démontrés précédemment ne se trouvent pas parmi ceux de *Newton*. On en déduit facilement tous les théorèmes particuliers, expliqués jusqu'ici.

Si on fait l'angle bac droit, et si on prend $dc = 2db$, ensorte que d tombe dans le prolongement de cb, on aura $al = 3ab$, $an = 3ac$, $bc^2 - db^2 = 0$, $dc^2 - bc^2 = 3bc^2$, ce qui donne les équations et les constructions du §. 1.

L'angle bac étant droit, si on place le point d dans le milieu de bc, il est évident que $al = 0$, $an = 0$,

$$bc^2 - db^2 = bc^2 - dc^2 = \tfrac{3}{4} bc^2,$$

et on parvient aux constructions développées aux §. 12. 13. 14. 15.

Si on prend $db = da$, le point l tombe en a, et on aura les théorèmes §. 26. 28.

Si l'angle b est droit, on parvient aux équations des théorèmes §. 29. 31.

Théorème.

Tab. XI. Fig. 59. Fig. 60. Fig. 61.

§. 34. Un polygone régulier d'un nombre de cotés impair étant inscrit au cercle; la somme des cordes des supplémens de l'arc simple, triple, quintuple, etc. diminuée de la somme des cordes des supplémens de l'arc double, quadruple, sextuple etc. est égale au rayon.

Démonstration.

Soient a, b, c, d, etc. les sommets successifs du polygone, et soit p le point de la circonférence diamétralement opposé au premier sommet a.

Les arcs *ab*, *ac*, *ad* etc. seront l'arc simple, double, triple etc., et les cordes *pb*, *pc*, *pd* etc. seront les cordes de leurs supplémens respectifs.

En divisant chaque arc en deux parties égales en *h*, *i*, *k* etc., il est évident que les cordes qui joignent le premier point de division *h* au dernier sommet du polygone placé dans le même demi-cercle, le second point de division *i* au sommet qui précède le dernier, et ainsi de suite; que toutes ces cordes, dis-je, seront parallèles au diamètre et respectivement égales aux cordes des supplémens; la corde parallèle qui passe par *h*, est égale à *pb*; la corde parallèle qui passe par *b* est égale à *pc*; la corde parallèle pui passe par *i* est égale à *pd*, etc.

Il est évident de plus que les droites qui joignent le premier point de division *h* au centre *m*, le second point de division *i* au dernier sommet du polygone, le troisième point de division *k* au sommet qui précède le dernier, et ainsi de suite; que toutes ces cordes, dis-je, seront parallèles à la corde *pb* du supplément de l'arc simple.

Soient *q*, *s*, *t*, etc. les intersections de ces cordes parallèles prolongées, sur le diamètre *ap* pareillement prolongé. On aura donc dans le polygone régulier

de 7 cotés, fig. 59. Fig. 59.

$$pb = hd = mq$$
$$pd = ic = qs$$
$$pc = kb = sp$$

donc $pb + pd - pc = mq + qs - sp = mp = r$

de 9 cotés, fig. 60. Fig. 60.

$$pb = he = mq$$
$$pd = id = qt$$
$$pe = kc = ts$$
$$pc = lb = sp$$

donc $pb + pd - pc - pc = mq + qt - ts - sp = mp = r$

de 13 cotés, fig. 61.

Fig. 61.

$pb = hg = mq$
$pd = if = qt$
$pf = ke = tv$
$pg = ld = vu$
$pe = nc = us$
$pc = ob = sp$

donc $pb + pd + pf - pg - pe - pc$
$= mq + qt + tv - vu - us - sp$
$= mp = r.$

Cette démonstration s'applique sans peine à tous les polygones réguliers d'un nombre de cotés impair.

Théorème.

§. 35. Deux cordes de cercle pa, pb, partant d'un même
Fig. 62. point p de la circonférence, le rectangle de ces cordes est équivalent au carré de la corde pc qui correspond au milieu de l'arc ab, diminué du carré de la corde de la moitié de l'arc, bc ou ac.

Démonstration.

La corde ac rencontrant la corde pc en d, on aura

$\triangle\, cbd \sim cpb$, $\triangle\, pbd \sim pca$,

donc $bc^2 = pc \cdot cd$; $pc \cdot pd = pa \cdot pb$.

Or $pc \cdot pd = pc^2 - pc \cdot cd$

donc $pa \cdot pb = pc^2 - bc^2 = pc^2 - ac^2$.

Théorème.

Fig. 63. §. 36. Le carré de la corde pb du supplément d'un arc de cercle
Fig. 64. ab, est équivalent au rectangle du rayon et de la somme entre le diamètre et la corde pc du supplément de l'arc double, si l'arc simple ab est plus petit que le quart-de-cercle (fig. 63.).

Mais si l'arc simple *ab* est plus grand que le quart-de-cercle, (fig. 64.) le dit carré est équivalent au rectangle du rayon et de l'excès du diamètre sur la corde du supplément de l'arc double.

Démonstration.

Le centre du cercle étant en *m*, on fera l'arc $bc = ab$, et on prendra sur le diamètre *pa* suffisamment prolongé le point *d* ensorte que $bd = bp$. Les triangles isoscèles *pmb*, *pbd* seront semblables, donc :

fig. 63. $pb^2 = pm \,.\, pd = pm \,.\, (pa + ad)$

fig. 64. $pb^2 = pm \,.\, pd = pm \,.\, (pa - ad)$.

Or $bd = pb$, $\angle pcb = dab$, $\angle bpc = bda$, donc $\triangle bad = bcp$, donc $ad = pc$. Par conséquent on aura

fig. 63. $ab < 90^\circ$, $pb^2 = r \,.\, (2r + pc)$

fig. 64. $ab > 90^\circ$, $pb^2 = r \,.\, (2r - pc)$.

Théorème.

§. 37. Le rectangle des cordes *pb*, *pc* des supplémens de deux arcs de cercle quelconques *ab*, *ac*, est équivalent au rectangle du rayon et de la somme de deux cordes *pd*, *pe*, dont la première *pd* correspond au supplément de la différence des arcs, $ad = ac - ab$; et dont la seconde *pe* correspond au supplément de la somme des arcs $ab + ac = ac$ supposée plus petite que le demi-cercle. (fig. 65.). Fig. 65.

Mais si cette somme excède le demi-cercle (fig. 66.) le dit rectangle est équivalent au rectangle du rayon et de l'excès de la corde du supplément de la différence des arcs sur la corde du supplément de la somme des arcs. Fig. 66.

Démonstration.

Le centre du cercle est en *m*. On divise l'arc *bc* en deux

parties égales en f, on prend $pg = bf = fc$, et on aura par le théorème §. 35.

$$pb \cdot pc = pf^2 - pg^2.$$

Sur le diamètre suffisamment prolongé on prend les points h, i, ensorte que $fh = fp$, $gi = gp$ et on aura par le théorème §. 36.

$$pf^2 = pm \cdot ph, \quad pg^2 = pm \cdot pi$$

$$\text{donc } pb \cdot pc = pf^2 - pg^2 = pm \cdot hi.$$

En prenant l'arc $ad = 2pg$, on aura l'arc $ad = ac - ab$; et en prenant l'arc $ae = 2af$, on aura l'arc $ae = ab + ac$. Par conséquent la corde $pd = ai$, et la corde $pe = ah$. En substituant ces valeurs, on obtient

fig. 65. $af < 90°$, $pb \cdot pc = r \cdot (ai + ah) = r \cdot (pd + pe)$

fig. 66. $af > 90°$, $pb \cdot pc = r \cdot (ai - ah) = r \cdot (pd - pe)$.

Problème.

§. 38. Trouver l'équation cubique des trois cordes des supplémens de l'arc simple, double, et triple de l'heptagone régulier inscrit au cercle.

Solution.

Fig. 67. Soient a, b, c, d etc. les sommets successifs de l'heptagone régulier inscrit au cercle, $pa = 2r$ le diamètre, on aura par le théorème §. 34.

$$\text{I.)} \quad db + pd - pc = r$$

et par le théorème du §. 37.

$$pb \cdot pd = r \cdot (pc - pd)$$
$$pb \cdot pc = r \cdot (pb + pd)$$
$$pc \cdot pd = r \cdot (pb - pc).$$

On ajoute la seconde équation à la troisième et on en ôte la première, ce qui donne

$$pb \cdot pc + pc \cdot pd - pb \cdot pd = r \cdot (2pb + 2pd - 2pc)$$

ou II.) $pb \cdot pc + pc \cdot pd - pb \cdot pd = 2r^2$.

En multipliant l'équation $pb \cdot pc$ par pd, on aura

$$pb \cdot pc \cdot pd = r \cdot (pb \cdot pd + pd^2).$$

Or $pb \cdot pd = r \cdot (pc - pd)$

et par le §. 36. $pd^2 = r \cdot (2r - pb)$

donc $pb \cdot pd + pd^2 = r\,(2r - pb - pd + pc) = r^2$

donc III.) $pb \cdot pc \cdot pd = r^3$.

En comparant les équations I.) II.) III.) aux rélations des trois racines réelles d'une équation cubique complète démontrées au §. 30. VII.) IX.) XI.) ou XIX.) XXI.) XXIII.) il est évident que pc est la racine positive et que pb, pd, sont les racines négatives de l'équation cubique complète :

IV.) $x^3 + r \cdot x^2 - 2r^2 \cdot x = r^3$

qu'on peut vérifier en supposant

$$(x - pc) \cdot (x + pb) \cdot (x + pd) = 0.$$

Problème.

§. 39. Inscrire l'heptagone régulier au cercle par le moyen du théorème §. 29.

Construction.

Sur le diamètre ap suffisamment prolongé prenez $pe = r$ égale au rayon, élevez la perpendiculaire efg, prenez $ef = \frac{1}{2}r$, $fg = r$, ensorte que $eg = \frac{3}{2}r$ et $eg^2 - ef^2 = \frac{9}{4}r^2 - \frac{1}{4}r^2 = 2r^2$. Par le point f faites passer trois droites, dont les segmens hi, $h'i'$, $h''i''$ interceptés dans l'angle p soient égaux à $eg = \frac{3}{2}r$. Les intersections du diamètre étant i, i', i'', on a Fig. 67.

$$pc = pi,\ pd = pi',\ pb = pi''.$$

Problème.

§. 40. Inscrire l'heptagone régulier au cercle par le moyen du théorème §. 12.

Analyse.

L'équation de l'heptagone étant §. 38. IV.

$$x^3 + r \cdot x^2 - 2r^2 \cdot x = r^3$$

en y substituant $x = z - \frac{1}{3}r$, et en réduisant, on obtient

$$z^3 - \frac{7}{3}r^2 \cdot z = \frac{7}{27}r^3.$$

On aura donc

$$A^2 = \frac{7}{9}r^2, \quad 2B = \frac{1}{3}r, \quad 4C^2 = 4A^2 - 4B^2 = 3r^2$$

Construction.

Fig. 68. Divisez le rayon pm en trois parties égales, ensorte que

$$pe = ef = fm = mg = \frac{1}{3}r, \quad eg = r.$$

Elevez en e la perpendiculaire eh, et prenez-y le point h ensorte que $gh = pa = 2r$, et tirez l'hypoténuse fh. Alors eh sera le coté du trigone régulier inscrit au cercle, desorte que

$$eh^2 = 3r^2 = 4C^2, \; ef = \frac{1}{3}r = 2B, \; fh = 2A = \frac{2}{3}\sqrt{7} \cdot r.$$

Divisez l'hypoténuse fh en deux parties égales en k, et faites passer par le point k trois droites, dont les segmens interceptés dans l'angle droit e, ln, $l'n'$, $l''n''$, soient égaux à l'hypoténuse fh. Les intersections du diamètre pa étant n, n', n'', vous aurez

$$pc = pn, \quad pb = pn', \quad pd = pn''.$$

Corollaire.

Pour obtenir les expressions trigonométriques des cordes pb, pc, pd, qui résultent de cette construction, en supposant l'angle $efh = \alpha$, on aura

$$\text{tg.}^2\alpha = 27, \quad \sin.^2\alpha = \tfrac{27}{28}, \quad \cos.^2\alpha = \tfrac{1}{28}$$

$$\angle kna = \tfrac{1}{3}\alpha, \quad \angle kn'e = 60^\circ - \tfrac{1}{3}\alpha, \quad \angle en''l'' = 60^\circ + \tfrac{1}{3}\alpha$$

$$2A = \tfrac{2}{3}\sqrt{7} \,.\, r$$

$$pb = 2r \,.\, \cos.\tfrac{1}{7}\,180^\circ = \tfrac{1}{3}r + \tfrac{2}{3}\sqrt{7} \,.\, r \,.\, \cos.(60^\circ - \tfrac{1}{3}\alpha)$$

$$pc = 2r \,.\, \cos.\tfrac{2}{7}\,180^\circ = -\tfrac{1}{3}r + \tfrac{2}{3}\sqrt{7} \,.\, r \,.\, \cos.\tfrac{1}{3}\alpha$$

$$pd = 2r \,.\, \cos.\tfrac{3}{7}\,180^\circ = \tfrac{1}{3}r + \tfrac{2}{3}\sqrt{7} \,.\, r \,.\, \cos.(60^\circ + \tfrac{1}{3}\alpha).$$

Problème.

§. 41. Inscrire au cercle l'heptagone régulier par le moyen du théorème général §. 33. II.

Solution.

Soit $pa = 2r$ le diamètre. Prenez les cordes $pf = \frac{3}{2}r$, $ph = \frac{1}{4}r$, divisez l'arc hf en deux parties égales en k, faites passer par le point k trois droites dont les segmens interceptés entre la circonférence et la corde pf soient égaux aux cordes hk, kf, desorte que $bb' = cc' = dd' = hk = kf$. Les intersections de la circonférence b, c, d, seront les sommets de l'heptagone. Tab. XII. Fig. 69.

Démonstration.

Joignez a, f, prolongez cette corde, prenez $fg = af$, tirez pg, qui coupera la circonférence en h. Car puisque

$$\angle pfa = pfg = 90^\circ, \quad fg = af,$$

on aura $pg = pa = 2r$. Pareillement, puisque $\angle gha = pha = 90^\circ$, on aura $fh = fg = fa$, donc l'arc $ah = 2af$, donc, par le théorème du §. 36., $pf^2 = r.(2r + ph)$. Or $pf = \frac{3}{2}r$, donc $\frac{9}{4}r = 2r + ph$, donc $ph = \frac{1}{4}r$.

Par conséquent si l'on prend la corde $ph = \frac{1}{4}r$, la droite pg coupera la circonférence au point h. On a de plus

$$gh = pg - ph = 2r - \tfrac{1}{4}r = \tfrac{7}{4}r,$$

et $fg^2 = fa^2 = fh^2 = pa^2 - pf^2 = 4r^2 - \frac{9}{4}r^2 = \frac{7}{4}r^2$.

Sur les cordes fp, hp suffisamment prolongées prenez $fi = pa = 2r$, et $il = pi$. Il en résulte que

$$il = pi = fi - fp = 2r - \tfrac{3}{2}r = \tfrac{1}{2}r,$$

et que le rectangle $pi \,.\, fi = \tfrac{1}{2}r \,.\, 2r = r^2$. On a de plus

$$\angle\, ilp = ipl = fpg = fpa$$

donc $pi : pl = pa : 2pf = 2r : 3r = 2 : 3$.

Or $pi = \tfrac{1}{2}r$, donc $pl = \tfrac{3}{4}r$, donc $hl = r$.

Joignez h, i, et vous aurez dans le $\Delta\, hip$:

$$hi^2 = pi^2 + hp^2 + 2hp \,.\, \tfrac{1}{2}pl$$

donc $hi^2 = pi^2 + hp^2 + hp \,.\, pl = pi^2 + ph \,.\, hl$.

Or $pi = \tfrac{1}{2}r$, $ph = \tfrac{1}{4}r$, $hl = r$

donc $hi^2 = \tfrac{1}{2}r$.

La droite ih prolongée coupera la circonférence en k. Car on aura

$$hi \,.\, ik = pi \,.\, fi \quad \text{donc} \quad hi \,.\, hk = pi \,.\, fi - hi^2$$

donc $hi \,.\, hk = r^2 - \tfrac{1}{2}r^2 = \tfrac{1}{2}r^2 = hi \,.\, hi$

par conséquent $hk = hi$. De plus $\Delta\, iph \sim ikf$

donc $kf : ki = ph : pi = \tfrac{1}{4}r : \tfrac{1}{2}r = 1 : 2$.

Donc $kf = \tfrac{1}{2}ki = hk = hi$.

Donc réciproquement, si l'on prend $hk = kf$, la droite ih passera par le point k. On aura donc

1) $hl = r$ 2) $pf^2 - pi^2 = 2r^2$ 3) $if^2 \,.\, ph = r^3$.

L'équation construite par le théorème II. §. 33. fig. 58. est donc

$$x^3 + hl \,.\, x^2 - (pf^2 - pi^2) \,.\, x = if^2 \,.\, ph$$

ou en substituant les valeurs des coéfficiens :

$$x^3 + r \,.\, x^2 - 2r^2 \,.\, x = r^3$$

ce qui est l'équation de l'heptagone §. 38. IV.

Problème.

§. 42. Inscrire au cercle l'heptagone régulier par le moyen du théorème général §. 33. I.

Solution.

Soit $pa = 2r$ le diamètre. Prenez la corde $ao = \frac{3}{2}r$, tirez po, prenez la corde $oq = po$, divisez l'arc oq en deux parties égales par la droite ps, prenez sur cette corde $pi = os = sq$, par le point i faites passer les droites $tu = t'u' = t''u'' = ao = \frac{3}{2}r$; les intersections de pa étant t, t', t'', on aura : Fig. 70.

$$pb = pt'', \quad pc = pt, \quad pd = pt'.$$

Problème.

§. 43. Trouver l'équation cubique des trois cordes des supplémens de l'arc simple, double et quadruple de l'ennéagone régulier inscrit au cercle.

Solution.

Soient a, b, c, d, e, les sommets successifs de ce polygone inscrit au cercle, et soit pa le diamètre du cercle. Le théorème §. 34. donne : Fig. 71.

$$pb + pd - pc - pe = r.$$

Or pd, ad étant les cotés de l'hexagone et du trigone réguliers inscrits, on aura $pd = r$, $ad^2 = 3r^2$

$$\text{donc I.)} \begin{cases} pb - pc - pe = 0 \\ \text{ou } pb = pc + pe. \end{cases}$$

Le théorème du §. 37. donne les équations :

$$pb \,.\, pc = r \,.\, (pb + pd)$$
$$pb \,.\, pe = r \,.\, (pd - pe)$$
$$pc \,.\, pe = r \,.\, (pc - pd)$$

$$\text{donc } pb \,.\, pc + pb \,.\, pe - pc \,.\, pe = r \,.\, (3pd + pb - pc - pe)$$

$$\text{ou II.) } pb \,.\, pc + pb \,.\, pe - pc \,.\, pe = 3r^2.$$

En multipliant la valeur de $pb \,.\, pc$ par pe, on a

$$pb \,.\, pc \,.\, pe = r \,.\, (pb \,.\, pe + pd \,.\, pe).$$

Or $pb \cdot pe = r \cdot (pd - pe)$, $pd \cdot pe = r \cdot pe$
donc $pb \cdot pe + pd \cdot pe = r \cdot pd = r^2$

donc III.) $pb \cdot pc \cdot pe = r^3$.

En comparant les équations I.) II.) III.) aux rélations des trois racines réelles d'une équation cubique, on voit que pb est la racine positive et que pc, pe sont les racines négatives de l'équation

IV.) $x^3 - 3r^2 \cdot x = r^3$

qu'on peut vérifier en supposant

$$(x - pb) \cdot (x + pc) \cdot (x + pe) = 0.$$

Problème.

§. 44. Inscrire au cercle l'ennéagone régulier par le moyen du théorème §. 12.

Solution.

Fig. 71. On inscrit au cercle le trigone régulier add', sur les cotés duquel en élève les perpendiculaires af, dh, dk etc. Du centre m on mène des droites dont les segmens interceptés dans les angles droits soient égaux au diamètre, desorte que $pa = fg = hi = kl$ etc. Ces droites coupent la circonférence dans les sommets de l'ennéagone, b, c, e, etc.

Les cordes pe, pc, pb, sont respectivement parallèles à mc, mb, me'.

Problème.

§. 45. Inscrire au cercle l'ennéagone régulier par le moyen du théorème §. 13.

Solution.

Fig. 72. Le diamètre étant pa et la corde af étant égale au rayon, on mène du point f trois droites dont les segmens interceptés entre la circonférence et le diamètre pa soient égaux au rayon, desorte

que $bg = ch = ci = dm = r$. Alors bec sera l'un des trois trigones réguliers, dont l'ennéagone est composé, et les cordes pb, pc, pe, seront respectivement parallèles à fe, fb, fc.

Problème.

§. 46. Trouver les équations cubiques qui déterminent l'inscription du tridécagone régulier au cercle.

Solution.

Soient a, b, c, d, e, f, g, les sommets successifs du tridécagone inscrit, et pa le diamètre du cercle. Les six cordes pb, pc, pd, pe, pf, pg, se partagent ou en deux systèmes, chacun contenant trois cordes déterminées par une équation cubique; ou en trois systèmes de deux cordes, chaque système étant représenté par la racine d'une équation cubique. Pour trouver les dispositions convenables, on élève le nombre 2 à ses différentes puissances, et on prend les supplémens de ces puissances aux multiples du nombre 13. On désigne les sommets c, e, g respectivement par 1, 2, 3, et les sommets f', d', b', ou f, d, b, respectivement par 4, 5, 6. Fig. 73.

Exposans - - -	1	2	3	4	5	6
Puissances de 2 -	2	4	8	16	32	64
Multiples de 13 -	0	0	13	13	26	65
Supplémens - - -	2	4	5	3	6	1
Cordes correspondantes	pe,	pf,	pd,	pg,	pb,	pc.

Dans la première disposition on aura deux systèmes de cordes qui correspondent aux exposans dont la différence est 2, savoir

Premier système				*Second système*			
Exposans	1	3	5	Exposans	2	4	6
Cordes	pe,	pd,	pb	Cordes	pf,	pg,	pc.

Dans la seconde disposition on obtient trois systèmes de cordes, qui correspondent aux exposans dont la différence est 3., savoir:

	Prem. syst.		Sec. syst.		Trois. syst.	
Exposans	1	4	2	5	3	6
Cordes	*pe*,	*pg*	*pf*,	*pb*	*pd*,	*pc*.

Pour obtenir les équations des deux systèmes de trois cordes, le théorème §. 34 donne:

$$pb + pd + pf - pc - pe - pg = r$$

$$\text{ou I.)}\ (pb + pd - pe) - (pc + pg - pf) = r.$$

On aura de plus par le théorème du §. 37.:

$$pe \,.\, pf + pd \,.\, pg + pb \,.\, pc = \left.\begin{array}{l} r \,.\, (pb - pe) \\ + r \,.\, (pd - pe) \\ + r \,.\, (pb + pd) \end{array}\right\} = 2r \,.\, (pb + pd - pe)$$

$$- pe \,.\, pg + pd \,.\, pc - pb \,.\, pf = \left.\begin{array}{l} r \,.\, (pd - pc) \\ + r \,.\, (pb + pf) \\ + r \,.\, (-pe - pg) \end{array}\right\} = r^2$$

$$- pe \,.\, pc - pd \,.\, pf + pb \,.\, pg = \left.\begin{array}{l} r \,.\, (-pc - pg) \\ + r \,.\, (-pc + pf) \\ + r \,.\, (pf - pg) \end{array}\right\} = -2r\,(pc + pg - pf).$$

En formant la somme de ces trois équations, et en la réduisant par l'équation I.), on obtient:

$$\text{II.)}\ (pb + pd - pe) \,.\, (pc + pg - pf) = 3r^2.$$

Il faudra donc déterminer deux droites, dont la différence est $= r$, et dont le rectangle est $= 3r^2$. La plus grande d'elles sera $= pb + pd - pe$, et l'autre sera $= pc + pg - pf$.

Prolongez le diamètre ap, prenez $ph = pa = 2r$, décrivez
Fig. 73. le demi-cercle, portez-y la corde $hi = r$, ensorte que $pi^2 = 3r^2$, décrivez un cercle sur le diamètre hi, et par le centre de ce cercle faites passer la droite pkl, coupée par la circonférence en k, l, il est évident que

$$pl - pk = kl = hi = r$$

$$pl \,.\, pk = pi^2 = 3r^2.$$

Il en résulte que

$$\text{III.)}\ \begin{cases} pb + pd - pe = pl = \tfrac{1}{2}\sqrt{13}\,.\,r + \tfrac{1}{2}r \\ pc + pg - pf = pk = \tfrac{1}{2}\sqrt{13}\,.\,r - \tfrac{1}{2}r. \end{cases}$$

Les théorèmes des §§. 36. 37. fournissent encore les équations suivantes :

$$\begin{aligned} pb\,.\,pe + pd\,.\,pe - pb\,.\,pd &= r\,.\,(pd + pf) \\ &+ r\,.\,(pb - pg) \\ &+ r\,.\,(-pc - pe) \\ pc\,.\,pf + pg\,.\,pf - pc\,.\,pg &= r\,.\,(pd - pg) \\ &+ r\,.\,(pb - pc) \\ &+ r\,.\,(-pe + pf). \end{aligned}$$

En réduisant par l'équation I.) on aura :

$$\text{IV.)}\ \begin{cases} pb\,.\,pe + pd\,.\,pe - pb\,.\,pd = r^2 \\ pc\,.\,pf + pg\,.\,pf - pc\,.\,pg = r^2. \end{cases}$$

En multipliant $pb\,.\,pe$ par pd, on a

$$pb\,.\,pd\,.\,pe = r\,.\,(pd + pf)\,.\,pd = r\,.\,(pd^2 + pd\,.\,pf)$$
$$pd^2 = r\,.\,(2r + pg),\quad pd\,.\,pf = r\,.\,(pc - pf)$$
$$pd^2 + pd\,.\,pf = r\,.\,(2r + pg + pc - pf)$$
$$pd^2 + pd\,.\,pf = r\,.\,(2r + pk) = r\,.\,(r + pl).$$

En multipliant $pc\,.\,pf$ par pg, on a :

$$pc\,.\,pg\,.\,pf = r\,.\,(pd - pg)\,.\,pg = r\,(pd\,.\,pg - pg^2)$$
$$pd\,.\,pg = r\,.\,(pd - pe),\quad pg^2 = r\,.\,(2r - pb)$$
$$pd\,.\,pg - pg^2 = r\,.\,(pb + pd - pe - 2r)$$
$$pd\,.\,pg - pg^2 = r\,.\,(pl - 2r) = r\,.\,(pk - r).$$

Il en résulte que :

$$\text{V).}\ \begin{cases} pb\,.\,pd\,.\,pe = r^2\,.\,(pl + r) \\ pc\,.\,pg\,.\,pf = r^2\,.\,(pk - r). \end{cases}$$

En comparant les équations III.) IV.) V.) aux rélations des trois racines réelles d'une équation cubique complète, démontrées au §. 30. on voit que pe, $-pb$, $-pd$, sont les racines de l'équation

$$\text{VI.)}\quad x^3 + pl \cdot x^2 - r^2 \cdot x = r^2 \cdot (pl + r)$$

et que pf, $-pc$, $-pg$ sont les racines de l'équation

$$\text{VII.)}\quad y^3 + pk \cdot y^2 - r^2 \cdot y = r^2 \cdot (pk - r)$$

qu'on peut vérifier en supposant :

$$(x + pb) \cdot (x + pd) \cdot (x - pe) = 0$$
$$(y + pc) \cdot (y + pg) \cdot (y - pf) = 0.$$

Pour parvenir à l'équation des trois systèmes de deux cordes $pb + pf$, $pe + pg$, $pc - pd$, le théorème du §. 34. donne d'abord:

$$pb + pd + pf - pc - pe - pg = r$$

donc $\text{VIII.)}\quad (pb + pf) - (pe + pg) - (pc - pd) = r.$

Par le théorème du §. 37. on trouve :

$$(pb + pf) \cdot (pe + pg) = \left\{\begin{matrix} pe \cdot pf \\ + pb \cdot pg \\ + pb \cdot pe \\ + pf \cdot pg \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} r \cdot (pb - pe) \\ + r \cdot (pf - pg) \\ + r \cdot (pd + pf) \\ + r \cdot (pb - pc) \end{matrix}\right\}$$

$$(pb + pf) \cdot (pc - pd) = \left\{\begin{matrix} - pd \cdot pf \\ + pb \cdot pc \\ + pc \cdot pf \\ - pb \cdot pd \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} + r \cdot (pf - pc) \\ + r \cdot (pb + pd) \\ + r \cdot (pd - pg) \\ + r \cdot (-pc - pe) \end{matrix}\right\}$$

$$-(pe + pg) \cdot (pc - pd) = \left\{\begin{matrix} + pd \cdot pe \\ - pc \cdot pg \\ - pc \cdot pe \\ + pd \cdot pg \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} + r \cdot (pb - pg \\ + r \cdot (pf - pe) \\ + r \cdot (-pe - pg) \\ + r \cdot (pd - pe) \end{matrix}\right\}.$$

En réduisant on obtient :

$$(pb + pf) \cdot (pe + pg) = r^2 + r \cdot (pb + pf)$$
$$(pb + pf) \cdot (pc - pd) = r^2 - r \cdot (pc - pd)$$
$$-(pe + pg) \cdot (pc - pd) = r^2 - r \cdot (pe + pg)$$

$$\text{IX.)}\quad (pe+pg) \cdot (pb+pf) + (pb+pf) \cdot (pc-pd) - (pc-pd)(pe+pg) = 4r^2.$$

En multipliant $(pe + pg) \cdot (pb + pf)$ par $(pc - pd)$, on trouve:

$$(pe+pg) \cdot (pb+pf) \cdot (pc-pd) = r^2 \cdot (pc-pd) + r \cdot (pb+pf) \cdot (pc-pd)$$
$$(pb+pf) \cdot (pc-pd) = r^2 - r \cdot (pc-pd)$$

donc X.) $(pe + pg) \cdot (pb + pf) \cdot (pc - pd) = r^3$.

Il en résulte que

$$(pb + pf), \quad -(pc - pd), \quad -(pe + pg)$$

sont les racines de l'équation cubique :

$$\text{XI.)}\ z^3 - r \cdot z^2 - 4r^2 \cdot z = r^3$$

qu'on peut vérifier, en supposant

$$(z - (pb + pf)) \cdot (z + (pc - pd)) \cdot (z + (pe + pg)) = 0.$$

Pareillement $\frac{1}{2}(pb + pf)$, $-\frac{1}{2}(pc - pd)$, $-\frac{1}{2}(pe + pg)$ sont les racines de l'équation cubique

$$\text{XII.)}\ u^3 - \tfrac{1}{2}r \cdot u^2 - r^2 \cdot u = \tfrac{1}{8}r^3.$$

Après avoir déterminé les racines des équations XI.) ou XII.), on obtient les cordes même par les équations

$$\text{XIII.)} \begin{cases} pb \cdot pf = r \cdot (pe + pg) = 2r \cdot \frac{1}{2}(pe + pg) \\ pe \cdot pg = r \cdot (pc - pd) = 2r \cdot \frac{1}{2}(pc - pd) \\ pc \cdot pd = r \cdot (pb + pf) = 2r \cdot \frac{1}{2}(pb + pf). \end{cases}$$

Problème.

§. 47. Construire les cordes des supplémens de l'arc simple, triple et quadruple du tridécagone régulier inscrit au cercle, en appliquant le théorème du §. 29. à l'équation VI. §. 46.

$$x^3 + pl \cdot x^2 - r^2 \cdot x = r^2 \cdot (pl + r).$$

Solution.

Sur le diamètre ap prolongé prenez $pn = pl$, $no = r$, $pq = \frac{1}{2}r$, Fig. 74.
élevez en q une perpendiculaire indéfinie, prenez sur cette perpendiculaire $qs = r$, joignez o, s, et faites passer par le point p trois droites dont les segmens interceptés dans l'angle s, tu, $t'u'$, $t''u''$, soient égaux au cathète qo. Les intersections de os étant t, t', t'', on aura $pe = pt$, $pd = pt'$, $pb = pt''$.

Problème.

§. 48. Construire les cordes des supplémens de l'arc double quintuple et sextuple du tridécagone régulier inscrit au cercle, en appliquant le théorème §. 29. à l'équation VII. §. 46.

$$y^3 + pk \cdot y^2 - r^2 \cdot y = r^2 \cdot (pk - r).$$

Solution.

Fig. 75. Sur le diamètre prolongé prenez $pn = pk$, et en sens contraire $no = r$, $pq = \frac{1}{2}r$; élevez en q une perpendiculaire indéfinie, prenez sur cette perpendiculaire $qs = r$, tirez os, et faites passer par le point p trois droites, dont les segmens interceptés dans l'angle s, tu, $t'u'$, $t''u''$, soient égaux au cathète qo. Les intersections de os étant t, t', t'', on aura

$$pf = pt, \quad pc = pt', \quad pg = pt''.$$

Problème.

§. 49. Inscrire au cercle le tridécagone régulier par le moyen du théorème §. 12.

Analyse.

En supposant $x = X - \frac{1}{3}pl$, dans l'équation VI. §. 46.

$$x^3 + pl \cdot x^2 - r^2 \cdot x = r^2 \cdot (r + pl)$$

on trouve I.) $X^3 - (r^2 + \frac{1}{3}pl^2) \cdot X = r^3 + \frac{2}{3}r^2 \cdot pl - \frac{2}{27}pl^3$.

Or les deux équations

$$pl - pk = r, \quad pl \cdot pk = 3r^2$$

donnent

$$pl^2 = 3r^2 + r \cdot pl$$
$$pl^3 = 3r^3 + 4r^2 \cdot pl$$
$$pl^4 = 12r^4 + 7r^3 \cdot pl.$$

En substituant ces valeurs dans l'équation I.) on obtient

$$\text{II.)} \quad X^3 - (r + \tfrac{1}{3}pl^2) \cdot X = \tfrac{1}{9} \cdot \frac{pl^3}{r} \cdot (r^2 + \tfrac{1}{3}pl^2).$$

En comparant cette équation à celle du §. 12.

$$X^3 - 3A^2 . X = 2B . A^2$$

on trouve, puisque $A^2 = B^2 + C^2$,

$$4A^2 = \tfrac{4}{3} r^2 + \tfrac{4}{9} pl^2 = \tfrac{8}{3} r^2 + \tfrac{4}{9} r . pl = \tfrac{8}{9} ho . pl$$
$$2B = \tfrac{1}{3} . \frac{pl^2}{r} = r + \tfrac{1}{3} pl$$
$$4B^2 = \tfrac{4}{3} r^2 + \tfrac{7}{9} r . pl$$
$$4C^2 = \tfrac{4}{3} r^2 - \tfrac{1}{3} r . pl = \tfrac{1}{3} pk^2 = r . (r - \tfrac{1}{3} pk).$$

Soit $pn = pm = r$. Décrivez sur $mn = 2r$ le triangle équilatéral *mno*, dont la hauteur *po* est le coté du trigone régulier inscrit au cercle. Divisez *pm* en deux parties égales en *h*, prenez $hl = hk = ho$, vous aurez $pl - pk = 2ph = r$, et $pl . pk = po^2 = 3r^2$. Prenez dans la perpendiculaire *po* le point G ensorte que Tab. XIII. Fig. 76.

$$2C : 2B = pG : r.$$

Vous en conclurez

$$2C . po : 2B . r = pG . po : r^2.$$

Or $4C^2 = \tfrac{1}{3} pk^2$, donc $4C^2 : pk^2 = r^2 : 3r^2 = r^2 : po^2$

donc $2C : pk = r : po$, ou $2C . po = r . pk$.

En substituant ces valeurs, on aura

$$r . pk : \tfrac{1}{3} pl^2 = pG . po : r^2 = 3pG : po$$
$$\text{ou } r . po^2 : pl^3 = pG : po$$
$$\text{ou } 3r : 3r + 4pl = pG : po$$
$$\text{ou } pG : r = po : r + \tfrac{4}{3} pl.$$

En formant les carrés, on aura

$$pG^2 : r^2 = po^2 : r^2 + \tfrac{8}{3} r . pl + \tfrac{16}{9} pl^2$$
$$pG^2 : r^2 = 3 r^2 : \tfrac{19}{3} r^2 + \tfrac{40}{9} r . pl = 27 r : 57 r + 40 pl$$
$$r^2 : r^2 - pG^2 = 57 r + 40 pl : 10 (3r + 4pl)$$
$$r^2 : r^2 - pG^2 = 57 r^2 + 40 r . pl : 10 r . (3 r + 4 pl)$$
$$r^2 : r^2 - pG^2 = (3 r + 4 pl)^2 : 10 r . (3 r + 4 pl)$$

III.) $r^2 : r^2 - pG^2 = 3 r + 4 pl : 10 r.$

Si l'on prend dans la perpendiculaire po le point F ensorte que l'angle Fmp = 2 Gmp, on aura la proportion :

$$pF : 2pG = r^2 : r^2 - pG^2.$$

La comparaison de cette proportion à la précédente donne :

$$pF : 2pG = 3r + 4pl : 10r.$$

Or on a démontré ci-dessus que :

$$2pG : po = 6r : 3r + 4pl.$$

D'où résulte la proportion très-simple :

$$\text{IV.)} \quad pF : po = 3 : 5.$$

En supposant $y = Y - \frac{1}{3}pk$ dans l'équation VII.) §. 46.

$$y^3 + pk \cdot y^2 - r^2 \cdot y = r^2 \cdot (pk - r)$$

on trouve :

$$\text{V.)} \quad Y^3 - (r^2 + \tfrac{1}{3}pk^2) \cdot Y = \tfrac{2}{3}r^2 \cdot pk - r^3 - \tfrac{2}{27}pk^3.$$

Or les deux équations

$$pl - pk = r, \quad pl \cdot pk = 3r^2$$

donnent :

$$pk^2 = 3r^2 - r \cdot pk$$
$$pk^3 = 4r^2 \cdot pk - 3r^3$$
$$pk^4 = 12r^4 - 7r^3 \cdot pk.$$

En substituant ces valeurs dans l'équation V.) on obtient

$$\text{VI.)} \quad Y^3 - (r^2 + \tfrac{1}{3}pk^2) \cdot Y = -\tfrac{1}{9} \cdot \tfrac{pk^2}{r} \cdot (r^2 + \tfrac{1}{3}pk^2).$$

Si l'on compare cette équation à celle du §. 12.

$$Y^3 - 3A_,^2 \cdot Y = -2B_, \cdot A_,^2$$

on trouve, puisque $A_,^2 = B_,^2 + C_,^2$

$$4A_,^2 = \tfrac{4}{3}r^2 + \tfrac{4}{9}pk^2 = \tfrac{8}{3}r^2 - \tfrac{4}{9}r \cdot pk = \tfrac{8}{9}ho \cdot pk$$
$$2B_, = \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{pk^2}{r} = r - \tfrac{1}{3}pk$$
$$4B_,^2 = \tfrac{4}{3}r^2 - \tfrac{7}{9}r \cdot pk$$
$$4C_,^2 = \tfrac{4}{3}r^2 + \tfrac{1}{3}r \cdot pk = r \cdot (r + \tfrac{1}{3}pl) = \tfrac{1}{3}pl^2$$
$$2C_, \cdot po = r \cdot pl.$$

La comparaison des coéfficiens des deux équations fournit les rélations suivantes :

$$A^2 : A_{,}^{2} = pl : pk; \quad 2A \,.\, 2A_{,} = \tfrac{8}{9} ho \,.\, po$$
$$B : B_{,} = pl^2 : pk^2; \quad 2B \,.\, 2B_{,} = r^2$$
$$C : C_{,} = pk : pl; \quad 2C \,.\, 2C_{,} = r^2.$$

Construction.

Soit m le centre du cercle. Sur le diamètre prolongé prenez $mn = pa = 2r$, construisez le triangle équilatéral mno, abaissez la perpendiculaire op égale au coté du trigone régulier inscrit au cercle. Prenez sur cette perpendiculaire $Fp = \frac{2}{5} op$, divisés les angles Fmn, Fnm, en deux parties égales par les droites mG, nG, qui se coupent dans la perpendiculaire op. Fig. 76.

Divisez le rayon pm en deux parties égales en h, prenez $hk = hl = ho$, $pi = \frac{1}{3} pl$, $ps = \frac{1}{3} pk$, $it = r + pi$, $su = r - ps$. Elevez en i, s des perpendiculaires indéfinies, tirez tv parallèle à Gn et uw perpendiculaire à Gm, desorte que

$$\angle\, itv = swu = Gmp = \tfrac{1}{2} Fmp.$$

Divisez les hypoténuses tv, uw, en deux parties égales en M, N; enfin faites passer par chacun de ces points M, N, trois droites, dont les segmens interceptés dans les angles droits i, s, soient respectivement égaux aux hypoténuses tv, uw. Les distances du point p aux intersections de ces droites sur le diamètre prolongé donneront les longueurs des six cordes pb, pd, pe, et pc, pf, pg.

Corollaire.

Cette construction conduit aux expressions trigonométriques suivantes :

$$\sqrt{13} = 3,605551275464$$

$$pl = \tfrac{1}{2}r\,(\sqrt{13} + 1) = r\,.\,2,302775637732$$

$$pk = \tfrac{1}{2}r\,(\sqrt{13} - 1) = r\,.\,1,302775637732$$

$$2\mathrm{B} = \tfrac{1}{6}r\,(7 + \sqrt{13}) = r\,.\,1,767591879244$$

$$2\mathrm{B}_{\prime} = \tfrac{1}{6}r\,(7 - \sqrt{13}) = r\,.\,0,565741454089$$

$$\mathrm{tg.}\,Fmp = \mathrm{tg.}\,w = \tfrac{3}{5}\sqrt{3} = 1,039230484541$$

$$2\mathrm{A} = \tfrac{1}{3}r\sqrt{(26 + 2\sqrt{13})} = \tfrac{1}{6}r\,.\,\frac{7+\sqrt{13}}{\cos.\frac{1}{2}w} = r\,.\,1,9209691579$$

$$2\mathrm{A}_{\prime} = \tfrac{1}{3}r\sqrt{(26 - 2\sqrt{13})} = \tfrac{1}{6}r\,.\,\frac{7-\sqrt{13}}{\sin.\frac{1}{2}w} = r\,.\,1,4448820608$$

$$\frac{pb}{r} = 2\cos.\tfrac{1}{13}180^\circ = \frac{\sqrt{13}+1}{6} + \frac{7+\sqrt{13}}{6}\,.\,\frac{\cos.(60^\circ - \frac{1}{6}w)}{\cos.\frac{1}{2}w}$$

$$\frac{pc}{r} = 2\cos.\tfrac{2}{13}180^\circ = \frac{\sqrt{13}-1}{6} + \frac{7-\sqrt{13}}{6}\,.\,\frac{\sin\,(60^\circ + \frac{1}{6}w)}{\sin\,\frac{1}{2}w}$$

$$\frac{pd}{r} = 2\cos.\tfrac{3}{13}180^\circ = \frac{\sqrt{13}+1}{6} + \frac{7+\sqrt{13}}{6}\,.\,\frac{\cos.(60^\circ + \frac{1}{6}w)}{\cos.\frac{1}{2}w}$$

$$\frac{pe}{r} = 2\cos.\tfrac{4}{13}180^\circ = -\frac{\sqrt{13}+1}{6} + \frac{7+\sqrt{13}}{6}\,.\,\frac{\cos.\frac{1}{6}w}{\cos.\frac{1}{2}w}$$

$$\frac{pf}{r} = 2\cos.\tfrac{5}{13}180^\circ = -\frac{\sqrt{13}-1}{6} + \frac{7-\sqrt{13}}{6}\,.\,\frac{\sin\,(60^\circ - \frac{1}{6}w)}{\sin.\frac{1}{2}w}$$

$$\frac{pg}{r} = 2\cos.\tfrac{6}{13}180^\circ = \frac{\sqrt{13}-1}{6} - \frac{7-\sqrt{13}}{6}\,.\,\frac{\sin\,\frac{1}{6}w}{\sin\,\frac{1}{2}w}\,.$$

Problème.

§. 50. Inscrire au cercle le tridécagone régulier par le moyen du théorème général §. 33. II.) en partant de l'équation VI. §. 46.

Solution.

Fig. 77. Soit *pa* le diamètre, et *m* le centre du cercle. Elevez la perpendiculaire *po*, et faites l'hypoténuse *mo* = *pa*. Divisez le rayon *pm* en deux parties égales en *h*. Du centre *h* avec le rayon *ho* décrivez le cercle *kol* qui coupe le diamètre prolongé en *k* et *l*.

Prenez la corde $pn = \frac{1}{3}pk$, divisez l'arc nqa en deux parties égales en q, tirez la corde pq prenez la corde $qs = \frac{1}{3}pl$. Du point s menez trois droites, dont les segmens interceptés entre la corde pq et la circonférence, bb', dd', ec', soient égaux à la corde pq. Les intersections de la circonférence étant b, d, e, les arcs ab, ad, ae, seront respectivement l'arc simple, triple et quadruple du tridécagone.

Scholie.

Le point q se trouve aussi, en prenant $mt = \frac{1}{6}ml$ et en coupant la circonférence par la perpendiculaire tq. Puis, si l'on joint a, q, si sur la corde prolongée aq on prend $qw = aq$, et si l'on joint pw, cette droite coupera la circonférence en n.

Si sur la corde qp prolongée on prend le point i ensorte que $ni = pq$, les points s, n, i seront en ligne droite. Si sur la droite wnp prolongée on prend le point u ensorte que $iu = pi$, on aura $nu = pl$. Enfin, si l'on fait $hv = mt = \frac{1}{6}ml$, et si l'on coupe la circonférence par la perpendiculaire vx, on aura

$$px = pi = iu.$$

Problème.

§. 51. Inscrire au cercle le tridécagone régulier par le moyen du théorème général §. 33. II.) en partant de l'équation VII.) §. 46.

Solution.

Déterminez les points o, h, k, l, comme ci-dessus. Prenez la corde pN $= \frac{1}{3}pl$ ($= qs$ fig. 77), divisez l'arc N$\mathrm{Q}a$ en deux parties égales en Q, tirez la corde pQ, prenez la corde Fig. 78.

$$\mathrm{QS} = \tfrac{1}{3}pk \; (= pn \text{ fig. } 77).$$

Du point S menez trois droites, dont les segmens interceptés entre la corde pQ et la circonférence, cc', ff', gg' soient égaux à la

corde pQ. Les intersections de la circonférence étant c, f, g, les arcs ac, af, ag, seront respectivement l'arc double, quintuple et sextuple du tridécagone.

Scholie.

Le point Q se trouve aussi, en prenant $mT = \frac{1}{6} mk = \frac{1}{6} pl$, et en coupant la circonférence par la perpendiculaire TQ.

En tirant aQ, en la prolongeant ensorte que $QW = aQ$, et en joignant Wp, cette droite coupera la circonférence en N.

Si l'on prend sur la corde pQ le point I ensorte que $NI = pQ$, les points S, I, N seront en ligne droite. Si l'on prend le point U sur WpN, ensorte que $IU = Ip$, on aura $NU = pk$. Enfin si l'on fait $hV = mT = \frac{1}{6} mk = \frac{1}{6} pl$, et si l'on coupe la circonférence par la perpendiculaire VX, on aura $pX = pI = IU$.

Problème.

§. 52. Inscrire au cercle le tridécagone régulier, en appliquant le théorème du §. 12. à l'équation XII.) §. 46.

Analyse.

Cette équation est

$$u^3 - \frac{1}{2} r \,.\, u^2 - r^2 \,.\, u = \frac{1}{8} r^3$$

et ses racines sont :

$$\tfrac{1}{2} (pb + pf) \,,\; - \tfrac{1}{2} (pc - pd) \,,\; - \tfrac{1}{2} (pe + pg).$$

Substituons dans cette équation $u = x + \frac{1}{6} r$. En réduisant on obtiendra

$$\text{I.)}\quad x^3 - \tfrac{13}{12} x = \tfrac{65}{216} r^3$$

en comparant cette équation à celle du §. 12.

$$x^3 - 3A^2 \,.\, x = 2B \,.\, A^2$$

on trouve, puisque $A^2 = B^2 + C^2$

$$A^2 = \tfrac{13}{36}r^2, \quad 2A = \tfrac{1}{3}\sqrt{13} \,.\, r$$
$$2B = \tfrac{5}{6}r, \quad 4C^2 = \tfrac{3}{4}r^2, \quad 16C^2 = 3r^2,$$
$$\tfrac{2C}{2B} = \text{tg.}\, w = \tfrac{3}{5}\sqrt{3}.$$

Construction.

Prenez sur le diamètre pa, $ph = pi = \frac{1}{2}r$, construisez sur $hi = r$ le triangle équilatéral hik, dont la hauteur $kp = 2C$. Prenez $pn = po = \frac{1}{6}r$, divisés les cotés $kh = ki$, en deux parties égales en m, l, on aura $ln = mo = A = \frac{1}{6}\sqrt{13} \,.\, r$, et la tangente trigonométrique de l'angle $lno = mon = w$ sera $= \frac{3}{5}\sqrt{3}$. Fig. 79.

Elevez des perpendiculaires indéfinies en n, o, et faites passer par le point l une droite, dont le segment qs, compris dans l'angle droit n, soit égal à $2ln = 2A$. Pareillement faites passer par le point m deux droites dont les segmens $q's'$, $q''s''$, compris dans l'angle droit o soient égaux à $2ln = 2A$. Les intersections du diamètre étant s, s', s'', on aura

$$ps = \tfrac{1}{2}(pb + pf), \quad ps' = \tfrac{1}{2}(pe + pg), \quad ps'' = \tfrac{1}{2}(pc - pd).$$

Par les équations XIII.) §. 46., on aura encore:

$$pa \,.\, ps = pe \,.\, pd; \quad pa \,.\, ps' = pb \,.\, pf; \quad pa \,.\, ps'' = pe \,.\, pg.$$

Donc en coupant la circonférence par les perpendiculaires st, $s't'$, $_{''}st''$, il est évident que

$$pt^2 = pc \,.\, pd; \quad pt'^2 = pb \,.\, pf; \quad pt''^2 = pe \,.\, pg.$$

Pour construire ces équations, on joint at' rencontrant st en u. Du centre u avec le rayon ut' on décrit une circonférence qui coupe le diamètre en v, w. Ou bien on fera $sv^2 = sw^2 = ps^2 - pt'^2$. On joint at'' qui coupe $s't'$ en u'. Du centre u' avec le rayon $u't''$. On décrit une circonférence qui coupe le diamètre en v', w'. Ou bien on fera $s'v'^2 = s'w'^2 = ps'^2 - pt''^2$. On mène pu'' parallèle à at, elle rencontre la perpendiculaire $t''s''$ prolongée en u''. Du

centre u'' avec le rayon $u''t$ on décrit une circonférence qui coupe le diamètre en v'', w''. Ou bien on prend le point y'' ensorte que $py''^2 = ps''^2 + pt^2$, et l'on fait $y''v'' = y''x'' = ps''$, ce qui donne $px'' = pw''$.

Après avoir exécuté ces constructions, on aura

$$pb = pv, \quad pf = pw; \quad pe = pv', \quad pg = pw';$$
$$pc = pv'', \quad pd = pw'' = px''.$$

Corollaire.

On tire de cette construction les expressions trigonométriques suivantes, en remarquant que l'angle $lno = w$ est égal à l'angle $Fmp = w$ dans la construction fig. 76. §. 49.

$$\text{tg.}\, w = \tfrac{3}{5}\sqrt{3} = 1{,}03923048454\dot{1}$$
$$2A = r \,.\, \frac{\sqrt{13}}{3} = r \,.\, \frac{5}{6 \cos. w} = 1{,}20185042515\dot{5}$$
$$ps = \frac{pb + pf}{2} = \frac{pc \,.\, pd}{2r} = \tfrac{1}{6} r + r \,.\, \frac{5 \,.\, \cos. \frac{1}{3} w}{6 \cos. w}$$
$$ps' = \frac{pe + pg}{2} = \frac{pb \,.\, pf}{2r} = -\tfrac{1}{6} r + r \,.\, \frac{5 \,.\, \cos. (60^\circ - \frac{1}{3} w)}{6 \cos. w}$$
$$ps'' = \frac{pc - pd}{2} = \frac{pe \,.\, pg}{2r} = -\tfrac{1}{6} r + r \,.\, \frac{5 \cos. (60^\circ + \frac{1}{3} w)}{6 \cos. w}.$$



II.

SECTION

DES

SCIENCES PHYSIQUES.

EXTRAIT DES OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES,

FAITES À ST. PÉTERSBOURG ANNÉE MDCCCXIX, D'APRÈS LE NOUVEAU STYLE.

RÉDIGÉ PAR

B. PETROW.

Présenté à la Conférence le 14. Févr. 1821.

I. BAROMÈTRE.

Hauteurs extrêmes, variation, milieu arithmétique, hauteur moyenne et nombre des jours auxquels la hauteur du baromètre a été au-dessus de 28 *pouces de Paris.*

NB. *m.* signifie matin ou avant midi; *à m.* dénote à midi; *apr. m.* signifie après midi et *s.* soir, toute la *j.* indique toute la journée.

Mois	Hauteurs les plus grandes		Hauteurs les plus petites		variation	milieu arithmétique	hauteur moyenne	hauteur au-dessus de 28 pouces
	pouces	jours	pouces	jours	pouces	pouces	pouces	en jours
Janv.	28,44	le 9 m.	27,57	le 16 apr. m.	0,87	28,005	28,123	23
Févr.	28,75	le 20 m.	27,60	le 13 s.	1,15	28,175	28,235	26
Mars	28,34	le 25 à m.	27,07	le 9 à m.	1,27	27,705	28,322	14
Avr.	28,63	le 29 s.	27,66	le 2 à m. et s.	0,97	28,145	28,096	20
Mai	28,52	le 19 à m.	27,58	le 15 m.	0,94	28,050	28,194	25
Juin	28,48	le 3 à m.	27,65	le 22 s.	0,83	28,065	28,189	24
Juill.	28,45	le 29 à m.	27,75	le 2 à m. et le 3 m.	0,70	28,100	28,144	28
Août	28,46	le 1 à m.	27,88	le 18 m.	0,58	28,170	28,227	28
Sept.	28,60	le 24 à m.	27,40	le 19 m.	1,20	28,000	28,207	26
Oct.	28,80	le 12 m.	27,33	le 8 m.	1,47	28,065	28,089	18
Nov.	29,06	le 30 à m.	27,40	le 4 m.	1,66	28,230	28,128	21
Déc.	29,37	le 8 toute la j.	27,83	le 15 à m. et s.	1,54	28,600	28,535	29
A.	29,37	le 8 Déc. toute la j.	27,07	le 9 Mars à m.	2,30	28,220	28,207	282
H.	28,88	le 27 Nov. 1818	27,07	le 9 Mars à m.	1,81	27,975	28,196	138
E.	28,80	le 12 Oct. m.	27,33	le 8 Oct. m.	1,47	28,065	28,175	149

A. marque l'intervalle de toute l'année depuis le 1 Janvier jusqu'au 31 Décembre 1819, comprenant les 365 jours de l'année.

H. dénote l'intervalle de six mois d'hiver depuis le 1 Novembre 1818 jusqu'au 1 Mai 1819, comprenant 181 jours.

E. indique l'intervalle de six mois d'été depuis le 1 Mai jusqu'au 1 Novembre 1819, comprenant 184 jours.

Le tableau précédent fait voir : 1) que la variation totale du baromètre a été la plus grande (de 1,66 pouce) en Novembre, et la plus petite (de 0,58 pouce) au mois d'Août; 2) que la hauteur moyenne du baromètre se trouve être la plus grande (de 28,535 pouces) en Décembre, et la plus petite (de 28,089 pouces) au mois d'Octobre.

II. THERMOMÈTRE DE Mr. DÉLISLE.

1) Températures extrêmes de l'atmosphère avec leurs différences, milieu arithmétique et températures moyennes, pendant les matins et les soirs, à midi ou bientôt après midi, et pour chaque mois de l'année 1819.

Mois	Températures extrêmes				leurs différences	leur milieu arithm.	Températures moyennes		
	les plus basses		les plus hautes				pendant les matins et les soirs	à midi ou bientôt après midi	de chaque mois
	degrés	jours	degrés	jours	degrés	degrés	degrés	degrés	degrés
Janv.	176,4	le 30 s.	146,6	le 15 m.	29,8	161,5	155,7	155	155,4
Févr.	180,9	le 10 m.	147,2	le 14 à m.	33,7	164,0	162,0	158,4	160,7
Mars	184,1	le 13 m.	134,1	le 28 à m.	50,0	159,1	160,3	157,5	159,5
Avril	165	le 6 s.	127,5	le 19 à m.	37,5	146,2	154,5	143,5	151,8
Mai	149,2	le 10 m.	119,7	les 23 et 26 à m.	29,5	134,5	142	131,5	138,4
Juin	144,4	le 16 m.	102,6	le 8 à m.	41,8	123,5	128,1	117	124,3
Juill.	130,9	le 15 s.	107,6	le 7 à m.	23,3	119,2	124	115,7	122,4
Août	142	le 23 s.	109,1	le 11 à m.	32,9	125,5	125	118,3	122,7
Sept.	143,6	le 21 m.	113,6	le 7 à m.	30,0	128,6	130,9	125,5	129,2
Oct.	162	le 30 m.	126,6	le 4 à m.	35,4	144,3	140,7	137,6	139,5
Nov.	179,6	le 30 m.	147,6	le 13 à m.	32,0	163,6	157,7	156,2	157,1
Déc.	202,9	le 29 m.	159,6	le 15 s.	43,3	181,3	175,5	172,9	174,8
A.	202,9	le 29 Déc. m.	102,6	le 8 Juin à m.	100,3	152,8	146,4	140,8	144,7
H.	184,1	le 13 Mars m.	127,5	le 19 Avr. à m.	56,6	155,8	157,5	150,96	154,2
E.	162	le 30 Oct. m.	102,6	le 8 Juin à m.	59,4	132,3	131,8	124,3	129,4

D'après ce tableau on voit : 1) que le plus grand froid (de 202,9 degrés) eut lieu le 29 Décembre matin ; 2) que la plus grande chaleur (de 102,6 degrés) a été le 8 Juin à midi ; 3) que la plus grande différence entre la plus basse et la plus haute températures de l'atmosphère fut (de 50,0 degrés) au mois de Mars, et la plus petite (de 23,3 degrés) en Juillet ; 4) que la température moyenne, pendant les matins et les soirs, se trouve être la plus basse (175,5 degrés) au mois de Décembre, et la plus haute (de 124 degrés) en Juillet ; 5) qu'à midi ou bintôt après midi, la température moyenne la plus basse (de 172,9 degrés) se trouve être aussi au mois de Décembre, et la plus haute (de 115,7 degrés) de même en Juillet, comme ci-dessus N°. 4.

2) Le nombre des jours auxquels la température de l'atmosphère a été, pendant les matins et les soirs, à midi ou bientôt après midi de chaque mois, au-dessous et au-dessus de quelques divisions principales du thermomètre.

Mois	Pendant les matins et les soirs la température a été plus basse que						A midi et bientôt après midi la température a été plus haute que				
	200°	190°	180°	170°	160°	150°	150°	140°	130°	120°	110°
	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours
Janvier				2	8	28	6				
Février			1	5	22	28	1				
Mars			2	10	14	28	15	2			
Avril					6	22	21	1	1		
Mai						2	31	26	5	3	
Juin							30	30	26	16	11
Juillet							31	31	30	21	2
Août							31	31	30	18	2
Septembre							30	29	22	6	
Octobre					1	5	31	17	5		
Novembre				2	9	28	5				
Décembre	2	5	9	24	31	31					
A.	2	5	12	43	91	172	232	167	129	64	15
H.				22	61	154	71	3	1		
E.					1	7	184	164	128	64	15

3) Le nombre des jours auxquels la température de l'atmosphère a été, pendant les matins et les soirs, ainsi qu'à midi ou bientôt après midi de chaque mois, au-dessous qu'au-dessus et entre quelques divisions principales du thermomètre.

Mois	Pendant les matins et les soirs la température a été							A midi ou bientôt après midi la température a été					
	au-dessous de 200°	entre 200° et 190°	entre 190° et 180°	entre 180° et 170°	entre 170° et 160°	entre 160° et 150°	au-dessous de 150°	au-dessus de 150°	entre 150° et 140°	entre 140° et 130°	entre 130° et 120°	entre 120° et 110°	au-dessus de 110°
	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours
Janv.				2	4	22	28	6	6				
Févr.			1	4	15	8	28	1	1				
Mars			2	7	4	15	28	15	13	2			
Avril					2	20	22	21	20		1		
Mai							2	31	5	11	12	3	
Juin								30		4	10	5	11
Juill.								31		1	12	16	2
Août								31		1	12	16	2
Sept.								30	1	7	16	6	
Oct.						1	5	31	14	12	5		
Nov.				3	7	18	28	5	5				
Déc.	2	3	4	15	7		31						
A.	2	3	7	31	39	84	172	232	65	38	68	46	15
H.			5	18	36	98	154	71	40	2	1		
E.						1	7	184	20	36	67	46	15

L'inspection du tableau précédent indique: 1) qu'il a gelé, pendant les matins et les soirs, en A. 172 jours, en H. 154 jours et en E. 7 jours seulement; 2) et qu'il n'a pas gelé, à midi ou bientôt après midi, en A. 232 jours, en H. 71 jours et en E. 184 jours.

Il a commence à geler le 25 Septembre 1818, par conséquent avant le commencement de l'époque H., et il a gelé pour la dernière fois du 9 au 10 Mai 1819, après un intervalle de 228 jours. En A. et notamment en E. il a recommencé à geler le 27 Octobre matin, après un intervalle de 169 jours.

La rivièré Newa, après avoir été couverte de glaces le 27 Novembre 1818, débâcla le 21 Avril 1819 bientôt après midi, conséquemment après un intervalle de 145 jours. Du 7 au 8 Novembre 1819 à minuit elle se couvrit de nouvelles glaces, ayant été ouverte pendant 200 jours.

III. VENTS.

Tableau général de la force et de la direction des vents pour chaque mois de l'année 1819.

Mois	La force des vents					Rapport de la direction des vents							
	calme	vent très faible et faible	vent médiocre	vent fort	vent très-fort	Nord	Est	Sud	Ouest	Nord-est	Nord-ouest	Sud-est	Sud-ouest
	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours
Janv.	5	15	10	6	2	2	3	2	9		6	3	8
Févr.		12	17	8	2		8	6	3	8	4	8	2
Mars	4	13	17	3	3	3	6	6	7	1	4	6	3
Avril	4	12	17	6		4	7	2	5	3	6	5	3
Mai	5	10	12	11	4	8	1	1	3	5	13	2	4
Juin	10	11	9	3	3		2	5	2	9	2	3	3
Juillet		21	20	6	1	5	4	3	10	21	3		2
Août	9	19	11	3	1	4	3		7	8		9	3
Sept.	8	11	17	8		2		7	7	1	4	5	10
Oct.	3	15	24	5	1	4	6	10	4	5	2	5	9
Nov.	1	11	26	8		5	7	2	3	8	4	5	11
Déc.	6	14	21	7		2	12	5	1	5		14	3
A.	55	164	201	74	17	39	59	49	61	74	48	65	61
H.	20	70	86	44	10	14	30	30	40	12	28	26	30
E.	35	87	93	36	10	23	16	26	33	49	24	24	31

On voit par ce tableau: 1) que les mois de Février, de Mai, de Juillet, de Septembre, d'Octobre, de Novembre et de Décembre ont été les plus venteux; 2) que ceux de Juin et d'Août les plus calmes; 3) l'hiver H. a été plus calme que l'été E., qui l'a suivi dans le rapport de 35 + 87 : 20 + 70 ou de 122 : 90; et 4) que le vent dominant dans l'année était celui de Nord-est.

IV. L'ÉTAT DE L'ATMOSPHÈRE.

Mois	Ciel			brouillard	pluie	l'arc-en-ciel	tonnerre et éclaire	grêle	gelée blanche	neige	parasélènes	parhélies	l'aurore boréale
	serein	nuages	couvert										
	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours
Janv.	3		28	26	3				1	19			
Févr.	6	5	23	14					1	10	2	2	1
Mars	6	10	21	15	1				1	14			
Avril	5	16	17	7	7		1	1	11	9	1	3	
Mai	10	16	6	22	10	1	1		5	5		1	
Juin	6	18	6	20	13	3	6	2				1	
Juillet	3	26	2	14	6		3	2					
Août	5	24	2	14	6	1	2						
Sept.	2	20	8	12	12		3		1				
Oct.	4	14	13	12	12	2			1	2	2	1	1
Nov.	3	8	19	3				1		17	1		
Déc.	7	10	14	14						7	5	1	
A.	60	167	159	173	70	7	16	6	20	83	11	9	2
H.	27	45	89	92	20	1	2	1	22	69	4	6	2
E.	30	118	37	94	59	7	15	5	7	7	2	3	1

Ce tableau fait voir : 1) que le nombre des jours entièrement sereins a été le plus grand en Mai : 2) qu'au mois de Septembre il n'y avait que deux jours sereins ; et 3) qu'en hiver H. il y en avait presqu'autant qu'en été E.

Cette année-ci il neigea pour la dernière fois le 17 Mai après midi, et pour la première fois le 26 du mois d'Octobre à midi, après un intervalle de 161 jours.

Il tonna pour la première fois le 8 Avril à une heure après midi, et pour la dernière fois le 30 du mois de Septembre de même après midi.



EXTRAIT DES OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES,

FAITES À St. PÉTERSBOURG ANNÉE MDCCCXX,

D'APRÈS LE NOUVEAU STYLE, PAR Mr. L'ACAD. *WISNEWSKY*,

RÉDIGÉ PAR

B. PETROW.

Présenté à la Conférence le 23 Octobre 1822.

I. BAROMÈTRE.

Hauteurs extrêmes, variation, milieu arithmétique, hauteur moyenne et nombre des jours auxquels la hauteur du baromètre a été au-dessus de 28 *pouces de Paris.*

NB. *m.* signifie matin (vers 6 heures), *à m.* désigne à midi, *apr. m.* indique après midi (vers 2 heures), et *s.* soir, (vers 10 heures) *t.* la *j.* dénote toute la journée.

Mois	Hauteurs les plus grandes		Hauteurs les plus petites		variation	milieu arithmétique	hauteur moyenne	hauteur au-dessus de 28 pouces
	pouces	jours	pouces	jours	pouces	pouces	pouces	en jours
Janv.	28,79	le 7 s.	27,03	le 20 s.	1,76	27,910	28,187	23
Févr.	28,75	les 17 à m., s., et 19 s.	27,61	le 15 à m.	1,14	28,180	28,306	25
Mars	28,77	le 16 à m. et à m.	27,21	le 2 m.	1,56	27,990	28,045	19
Avr.	28,52	le 23 m.	27,66	les 3 et 21 m.	0,86	28,090	28,324	23
Mai	28,56	le 22 à m.	27,83	le 5 s.	0,73	28,195	27,255	25
Juin	28,25	les 5 et 27 m.	27,51	le 2 m.	0,74	27,880	28,009	23
Juill.	28,24	le 16 à m.	27,48	le 7 à m.	0,76	27,860	27,048	14
Août	28,25	le 5 m.	27,49	le 18 m.	0,76	27,870	27,944	20
Sept.	28,50	le 30 s.	27,62	le 19 s.	0,88	28,060	28,165	27
Oct.	28,63	le 1 m.	27,39	le 19 s.	1,24	28,010	27,988	15
Nov.	28,70	le 27 à m.	26,97	le 30 à m.	1,73	27,835	28,263	28
Déc.	29,16	le 19 m.	27,16	le 1 m.	2,00	28,160	28,190	18
A.	29,16	le 19 Déc. m.	26,97	le 30 Nov. à m.	2,19	28,065	27,977	260
H.	29,39	le 8 Déc. 1819 t. la j.	27,03	le 20 Janv. s.	2,34	28,200	28,254	140
E.	28,63	le 1 Oct. m.	27,39	le 19 Oct. s.	1,24	28,010	27,735	124

A. marque l'intervalle de toute l'année depuis le 1 Janvier jusqu'au 31 Décembre 1820, comprenant les 366 jours de l'année (bissextile).

H. dénote l'intervalle de 6 mois d'hiver depuis le 1 Novembre 1819 jusqu'au 1 Mai 1820, comprenant 182 jours.

E. signifie l'intervalle de 6 mois d'été depuis le 1 Mai jusqu'au 1 Novembre 1820, comprenant 184 jours.

D'après ce tableau on voit : 1) que la variation totale du baromètre a été la plus grande (de 2 pouces) au mois de Décembre, et la plus petite (de 0,73 de pouce) en Mai ; 2) que la hauteur moyenne du baromètre se trouve être la plus grande (de 28,324 pouces) au mois d'Avril, et la plus petite (de 27,048 pouces) en Juillet.

II. THERMOMÈTRE DE Mr. DÉLISLE.

1) Températures extrèmes de l'atmosphère, leurs différences et températures moyennes, pendant les matins et les soirs, à midi ou bientôt après midi (vers 2 heures) et pour chaque mois de l'année 1820.

Mois	Températures extrèmes				leurs différences	Températures moyennes		
	les plus basses		les plus hautes			pendant les matins et les soirs	à midi ou bientôt après midi	de chaque mois entier
	degrés	jours	degrés	jours	degrés	degrés	degrés	degrés
Janv.	197,6	le 18 s.	148,5	le 20 s.	49,1	175,8	172,3	174,7
Févr.	194,8	le 6 m.	148,1	les 11 et 24 à m.	46,7	168,6	162,9	166,7
Mars	173,0	le 7 m.	143,8	le 26 à m.	29,2	155,4	147,0	151,2
Avril	154,1	le 5 m.	131,3	les 27 et 28 à m.	22,8	148,9	132,4	140,6
Mai	146,1	le 4 m.	118,0	le 31 à m.	28,1	137,3	130,3	134,8
Juin	137,4	le 4 m.	115,5	le 22 à m.	21,9	129,0	123,8	127,3
Juill.	139,7	le 7 m.	111,8	le 19 à m.	27,9	126	120,8	124,1
Août	135	le 22 m.	111,6	le 7 à m.	23,4	128,6	122,3	126,6
Sept.	141	le 19 m.	120,2	le 25 à m.	20,8	134,7	127,3	132,2
Oct.	153,7	le 11 s.	130,0	le 2 à m.	23,7	142,0	138,6	140,8
Nov.	167,8	le 14 m.	136	le 4 m.	31,8	150,5	149,2	149,8
Déc.	180,6	le 20 m.	147	le 11 s.	39,0	166,3	164,8	165,7
A.	197,6	le 18 Janv. s.	111,6	le 7 Août à m.	86,0	146,9	140,9	144,5
H.	202,9	le 29 Déc. 1819 m.	131,3	les 27 et 28 Avr. à m.	71,6	163,6	157,3	160,8
E.	153,7	le 11 Oct. s.	111,6	le 7 Août à m.	42,1	132,9	127,2	130,9

Cette table montre: 1) que le plus grand froid (de 197,6 degrés) eut lieu le 18 Janvier au soir; 2) que la plus grande chaleur (de 111,6 degrés) est arrivée le 7 Août bientôt après midi; 3) que la plus grande différence entre la plus basse et la plus haute températures de l'atmosphère fut (de 49,1 degrés) en Janvier, et la plus petite (de 20,8 degrés) au mois de Septembre; 4) que la température moyenne, pendant les matins et les soirs, se trouve être la plus basse (de 175,8 degrés) aussi en Janvier, et la plus haute (de 126 degrés) au mois de Juillet; 5) qu'à midi ou bientôt après midi la température moyenne la plus basse (de 172,3 degrés) s'est trouvée de même en Janvier, et la plus haute (de 120,8 degrés) au mois de Juillet.

2) Le nombre des jours auxquels la température de l'atmosphère a été, pendant les matins et les soirs, à midi ou bientôt après midi de chaque mois au-dessous et au-dessus de quelques divisions principales du thermomètre.

Mois	Pendant les matins et les soirs la température a été plus basse que						A midi ou bientot après midi la température a été plus haute que			
	200°	190°	180°	170°	160°	150°	150°	140°	130°	120°
	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours
Janvier		4	15	24	26	31	1			
Février		1	5	14	22	29	3			
Mars				1	6	26	17			
Avril						5	30	10		
Mai							31	29	13	3
Juin							30	30	28	6
Juillet							31	31	28	16
Août							31	31	28	8
Septembre							30	30	22	
Octobre						7	31	19		
Novembre					8	18	12	5		
Décembre			7	12	27	31				
A.		5	27	51	89	147	247	185	119	33
H.	2 jours en Déc. 1819	10	29	65	94	150	56	10		
E.						7	184	170	119	33

3) Le nombre des jours auxquels la température de l'atmosphère a été, pendant les matins et les soirs, ainsi qu'à midi ou bientôt après midi, au-dessous qu'au-dessus et entre quelques divisions principales du thermomètre.

Mois	Pendant les matine et les soirs la température a été							A midi ou bientôt après midi la temperature a été				
	au-dessous de 200°	entre 200° et 190°	entre 190° et 180°	entre 180° et 170°	entre 170° et 160°	entre 160° et 150°	au dessous de 150°	au-dessus de 150°	entre 150° et 140°	entre 140° et 130°	entre 130° et 120°	entre 120° et 110°
	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours
Janv.		4	11	9	6	1	31	1	1			
Févr.		2	4	10	8	5	29	3	3			
Mars				1	5	20	26	17	17			
Avril							5	30	20	10		
Mai								31	2	16	10	3
Juin								30		2	22	6
Juillet								31		3	12	16
Août								31		3	20	8
Sept.								30		8	22	
Oct.							7	31	12	19		
Nov.					8	10	18	12	9	3		
Déc.			7	5	15	4	31					
A.		6	22	25	42	40	147	247	64	64	86	33
H.	2 jours en Déc. 1819	9	19	38	33	44	150	56	46	10		
E.							7	184	14	51	86	33

La nuit du 27 Octobre 1819, il a commencé à geler, conséquemment avant le commencement de l'intervalle H.; et il a gelé pour la dernière fois le 24 Avril 1820 au matin, après un intervalle de 180 jours. En A., et notamment en E., il a recommencé à geler le 9 Octobre 1820 au soir, après un intervalle de 169 jours.

Il a gelé, pendant les matins et les soirs, en A. 147 jours, en H. 150 jours et en E. 7 jours seulement.

Il n'a gelé, à midi ou bientôt après midi, en A. 247 jours, en H. 56 jours et en E. 184 jours.

La rivière Newa, après avoir été couverte de glace du 26 au 27 Octobre 1819, débâcla le 17 Avril 1820 après midi, par conséquent après un intervalle de 162 jours; du 13 au 14 Novembre 1820, elle se couvrit de nouvelle glace, ayant été ouverte 210 jours.

III. VENTS.

Tableau général de la force et de la direction des vents pour chaque mois de l'année 1820.

	La force des vents				Rapport de la direction des vents								
Mois	calme	vent très-faible et faible	vent médiocre	vent fort	vent très-fort	Nord	Est	Sud	Ouest	Nord-est	Nord-ouest	Sud-est	Sud-ouest
	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours
Janv.	2	13	23	9		1	13	8	7	9	1	5	1
Févr.	1	8	28	5		2	6	5	11	2	2	4	9
Mars	1	15	16	7	1	1	4	7	12	3		4	8
Avril		17	22	2			7	6	13	2	3	6	4
Mai	3	16	17	8	2	4	8	1	15	4	4	4	3
Juin	2	18	17	5		1	7	2	13	7	4	2	4
Juillet	4	14	18	2	1	1	8	3	10	6	4	3	
Août	3	12	23	8	1	2	2	4	18	1	3	3	11
Sept.	2	18	21	2		2	5	5	8	3	4	4	10
Oct.	1	13	24	4		3	3	13	2	2	4	3	11
Nov.	2	17	14	6	1	2	7	7	5	2	3	8	4
Déc.	1	17	18	4	2	1	2	2	14	2	7	1	12
A.	22	178	241	62	8	20	72	63	128	43	39	47	77
H.	11	78	136	38	1	11	49	33	47	29	10	38	36
E.	15	91	120	29	4	13	33	28	66	23	23	19	39

On voit par le tableau précédent: 1) que les mois de Juin, de Juillet, de Septembre et d'Octobre ont été plus doux que tous les autres; 2) que l'hiver H. a été plus calme que l'été E., qui la suivit dans le rapport de 15 + 91 : 11 + 78 ou de 106 : 89; 3) que le vent dominant était dans l'année celui d'Ouest.

IV. L'ÉTAT DE L'ATMOSPHÈRE.

Mois	Ciel			brouillard	pluie	l'arc-en-ciel	tonnerre et éclaire	gelée blanche	neige	parasélènes	parhélies	l'aurore boréale
	serein	nuages	couvert									
	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours	jours
Janv.	7	10	16	7	1				17	2	1	
Févr.	6	12	20	4					13	1		1
Mars	2	13	20	2					11			
Avril	3	24	19	1	9			1	1		1	1
Mai	5	26	6	3	12	1	3					
Juin	4	25	10	1	13	1	1					
Juillet	3	23	11	2	15	4	5					
Août	3	26	6	5	15	1	1					
Sept.	6	21	4	9	11	4						1
Oct.	1	22	15	7	13				5	2		
Nov.		13	21	7	7			1	10			1
Déc.	3	10	20	13					15			1
A.	43	225	168	61	96	11	10	2	72	5	2	5
H.	28	77	108	31	10			1	66	9	3	2
E.	22	143	52	27	79	11	10		5	2		1

Le table ci-dessus jointe indique : 1) que le nombre des jours entièrement sereins a été le plus grand en Janvier, Février et Septembre ; 2) qu'au mois d'Octobre on n'a compté qu'un seul jour serein, et en Novembre il n'y en avait pas un seul; 3) qu'en hiver H. il y avait [un peu plus grand nombre des] 6 jours sereins de plus qu'en été E.

Cette année-ci il neigea pour la dernière fois le 5 Avril à midi, et au soir, et pour la première fois le 8 Octobre au matin, après un intervalle de 185 jours.

Il tonna pour la première fois le 13 Mai après midi, et pour la dernière fois le 20 Août au soir.



BLATTARUM
NOVAE SPECIES DESCRIPTAE

A

C. P. THUNBERG.

Conventui exhibuit die 21. Maji 1823.

Duae indigenae Blattae species borealem Europam patriam Tab. XIV. suam agnoscunt, et damni hinc inde plus vel minus in variis provinciis causant. *Lapponica* scilicet, in regionibus imprimis maxime borealibus, Lapponum cibaria, vestes et utensilia corrodit, et *Germanica*, mitius amans clima, in meridionalibus Europae tractibus varie nocet. Duae aliae exoticae species cum mercibus et navibus in Europam allatae, nimirum *orientalis* et *americana* majus adhuc detrimentum afferunt domibus, in quibus hospitium suum calidius procurare sibi potuerunt noxii hi adveni hospites.

Olim hae species, fere solae, notae fuerunt; postquam vero magis exculta fuit Scientia Entomologica, ingens noxii hujus generis agmen indagatum et conquisitum fuit in omnibus terrae partibus et regionibus mitiori sole calefactis.

In Operibus Celeb. *Linnaei* et *Fabricii* ingens occurrit numerus Blattarum specierum. Ego in Dissertationibus meis de novis Insectorum Speciebus, et quidem 1784, Parte 4. p. 196. aliquot species novas attuli, et in Actis Regiae Academiae Scientiarum Holmensis, 1810. p. 158. cum T. 5. fig. A. B. adhuc plures, ante incognitas species descripsi. Hisce jam addere possum 5 species depictas, et non nullas alias, vel novas, vel minus cognitas, omnes ex America meridionali, et imprimis e Brasilia ad me missas.

B. PAPILLOSA. c. fig.

B. livida litura humerali atra; thorace papilloso, nigro: margine pallido, elevato; medio tuberculis tribus, sulcatis.

Magnitudine fere Blattae *giganteae*, cui similis.

Thorax papilloso-scaber margine flavo, elevato; in medio tubercula tria, convexa, atra, papillosa et sulcata.

Hemelytra livida seu flavescentia, laevia, punctulata, substriata; basi in utroque humero linea atra, abrupta.

Adominis segmenta margine atra.

Caput nigrum cum antennis nigris.

Pedes lividi, atromaculati.

B. BIGUTTATA. c. fig.

B. thorace flavo: arcu punctisque atris; scutello biguttato.

Paulo minor Bl. *gigantea*, tota laevis.

Caput nigrum.

Antennae nigrae, corpore fere dimidio breviores.

Thorax flavus, striato - subvariolosus. Margo anticus elevatus. In medio arcus ater, cum margine postico atro connexus. Ante basin puncta varia, atra, difformia.

Scutellum maculis duabus flavis notatum.

Hemelytra laevia, atra.

Abdomen glabrum, supra atrum, subtus cum pedibus rufescens.

B. PELLUCENS. c. fig.

B. tota brunnea thorace albo, hyalino: macula baseos nigra.

Quadruplo major Bl. *lapponica*, tota brunnea.

Thorax albo-hyalinus macula baseos media, nigra.

Hemelytra striata.

Abdomen pallidius.

B. SEXNOTATA. c. fig.

B. livida hemelytris linea humerali maculisque tribus atris.

Magnitudine fere Bl. *orientalis*, corpore minus depresso.

Caput atrum.

Antennae atrae, corpore breviores.

Thorax lividus, variolosus. Margo anticus et laterales parum elevati. In medio maculae binae, magnae, fere coalitae, atrae.

Hemelytra striata: in basi humerali linea utrinque parva, atra, basi coalita cum alia, majori, oblonga, atra, impresso-punctata. In medio, propius ad exteriorem marginem macula atra, rotundata, et intra apicem adhuc alia, in alterutro hemelytro quandoque deficiens.

Pedes et abdomen fusca, flavomaculata.

B. ASELLUS. c. fig.

B. tota cinerea segmentis abdominis nigropunctatis.

Magnitudine vix Onisci *aselli*, cui similis, ovata, maxime depressa, tota cinerea.

Abdominis segmenta margine serrata, et intra marginem, utroque latere, puncto minimo nigro notata.

B. NIVEA.

B. tota supra viridis, immaculata; subtus pallidior.

de Geer Insect. Tom. 3. Tab. 44. fig. 10.

Magnitudine Bl. *germanicam* parum superat, oblonga, tota immaculata, supra viridis, subtus albido-virescens.

Oculi pallidi.

Hemelytra tenuissima, diaphana.

B. CINEREA.

B. tota cinerea, immaculata.

de Geer Mémoir. des Insectes. Tom. 3. Tab. 44. f. 7.

Blatta *germanica* sexies major, oblonga, tota cinerea supra subtusque, immaculata.

Antennae corporis longitudine.

Hemelytra striata, abdomine longiora.

B. LIMBATA.

B. nigra thoracis margine antico et lateralibus flavis.

Magnitudine circiter Bl. *orientalis*, vel paulo minor, tota nigra limbo antico thoracis et infima basi hemelytrorum flavis.

Antennae longitudine corporis, vel paulo longiores, nigrae.

In feminae larva conspiciuntur puncta duo, flava, utrinque in segmentis duobus abdominis.

B. BRUNNEA.

B. supra fusca hemelytris apice brunneis; abdomine nigro; pedibus brunneis.

Similis Bl. *americanae*, sed major et latior; supra capite, thorace, basi hemelytrorum abdomineque nigris.

Antennae brunneae, longitudine corporis.

Thorax immaculatus.

Hemelytra tenuissime striata, abdomine longiora.

Posterior pars hemelytrorum brunnea, immaculata.

B. REFLEXA.

B. livida thoracis marginibus reflexis.

Magna, dimidio tamen minor Bl. *gigantea*, tota livida, laevis, capite pedibusque magis fuscis. Plus vel minus fusca occurrit.

Thoracis margines, imprimis anticus, valde elevati et reflexi. Intra marginem posticum thorax niger.

B. VIRESCENS.

B. viridis thoracis lateribus et linea baseos marginali hemelytrorum flavis.

Quadruplo major Bl. *germanica*, oblonga, supra viridis, subtus alboviriscens.

Antennae flavae, corpore dimidio breviores.

Thorax laevis, planus, linea laterali intra marginem utrinque flava.

Hemelytra tenuissima, immaculata: linea humeralis intra marginem abrupta, flava.

Abdomen et pedes albescentes.

Differt a Bl. *viridi* linea humerali et puncto rubro inter oculos.

B. BIPUSTULATA.

B. nigra, nitida thoracis pustulis duabus, rufis.

Magnitudine dimidia B. *giganteae*, tota supra subtusque atra, laevissima, nitida.

Antennae corpore duplo breviores.

Thorax convexus, tenuissime marginatus, intra basin utrinque macula rubra, obsoleta.

B. CONVEXA.

B. supra testacea, subtus brunnea, immaculata; hemelytris convexis.

Quadruplo major Bl. germanica, supra tota testacea, immaculata, laevissima vel nitida.

Thorax diaphanus, laevissimus.

Hemelytra valde convexa, non tamen gibba, brunnea tota.

Subtus omnia brunnea.

B. CYLINDRICA.

B. tota rufoferruginea oculis flavis.

Magnitudine Bl. *americanae*, cylindracea, tota rufo-brunnea, immaculata oculis solis flavis.

Antennae corporis longitudine.

Corpus hujus magis oblongum et cylindricum, quam ceterorum in hoc genere.

B. GIBBA.

B. testacea antennis nigris; hemelytris basi gibbis.

Sexies major Bl. *germanica*, supra tota laevis, testacea, immaculata.

Antennae nigrae, longitudine corporis.

Thorax convexus, opacus: punctis intra marginem plurimis, minimis, atris.

Hemelytra basi gibbosa.

Subtus magis brunnea.

B. GROSSA.

B. livida linea humerali atra, thoracisque margine elevato: basi macula tricuspidata, atra.

Magnitudine Bl. *giganteae*, cui similis, adeoque inter maximas hujus generis.

Antennae corpore breviores.

Thorax laevis marginibus antico et lateralibus imprimis elevatis; in medio utrinque depressus. Macula baseos atra, trifida, lobo intermedio bifido.

Abdomen et pedes fusco-livida.

Differt a Bl. *gigantea* margine thoracis elevato, et macula baseos diversa.



DESCRIPTIONES PLANTARUM NOVAE CALIFORNIAE,

ADJECTIS FLORUM EXOTICORUM ANALYSIBUS

AUCTORE

J. Fr. ESCHSCHOLTZ.

Conventui exhibuit die 18. Junii 1823.

1. ABRONIA LATIFOLIA.

A. caule procumbente, foliis subrotundis aut cuneiformibus.
In arenosis maritimis Novae Californiae.

Caulis semipedalis aut pedalis procumbens, sublignosus, teres, striatus, saepe simplex, interdum ramus unicus vel duo.

Folia longe petiolata, forma variabilia, semper vero brevia et lata, aut subrotunda, aut subrotundo-cuneiformia, aut cuneiformia apice truncata, aut cuneiformia apice semicircularia, aut transverse ovalia, integerrima, subcarnosa, glabra.

Pedunculus umbellae axillaris longissimus. Involucrum foliis binis aut ternis ovatis acutis. Flores elongati, dimidio pollice longiores, flavi. Tota planta glutinosa, propter quam arena consita.

Obs. Differt ab Abronia umbellata, cui maxime affinis quacumque in eodem loco crescit, praecipue foliorum forma, umbellis paucifloris, numero involucri foliorum, quae in Abr. umbellata quinque vel sex, denique floribus flavis.

2. HOITZIA SQUARROSA.

H. caule ramoso pubescenti, floribus capitatis, foliis pinnatis calyceque mucronatis.

In Novae Californiae arenosis.

Caulis biennis, semipedalis, suffruticosus, ramosus, adscendens, teres, pubescens.

Folia alterna, sessilia, rigida, pubescentia, pinnata; pinnis sessilibus lanceolatis mucronatis carinatis, aut simplicibus aut bifidis.

Flores in apicibus caulis et ramorum capitati; capitulo globoso denso, bracteis structura atque forma foliorum suffulto, at bractea inter flores nulla. *Calyx* tubulosus, pubescens, basi membranaceus, quinquefidus; laciniis elongato lanceolatis, carinatis, longe mucronatis. *Corolla* infera, infundibuliformis, calyce vix duplo longior, eoque multo angustior, vix incurva; limbo quinquefido, laciniis ovato-lanceolatis. Stylus unicus; stigmata tria revoluta. Capsula trigona, trilocularis, trivalvis, polyspora; valvulis medio septiferis. Semina ovata immarginata.

3. POLEMONIUM CAPITATUM.

P. foliis inferioribus pinnatis: pinnis linearibus sessilibus, supremis simplicibus, floribus capitatis.

In Novae Californiae arenosis.

Radix fusiformis, perennis. Caulis spitamaeus, teres, ramosissimus, pubescens.

Folia alterna, sessilia, glabra; inferiora pinnata: pinnis tribus vel quaternis alternis sessilibus linearibus acutis; suprema simplicia linearia acuta.

Flores quinque ad decem capitati, ebracteati, pro ratione plantae satis magni. Pedunculi elongati simplices teretes subpu-

bescentes. Calyx urceolatus glaber membranaceus albicans quinquefidus, laciniis latis acutis, nervo lato viridi.

Corolla coerulea, urceolata, calyce duplo longior, quinquefida; laciniis latis obtusis, fauce plicis longitudinalibus loco valvarum. Antherae magnae globosae flavae. Stigma trifidum. Capsula trigona.

4. SOLANUM UMBELLIFERUM.

(Inerme, foliis integerrimis, calycibus quinquedivisis, staminibus aequalibus, inflorescentia terminali)

S. caule suffruticoso erecto, foliis ovalibus acutis integerrimis pubescentibus, umbellis terminalibus.

In fruticetis Novae Californiae.

Caulis orgyalis, suffruticosus, fistulosus, angulatus, pubescens; ramis subherbaceis nutantibus, tomentoso pubescentibus.

Folia alterna petiolata ovalia acuta integerrima, utrinque pubescentia, vix pollicaria, caulina interdum lato ovata sesquipollicaria.

Flores terminales umbellati; umbella plerumque quadriflora, interdum bi-vel triflora; involucrum parvum urceolare, integrum pubescens; pedunculi aequales elongati pubescentes. Calyx urceolaris quinquefidus pubescens, laciniis acutis. Corolla calyce triplo major, dilute violacea, quinquefida, extus pubescens. Antherae flavae. Bacca magna purpurea.

5. RIBES TUBULOSUM.

R. foliis cordatis trilobis serratis rugosis, subtus albo pubescentibus, racemis erectis, calycibus tubulatis longis, petalis oblongis calyce longioribus, bracteis ovato-lanceolatis acutis.

In fruticetis Novae Californiae.

Frutex orgyalis; caule tereti strigoso atropurpureo, parum albo-pruinoso, ramis junioribus angulatis cute cinereo tomentoso deciduo tectis.

Folia alterna petiolata cordata triloba inaequaliter serrata acuta quinquenervia; nervis venosis; rugosa supra glabra, subtus albo-tomentoso-pubescentia; folia juniora cum floribus simul apparentia supra quoque sed rarius albo pubescentia et glandulis crassis petiolatis obsita. Petioli foliis dimidio breviores angulati tomentosi basi dilatati et lateribus stipulis membranaceis lacerodentatis fuscis muniti.

Racemi terminales erecti, floriferi sesquipollicares; pedunculi albo pilosi et glandulis crassis petiolatis tecti. Bracteae ovato-lanceolatae integerrimae acutae pilosae et praesertim in marginibus glandulosae. Flores conferti brevissime pedicellati, pedicellis germinibusque albo tomentosis.

Calyx tubulatus longus, albo pilosus, obscure rufus; laciniis brevibus rotundatis. Petala oblonga, calyce longiora, laete rufa.

Obs. Species valde affinis R. sanguineo atque albifolio. Frutex mense Octobro, foliis jam omnibus deprivatus, iterum florescere incipit et frondescit. Baccas haud vidi.

6. LONICERA LEDEBOURII.

L. (baccis distinctis) pedunculis bifloris, corollis basi gibbosis, bracteis quatuor maximis, foliis oblongis acuminatis ciliatis.

In fruticetis Novae Californiae.

Caulis quadrangulus, glaber, strictus, lignosus, bipedalis.

Folia sesquipollicaria, breviter petiolata, oblonga acuminata, margine reflexa, dense ciliata, subtus in venis pubescentia, reticulato venosa. Pedunculi axillares solitarii, foliis breviores, quadranguli. Bracteae quatuor maximae; duae externae subrotundo ovatae, acutae venosae glabrae; internae obtrigonae strigosae pubescentes.

Calyx glandulosus et pubescens. Corolla elongata tubulata, basi extus gibbosa, extus pilosa, flava; limbo parvo: laciniis parvis rotundatis. Stigma pentagonum. Baccae duae distinctae, quadriloculares, polyspermae. — Affinis Lonicerae gibbosae Willd.

Dixi in honorem aestimatissimi mei in historia naturali praeceptoris, in Universitate Caes. Dorpatensi Professoris *P. O. Ledebour*, a Consiliis Collegiorum.

7. CEANOTHUS THYRSIFLORA.

C. foliis ovalibus trinervibus serrulatis glabris, caule multangulari, paniculis thyrsoideis in ramis axillaribus.

In Novae Californiae fruticetis.

Frutex biorgyalis. Caulis strictus multangularis glaber, in angulis granulatus, fuscus.

Folia sparsa conferta, breviter petiolata, pollicaria ovalia, plerumqe obtusa, raro acuta, submucronato serrulata, trinervia glabra, in nervis et venis parum pilosa. Stipulae triangulares acuminatae deciduae.

Inflorescentia panicula thyrsoidea in ramis axillaribus, paniculae quatuor aut quinque cunctae cymam in caulis apice formant. Flores ante anthesin bracteis ovatis acutis cinereo tomentosis caducis tecti. Calyx urceolaris coeruleus. Petala ovata alba.

8. RHAMNUS CALIFORNICA.

R. inermis, floribus hermaphroditis monogynis fasciculato umbellatis, bacca disperma, foliis ovalibus serrulatis.

In Novae Californiae fruticetis.

Frutex biorgyalis. Caulis teres fuscus, fere glaber; ramis angulatis, cinereo tomentosis.

Folia sparsa petiolata sesquipollicaria ovalia serrulata, plerumque acuta, raro obtusa, reticulato venosa, utrinque glabra. Petioli angulati tomentosi.

Inflorescentia fasciculato umbellata. Pedunculus axillaris solitarius subangulatus crassus tomentosus, longitudine petiolorum, plerumque umbellas tres sessiles multifloras gerens: altera in apice, duae ad latera; pedicelli elongati inaequales tomentosi. Flores satis magni hermaphroditi. Calyx urceolaris quinquefidus; laciniis intus carinatis. Petala quinque squamiformia in excisuris calycis, flavo viridia. Stamina quinque. Stylus solitarius, stigmate bifido. Bacca disperma vel potius drupa bicocca.

9. VELEZIA LATIFOLIA.

P. calyce quinquesulcato pubescenti, petalis integris, foliis obovatis.

In Novae Californiae maritimis.

Radix perennis. Caulis spitamaeus ramosus rigidus pubescens teres, ramis compressis axillaribus.

Folia opposita, vix petiolata, obovata, raro oblonga et in ramis inferis succrescentibus subrotunda, obtuse integerrima crassiuscula carinata avenia, supra pilosa, subtus glabra.

Flores solitarii axillares sessiles. Calyx foliis brevior cylindricus quinquesulcatus quinquedentatus pubescens. Corolla pentapelata, calyce dimidio longior, rubra; petalorum unguibus intus utrinque carinatis: carina qualibet cum altera petali vicini tubum nectariferum efficienti, lamina oblonga integra. Stamina sex longitudine petalorum, basi germinis inserta; antherae oblongae. Stylus unicus, petalis longior; stigmate trifido. Germen trigonum. Capsula unilocularis trivalvis polysperma, valvulis basi medio septiferis. Semina ovata, longe pedunculata.

10. ERIOGONUM ARACHNOIDEUM.

E. caule procumbente, pedunculis longissimis erectis nudis saepe umbelliferis, floribus capitatis, foliis cordatis ovatisque subtus albo tomentosis.

In Novae California arenosis.

Caulis perennis pedalis procumbens torulosus, rudimentis petiolorum siccis squamosus.

Folia longe petiolata, sparsa conferta, aut subcordata obtusa aut ovata acutiuscula, margine confertim undulata, subtus tomento albo denso tecta, supra in junioribus arachnoideo laxe albo tomentosa, tomento postea se resolvente.

Pedunculus scapiformis ex rami brevissimi apice stricte erectus, semipedalis usque ad sesquipedalem, teres tomentosus, apice saepe umbelliferus, interdum autem simplex. Flores sessiles capitati involucrati; capitulo globoso; foliis involucri sessilibus ovatis acutis tomentosis; umbella plerumque ex capitulis tribus composita.

Perianthium campanulatum sexfidum ferrugineum glabrum; laciniis aequalibus acutis, tribus externis, tribus internis. Stamina novem perianthio inserta; filamentis basi glanduloso ciliatis. Germen triangulare superum. Styli tres revoluti. Fructus nux triangularis monosperma, perianthio marcescenti tecta.

Obs. Eriogono sericeo Pursh Flor. Amer. sept. I. 277. valde affinis, sed differt perianthio glabro, foliis subtus tomentosis et cordatis vel ovatis, nec lanceolato oblongis et supra villosis; caeterum cel. Pursh in diagnosi Eriog. sericei caulem apellat, quod pedunculum nominavi.

11. HENDECANDRA PROCUMBENS.

Genus hoc novum e familia Euphorbiacearum sic definiendum:

Flores dioici, perianthio quinquefido;

Masculini staminibus undecim in thalomo.

Fœminei stylis tribus quadrifidis, drupa tricocca.

Planta perennis sesquipedalis procumbens, tota tomento brevissimo denso cinerascenti tecta; caulis teres ramosus.

Folia alterna, longe petiolata, sesquipollicaria, aut lanceolata acuta aut oblonga obtusa, integerrima venosa, subtus carinata, supra pallido viridia, subtus argenteo sericea. Petiolus foliis dimidio brevior subangulatus filiformis.

Flores aut oppositi folii aut in axillis ramorum, dioici; *masculini* racemosi; perianthio urceolari patulo quinquefido: laciniis acutis; staminibus undecim in thalamo plano: quinis in circulo externo, quinis in circulo interno atque undecimo in centro positis; filamentis longitudine perianthii; antheris bilocularibus ovatis flavis. Flores *fœminei* solitarii; perianthio omnino masculinis simili; germine triangulari; stylis tribus quadrifidis glandulosis; drupa tricocca, coccis monospermis.

In arena Novae Californiae.

12. LUPINUS CHAMISSONIS.

L. perennis, foliis digitatis: foliolis (6 — 7) obovato lanceolatis utrinque sericeis, calycibus subverticillatis: labio superiori bifido.

In Novae Californiae arenosis.

Caulis suffruticosus tripedalis erectus strictus teres, cinereo tomentosus.

Folia alterna, longe pedunculata, digitata; foliolis sex vel septem obovato lanceolatis, obtusiusculis, utrinque cinereo vel in junioribus ferrugineo sericeo tomentosis. Stipulae basi petiolo adnatae, apice elongato lineari liberae, albo villosae. Petiolus longitudine foliorum, teres, sericeo tomentosus.

Flores in apice ramorum subverticillati; verticillis subquinis tri - vel quadrifloris. Pedunculus subquadrangularis ferrugineo to-

mentosus. Calyx breviter pedicellatus, ferrugineo tomentosus, bilabiatus; labio superiori ovato bifido, lateribus appendice brevi lineari instructo; labio inferiori lanceolato integro. Corolla calyce dimidio longior purpurea. Legumen sesquipollicare, tri- vel pentaspermum, extus ferrugineo villosum. Bracteae pedicellis longiores, lanceolato lineares acuminatae, ferrugineo tomentosae, caducae.

Obs. Lupinus sericeus Pursh Flor. Amer. sept. I. 486. in arenosis maritimis ad portum St. Francisci Novae Californiae quoque crescit et floribus flavis gaudet, nec purpureis vel roseis, ut cel. Pursh opinat, qui plantam siccam tantum examinavit; in statu sicco vero flores saepe purpurascent.

Nomen in memoriam amicissimi intineris consortis Dr. Adel. de *Chamisso* imposu; Hispani omnes fruticulos et sic etiam Lupinos Chamissitas vocant.

SARMIENTA SCANDENS. Ruiz et Pavon.

Calyx regularis quinquefidus. Stamina quatuor: duo antherifera corolla longiora; duo sterilia brevissima. Capsula ovalis circumscissa bilocularis polysperma. Pedunculus involucro diphyllo.

Ad Scrophularineas pertinet.

Observatio. Si auctores florae Peruvianae, qui plantas chilenses nisi siccas examini subjicere potuerunt, calycis laciniam quintam latiorem emarginatam filamentaque quinque, quorum tria sterilia, descripserunt, ipsum luxuriosae naturae ludum ante oculos eorum fuisse censeo.

GUEVINA AVELLANA. Molina.

Perianthium regulare tetraphyllum superum deciduum; petalis

apice dilatatis concavis staminiferis, tribus revolutis, quarto erecto. Antherae in apice petalorum concavo sessiles immersae. Ovarium cylindricum. Stylus filiformis, longitudine petalorum, a petalo erecto aversus, reflexus. Stigma dilatatum ovatum compressum, superficie infera petalum revolutum erecto oppositum spectans glandulosum. Glandulae hypogynae nullae. Drupa orbicularis exsucca corticata monospora.

Inflorescentia racemus quinquangularis; flores semper duo, petalis erectis cujuslibet floris dorsis contingentibus, in pericarpio unico et drupa nihilominus monospora! Involucrum monophyllum laterale.

NIEREMBERGIA REPENS. Ruiz et Pavon.

Hic addere possum: Capsula bilocularis, quadrivalvis. Semina rotunda. Habitus plantae aperte Convolvulacearum.

TRIUMFETTA PROCUMBENS Forster.

Calyx foliolis quinque apice mitraeformibus. Petala obovata, basi glanduloso pilosa. Stamina triginta duo. Glandulae quinque squamiformes sessiles hypogynae. Stigma clavatum integrum. Drupa globosa corticosa, undique echinata; aculeis pilosis rectis (nec uncinatis); quadrilocularis; loculis dispermis.

URTICA RUDERALIS Forst.

Flores monoici; *masculini:* Perianthium quadripartitum. Stamina quatuor. Vestigium germinis in centro conicum, ex filis compositum, breve, inane, supra excavatum.

Flores *fœminei:* Perianthium bipartitum, compressum. Germen ovatum compressum; apice hamato reflexo. Stigma bipartitum, in hamo sessile; laciniis cylindricis, undique glanduloso ciliatis, in germen utrinque reflexis. Semen basi perianthio immutato inclusum, ovatum compressum, apice hamatum. Squama ovata in basi perianthii.

URTICA NIVEA. L.

Flores dioici, *masculini:* Perianthium quadrifidum. Stamina quatuor. Vestigium germinis quadrangulare, conicum, ex filis compositum inane.

Flores *fœminei:* Perianthium nullum. Germina plurima aggregata in receptaculo communi orbiculato sessilia; quodlibet germen quadrangulare conicum monospermum; semine ut videtur rotundato. Stylus unicus centralis, germine quadruplo longior, filiformis, undique glanduloso ciliatus, ut totus melius pro stigmate habendus. Squama maxima ante anthesin capitulum germinum includens, late ovata acuta excavata multicarinata, saepe longitudinaliter rumpens.

THUAREA INVOLUCRATA.

(Ischaemum involucratum Forst.)

Flores polygami monoici; spica secunda; spiculis quatuor vel quinque bifloris: floribus sessilibus. Rachis lata concava, flores inferiores involvens. *Spicula infima* gluma bivalvi; valvulis ovatis concavis acutis pilosis, exteriori quinquenervi, basi bractea minima membranacea lineari laterali munitis. *Flos valvula exteriori glumae inclusus* (respectu racheos vero internus) hermaphroditus, perianthio bivalvi; valvulis membranaceis: exteriori naviculari, interiori plana angustiori. Stamina tria. Styli duo, stigmata plumosa. Squamae duae hypogynae apice emarginatae. *Flos alter valvula interiori inclusus* masculus; perianthio univalvi: valvula angusta membranacea apice emarginata. Stamina tria. Squamae hypogynae nullae. *Spiculae caeterae superiores* gluma bivalvi; valvula exteriori alterâ dimidio breviori, acuminata; interiori majori ovata acuta. Flores ambo masculi, perianthiis ut in spicula infima instructis. Flos exterior (respectu racheos interior) glandulis duabus magnis hypogynis; flos interior glandulis nullis.

OCHROSIA JUSS. (Ophioxylon Ochrosia Pers.)

Character genericus emendandus: Calyx quinquepartitus, laciniis rotundatis. Corolla hypocrateriformis, ante faucem paulum inflata, fauce protuberantiis quinque minimis coarctata; limbo quinquepartito. Antherae in superiori tubi parte inflata subsessiles hastatae. Styli duo londitudinaliter cohaerentes, tubo parum breviores. Stigma pyramidale, basi stylo latius, acuminatum. Inflorescentia corymbosa.



OBSERVATIONS SUR LE GENRE MÉGALOPE (MEGALOPUS) DE L'ORDRE DES INSECTES COLÉOPTÈRES, ET DÉSCRIPTION DE QUATRE NOUVELLES ESPÈCES DE CE GENRE,

PAR

le Comte *C. G.* de *MANNERHEIM.*

Présenté à la Conférence le 2. Juin 1824.

L'Amérique méridionale semble depuis nombre d'années avoir par préférence attiré l'attention de la plupart des naturalistes, en les faisant beaucoup négliger les autres contrées de la terre. Mais ils n'ont pas tout-à-fait eu tort; car renfermant des pays d'un climat tantôt chaud, tantôt doux et tempéré, cette partie du monde a payé leurs recherches d'une infinité de nouvelles découvertes, qui leur ont fourni des objets élégamment variés, non moins dans leurs formes que dans leurs couleurs brillantes et bigarrées. C'est surtout du Brésil qu'on a apporté et repandu dans les Musées d'Europe une innombrable quantité de pareils objets, et c'est principalement l'Ornithologie et l'Entomologie qui parmi toutes les branches de la Zoologie ont le plus profité de ces recherches repétées chaque année avec un nouvel intérêt. Des milliers d'insectes venant de ce pays restent encore sans dénomination, car les découvertes ont été si rapides qu'il a été impossible aux cultivateurs de la science d'en faire l'examen et la description avec la même promptitude. Toutefois plusieurs Entomologistes célèbres ont publié des ouvrages où l'on trouve des descriptions d'insectes Brésiliens. Quelques-uns d'entre eux ne se sont pas bornés à un seul ordre ou à une seule

famille, comme le démontrent les ouvrages de M. M. Dalman ([1]), Sahlberg ([2]) et surtout celui de M. Germar ([3]) qui a le plus contribué à éclaircir la Faune Entomologique du Brésil. D'autres ne nous ont donné que des monographies de quelques familles ou de quelques genres, comme M. M. Illiger ([4]) et Klug ([5]). Mais nonobstant les travaux assides de ces auteurs il reste encore beaucoup d'insectes nondécrits, même dans les Musées des particuliers. Parmi les collections qui appartiennent à des amateurs entomologistes ici à St.-Pétersbourg celle de M. le Docteur Henning est certainement la plus riche en objets intéressans du Brésil. La générosité que ce naturaliste s'est fait une loi de témoigner à tous ceux qui partagent ses études favorites, m'a aussi mis en état de faire connoître l'importance de son Musée, en donnant ci-dessous les déscriptions de quelques beaux coléoptères qu'il renferme.

Les insectes carnassiers paroissent être les plus rares en Brésil. Les coprophages y sont plus nombreux; mais la Faune de ce pays embrasse surtout des xylophages et des phytophages, parceque sa belle végétation leur fournit nourriture en abondance. La

---

(1) *Analecta Entomologica. Holmiae* 1823. *in* 4°. *cum tabulis IV. aeneis.* Cet ouvrage renferme les descriptions d'une quantité d'insectes du Brésil, choisis dans plusieurs ordres.

(2) *Periculi Entomographici, species Insectorum nondum descriptas posituri, fasciculus. Aboae* 1823. *in* 8°. *cum tabulis IV. aeneis.* Contient des descriptions de 56. coléoptères, dont 21. sont du Brésil.

(3) *Insectorum species novae aut minus cognitae, descriptionibus illustratae. Vol.* 1. *Coleoptera. cum tab. aen. II. Halae* 1824. *in* 8°. Il nous fait connoître 891. coléoptères, dont à peu près la moitié habite le Brésil.

(4) *Monographie der* Elateren *mit leuchtenden Flecken auf dem Halsschilde:* (principalement du Brésil). — dans *Magazin der Gesellschaft naturforschender Freunde zu Berlin. Vol. I. p.* 141. etc.

(5) *Entomologiae Brasilianae Specimen* dans *Nova Acta Academiae C. Leopoldino-Carolinae Naturae Curiosorum. Tom. X. p.* 277. etc.; les genres *Agra*, *Calophaena*, *Ophionea*, *Ctenostoma* et *Mutilla*.

famille des *Chrysomélines* y est certainement une des plus nombreuses en espèces, et cette famille contient mêmes des genres qui sont exclusivement propres à l'Amérique méridionale. Tel est le genre de *Megalopus*, établi par Fabricius sur deux espèces *ruficornis* et *nigricornis* (6). En suivant ce célèbre Entomologiste, Olivier nous a encore fait connoître *Megalopus dorsalis* (7), Dalman a enrichi le système Entomologique d'un *Megalopus fasciatus* (8) le Catalogue du Boron Dejean fait mention d'un *Megalopus cinctus* de Mac Leay (9) et maintenant M. Germar vient d'en décrire trois espèces, savoir: *Megalopus sellatus* (qui ne paroît en rien différer de *M. limbatus*, nommé ainsi antérieurement par le Baron Dejean (10)) *sub-fasciatus* et *egregius* (11). Le Musée de M. Henning m'a offert quatre nouvelles espèces de cet intéressant genre, dont je vais tracer les caractères spécifiques, ainsi que de *Megalopus limbatus* Dej., que j'ai pu consulter dans la collection de M. Hummel, collection moins grande que soigneusement examinée. Cependant pour réunir tout ce que nous connoissons sur les *Mégalopes*, j'ai cru devoir insérer à la suite de

---

(6) M. Latreille, en l'adoptant: (*Genera Crustaceorum et Insectorum Tom. III. p.* 45). cite *Antipus Degeer?* Il est impossible de juger de l'insecte nommé *Antipus rufus* par l'Entomologiste Suédois, lorsqu'on n'en connoît que la trop courte description et la trop mauvaise figure (*Tome VII. p.* 234. *Tab.* 49. *fig.* 10 *et* 11. de la traduction allemande de Götze). C'est un tétramère, avec des antennes fortement en scie; mais l'auteur dit qu'il a la tête et les mâchoires d'un *Carabe*. M. Schönherr, qui certainement a eu l'occasion d'en voir le type, prétend que c'est *Clythra maxillora. Fabs.* (*Syn. Ins. I.* 11. 348. *n°.* 38).

(7) *Entomologie on Histoire naturelle des insectes. à Paris* 1808. 4. *Tom. VI. p.* 920. *n°.* 1.

(8) l. c. p. 72. n°. 65.

(9) *Catalogue de la collection de Coléoptères de M. le Baron Dejean. Paris.* 1821. 8°. *p.* 114. Malgré toutes les recherches que j'ai fait, je n'en ai pas pu trouver la description.

(10) *l. c. p.* 114.

(11) *l. c. p.* 524. 525. *n°.* 704, 705. *et* 706.

mon mémoire les descriptions faites par les auteurs que je viens de nommer.

M. Latreille rangea d'abord les *Mégalopes* dans la famille des *Chrysomélines* ([12]), où il leur assigna une place parmi les *Criocérides* ([13]) sousdivision, dont il fit ensuite une propre famille ([14]) sur des caractères bien différens de ceux des *Chrysomélines*, savoir: „division extérieure des mâchoires ne ressemblant point à un „palpe biarticulé; corp toujours allongé; antennes point insérées „dans une échancrure des yeux, corselet étroit, cylindracé ou carré „et sans rétrécissement antérieur". Cette famille embrassoit les genres *Megalope*, *Orsodacne*, *Sagre*, *Donacie* et celui des *Criocérides* proprement dits, et elle est en effet la même dont ce grand Entomologiste a depuis formé sa cinquième famille de Tétramères, celle des *Eupodes* ([15]), à laquelle il vient d'associer en outre les *Alurnes*, autrefois compris parmi les *Chrysomélines*. On y peut encore rapporter les genres *Mégascelis* de Dejean ([16]), *Haemonia* et *Auchenia* de Megerle ([17]), dont je ne connois pourtant pas les caractères. Les *Mégalopes* sont intermédiaires entre les *Sagres* et les *Orsodances*, et ils me paroissent par la construction de leur bouche et par la formation de leurs tarses remplir les mêmes fonctions dans le nouveau monde, que nous attribuons aux *Orsodances* parmi les coléoptères-phyllophages d'Europe. Les *Mégalopes* se

---

([12]) *Histoire naturelle générale et particulière des Crustacés et des Insectes. Paris an. XII. 8°. Tome XI. p.* 393.

([13]) *Genera Crustaceorum et Insectorum. Parisiis et Argentorati.* 1807. 8°. *Tomus III. p.* 45. *sign.*

([14]) *Considérations générales sur l'Ordre naturel des Crustacés, Arachnides et Insectes Paris* 1810. 8°. *p.* 234.

([15]) *Le Règne Animal etc. par M. Cuvier. Tom. III. Paris.* 1817. 8°. *p.* 345. *etc.*

([16]) *l. c. p.* 114.

([17]) *Dejean Cat. p.* 114.

distinguent de celles-ci par la forme de leurs antennes qui sont courtes, ainsi que par le dernier article des palpes terminé en pointe, lequel est toujours plus gros que les autres, presque cylindrique et tronqué à son extrémité chez les *Orsodacnes*. Ils ont la forme des palpes commune avec les *Sagres*, et n'en diffèrent que par l'insertion et la structure des antennes: car les *Mégalopes* ont les antennes presque en scie et insérées près du bord intérieur des yeux, tandis que les *Sagres* les ont simples, insérées devant les yeux, avec les articles inférieurs presque obconiques et les derniers cylindracés.

La métamorphose des *Mégalopes* nous est encore entièrement inconnue. Nous n'avons non plus des renseignemens sur leur manière de vivre. Il nous reste seulement à suppléer par analogie à ce qui nous manque en connaissance sur ce dernier point, ainsi que je l'ai fait plus haut.

Le nom de *Mégalope* dérive des mots Grecs μεγας, μεγαλος, *grand* et πȣς *pied*, et il semble ainsi annoncer que ces insectes ont des pates très-grandes, ce qui n'est pas strictement le cas; parceque dans plusieurs espèces il n'y a que les jambes postérieures qui en grandeur surpassent quelque peu les antérieures.

CHARACTER GENERIS:

Antennae breves, articulo basilari obconico, curvato, secundo parvo nodiformi, tertio longitudine fere primi, tenui extrorsum incrassato, quarto iterum breviore et praecedenti latiore, 5—10. sensim brevioribus dilatatis, compressis, pubescentibus, extus sub-serratis, apicali oblique truncato-obtuso.

Labrum porrectum coriaceum, convexum, apice truncatum, ciliatum.

Mandibulae validae, corneae, arcuatae, edentulae, apice acutissimae a basi ad medium dense ciliatae.

Maxillae corneae, bifidae, lacinia exteriori majori, apice dense ciliata, lacinia interiori brevi, intus dense ciliata.

Palpi maxillares, articulo primo brevissimo, secundo elongato, apice incrassato, tertio brevissimo obconico, quarto oblongo-ovato, acuminato.

Palpi labiales maxillarium longitudine, articulo primo brevissimo, secundo valde elongato, tertio praecedenti parum breviore, acuto.

Mentum profunde incisum, bifidum, laciniis longis lanceolatis, apice obtusis, ciliatis.

Caput thorace latius, antice retusum, inflexum, postice angustatum; oculis lateralibus magnis prominentibus margine interno profunde excisis.

Thorax capite et elytris angustior, subquadratus, antice et postice saepe constrictus ibique marginatus.

Scutellum globosum, triangulare.

Elytra convexa, marginata, fere quadrata, humeris latis prominulis, apice singulatim rotundata, pygidium nunquam occultantia.

Pectus, sterno antico alte producto, carinato; laminis, ex quibus prodeunt femora postica incrassatis, transverse-ovatis, mobilibus, in cavitate recipiendis.

Pedes robusti; femoribus posticis praesertim incrassatis; tibiis elongatis arcuatis; tarsorum articulis tribus primis brevibus, pen-

ultimo emarginato, extimo valde elongato, tumido, curvato, ungulis incurvis acutiusculis, lamina membranacea ciliata separatis.

SPECIES:

1. *MEGALOPUS* HISTRIO. Tab. XV. Fig. 1.

Rufo-testaceus, nitidus, undique nigro-maculatus et fasciatus, antennis extrorsum nigris, elytris fascia pone medium undulata, albida.

Habitat in Brasilia. Museum Henningii.

Descriptio: *Antennae* capite cum thorace vix longiores, articulis 4. baseos testaceis extus nigro-lineatis, quinto brevi lato compresso, testaceo, reliquis compressis sensim latioribus, nigris opacis, pilosis. *Caput* cum oculis thorace parum latius, parce subtiliter punctulatum, collo nonnihil angustato, fronte plana et ore attenuato, rufo-testaceum, nitidum, vertice, labro, mandibularum apice, maculis supra labrum 3. et inter oculos 4. transversim dispositis lineaque frontali longitudinali, nigris. *Oculi* magni globosi, prominentes, glauci. *Thorax* transversus, vel longitudine duplo latior, anterius nonnihil angustatus ibique et postice aliquantum constrictus, margine antico et postico sinuatis, sub reflexis extorsum in dentes minutos promiaulos terminatis, lateribus rectis immarginatis; supra parum convexus, parce punctatus, rufo-testaceus nitidus, antice maculis sex rotundatis transversim jacentibus, quarum interna cum proxima in maculam unam fere semicircularem conjuncta; postice macula media rotundata et ad angulum utrinque duabus, exteriore majore, omnibus nigris. *Scutellum* nigrum, convexum, postice rotundatum. *Elytra* ad basin thorace fere duplo latiora, latitudine sesqui longiora, humeris magnis prominentibus, posterius sensim angustata, apice declivia

ibique nonnihil dehiscentia, latitudine baseos vix duplo longiora, supra convexa, parce punctata, nitida marginata, sub humeris late et profunde canaliculata, rubro-testacea, fasciis tribus undulatis nigris, quarum prima supra humeros incipiens, ipsum humerum cingens ad suturam cum fascia secunda connectitur, et tertia paullo ante apicem cum antecedente spatium undulatum albidum includit; margo lateralis praeterea ut et etiam sutura anguste nigrescant. *Pectus* medio nigro-piceum, ad latera vero rufo-testaceum nigro-maculatum. *Abdomen* rufo-testaceum, in segmento anali punctis duobus minutis, nigris. *Pedes* longiusculi rufo-testacei; femora fasciis duabus undulatis nigris cincta; tibiae extus nigro lineatae; tarsi quatuor antici rufi, postici nigri, soleis rufo-testaceis.

Longit. $4\frac{1}{2}$ lin. Latit. $2\frac{1}{4}$ lin.

2. *MEGALOPUS* RUFIPENNIS.

Tab. XV. Fig. 2. *Niger, elytris scutello abdomineque rufis, thorace brevi transversa, basi latiore, foveola ad angulum posticum utrinque profunde impressa.*

Habitat in Brasilia. Mus. Henning.

Descriptio: Statura fere proximi praecedentis, magnitudine et thoracis forma ab illo bene distinctus. *Antennae* ut in praecedente, modo multo breviores et totae nigrae. *Caput* totum nigrum, antice parum retusum, foveola impressa ad oculos utrinque, profunde et dense punctata, ceterum structura omnino ut in praecedente. *Oculi* glauci valde prominentes. *Thorax* transversus, latitudine postica fere tripla brevior, antice tertiario angustatus ibique constrictus apice truncatus, lateribus sub-rotundatis; basis in medio truncata, tenue marginata, ad utrumque latus vero sinus vel emarginatura parva et extra illam angulus parvus prominulus fere rectus; totus niger, obsolete punctatus, supra modice convexus, foveola rotundata utrinque cum ipsa margine confluente. *Scutellum* rufum

postice rotundatum. *Elytra* antice thorace paullo latiora, latitudine baseos duplo longiora, humeris prominulis rotundatis, lateribus fere rectis, paullo pone medium tamen angustato-rotundata, multo quam in praecedente convexiora, tenue marginata, sub humeris autem vix canaliculata, rufa nitida, crebre et profunde punctata. *Pectus* nigrum nitidum punctatum. *Abdomen* rufum, pilis rigidis griseis obsitum. *Pedes* longiusculi toti nigri.

Longit. $3\frac{3}{4}$ lin. Latit. $1\frac{3}{4}$ lin.

3. *MEGALOPUS* EPHIPPIGER. Tab XV. Fig. 3.

Testaceus nitidus punctatus, vertice, antennis, thoracis medio, scutello, elytris macula magna communi sellata, pectore, femorum basi tibiisque nigris.

Habitat in Brasilia. Mus. Henning.

Descr. Meg. *rufipenni* paullo major, statura longiori, thoracis forma et elytris postice magis angustatis imprimis diversus. *Antennae* ut in praecedentibus, extus tamen latiores, magis compressae, caput cum thorace longitudine fere aequantes, totae nigrae pubescentes. *Caput* antice et postice valde attenuatum, medio laeve, ad oculos et in summo vertice crebre punctatum, rufo-testaceum, labro, mandibulis et area postica ante oculos incipiente, quae totum verticem occupat, nigris. *Oculi* valde prominentes, glauci. *Thorax* medio longitudine vix latior, anterius valde angustatus ibique leviter trisinuatus, constrictus, margine elevato, in dentem parvum prominulum obtusum utrinque desinente, lateribus fere rectis; basis ipsa truncata, tenue marginata, utrinque ad angulum profunde excisa, angulo vero acute prominente, elevato plicam impressam constituente; undique parce et tenue punctatus, dorso totus niger, ad latera late pallide testaceus. *Scutellum* nigrum nitidum, apice rotundatum. *Elytra* thoracis basi vix latiora, latitudine baseos fere duplo longiora, antice ad humeros profunde excisa et impressa, humeris ipsis

callosis prominentibus, mox pone illos versus apicem usque sensim angustata, marginata, concinne et profunde punctata, dorso planiuscula posterius declivia, flavo-testacea, macula magna communi humeros cingente et inde ultra medium continuata postice transverse undulata, ad latera emarginata, ephippium vel sellam facile mentiente, nigra, relicto spatio semicirculari circa scutellum pallido. *Pectus* flavo-testaceum nitidum, ad latera nigrum. *Abdomen* flavo-griseum hirsutum. *Pedes* nigri pilosi, femorum apice tibiisque quatuor anterioribus latere interno, nec non soleis, pallidis.

Longit. 4 lin. Latit. 2 lin.

Tab. XV. Fig. 4.

4. *MEGALOPUS* HENNINGII.

Niger pubescens, capite antice, thoracis limbo omni elytrisque albidis, his fascia margini parallela aliaque in dorso obliqua utrinque, nigris.

Habitat in Brasilia. Mus. Henning.

Descr. Meg. *histrione* major et in elytris multo longior, statura magis linearis, antennis longioribus et tenuioribus distinctus. *Antennae* capite cum thorace longiores nigrae, articulo primo magno, sequentibus duobus tenuioribus, reliquis versus apicem sensim sed parum incrassatis minus compressis, moniliformibus extus sub serratis, pubescentibus. *Caput* nigrum nitidum, inter oculos impressum ibique punctatum, oculis valde globosis prominulis glaucis, ore vix attenuato, collari pone oculos abrupte angustato, regio supra os albida superne emarginata, et in collari macula lineari rufo-testacea, utrinque pone oculos. *Thorax* antice longitudine vix latior ibique perparum angustato-constrictus, emarginatus et transversim impressus, angulo utrinque prominente obtuso, lateribus rectis mox pone angulos anticos dente parvo acuto armatis, basi transversim impressus, truncatus, angulis rectis haud prominulis; supra convexus niger, margine antico et postico nec non lateribus tam

supra quam infra albidis; praeterea ante scutellum maculae duae lineares ejusdem coloris, extrorsum divergentes, thoracis medium attingentes. *Scutellum* majusculum, nigrum, apice parum rotundatum. *Elytra* antice thoracis basi sesqui latiora, latitudine illa fere triplo longiora, humeris impressione interna calloso-elevatis nonnihil prominulis, pone humeros fere ad apicem usque linearia, postice ad suturam dehiscentia, supra convexa, dorso fere plana posterius valde declivia, lateribus compressa tenue marginata, crebre punctata griseo-pilosa, albida, in utroque fascia ad scutellum incipiens, humerum totum occupans, inde margini parallela, paulli pone medium abrupta et postea ad apicem fere continuata linearis, nec non plaga magna cuneiformis prope scutellum etiam oriens, suturam usque in medium sequens, et inde oblique extrorsum flexa mox acute desinens, nigrae. *Pectus* nigrum nitidum, medio rugose-punctatum suturis albidis. *Abdomen* nigrum nitidum pubescens, segmentis omnibus late albo-marginatis. *Pedes* crassi, crebre punctati, pilosi, toti nigri, coxis flavis, soleis fulvo-hirsutis.

Longit. 5¼ lin. Latit. 2 lin.

In memoriam Experientissimi Dom. Doctoris Johannis Henning, Suae Caesareae Majestatis a Consiliis Collegiorum, cujus benevolentiae omnes novas species jam descriptas debemus, hanc inter illas pretiosissimam grato animo nomine ejus designare nobis liceat.

5. *MEGALOPUS* LIMBATUS.

Tab. XV. Fig. 5.

Pallide flavus, pubescens, antennis, labro, mandibulis, oculis, capitis medio, tibiis tarsisque nigris, elytris griseo-atris, limbo omni pallide flavo.

Dejean *Catalog.* p. 114.

Meg. *sellatus.* Germar. *Ins. sp. nov.* p. 524. n°. 704.

Habitat in Brasilia. Dom. Langsdorff. Mus. Hummel.

Descr. Statura linearis angusta praecedentis, sed duplo minor, antennis adhuc longioribus, thorace convexiore et colore dissimilis. *Antennae* capite cum thorace multo longiores, extrorsum parum incrassatae, compressae, serratae, nigrae, articulis 4 - 11. valde pubescentibus. *Caput* antice et postice attenuatum, pone oculos foveola longitudinali punctata profunde impressa, flavum, oculis, fascia inter eos transversa, labro, mandibulis et maculis duabus collaribus transversim dispositis, nigris. *Thorax* transversus vel basi longitudine duplo latior, antice et postice valde constrictus, ibique impressione transversa marginatus, anterius paullo angustatus; supra convexus pallide flavus, laevis, angulis posticis acutis nonnihil prominulis. *Scutellum* pallide flavum, apice sub-acuto. *Elytra* basi inter humeros valde excisa, thorace sesqui latiora, latitudine fere triplo longiora, humeris deplanatis latis, extrorsum parum prominentibus, lateribus, linearia, latitudine baseos plus quam triplo longiora, sub-rectangularia, confertim granulato punctata, nigro - plumbea, humeris late, margine laterali anguste, apicali vero latius, pallidis. *Corpus* subtus totum pallide flavum, griseo - pilosum. *Pedes* validi, femoribus pallide flavis, tibiis tarsisque nigris, dense griseo-hirsutis.

Longit. $4\frac{1}{4}$ lin. Latit. $1\frac{1}{2}$ lin.

Species, quas videre mihi non contigit:

6. *MEGALOPUS* FASCIATUS.

„*M. niger nitidus, antennis pedibusque concoloribus, elytris rubris fascia lata nigra.*“

Dalman. *Anal. Ent.* p. 72. 65.

„Hab. in Brasilia. Dom. Frœlich. Mus. Reg. Acad. Scient. Holm.“

„*Corpus* totum nigrum, exceptis elytris. — *Antennae* thorace vix longiores; articulus primus obconicus, secundus brevis, tertius longior clavatus; quartus iterum parvus, reliqui latiores, brevi-

usculi, transversi, compressi, opaci, apicalis obtusus. *Caput* thorace multo latius, punctulatum, collo valde angustato, fronte retusa; os cum palpis et mandibulis nigrum. Ad latera oris, linea alba nitidula. Oculi laterales, maximi, ovati, valde prominentes, obscuri, antice acute excisi. *Thorax* transversus, antice posticeque constrictus, lateribus angulatus, subdentatus, supra modice convexus, parce punctatus. *Scutellum* majusculum triangulare. *Elytra* thorace multo latiora, humeris latis et valde prominentibus, posterius sensim angustata, aliquantum dehiscentia, apice singulatim rotundata, latitudine baseos vix dimidio longiora; parum convexa, rubra, nitida, punctata; pone medium fascia lata nigra, integra, subtilissime et confertissime punctata. *Corpus* subtus valde convexum, nigrum, nitidum, albo-pubescens; abdomen contractum, segmento anali magno, pygidio ab elytris haud tecto. *Pedes* longiusculi, validi, compressi, nigro pilosi; femora postica magna, incrassata, compressa, mutica, extus punctulata, intus glaberrima. *Tarsi* omnes distincte 4-articulati; articulis 1 — 3, brevibus transversis, evidenter soleatis, apicali magno, reliquos simul sumtos longitudine fere aequante. *Alae* nigricantes. *Corpus* pube brevissima nigra obductum."

„Longit. $4\frac{1}{2}$ lin. Latit. 2 lin." (*Dalman.*)

7. *MEGALOPUS* DORSALIS.

„*M. rufus, antennis, maculaque magna oblonga elytrorum nigris.*"

Olivier. *Ent.* Tom. VI. p. 920. 1. Pl. 1. fig. 1. a. b.

Habitat in America meridionali. Mus. Dufresnii.

„*Antennae* breves, nigrae, articulo primo basi rufo. *Caput* rufum, oculis prominulis fuscis. *Thorax* planus rufus. *Elytra* plana rufa, macula magna nigra quae marginem et apicem attingit. *Corpus* rufum. *Tibiae* posticae, reliquis longiores incurvae fuscescentes. *Tarsi* postici fusci." (Olivier).

8. *MEGALOPUS* RUFICORNIS.

Fabr. *Syst. El.* II. p. 367. 1.

Latr. *Hist. nat. d. Crust et d. Ins.* XI. p. 393.

„Habitat in America meridionali. D. Smidt. Mus. D. Lund."

„*Corpus* medium, statura et magnitudine fere N. (Necydalis) rufae. *Caput* cum antennis testaceum, vertice fusco. *Oculi* magni, globosi, prominuli. *Thorax* rotundatus, testaceus, dorso fusco. *Elytra* laevia, testacea, subattenuata, immaculata. *Pectus* fuscum, abdomine testaceo. *Pedes* testacei, femoribus posticis incrassatis." (Fabricius.)

9. *MEGALOPUS* NIGRICORNIS.

„*M. testaceus, antennis, sutura margineque elytrorum, tibiisque posticis, nigris.*"

Fabr. *Syst.* El. 11. p. 368. 2.

Latr. *Hist. nat. d. Crust. et d. Ins.* XI. p. 393. *Gen. Crust.* et Ins. 3. p. 45. 1. tab. XI. fig. 5.

Oliv. Ent. Tom. VI. p. 920. 2. Pl. 1. fig. 2.

„Habitat in America meridionali. D. Smidt. Mus. D. Sehestedt" (Fabricius); „in Sanctae Trinitatis insula. D. Maugé" (Latreille.)

„Praecedente (*M. dorsali*) paullo major et angustior. *Antennae* nigrae. *Caput* nigrum, ore flavo. *Thorax* rufescens, dorso nigro. *Elytra* griseo-virescentia, sutura, margine, lineaque abbreviata nigris. *Corpus* testaceum tibiis posticis incurvis nigris (Olivier). Statura et summa affinitas praecedentis (*M. ruficornis*). Differt tamen capite cum antennis nigro, ore flavescente. (Fabricius).

10. *MEGALOPUS* SUBFASCIATUS.

„*Piceus, griseo-pilosus, thoracis margine pallido, elytris testaceis: fasciis tribus obliquis abbreviatis obsoletis ferrugineis.*"

Germar. *Ins. sp. nov.* p. 525. n°. 705.

„Habitat in Brasilia."

„Magnitudine praecedentis (M. *sellati* Germ. *limbati* Dej.) *Caput* punctatum, piceum, pilosum, ore testaceo. *Antennae* thorace parum longiores, fuscae. *Thorax* transversus, basi obsolete bisinuatus, lateribus obliquis, antrorsum angustatis, apice marginatus, vage punctatus, flavescenti-hirtus, piceus, margine omni pallido. *Coleoptera* oblongo-subquadrata thorace sesqui latiora, apice rotundata, pilosa, pallide testacea, fasciis utrinque tribus latis obliquis abbreviatis obsoletis ferrugineis. *Corpus* subtus cum pedibus piceum, tibiis posterioribus curvatis. (Germar).

11. *MEGALOPUS* EGREGIUS.

„Capite thoraceque sanguineis, subtus niger, antennis apice albis, elytris basi cyaneis, margine laterali et postice testaceis."

Germar. *Ins sp. nov.* p. 525. n°. 706.

„Habitat in Brasilia."

„Praecedentibus paullo minor. *Caput* sanguineum, pone oculos punctatum, labro nigro. *Antennae* dimidio corporis longiores, nigrae, subtus et apice albae. *Thorax* transverso-quadratus, basi apiceque marginatus, sanguineus, immaculatus. *Coleoptera* oblongo-subquadrata, apice rotundata, punctata, basi ad dimidium cyanea, margine laterali et postice testacea. *Pectus* et *Abdomen* nigra. *Pedes* nigri, tibiis posterioribus curvatis, femoribus posticis maris valde inflatis." (Germar.)

Explication de la planche:

A. La tête vue par devant, avec les antennes.

B. B. Les mandibules.

C. C. Les maxilles.

D. D. Les palpes maxillaires.

E. Le menton.

F. F. Les palpes labiaux.

G. Le Corps vu d'en bas.

H. L'une des deux pates antérieures.

I. L'une des deux pates intermédiaires.

K. L'une des deux pates postérieures, avec la lame pectorale mobile.

Fig. 1. MEGALOPUS *histrio*.

Fig. 2. MEGALOPUS *rufipennis*.

Fig. 3. MEGALOPUS *ephippiger*.

Fig. 4. MEGALOPUS *Henningii*.

Fig. 5. MEGALOPUS *limbatus*.

Obs. Toutes ces figures sont très-grossies à la loupe, et les traits placés près d'elles indiquent leurs longueurs naturelles.



SUR

LE PLUS PETIT VOLCAN DU GLOBE,

C'EST À DIRE SUR LA PETITE ISLE DE *COOSIMA*

SITUÉ DANS L'ARCHIPEL DU *JAPON* PRÈS DU CAP *SANGAR*.

PAR

TILESIUS.

(accomp. de 4 planches.)

Présenté à la Conférence le 9 Juin 1824.

En parlant d'un petit Volcan, qui s'élève au milieu de la mer on ne peut s'imaginer autre chose, que la pointe ou le sommet d'une montagne ou de ce même Volcan, qui paroit un peu au dessus de la surface de la mer. Ce fut lors de la première navigation des Russes autour du globe exécutée sous la conduite du célèbre et très savant Marin Mr. le Capitaine *de Krusenstern* pendant les années 1803 jusqu'à 1806, qu'étant de ce voyage en qualité de naturaliste que j'eus occasion de voir le même petit Volcan et de le dessiner en même temps d'après nature et de quatre differents côtés.

Au mois de May de l'année 1805, en revenant du Japon et passant l'isle de Jesso et le cap Sangar, pour traverser les Isles Couriles et revenir au Camtschatca, nous rencontrâmes les deux petites Isles Volcaniques d'*Oosima* et de *Coosima*. Je ne dirai pas un mot de la navigation, parce qu'elle a déja été décrite dans toutes ses différentes parties par Mr. de *Krusenstern* lui même dans le second Volume de son Voyage pag. 30. 33. 34. Ce même auteur aussi à cette même occasion a décrit ces deux Isles et les

caps les plus proches, sçavoir le cap *Sinecko*, *Sangar* et le cap *Nadeschda*, la ville de *Matsmai*, le cap *Greigh* et le pic Tilesius ainsi que l'on voit déja par sa description, que la plus grande partie des roches et montagnes de cet archipel, sont plus ou moins d'une nature volcanique. Dans la Carte du detroit de *Sangar*, qu'on trouve dans l'Atlas du Voyage de *Krusenstern*, l'Auteur a dessiné en même temps ces deux Volcans encore fumans. Voyez la Carte des isles Japonaises, planche XLII. ou les Volcans sont situés entre le 41° et 42° de latitude et le 139° et 140° de longitude vis a vis du cap *Sangar* entre ce dernier et le cap *Greigh*, qui est au milieu et avec lequel ils forment un triangle et ils ont la vue sur le cap *Gamaley* et le pic Tilesius. Nous rencontrons ce même objet dans la planche LXVIII Carte du coté de l'Ouest de *Jesso*, dessiné d'après la grande mesure, ou l'on voit l'isle d'*Okosir*, le cap *Sineko*, le cap *Gamaley* et le pic Tilesius. Nos deux isles sont situées justement en face de ce dernier et de la ville Japonaise *Maza* ou *Matsumai*.

Jai dessiné aussi les vues en perspective ou les planches nautiques des côtés les plus proches, qui se trouvent dans ce même Atlas planche LXX. Il faut examiner auparavant ces cartes et vues en perspective et lire la description communiquée par Mr. de *Krusenstern* pour se procurer une idée juste ou saisir d'un coup d'œil de l'Ensemble de cet Archipel. Celui, qui n'a vu que les grands Volcans du continent, ou ceux des isles très élevées au dessus de la surface de la mer par exemple le pic de Teide de l'isle de Téneriffe et les Volcans de la peninsule de Camtschatca nommés Opalskaja, Wiluitschinskaja Tschoupanowskaja, Awatschinskaja Sopka, et principalement Straeleschnaja, Cronotzkaja et Coraelasopka, tous des Volcans gigantesques, qu'on ne peut observer d'un coup d'œil à cause de leur grandeur colossale et sur tout parceque les causes Volcaniques, l'origine du Volcan ou les procès de leur formation ne se manifestent pas à la vue, celui-là dis-je,

doit être étonné en voyant un si petit Volcan qu'on peut saisir au premier regard, puisque ce n'est que la pointe ou le sommet, qui se montre hors de l'eau. Il est aussi en même temps plus intéressant pour le naturaliste ou physicien, qu'un grand Volcan, parce que c'est là, qu'il apperçoit l'attelier, ou se développent les causes ou ressorts de son origine, de la formation et de ses eruptions; c'est à dire l'eau entourant de tous côtés la pointe de la montagne, pénétrant par les espaces des solfatares dans l'intérieur de l'attelier, décompose les cailloux, les mines de fer, et les met en mouvement, par quoi le souffre et les autres matières combustibles s'enflamment et alors les vapeurs gazeuses dilatées par la chaleur se fraient un chemin formant la cheminée et se mettent à découvert jusqu'au crater du Volcan.

L'une de ces petites îles, *Coosima*, dont la seule pointe ou le sommet s'éléve audessus de l'eau et forme le Volcan le plus petit peut-être de notre globe, elle se montre en forme d'un pic, qui fume toujours, et qui a été mésuré par notre habile Astronome le Docteur *Horner.* Il ne s'éléve pas à plus de 150 pieds au dessus de la surfaae de la mer. Il est situé entre le 41 dégré de latitude et le 120° 14′ 45″ de longitude. Il est nu, stérile, d'une couleur bleuâtre, on y n'apperçoit pas une seule plante pas même un brin d'herbe sur ce roc Volcanique, dont les bords brunâtres, rougeâtres et poreux sont tombés en efflorescence, dont les couches de Lave indiquent les écoulemens périodiques d'une eruption réitérée et montrent la nature Volcanique, dont les mêmes couches s'élévent en forme d'escalier au dessus de la surface d'une profonde mer et forment un amphithéatre pyramidal s'étendant jusqu'au crater même.

L'autre îsle, nommé par les Japonois *Oosima* non loin de *Coosima* pourroit être la pointe d'une montagne appartenant à la première en supposant, que ces deux montagnes forment une seule îsle dans la mer. Elle est plus grande et se trouve à l'Ouest de

l'autre. Elle est située entre le $41^\circ - 21' 30''$ de latitude et $220^\circ - 14' 00''$ de longitude, elle ressemble à tous égards à la prémière et son aspect vu au Télescope offre la même nature de roc, la même couleur et la même stérilité. Nous passâmes entre ces deux isles pas plus eloignées l'une de l'autre que de 6 lieues angloises.

La profondeur du passage, assez sûr étoit trop considérable, pour qu'il fût possible de la sonder. Notre prévoyant Capitaine en traversant le canal faisait sonder continuellement, mais la sonde ne trouvoit point de fond quoique la ligne eut 100 brasses. Par conséquent il parait constaté par l'expérience, que ces deux pics ne sont que des sommets de montagnes et peut être d'une même isle. C'est par la même raison, qu'il s'y trouve un courant fort et extraordinaire, à travers le quel nous nous vîmes entrainés; car pendant notre traversée, le 4 May 1805, il survint un calme et faute de vent et de fond notre vaisseau, la Nadeshda abandonné au torrent nous porta jusqu'au pied du petit Volcan et fut méné trois fois en cercle par le torrent autour de la montagne, et si proche, qu'il me fut possible de la dessiner en détail des quatre côtés et assez commodement. Pendant ce tournoiement la montagne ne me parut pas plus haute que notre vaisseau, de sorte que je pouvois regarder du haut du mat dans les solfatares et même dans le crater. Une demi heure m'auroit suffi pour grimper au sommet et parcourir l'enceinte dans toute sa circonférence. L'occasion fut donc très favorable pour examiner un si petit Volcan, mais notre Capitaine très prévoyant craignoit des coups de vent et par cette raison la Chalouppe ne fut pas exposée en mer. Nous fumes souvent si près de cette montagne que je pus facilement jetter une pierre du haut du mât jusqu'au Crater et distinguer des yeux tous les objets en détail, par exemple les laves détachées, les bords poreux, les écumes, la scorie et les fragments du roc. Le bord du crater fumait ainsi que les solfatares; la fumée étoit argentée et par ci par là on aparcevoit une petite flamme bleue de souffre.

Le Crater même écroulé et prolongé en bas d'un côté étoit rempli de cendre ou de pouzzolane rougeàtre. Les gours et fondrières entre la montagne partagée et les solfatares dont elle étoit sillonnée du haut en bas, descendoient jusqu'à la surface de la mer, dont les ondes arrosoient et pénétroient l'intérieur. On pouvoit encore plus clairement distinguer en bas, à la surface de la mer les escaliers des laves, qui sont posées l'une sur l'autre et forment un amphithéâtre pyramidal qui s'éléve de plusieurs côtés de la montagne presque jusqu'au sommet. Ces escaliers en forme de terrasse ne sont que les bords extérieurs des couches de lave qui dans les écoulemens annuels ou périodiques endurcissent l'une sur l'autre; et l'on pourroit facilement les monter comme un escalier ordinaire.

Les bords extérieurs de ces terrasses ou couches lavatiques exposés à l'arosement continuel des flots montroient déjà le commencement de la décomposition ou destruction, car ils étoient devenus poreux et d'une couleur brunâtre.

Ces Volcans ont un aspect triste et stérile et n'offrent aucun vestige de plante ou trace d'animal. Dans le voisinage d'*Oosima* on voyoit souvent voler une espèc de mouette grise et les baleines lancoient par deux tuyeaux des longs jets d'eau au dessus de la surface de la mer.

Mr. *Maltebrun* (dans son Précis de la Géographie universelle Tom. III. p. 465 — 466.) dit: Matsmai ou la ville du détroit est bâtie vers l'extrémité méridionale de l'isle; c'est une forteresse Japonoise inaccessible du côté de la terre. Les autres postes s'étendent vers l'ouest jusqu'à la pointe nord. En longeant la côté occidentale on rencontre les isles d'*Oosima*, de *Coosima* d'Okosiri, de Riosiri, qui renferme le pic de *Langlé*, de *la Pérouse* et de Rifunossiri le grand golfe qui s'avance dans le pays, a reçu des Russes le nom de Stroganof. Le dernier poste au Nord est

Nodsjiab, le *Notsambu* de *Krusenstern.* „Mr. *Maltebrun* connoît donc les deux noms de nos deux îsles non seulement d'après Mr. *de Krusenstern*, mais aussi par la brochure Japonoise *Jesoki* ou déscription de l'îsle de *Jesso* ou *Matsumai*, publié par *Kannemon* et traduit en françois par *Titsing* mais il n'a pas appris de personne, que ces îles sont des Volcans; cependant il dit de la baye des Volcans: „le Volcanobay offre un bassin circulaire de l'aspect le plus pittoresque; tout fait soupçonner, mais rien ne démontre ici l'existence d'un Volcan en activité." Il ne sera donc pas superflu, si je démontre l'existence des Volcans en cet endroit, en donnant la description et les planches du plus petit des Volcans, qui s'y trouvent, lequel ne s'élève que par son sommet au dessus de la surface de la mer et qui est d'autant plus rémarquable parmi les autres, qu'il absorbe l'eau de la mer déjà par les solfatares et qu'à chaque tempête ou Typhoon l'eau de la mer peut se jetter en abondance par le Crater même. En général l'on ne peut se former nulle part une idée aussi juste et aussi claire de l'origine et de la formation des Volcans, que dans la traversée de Camtschatca au Japon, car c'est ici, que l'on doit passer les îles Curiles presque toutes d'origine volcanique, dans les quelles on peut observer de très près les atteliers ou fournaises sous différens formes. La grande profondeur de la mer dans le voisinage de ces îles, leurs hautes montagnes, qui ne s'élévent que par leurs sommets au dessus de la surface de l'eau, les cavernes et gouffres presque toujours vuides dans l'intérieur de ces montagnes (Voyez les planches 34. et 36. de l'Atlas de Krusenstern.) dans lesquelles l'eau pénêtre et décompose les cailloux, dégage des vapeurs gazeuses, qui s'inflamment et sont entretenues par les matières bitumineuses et inflammables. Tous ces détails se rencontrent ici pour favoriser la formation et l'activité de ces volcans, que l'on voit en grand nombre dans ces environs, à différens dégrès de leur formation et de leur amortissement, en forme de scorie noire ou de roc déchiré ou consumé par le feu. De tout cela s'expli-

quent les éruptions, les coups de vent et les pluies de cendre, qui couvrent de temps en temps les vaissaux et qui effrayent les marins dans ces parages.

C'est par ces mêmes effets, que se produisent les tremblemens de terre et les isles nouvelles ou celles qui disparaissent; cependant ces dernièrs s'évanouissent aussi souvent par l'écroulement du crater élévé auparavant seul au dessus de la surface de la mer. C'est ainsi qu'il paroit vraisemblable, au moins possible, que Coosima pourroit avoir le même sort de disparoitre un jour, si le crater venoit à s'y écrouler.

Mr. de *Krusenstern* n'est pas le premier Géographe qui ait marqué ces deux îles sur ses cartes, elles se trouvent déjà indiquées dans la Carte des découvertes des Russes dans l'Océan oriental du Nord publiée par le Dépot Impérial des Cartes sous la Direction du savant Ingénieur Général Mr. le Comte de *Suchtelen* à St. Pétersbourg 1802. Elles y sont dessinées, comme il faut vis à vis du passage de Sangar formé par le cap Sangar et le cap Nadeshda mais Mr. de *Krusenstern* a ajouté quelques reflexions intéressantes sur la situation des promontoires les plus proches de nos deux îles en disant: „Sur la cote Nord Nord Ouest nous vûmes à Jesso ou Matmai un Cap nommé sur la Carte du Dépot *Sinecko.* De ce même Cap situé entre 41°—48′30″ de latitude boréale et au dégré 220°—60′30″ de longitude a l'Ouest s'étend une longue chaine des rochers dans la mer; il est vraisemblable que ces rochers communiquent au dessous de l'eau avec une petite île située au Cap *Sineko* dans la même direction avec la chaine de ces rochers. Du Cap *Nadeshda* jusqu'au Cap *Sineko* la direction de la côte est Nord Ouest et la distance entre ces deux caps est de 18 lieues angloises (9 lieues de france). Entre eux dans une baye étendue mais ouverte et peu sûre l'on voit la ville de Matmai, dont l'île de Jesso a reçu son nom des Japonois. La ville

nommée ainsi Matza ou Matsumai, quoique d'une étendue très médiocre, est néanmoins la résidence du Gouverneur Japonais et la seule ville de cette isle. Elle est bâtie près d'un rivage assez élevé et à la manière Japonoise, les maisons sont petites, le rivage paroit s'y séparer du côté droit et s'ouvrir à l'embouchure d'un fleuve. Il y avoit une quantité de Vaissaux Japonois à l'ancre et plusieurs autres étoient étapés au lieu d'entrepôt, plusieurs d'entre eux étoient déjà sortis pour s'occuper de la pêche et du commerce de la côte, ils prenoient toujours leur cours le long des côtes. Le manque d'une baye assez sure doit être cependant un grand empêchement au commerce.

La ville de Matza ou Matmai est située entre le 41° 32′ de latitude et le 219° 56′ de longitude. La côte méridionale de l'Isle étant si proche de la côte septentrionale du Japon dans une mer si profonde, c'est avec beaucoup de vraisemblance, que Mr. de *Krusenstern* prétend, que ces deux îles n'en firent jadis, qu'une et qu'un tremblement de terre les à séparées. Cette hypothèse est fondée sur une semblable supposition que les Géographes ont adopté sur l'ancienne forme de l'Europe, c'est à dire, on croit, que la France à été séparée de l'Angleterre, Gibraltar de l'Afrique et la Sicile du Continent de l'Italie par la force d'un tremblement de terre ou des éruptions volcaniques.

D'après cette supposition la séparation forcée du Jesso et du Japon est plus évidente que vraisemblable 1°.) par la quantité des Volcans consumés et fumans 2.) par l'étroit passage qui les sépare 3°.) par les rivages escarpés de l'une et de l'autre côte et par le nombre égal et uniforme de promontoires et de leurs couches, 4°.) par la même couleur et substance semblable des rochers, qui paroissent avoir été approchés et dechirés alors l'un de l'autre et par la même direction des hautes chaines de montagnes des deux côtés qui ne sont séparées, que par un canal étroit. Mr. de

Krusenstern pense, que la séparation du Jesso de Japon, dont il a prouvé le fait par les effèts de la force ou par les traces de rupture de l'unè et de l'autre côté, séroit confirmée par les traversées de mariniers attentifs d'Europe si tôt qu'ils prendroient le passage par le détroit de Sangar. Il s'est persuadé, que c'est un objet digne de leur attention et qui merite d'être examiné dans la suite, ou la conformation continuelle des côtes separées et opposées l'une à l'autre prouvera la séparation jusqu'à l'évidence.

Il croit en meme temps; que les tremblemens de terre et les éruptions causées par le plus haut et élevé pic Tilesius ont déchiré et rompu ces deux terres l'une de l'autre, mais le haut pic, n'étant pas assez proche, et les rivages de l'une et de l'autre côte, enfermant en eux mêmes des preuves volcaniques par ses colonnades basaltiques et parois canelés, par ses couches basaltiques dechirées et jettées l'une sur l'autre et par ses rocs noirs coniques, on n'a pas besoin d'aller chercher la cause de la séparation de ces deux terres hors d'elles mêmes; elle se trouve dejà là, dans la structure du roc, dans le caractère volcanique de sa composition. Quand on a fait un tour pareil au notre, c'est à dire autour du globe, quand on a vu les Volcans de Camtschatca, des îles Couriles et Japonaises, ceux de Marquezas, le pic de Teneriffe et le Volcan consumé de St. Hélène, quand on a rémarqué tant de fois la même construction volcanique dans les rocs et pierres basaltiques en différentes modifications, alors il n'est pas difficile de reconnoître la nature volcanique même dans un assez grand éloignement par le moyen d'un télescope et de se rendre familier avec les formes différens des rocs volcaniques et avec les traces générales des Volcans consumés. Mais pardon, il est temps de retourner à nos deux iles volcaniques, *Oosima* et *Coosima* pour continuer à déterminer leur situation géographique.

La direction de l'une à l'autre est Nord Ouest et Sud Est 64°. Le passage entre les deux îles s'étend à 20 lieues angloises

ou bien 10 lieues francoises de latitude. L'entrée occidentale dans le détroit de Sangar n'est pas à manquer, quand même les nuages d'un mauvais temps empêcheroient de faire une observation de latitude. Quand on vient du Sud, c'est le pic Tilesius, qui s'élève au dessus de toutes les autres montagnes et qui se distinque principalement par son hauteur et par sa neige éternelle. Le cap Greigh, dont la côte se dirige jusqu'au cap Sangar vers le Nord-Est en Nord dans un espace de 9 lieues angloises n'est pas non plus à manquer à cause de sa forme et sa couleur, que j'ai dessinées dans les planches des vues nautiques de l'Atlas. Quand on vient du Nord, les deux îles *Oosima* et *Coosima* sont elles mêmes les guides les plus sûrs pour nous renvoyer à l'entrée du détroit de Sangar. C'est ici qu'on voit le pic Tilesius et le cap *Greigh* en même temps. *Coosima* est située justement vis à vis du détroit de Sangar. C'est près de cette île, que commence le torrent, qui croît peu à peu à mesure, qu'on s'approche de l'entrée du canal. Enfin la partie de Sud-Ouest de *Jesso*, la ville *Matza* et le cap *Nadeshda* sont faciles à trouver en se guidant d'après la Carte de Mr. de *Krusenstern* et d'après les vues nautiques de cette côte dessinée dans l'Atlas. Mr. *Langsdorf* d'après *Krusenstern* a mentionné aussi notre Volcan dans son livre (intitulé: Bemerkungen auf einer Reise um die Welt etc. 1 volume p. 278") non comme Volcan, mais plutôt comme guide ou marque de l'entrée du passage de Sangar. Mr. *J. Klaproth*, (aidé de Mr. *Langsdorff*), qui sait la langue Chinoise et Japonaise et la géographie de ces contrées, a ajoutée l'Etymologie du nom *Oosima, Coosima* et *Matsumai* en disant: „L'île occidentale nommée par les Japonais Oo-sima c'est à dire la grande, l'autre Coo-sima ou la petite île. *Matsumai* dit Mr. *Klaproth*, instruit vraisemblablement par des renseignemens Chinois, „est le nom de la ville principale de l'île de Jesso, qui signifie ville des pins" (quoique nous ne vumes ni pins ni de sapins ni autres arbres à feuilles aciculaires) „mais l'île même n'a été jamais nommée Matsumai par aucune nation quelconque; les

Japonais l'ont nommée Jesso et les Chinois la prononcent *Chi-a-y* qui signifie île des écrévisses. Le mot *Chia* veut dire chevrette, nommé par les Hollandois *Garnelen*, par les Espagnols *Camarones*, par les Portugais *Camaroẽns garanquixolas*, par les Anglois *Shrimps*. La petite île *Besaiten* est située devant le port de la ville Matsumai, elle passe chez les Japonais pour une ville sacrée, où ils ont bâti un temple." Elle doit être bien petite, car nous ne la vûmes pas. — „Vers la partie de l'Est est situé le bord de *Chacocade*, le cap situé le plus meridional de l'île *Sira-ka-missaki* et vers l'orient de celui ci deux ports très commodes aux petits vaissaux." Le port de *Chacocade* (assez connu par l'histoire du prisonnier Mr. *Golownin*, officier Russe au Japon) est situé encore plus vers l'Est, pres du quel sont établies plusieurs petites colonies Japonoises et non loin de là plus avant dans l'île sont les maisons des interprêtes de la lanque Curile. On trouve sur toute la côte occidentale de l'île vers le Sud une grande quantité de Varecs ou de fucus, que l'on mange et qui sont appellés par les Japonois *Combu*.

Dans le cas où ce petit Essay d'un tableau du plus petit Volcan servit à étendre l'histoire volcanique du Globe et fut approuvé par les géographes, je pourrais ajouter dans la suite plusieurs Vues nautiques dessinées dans la Volcanobay. J'ai cru devoir comuniquer ce ci pour des raisons suivantes 1°.) parce que le Volcan dessiné dans ces quatre planches est peut être le plus petit de notre globe 2°.) qu'il est tres rare, que des Mariniers Européens arrivent ici au moment où favorisés par le calme, leurs vaisseaux soient poussés trois fois autour de ce petit Volcan et si pres qu'on en distinque parfaitement tous les objets sans lunette et qu'on puisse les dessiner d'après nature 3°.) parce qu'il n'est pas encore décrit ni dessiné par aucun auteur. 4°.) parce qu'un si petit Volcan offre un aspect complet et permet le parcourir tout d'un coup des yeux et d'apercevoir les solfatares et les gours, par les

quels l'eau de mer s'y introduit pour faire la dissolution et l'éruption volcanique, par la quelle on peut se former l'idée de l'origine et des causes des Volcans, et Mr. *Maltebrun*, n'ayant pas encore assez profité des renseignemens sur les îles Japonoises, que Mr. de *Krusenstern* a publiés, ne parle d'aucun autre Volcan que de ceux de Fico et de Firando (l. c. Tome III. p. 470).

Explication des planches.

Tab. XVI. La première planche représente le mont *Coosima*, ou la petite île éloignée de notre vaisseau d'une lieue angloise, située au Nordouest 70′ d'après la boussole. Elle fut dessinée le 4 May 1805. à dix heures du matin. La montagne paroit séparée vers son sommet et la fondrière, descendant entre les deux pointes (*a*), est remplie de pouzzolane ou cendre volcanique; mais plus bas on apperçoit des couches lavatiques, les fondrières et gours, dont la montagne est sillonnée de haut en bas.

Tab. XVII. La seconde planche représente la montagne un peu plus proche et sans division, puisqu'elle n'offre, que la partie mince. Elle est située d'après la boussole à l'ouest 4′72″ vis à vis de la ville de Matza ou Matmai et elle a été dessinée le 4 Mai à dix heures 18 minutes du matin.

Tab. XVIII. La troisième planche offre le sommet de la montagne dechiré ou divisé en deux comme dans la première mais prise plus de l'autre côté. La seconde pointe plus obtuse (*a.*) n'est qu'un crater écroulé, rempli de l'autre côté de pouzzolane rougeâtre, dont les bords blanchâtres fumans jettent de temps en temps des flammes de souffre. Plus bas on voit des formations coniques (*b.*) qui ne sont que des grouppes basaltiques qui paroissent cristallisées. La montagne est située au Sud-Ouest 80′ d'apres la boussole. On voit de ce côté-là des solfatares les plus nombreux et les gours les plus profonds, par lesquels l'eau de mer s'enfonce et où les

couches lavatiques annuels en forme d'escaliers offrent des bords brunâtres onduleux et efflorescents. Cette vue là fut dessinée le même jour à dix heures 37 minutes du matin, où ces objets se présentoient assez clairs.

La quatrième planche renferme les sommets separés l'un de l'autre. La montagne sous ce point de vue là paroit assez large et dechirée, elle a sa plus grande largeur, quand on la regarde au Sud-Ouest, savoir 50′60″ d'après la boussole. Les deux premières pointes sont les mêmes que nous avont déjà vues dans la première planche, la troisième (*a*) est le crater, que nous avons vu en profil dans la troisième planche et qui se présente ici en face. Près de là s'élèvent les formations basaltiques et grouppes crystallisés coniques (*b*.) que nous avons déjà vus dans la troisième planche, mais qui sous cet aspect paroissent indiquer un crater écroulé. Les écoulements periodiques des laves se manifestent par les escaliers formés par les couches posées l'une sur l'autre. La montagne est située vers le Sud-Ouest 50′60″. Cette vue là a été dessinée une heure après la précedente le 4 Mai à once heures 7 minutes du matin. Tab. XIX.



DE CORALLIO SINGULARI MARIS ORIENTALIS,

EJUSQUE ORGANO LAPIDIFICO.

ADDITAMENTUM AD ZOOGRAPHIAM ROSSO-ASIATICAM.

AUCTORE

T I L E S I O.

Conventui exhibuit die 9. Junii 1824.

Fabricam Milleporarum Escharis, Celleporis et Reteporis magis continuam et solidum inveniri earumque substantiam calcaream non ex cellulis, ut in prioribus dictis, coadunatis factam esse, sed poris tantum cylindricis directione in Corallii axin perpendiculari pertusam (v. fig. 9.) jam ex Ellisio et Pallassio (Elench Zoophyt. p. 238.) accepimus. Corallium nostrum ex Oceano orientali protractum Millepora est. In circumnavigatione Krusensterni et quidem in itinere Camtschatico-Segaliensi altera versus promontorium boreale a Mantchu Tataris occupatum ubi die 6. Mensis Augusti 1805 in emetienda profunditate maris varia occupati eramus et meum erat non solum mensuram ipsam sed potuis sabuli et petrae naturam librae plumbeae seu bolidi in fundum maris demissae adhaerentis definiendi officium, occasio sese obtulit, partes etiam molles *Milleporae* funiculo librae circumvoluto abruptae et ad navem attractae accuratius investigandi.

Tab. XX.

Millepora erat pusilla rosea vel coccinea, quae haud procul a littore segaliensi a nautis Anglicis sic dicto ferreo inter promontorium *Lœwensterni* et *boreale* (v. *Krusensterns* Reise II. pag. 159.) fundo affixa fuit. Ex numero earum, qnae undique in superficie poros habent (v. fig. 1.) et circa axin medullaribus canaliculis

(v. fig. 9. Tab. XX.) vasculosae sunt, fuisse probat Sceleton. Sic enim ramosa, solida, ut *Millepora truncata*, in ramorum extremitatibus ad centrum convergentes canaliculos apponit nostra. Pori quincunciales integri circulares et hinc inde, si exacte poros lentis ope intueri velis, vestigia pori stellati prae se ferunt, sed hoc non impedit, quominus ad Milleporas referamus. *Pallas* enim ipse inquit: „Madreporarum aliquae ob stellarum parvitatem et obsoletam structuram pro Milleporis, minus attente inspectae, haberi possunt. Sic Madreporas damicornem et muricatam a Linnaeo inter Milleporas relatas videmus; quae tamen, certe si integra specimina inspicias, poros evidentissime intus stellatos sistunt, eosque non ad axin usque quasi terebratos, uti Milleporis semper sunt, sed superficie tantum insculptos. Fatendum tamen est has easdem Madreporarum species et plures iisdem affines, — indole ad Milleporos accedere; per easque (uti forte per Milleporam coeruleam, quae poros intus striatos adeoque substellatos habet) Naturam utrumque genus continuare voluisse.

MILLEPORA ROSEA *m.*

Millep. caulescens, dichotoma, ramis breviusculis divaricatis teretibus, poris quincuncialibus profundis, osculis majoribus duodecim tentaculatis. A Madrepora rosea *Esperi* Tab. XV. et XXXVI. maxime diversa, sed ramificationis habitu ad Milleporam truncatam *Ellis Soland* p. 141. Tab. 23. fig. 1. 8. et seriatam p. 171. Tab. 31. fig. 1. et 2. accedens, sed operculis pororum destituta et in quovis alio respectu recedens, forsan vero et Milleporae miniaceae Pall. p. 251. affinis.

Ex undis protracta citissime in vasculum aqua marina repletum reposita et durans per quadrantem horae observata fuit omni cum attentione. Oscula primo aëris tactu perterrita et retracta in poros, statu sub aqua tranquillo mox resurgebant ex iisdem et exserta tentacula movebant, quorum numerus duodenus fuit.

Tab. XX. Fig. 1. Fragmentum trunci funiculi circumvoluti ope abrupti naturali magnitudine refert, fig. 2. extremitatem rami magnitudine auctum fig. 3. et 4. stellulas seu oscula tentaculata e porulis prominentia, organa omnium vividissima, per lentem duplicatam inspecta, a superiore et inferiore parte delineata fig. 5. oscula clausa et 6. corio supra porum contracto tecta, fig. 7. corium papillosum seu periskeleton parenchymatosum a skeleto separatum a superiore et fig. 8. ab inferiore superficie visum magn. auct. delin. fig. 9. skeleti pars ab extremitate rami desumta, longitudinaliter dissecta, ut interiores cavernulae skeleti in conspectum veniant.

Stellulae duodecim radiatae fig. 3. et 4. Tab. XX. coccineae in centro orificio flavescente perforantur cibum ingurgitante. Orificium labio circulari clausum in alveum subglobosum seu ventriculum inducit vagina circumdatum per quam oviductus fig. 4. ascendunt et ovula in poris excludunt. Alveus osculi stellati in poro sat profundo locum habet et porum omnino implet et alvei ductus seu intestinulum *b* interiora versus axin rami tendit (fig. 9. A. ubi omnes osculorum canales *bbb.* conveniunt. Oscula hujus Corallii iis Actiniarum similia sunt, sed intestinulo ad axin transeunte pedunculata, ergo plura oscula unius ejusdemque animalculi ex Zoophytorum vel Litophytorum cohorte in centro vel axi perpendiculari ramorum confluunt, in actiniis contra animal a solo ore unico nutritur, quod, licet quoque stellatum, tamen multo majus est et praeterea structura, œconomia et. facultatibus oscula numerosa Zoophytorum multo superat. *Pallassio* nostro debemus ideam animalium radiatorum, non autem Francogallis, primus ille Centroniarum vel Actinodarum Ordinem suum promulgavit, in quo animalia actinoda seu cyclostomata ore centrali tentaculis radiatis circumdato distinxit. Transeunt vero Mollusca, quae Actinoda monostomata sunt, per similitudinem quandam oris formae ad Zoophyta, quae oscula stellata *numerosa* offerunt et hanc ob causam Actinoda *polystomata* dici possunt. Animalia vero omnia radiata etiam *monostomatà* e. g. Actinias, Echinos, Ho-

lothurias, Asterias, Medusas, Velellas, Porpitas, Beroes etc. *Cuvierus* celeb. Zoophytis suis perperam adscripsit. Alterum errorem, quo ideam animalium compositorum recoquunt auctores, silentio praeterire non possum, plures enim nominare oscula Zoophyti vel Litophyti polypos solent, quasi oscula, quae partes vel organa polypi sunt, polypi singuli essent. Confundunt igitur partes cum toto et non distinguunt stirpem ab osculis ejus numerosis singulam. Sed redeamus ad animalculum nostrum polystomum, in quo omnia tria regna naturae conjunguntur, quod lapidem gignit, sub forma plantae crescit et œconomia animali vivit vel sensum et motum partibus suis mollibus prodit. Partes ejus, quae prae caeteris sentiunt, stimulis reagunt et motu alacri distinguuntur, sunt oscula in hac specie sat magna et majoribus et profundis poris insita *Tentacula* radiata et subtilissime pinnata oris cum alveo seu ventriculo diaphana sunt, ita, ut Oviductus cum eo ascendentes et Oesaphagus perlucens distingui possunt, licet colore roseo et ad extremitates tentaculorum flavescente irrorata sint; adducto stimulo vero retracta et implicata papillam opacam coccineam radiatam referunt. *Pori* corallii profundi, capacitate seminis milii, in quincuncem dispositi, corio papilloso seu perisceleto parenchymatoso occineo vestiti et quodammodo clausiles, intus in acetabulo seu cavo lebetiformi interdum radiati, radii vero vix conspicui non stabiles sed impressiones tentaculorum dactyloideorum esse videntur. Penitus si clauduntur pori, ostiola retracta corium marginale in culcitellam annularem contractam secum intrahunt, quo mechanismo annulus tegens coarctatur ut vix ostiolum minutissimum supersit et domicilium osculi contra omnem injuriam defensum et ab omni parte clausum. In cylindro aqua marina repleto vitreo nec motu nec concussione perturbata oscula ad extremitates ramorum semper exserta, vario motu quasi fluctuantia vidi, ita ut tota superficies holoserica purpurea fibrillis flavorubellis tentaculorum flosculosa et instar heteromalli floccosi penicillata videretur. (vid. fig. 1.)

Motus tentaculorum sensim sensimque cum ipsa vita, aqua

marina non reiterata, languescit et oscula in situ porrecto emoriuntur. Qui ergo Corallia exsertis tentaculis in spiritu vini conservare volunt non viva nec subito, neque immediate immergere debent, sed caveant ne in aqua marina perturbentur, quo emortua submergi possint. Tota superficies corallii coccineo-purpurea est et mollis, quasi holoserica et papillosa. Ex corio parenchymatoso constat, *Cavolino Periskeleton* dicto. *Corium* hoc, aqua marina submersum, numerosissimis papillis et minimis quasi granulatum est, ita, ut altera immediate alteram proximam tangat. Papillae hae non perforatae videntur, saltem ego ostiolum nullum in vertice conspicere potui, attamen eaedem papillae cum subjacentibus in altera pagina corii vasis longitudinalibus et reticulatis communicare videntur, quod postea exempto corallio ex aqua et corio ejusdem dissecto vidi, acie cultri compressa papilla mihi bullulam aëream exhalare etiam visa est et hoc repetito experimento in pluribus observavi, quam ab rem attamen papillas perforatas esse censeo, licet ostiola papillarum profecto minima contracta vel compressa visum fugiant. Papillae aquam marinam vel potius particulas quasdam calcareas ejusdem absorbentes esse videntur, corium enim in extrema superficie externa magis elasticum et turgidum et succulentum esse videtur, quam interna, quae reticulata et a vasculis longitudinalibus cum papillis connexis striata et pulposae farinosa est striae superficiei interioris sulcis skeleti ejusque porulis, quibus insertae fuere, respondent porulae skeleti in dissecta ramuli extremitate tamquam canales minimi oblique ad axin descendentes in conspectum veniunt (v. *c.cc* fig. 9) et tamquam totitem oscula interna in ipsa substantia lapidea hiant, ergo vascula corii in skeleton ipsum continuantur.

Lamina interna corii vel ejusdem superfies interna firmiter cohaeret cum sulcis et porulis Skeleti ipsius et stridet quasi subtilissime arenosa sub cultro, dum ab iis separatur seu discinditur, et particulas calcareas jam secretas continere videtur. Vero simillime haec lamina interna corii pulposa organon lapidificum est, quod for-

san particulas calcareas secernit et secretas deponit, ut sceleton tam crassitie quam longitudine increscat, particulas calcareas cum aqua marina absorberi, ex eo patet, quod lamina externa corii succulentior et turgida magis videatur praesertim versus extremitates ramorum quibus prae ceteris partibus humores adfluunt, et quae spongiosa quasi turgent, interna contra magis rigida et farinosa imprimis versus truncum, ubi tandem ipsa lapidescere videtur.

Quod mihi singulare et curiosum videbatur, erat diversa humorum in corio indoles et separatio principiii colorifici, terram calcaream vix tingentis. Humores in corio externo coccineo imo purpureo tincto fluentes roseo colore tingebantur, in corio interno lacteo, priores simul erant fluidiores, posteriores pulposae et crassifluae fere coagulantes. Rubicundus color corio externo magis inhaerebat, quam interno skeleto, vero nullibi nisi in canalibus et cavernulis et hoc non immediate sed mediante intestinulo membranoso seu molli.

Demtis incolis et detractis membranulis color roseus skeleti lapidei in niveum vertitur, quod ex frustulo in lixiviis eluto et postea in sole siccato vidi Corallium rubrum nostrum ergo proprie Corallium album est, si sub hoc nomine skeleton tantum intelligere velimus.

Quemadmodum nunc, quantum perscrutavimus *functiones* hujus Zoophyti *physiologicas*, nulla earum magis elucescat nulla clarior et efficacior prodeat, *lapidificatione* trunci et ramorum tamen et nutritionem et generationem et respirationem non degnoscere nec denegare possimus. Licet enim massae calcareae inorganicae ex aqua marina per millia pororum absorpta seu respirata separatio vel praecipitatio principalis ut in omnibus testaceis et litophytis sit functio, non solum haec functio organorum tamen molliorum gubernio regitur seu peragitur et particulae calcareae coagulantur vel adponuntur secundum leges organismi ita ut axis et canales ad axin

confluentes ex osculis et papillis intrantes in fulcro lapideo vacuae et cavernosae remaneant sed etiam *respiratione* praeparatur ut perfici possit. Respiratione enim fluidum adfertur nutriens, reficiens, restaurans, ex quo terra calcarea praecipitari potest. (*) *Nutritione* partes similares et nutrientes ab osculis adferuntur et in succum et sanguinem quasi vertuntur non solum in proprium usum stirpis sed etiam ad prolem prospiciendam vel speciem propagandam quamobrem organa generandae et pariendae prolis cum organis nutritionis conjuncta sunt.

In recensendis, taxandis et comparandis vero partibus induratis cum mollibus videmus skeleton stirpis nostrae instar animalium superioris ordinis et classis internum esse, sat firmum fulcrum quidem praebere sed immobile, videmus porro partes molles plurimas ac maximas superficiem occupare; minores et tenuissimas e contrario cavernulas skeleti perreptare. Stirps rei publicae comparanda gloriosae extus, intus vero parum penuriae possidentis. Oscula maxima, corium crassum, intestinula skeleti minima et tenuissima.

Quod ad generationem attinet, quae in hac specie omnino fœcundissima videbatur, hancce functionem primo ex innumeris glo-

---

(*) Amic. *Schweigger* (Beobachtungen auf naturhistorischen Reisen p. 82) quidem lapidificationem skeleti coralliorum non immediate ex aqua marina fieri putat, quoniam nec pone Corallia nec extra illa terram calcaream ex aqua marina depositam videmus et quoniam si Corallia calcem in aqua marina solutam affinitate chemica attraherent vel absorberent, illa non tam subito increscere possent ac revera increscunt quia maria nullo modo tantam calcis copiam solutam largire possunt, quae ad tantam coralliorum in maribus vegetationem, quantum observamus, sufficeret, concludit igitur, terram calcaream in ipso Corallio processu chemico gigni debere, cum in pluribus corporibus organicis calcem fieri videamus nullo polypo instructis. (intelligit vero sub voce polyporum non polypum sed oscula ejusdem) v. g. in Corallinies, Charis, Nulliporis etc., calcificationem ergo non nisi in partibus ipsis calcinatis vel calcificatis fieri posse. Persuani ratiocinationem haud ultra progressi sumus, ac antea et sire vera organa lapidificantia ipsa in lapidem verterentur, lapidificatio ipsa mox cessaret.

bulis minutissimis flavo rubellis in cylindro vitreo aqua marina repleto in quo Litophyton nostrum inclusum erat circumnatantibus et collectis recognovi. Plures horum globulorum priusqnam fundum vasis peterent, ter quaterque formam mox in ovatam mox ellipticam vel oblongam moxque in globularem mutando in aqua circum natantes conspiciebantur. E poris ramulorum sensim propullulabant hi globuli rubelli et intenta attentione et lentis duplicatae ope perspexi, eosdem ex alveō osculorum cui circumcirca oviductus adnexi sunt ascendere et sensim evacuari. (v. fig. *4. c. dee.*) Calyx seu vagina alvei fere campanulata in exporrectis e poro seu acetabulo osculis quasi hexagona videtur, sed canales sex sunt e poro cum alveo ascendentes qui in superficie externa prominent et ovula haec seu germina Litophyti excludunt. Globulos valde compressos et fere cylindriformes in hisce ductubus ascendentes (*d.* fig. *4. c.*) sensim evacuari et evacuatos liberos in pristinam formam redire vidi. Vita praeditas fuisse, ex motu concludo, quo cum sensim celeriori et formam mutante in circuitum repetitum per aquam natarunt, fundum denique petentes formam hemisphaericam induere videbantur et ambitu augeri. Centum et plures horum globulorum rubentium per quatuor horarum spatium in aquam effusi fundum vasis petierunt. Si igitur alter horum coralliorum regenerandi modus a *Schweiggero* l. c. p. 87. relatus ex bulbis et truncis diffractis eadem foecunditate gaudet, haud mirum profecto est, Corallia tanta celeritate augeri, ut celeberrimus Anglorum Argonauta *Cook* in secunda circumnavigatione sua ad varia loca quendam in prima pervia et Oceano libera et perfusa rediret, quae jam coralliis repleta et clausa fuere, nec dubium erit, truncum vertice suo per funiculum nostrum orbatum et in fundo Oceani orientalis relictum illud brevi tempore restauratum fore. A prole per oviductus sex (*dd* fig. *4. c.*) cum calice alveolari e poris osculiferis ascendentes excluso caeterum confirmatur, eundem fere situm et nexum habere oviductus cum ventriculo ut in Actiniis, Asteriis, Echinis, Medusis, qualem et *Spixius* (v. Annales du Museé d'histoire naturelle de Paris Tom. XIII. p. 440.) in Alcyonio

Schweiggerus l. c. p. 87. in Xeniis, Gorgoniis et Renila vel Pennatula reniformi detexit. *Cavolini* (über die Pflanzenthiere des Mittelmeeres, von Sprengel übersetzt p. 7. 8.) in Gorgonia verrucosa oviductus octo inter osculum et tentacula sese aperientes et ovulorum seu germinum explicationem observavit, germen primum nil nisi cellulam cum osculo unico tentaculato explicavit. Similem osculi unicitentaculati explicationem *Donati* (Adriat p. 51. tab. 6. fig. 9. 12.) in Corollii rubri germine observavit. *Lamourcuxius* Hist. nat. des polypiers coralligenes flexibles p. 329.) oviductus octo Alcyonii ad ostioli seu papillae tentaculatae bulbum ascendentes pro totidem intestinula coeca ventriculi habuit. Ovula Sertulariarum p. 90. a *Schweiggero ex Cavolini* observationibus injuste multiplicantur. Cur solidissimis *Ellisi* observationibus generationi explicandae ab omni parte satisfacientibus fidem denegare volumus? nonne omnes, qui sertularias ad Oceani littora colligerunt vesiculas cum polypi germine et papilla tentaculata jam praeformata deciduas, (*Ellis* Corallines Tab. V. IV. XI.) oculis non armatis ipsi conspexerunt? Vix ovula Milleporae nostrae minori dubio subjecta sunt, germen stirpis futurae cum papilla jam praeformata vivere in iis et jam moveri videbantur. Ter quaterve mihi contigit per itineris hujus nautici decursum, Corallia observandi, in Insulis Australibus Madreporam muricatam disquisitionibus meis subjeci, sed nullibi vitam et fabricam Lyhophyti ita manifestam vidi ac in Oceano orientali. Eandem hanc nostram speciem aeque candidissimam a *Merckio* ex Aleuticis Insulis et a promontorio Lopatka allatam vidi.

Ad explicationem tabulae XX.

Oscula polyporum, organa mollissima, subdiaphana; gelatinosa prae caeteris sensibilia et mobilia, varie formam mutant, quam ob rem illa in fig. *4. a. b. c.* et fig. 3. in triplici forma solita, magnitudine aucta, pinxi, quarum quaevis calice seu alveo companulato oviductibus sex costato instructum et intestinulo *f. i. i.* ad axin ske-

leti tendente pedunculatum fig. 3. Osculum ex fronte visum refert tentaculis explicatis stellatum fig. 4. *a.* osculum *a* latere visum, ut alveus seu ventriculus oviductibus sex costatus *d.* simul cum radiatis tentaculis in umbellam explicatis in conspectum veniant fig. 4. *b.* osculum a latere retractum tentaculis contractis et inflexis quasi truncatum refert. fig. 4. *c.* osculum a latere implicatis tentaculis alveoque prolifico instructum. Oviductus *d. d.* inaequali capacitate variis locis ab ovulis in canali valde compressis transeuntibus distenduntur, donec ova *e. e.* exclusa sunt et in pristinam formam redeunt.

Proxime post oscula irritabilitate et mobilitate sequentes partes opercula sunt pororum seu corium irritabile poros cingens ac investiens cum osculo conjunctum fig. 5. et 6. *o. p. q.* Annulos formant turgidos mox angustiores mox latiores constrictionis signa edentes. fig. 6. Annuli figurae 5 angustiores sunt coarctatis papillis e quorum centro tentacula complicata prominent *p. o, p.* vero magnitudine aucta fig. 6. annulum refert latiorem in centro *q* supra porum fere clausum papillis rarioribus propter extensionem corii factis. fig. 7. et 8. duo sunt figurae in unam conjunctae. fig. 7. extremitatem rami refert magnitudine aucta corio partim tectam partim solutam fig. 8. pars soluta reclinata est et internam corii superficiem vasculosam offert simulque alteram skeleti denudatam superficiei corii internae correspondentem *s s* minimis punctis pertusam. Ad fracturam in conspectum veniunt axis A et Pori P cum ductubus intestinulorum ad axin confluentibus. Hunc confluxum etiam in (fig. 9.) skeleto dissecto videmus, praeterea vero in axi oscula interna intestinulorum *f f f* ab opposita parte e poris adducta aperiuntur et surculi vasorum ad paginam internam corii (Tab. XX. fig. 8.) decurrentium cum corii papillis in facie externa protuberantibus communicantium, obliquis ductubus *s s s s* intrant in canales intestinulorum a poris P. ad axin descendentium, ut cum iis ad axin ipsam simul perveniant. Videntur itaque hi surculi *s*) et vasa ipsa corium perreptantia et papillis adnexa, vasa absorbentia vel respiratoria et Tab. XX.

organon ipsum cui intertexta sunt, corium scilicet internum, lapidificum — esse. Similes observationes in corio Madreporae muricatae ex syrtibus coralligenis Insularum australium, insulam prae ceteris marchionica *Nuckahiwa* cingentibus institutae similem opinionem excitarunt, quam in descriptione hujus corallii pluribus argumentis exponere conabar.

GRAMINUM DECAS,
DESCRIPTIONIBUS ET ICONIBUS ILLUSTRATA

A

C. B. TRINIUS.

Conventui exhibuit die 30. Junii 1824.

Panici species, genus vastissimum sed vere naturale constituentes, ex inflorescentia disponi quidem neque vero in totidem, quot inflorescentiae modificationes inveniuntur, genera dividi possunt. Illae enim ipsae modificationes per gradus altera in alteram transeunt. Inflorescentiae autem differentiae principales haec videntur:

I. Axiflora. Spiculae axi toroso ipsi immersae (*Stenotaphrum* Tr. Fund. Agr. p. 175. — Quam sectionem cum sequente jungit *Panicum dimidiatum L.*)

II. Racemata. Spiculae liberae sessiles l. subsessiles regulariter dispositae

1. ad ipsum axin communem alternae (*P. rarum Br.* etc.);
2. in racemis propriis partialibus (racemulis) regulariter alternis, hinc floriferis;
   - *a*) Spiculae alternae, solitariae, dissitiusculae (*P. argenteum Br.* etc.);
   - *b*) Spiculae 2 - 4 - seriales, aequaliter imbricatae (*Panica paspalacea*).

III. Subracemata. Spiculae subsessiles l. brevius pedicellatae, subinaequaliter imbricatae, in racemis ad axin communem per distantias minus regulares dispositis (ad quam sectionem pertinet, praeter species quasdam muticas, *Echinochloa Beauv.*)

IV. Jubiflora. Radii racemosi vel subracemosi in axi communi absque ullo ordine sparsi, axi aut
1. elongato, radiis tum axi brevioribus; aut
2. abbreviato, radiis tum axi longioribus (*Digitaria Auctt.*).

V. Thyrsiflora. (Quo et *Setaria Beauv.*)

VI. Paniculata. Radii et pedicelli spicula pl. min. longiores et plerumque subdivisi (*Panica miliacea*).

Quibus sectionibus fortasse septimam adjunges: *Paractaenum Beauv.* quod est: P. flosculo exteriori masculo, interiori femineo minori, axeos apice nudo aristaeformi. *Br. Fl. n. Holl. Panicum Sect. VII.*

Species omnes quae hic offeruntur, pertinent ad Sect. II, 2, *b.* sive ad *Panica paspalacea.*

1. *Panicum subquadriparum Tr.* Racemis ultrapollicaribus, interstitiis paullo longioribus; Spiculis biserialibus lineari-oblongis acuminatis glabris; Gluma inferiore flosculis plus duplo breviore acutiuscula; Hermaphrodito oblongo obtusiusculo punctato.

Ic. nostr. Tab. XXI. Fig. 1. *a* spicula. *b* gluma inferior. *c* flosculus neuter. *d* hermaphroditus.

Culmus plerumque decumbens, pl. min. pedalis, teres, glaber, 3-8-nodius, superne parum geniculatus, ad articulos (hirsutiusculos aut nudos) inferiores radices agens, ad reliquos pl. min. ramosus: ramis aliis folii-, aliis flori-feris.

Vaginae ad basin usque fissae, pro plantae aetate variae longitudinis proportionalis, laxiusculae, carinatae, striatae, marginibus ciliatae, praeterea haud raro pilis rariusculis e bulbulis provenientibus adspersae. *Ligula* membranula in fimbrias brevissimas soluta.

Folia lanceolato-linearia (plantae humilioris fere lanceolata), acutissima, basi subamplexicaulia subcompressa et carinata, plana, palmam aut pollicem tantum longa, lineas 3 lata, longitudinaliter (saltem in planta sicca) sulcato-plicatula, margine hispida, glabriuscula aut punctis rariusculis exasperata aut denique pagina inferiore pilis albis brevibus adspersa superiore autem hirsutiora, pallide virentia.

Racemus compositus 2 - 3 - pollicaris. — *Axis communis* trigonus hinc canaliculatus, glaber aut pilis aliquot brevibus rigidis adspersus, flexuosulus, 2 - 3 - 4 - 5 - parus.

Racemuli pl. min. pollicares, demum satis patentes imo reflexi, interstitiis $\frac{1}{3}$ aut $\frac{1}{2}$ longiores: *axis partialis* complanato-concavus, flexuosulus, marginibus hispidus, hinc floriferus.

Spiculae biseriales, alternae, subimbricatae, brevissime pedicellatae, lineari-oblongae, acutae acutissimae aut acuminatae, sesquilineam longae, semilineam latae, flaventi-virides l. glaucescentes, glabrae.

Gluma inferior lata, amplectens, superiore dimidio aut $\frac{2}{3}$ brevior, acutiuscula l. interdum acuta, 5 - nervia; superior oblonga, acuta acutissima l. acuminata, flosculum neutrum aequans, 3 - nervia.

Flosculus neuter bivalvis: Valvula inferior glumae superiori ex toto simillima; superior hyalina, brevior, angustior.

Flosc. hermaphr. oblongus, obtusiusculus aut vix acutiusculus, sordide virens, punctis albentibus longitudinaliter striatus et interdum transversim levissime undulatus.

V. spp. ex Ind. Or. — Minora specimina ex iisd. region. mihi oblata sub nom. *Pan. distachyon Roxb.* quale, quantum sciam, non datur, nec ad Linnaei *P. distachyon* nec ad Roxburghii *conjugatum* referenda, graminis nostri *Varietatem* constituunt foliis glabris, hermaphrodito non transversim undulato. Ejusdem naturae majora specimina ex Insula Marianarum Guahan retulit ill. de Chamisso.

2. *Panicum Helopus Tr.* in Spreng. n. Entd. II. p. 84. Racemulis 1-2-pollicaribus, interstitiis (multo) longioribus; Spiculis biserialibus oblongis mucronatis (pilo involucratis) hirsutis; Gluma inferiore flosculis plus quadruplo breviori acuta; Hermaphrodito oblongo, aciculato, rugoso.

Panicum hirsutum Kœnig in Hbio Banks, et Roxb. Flora Indica.

Ic. nostr. Tab. XXI. Fig. 2. *a b* Spicula ab utroque latere. *c* Gluma inferior. *d* Gluma superior. *e* flosc. neuter. *f* hermaphroditus. — Descriptio emendata sequens:

Culmus sesqui-bi-pedalis, compressus, glaber, striatus, basi decumbens, 7-8-nodius, pl. min. geniculatus, ad articulos infimos radicans, ad sequentes, praesertim inferiores, folii-et flori-fero-ramosus.

Vaginae ad basin usque fissae, internodio breviores, laxae, compressae, pilis patentibus ad margines confertioribus inferiores magis superiores minus hirsutae, striatae. *Ligulae* loco margo pilorum semilunaris.

Folia linearia l. lineari-lanceolata, acuminata, plana, 2-3-pollicaria l. paullo longiora, lineas 3 lata, nervo medio tenui notata, striata, basi subcompressa et amplexicaulia (unde Roxburghio cordata dicuntur), margine crenulato-undulato superne hispida, inferne carinaque ciliata, pagina superiore pilis raris e glandulis minimis provenientibus adspersa.

Racemus compositus circiter palmaris. *Axis communis* inferne compressus hinc sulcatus nudus, superne argute triangularis pilosus atque saepe praeterea pilum unum alterumve longiorem emittens, parum flexuosus, 8-9-parus.

Racemuli bipollicares et breviores (pollicares), demum patentes, satis approximati, superne confertiores, interstitiis multo longiores: *axis* basi villo brevi obsitus, triangularis, pilosus, fere a basi hinc floriferus.

Spiculae biseriales, alternae, approximatae nec semper imbricatae, subrotundo-oblongae, mucronato-acutae, lineas fere 2 longae, medio lineam latae, sordide glaucae. *Pedicelli* brevissimi subclaviformes, persistentes, singuli extus pilis 1-2-3, spiculam saepe aequantibus, muniti.

Glumae hirsutae: inferior cordata, acuta, 3-nervia, superiore quadruplo brevior; superior flosculum neutrum aequans, acuminata, 5-nervia.

Flosculus neuter bivalvis: valv. inferior glumae superiori simillima, trinervia, hirsuta; superior aequilonga, glabra, pellucida.

Flosc. hermaphrod. subrotundo-oblongus s. ellipticus, compressus, sordide albidus, transversim undulato-rugosus, neutro paullo brevior: valv. inferior acicula inclusa apice aucta.

V. spp. ex Ind. or.

3. *Panicum truncatum Tr.* Racemulis inferioribus fere pollicaribus, interstitiis subbrevioribus, superioribus minoribus iisdem longioribus; Spiculis biserialibus oblongis brevimucronatis glabris; Gluma inferiore horizontaliter truncata (enervia) flosculis $\frac{2}{3}$ breviori; Hermaphrodito oblongo, mucronato, laevissimo.

Ic. nostr. Tab. XXI. Fig. 3. *a b* spicula ab utroque latere, *c* flosculus masculus. *d* hermaphroditus.

Culmus, non-comp. racemo, pedalis et sesquipedalis, crassitie pennae gallinaceae et crassior, 7-10-nodius, e nodis infimis radiculas agens, ad reliquos aequus aut leviter geniculatus, subsimplex, glaber, totus vaginatus.

Vaginae ad basin usque fissae, longitudine internodiorum vel iisdem longiores, superne carinatae, laxae ac solutae, glabrae. *Ligulae* loco tomentum breve albidum.

Folia lanceolato-linearia, plana l. margine involuta, dodrantalia et sensim palmaria, subdisticha, glabra, pagina superiore asperula.

Racemus compositus spithamaeus et brevior. *Axis communis* subtrigonus, glaber, flexuosulus, hinc pro racemulis excavatus, sub - 16 - parus.

Racemuli erecti: inferiores pollicares, distantiores et interstitiis subbreviores, 10 - 27 - flori; superiores sensim minores, confertiores et interstitiis longiores, 15 - 13 - flori: *Axis* dorso complanatulus, flexuosulus, glaber, apice spiculas non superante.

Spiculae biseriales, oblongae, brevimucronatae, imbricatae, lineam circiter longae, linea dimidia latiores, glabrae, pallidae. *Pedicelli* brevissimi, pilosuli.

Gluma inferior flosculis $\frac{2}{3}$ brevior, amplectens, horizontaliter truncata, enervia; superior oblonga, brevissime mucronulata, flore masculo paullo brevior, 5 - nervia.

Flosculus masculus bivalvis: valv. inferior glumae superiori simillima sed paullo major et distinctius mucronulata; superior hyalina, paullo brevior, obtusa. *Stamina* 3. *Antherae* lineares.

Flosc. hermaphr. oblongus, mucronatus, laevissimus, masculum subaequans.

V. spp. ex Ind. orient. et a cl. Sieber prope Damiatte lecta.

4. *Panicum jubiflorum Tr.* Racemulis inferioribus pollicaribus distantissimis (interdum binatis), superioribus brevioribus confertis; Spiculis biserialibus oblongis acutiusculis glabris; Gluma inferiore flosculis dimidio breviore, acutiuscula; Hermaphrodito oblongo, mucronato, transversim ruguloso.

Ic. nostr. Tab. XXI. Fig. 4. *a* Spicula. *b* Flosc. neuter. *c* hermaphroditus.

Hujus etsi non nisi racemos solos viderim, tamen illi pro specie distinguenda satis superque sufficiunt.

Racemi compositi axis communis pro longitudine ultrapedali sua tenuis, subaequus, glaber, inferne dorso convexus, superne

trigonus et triangularis, subinaequaliter racemuliferus, apice nutans.

Racemuli inferiores distantissimi, quandoque binati, patuli, pollicares, 25 - flori; superiores sensim confertiores, approximatissimi et subimbricati, breviores. *Axis* dorso complanatus, flexuosulus, glaber, excurrens in acumen breve spiculas tamen non excedens.

Spiculae biseriales, imbricatae, oblongae, acutiusculae, lineam longae, semilinea latiores, glabrae. *Pedicelli* brevissimi, glabri.

Glumae trinerviae: inferior dimidio brevior, dilatata, acutiuscula, amplectens; superior longitudine flosculi neutrius, oblonga, submucronulata.

Flosculus neuter univalvis, glumae superiori simillimus.

Flosc. hermaphrod. oblongus, mucronatus, transversim rugulosus.

V. spp. e nov. Holl. ad ostium flum. Macquarie ll.

6. *Panicum brizoides Retz* Obs. V. p. 18. (an Linn. Mant?) R. et S. II. p. 425. Racemulis pollice brevioribus, interstitiis minoribus; Spiculis biserialibus subrotundis acutiusculis glabris; Gluma inferiore rotundata flosculis dimidio (superiore iisdem $\frac{1}{4}$-) breviori; Hermaphrodito oblongo, acuto, tessellatim punctato.

Ic. Jacq. Eccl. Tab. 2.

Culmus ad racemum usque circiter spithamaeus, compressus, trinodius, satis tenuis, striatus, glaber, ad summum usque vaginatus.

Vaginae ad basin usque fissae, internodio multo longiores, laxae, carinatae, glabrae. *Ligula* nulla: ejus loco macula fusca.

Folia linearia, compressa et carinata, expansa lineas 3 lata, fere pedalia, glabra, nervo medio prominulo notata.

Racemus compositus laxus, elongatus, fere 8 - pollicaris. *Axis communis* teres, glaber, flexuosus, hinc pro racemulis excavatus, 6 - 9 - parus.

Racemuli interstitiis breviores circiter per spatia pollicaria ab invicem distantes, modo non prorsus pollicares modo, vix semipollicares, lanceolati s. sursum attenuati, erecti, pallidi, 9 - 17 - flori. *Axis* dorso complanatus, flexuosus, apice acuminato spiculas paullo superans.

Spiculae biseriales, sessiles, subrotundae, acutiusculae, subimbricatae, glabrae, linea paullo longiores et fere lineam latae.

Gluma *inferior* rotundata, membranacea margine subscarioso, uninervia, spicula dimidio brevior; superior spicula ¼ brevior, rotundata, vix acutiuscula, trinervia.

Flosculus *masculus* bivalvis: valv. inferior glumae superiori simillima sed ¼ major, acutior, 5 - nervia; superior hyalina, acutiuscula, paullo brevior. *Stamina* 3. *Antherae* lineares.

Flosc. *hermaphr.* oblongus, acutus, tenuissime tessellatim punctatus.

V. spp. ex Ind. or.

Obs. Panici sui brizoidis spiculas *Linnaeus* triseriales dicit in Mant; quod etsi *Retzius* reprehendet, tamen quaerendum, an ambo viri de eodem gramine loquantur.

Specimina a cl. *Roxburgh* ex Ind. relata vidi, *Pan. flavidum* dicta, culmo ramoso bipedali, racemulis inferioribus distantioribus, interstitio duplo triplove brevioribus, 14 - 20 paris, glumis apicem versus amethystinis, spiculis ceterum ejusdem organisationis ac *P. brizoides*. *Retzius* autem *P. flavidum* suum ipse brizoidi multum affine nec nisi statura humiliore et racemulis paucifloris violaceo-maculatis differre dicit, quae notae alioquin speciem non constituunt.

6. ***Panicum*** *numidianum Lam.* R. et S. II. p. 433. Racemulis pl. min. pollicaribus, interstitiis longioribus, laxis; Spiculis 2 - 3 - 4 - serialibus oblongis acutis glabris; Gluma inferiore flosculis quadruplo breviore acutiuscula; Hermaphrodito oblongo, subcuspidato, punctato.

Ic. nostra Tab. XXII. Fig. 7. *a* Spicula. *b* gluma inferior. *c* Flosculus masculus. *d* hermaphroditus.

Culmus 2 - 3 - pedalis, erectus, inferne crassitie pennae gallinaceae, aequus et simplex aut inferne geniculatus et subramosus, teres, glaber, striatulus, 6 - 7 - nodius: nodis pubescentibus.

Vaginae laxiusculae, ad basin usque fissae, demum internodio breviores, teretes, glabrae, ad marginem saepe purpurascentes. *Ligulae* loco series pilorum.

Folia lanceolato - linearia, acuminata, plana (nec involuta in spp. nostris) 4 - 5 - pollicaria, lineas $2\frac{1}{2} - 3$ lata, rigidula, glabra, margine membranaceo pl. min. hispida l. aspera, nervo medio tenui vix ad medium usque notata, subtus glaucescentia, interdum apice purpurascentia.

Racemus compositus sesquipalmaris. Axis communis satis tenuis, flexuosulus, trigonus marginibus hispidis; 7 - 9 - parus.

Racemuli erecti, dein patuli et laxi, pl. min. pollicares, interstitiis sensim minoribus $\frac{1}{4} - \frac{1}{2} - \frac{3}{4}$ longiores: infimi subpedunculati. *Axis* undulato - flexuosus, dorso complanatulus, marginibus hispidus.

Spiculae e viridi et purpureo variae, 2 - 3 - 4 seriales (idque saepe in eadem planta), oblongae, acutae, sesquilineam longae, in plurifloris geminatae: altera brevissime -, altera paullo longius pedicellata: *pedicello* hispido, spicula breviore, quandoque pilo uno alterove aucto.

Gluma inferior ovata, acutiuscula, quam in congeneribus angustior, flosculis quadruplo brevior, uni - vel non nisi obsolete tri - nervia; superior flosculum incompletum aequans, oblonga, acuta, 3 - nervia.

Flosculus neuter vel masculus bivalvis: valv. inferior glumae superiori simillima; superior aequilonga, hyalina. *Stamina* 3, vel nulla.

Flosc. hermaphrod. oblongus, incompleto paullo brevior, longitudinaliter punctatus, apice cuspide pusilla auctus.

V. spp. Aegyptiaca. — Gramen e hortis offerri solet sub eodem nomine, e tribu Panicorum miliaceorum, habitu P. numidiano simile; sed culmo ramoso, radiis paniculatis compositis, Hermaphrodito non cuspidato distinguendum.

7. *Panicum frumentaceum Roxb. Fl. Ind.* Racemulis pollicaribus (sensim minoribus), interstitiis longioribus, erectis; Spiculis 3-serialibus rotundato-oblongis mucronatis hispidulis; Gluma inferiore flosculis subquadruplo breviore mucronata; Hermaphrodito oblongo, mucronato, laevissimo.

Ic. nostra Tab. XXII. Fig. 5. *a b* spicula ab utroque latere. *c* gluma inferior. *d* gluma superior. *e* flosculus neuter. *f* hermaphroditus.

Culmus (erectus *Roxb.*) abscissus non comp. Racemo spithamaeus, crassitie pennae corvinae, compressiusculus, glaber (ramosus *Sprgl.*), ad summum usque vaginatus.

Vaginae ad basin usque fissae, longitudine internodii, carinato-compressae, arctiusculae, glabrae. *Ligula* nulla.

Folia erecta, linearia, acuminata, plana, lineas $2\frac{1}{3}$ aut 2 lata, spithamaea et sesquipalmaria, superne utrinque scabra, margine hispida, dorso nervo medio tenui albente notata.

Racemus compositus quadripollicaris, strictus. Axis communis triangularis marginibus hispidis, altero latere circiter 12-parus, ciliis rariusculis praesertim ad exsertionem racemulorum munitus.

Racemuli inferiores pollicares, superiores sensim breviores, contiguae et interstitiis longiores, erectae (incurvae *Roxb.*) *Pedicelli* brevissimi, subinaequales, terni.

Spiculae triseriales, rotundato-oblongae, acuminatae, lineam fere longae, semilineam latae, sordide virentes.

Glumae hispidulae, ad flexurae margines hispido - ciliatae, in dentem acutissimum productae: inferior 3 - 4 - plo brevior, dilatata, amplectens, trinervia; superior flosculum neutrum aequans, sub 5 - nervia.

Flosculus neuter 1 - 2 - valvis: valv. inferior glumae superiori simillima, margine minus tantum ciliata; superior, si adest, paullo brevior, obtusior, hyalina.

Flosc. hermaphr. oblongus, neutro vix minor, glaberrimus, mucronatus.

V. sp. e Bengal. — Ab affini *cuspidato* differt notis datis, colore viridi nec glauco, spiculis duplo minoribus, culmo erecto.

8. *Panicum cuspidatum Roxb. Fl. Ind.* Racemulis semipollicaribus, interstitiis longioribus patulis; Spiculis 3 - 4 - serialibus subulato-mucronatis, margine hispidis; Gluma inferiore subquadruplo breviore mucronata; Hermaphrodito oblongo, brevimucronato, laevissimo.

Ic. nostra Tab. XXII. Fig. 6. *a b* spicula ab utroque latere. *c.* flosculus neuter. *d.* hermaphroditus.

Culmus (abscissus) non comp. racemo pedalis, (basi repens *Roxb.*) quadrinodius, infra subramosus, teres, striatus, glaber, satis tenuis, cum reliquis partibus glaucus, ad summum usque vaginatus.

Vaginae ad basin usque fissae, internodio paullo breviores, laxiusculae, subcarinatae, glabrae. *Ligula* nulla: ejus loco macula spadicea.

Folia linearia, plana, acuta, lineas 2 lata, circiter digitalia, undique glabra, margine crenulata, medio nervo albente notata.

Racemus compositus plusquam bipollicaris. *Axis communis* trigonus, glaber, altero latere 8 - parus.

Racemuli semipollicares, erecto-patuli (subdecurvati *Roxb.*), interstitiis paullo longiores.

Spiculae 3-4-seriales, oblongae, longius et subincurvo-acuminatae, lineas 2 longae, lineam latae, glaucae. *Pedicelli* brevissimi.

Gluma inferior pellucida, 3-4-plo brevior, dilatata, amplectens, mucronata, sub lente tenuissime ciliatula, trinervia; superior flosculum neutrum aequans, oblonga, acuminata, trinervia, flexurae angulis pilis aliquot rigidis veluti aculeis parvis obsita, ceterum glabra.

Flosculus neuter bivalvis: valv. inferior glumae superiori simillima duplo 3- vel 7-nervia, glabra excepto acumine pubescente; superior hermaphrodito paullo minor, hyalina.

Flosc. hermaphr. neutro paullo minor, oblongus, glaberrimus, flaventi-albens: valvula utraque brevimucronata.

V. sp. e Bengal.

9. *Panicum colonum L.* sp. pl. ed. 2. R. et S. II. p. 424. Racemulis (plusquam) semipollicaribus interstitia pl. min. aequantibus; Spiculis 4-serialibus oblongis mucronatis hirsutulis; Gluma inferiore flosculis subduplo breviore mucronata; Hermaphrodito oblongo, mucronato, laevissimo.

Radix fibrae fibrillosae sparso-fasciculatae.

Culmus circiter pedalis, erectus l. decumbens, satis tenuis, sulcato-s. subtetragono-compressus, glaber, 5-7-nodius, e nodo uno alterove interdum radicem agens, e mediis aut ex omnibus ramosus, fere ad summum usque vaginatus.

Vaginae ad basin usque fissae, nodorum simplicium internodio breviores, ramiferorum longiores, laxae, ad ramorum ortum solutae et hiantes, subcarinatae, glabrae. *Ligula* nulla, ejus loco macula spadicea.

Folia linearia vel lanceolato-linearia, acuminata, plana, lineas 2 lata, 2-3-4 pollices longa (rarius lineas fere 4 lata, spithamaea; in culta planta quandoque brevia et obtusiuscula), medio dorso nervo tenui pallidiori notata et asperula, margine hispida, obscure glauco-viridia.

III.
SECTION
DES
SCIENCES POLITIQUES.

QUELS SONT LES REVENUS DES PARTICULIERS QUI CONCOURENT À FORMER LE REVENU NATIONAL ?

PAR

H. STORCH.

Présenté à la Conférence le 4 Février 1824.

Tout homme qui subsiste doit subsister d'un revenu; mais il n'est pas indispensable que ce revenu soit à lui. Les enfans vivent sur les revenus de leurs parens, les pauvres infirmes sur ceux des personnes charitables, les spoliateurs et les escrocs sur ceux de leurs victimes et de leurs dupes. Il y a donc des revenus *primitifs* et des revenus *dérivés*, et l'on voit que le revenu national ne peut se composer que des premiers; car si l'on y faisait entrer les seconds, ce serait un double emploi, c'est-à-dire qu'on mettrait en ligne de compte deux fois le même revenu.

„Quiconque subsiste d'un revenu à lui, dit Smith (1), doit tirer ce revenu, ou de son *travail*, ou d'un *capital* qu'il possède, ou d'une *terre* qui lui appartient. Ainsi *salaires*, *profits* et *rentes* sont les seuls revenus primitifs; tout autre revenu dérive en

(1) Book I, Chap. VI. (Vol. I, p. 78.)

dernière analyse de l'une ou de l'autre de ces trois sources." Cette notion est juste, si l'on prend les mots de *travail*, de *capital* et de *terre* dans leur signification naturelle; mais on connaît le sens étroit que Smith leur attribue. Ainsi, dans son système il n'y a d'autres revenus primitifs que les salaires et les profits gagnés par le travail industriel, ou les rentes que donnent les capitaux et les terres lorsqu'ils sont employés par un pareil travail. Voilà, suivant Smith, les seules branches du *revenu* national; tous les autres revenus des particuliers ne sont qu'une *dépense* qui se fait sur ce revenu.

On sent bien que Smith est forcé d'adopter ces notions, puisqu'elles découlent immédiatement de son idée du travail productif; mais si jamais cette idée se montre défectueuse, c'est surtout dans l'application dont il s'agit ici. En effet, quelle différence y a-t-il, par rapport au revenu national, entre le salaire d'un commis de marchand et celui d'un commis de notaire? entre les profits d'un entrepreneur de manufacture et ceux d'un entrepreneur de voitures publiques? entre l'intérêt que rapporte un capital lorsqu'il est employé par un artisan ou lorsqu'il l'est par un artiste? entre la rente que donne un terrain lorsqu'un jardinier y fait venir des fruits et des fleurs, ou qu'un aubergiste le transforme en lieu de récréation pour ses pratiques? Pourquoi ces revenus seraient-ils des revenus primitifs dans telle supposition, et des revenus dérivés dans telle autre? Ne sont-ils pas tous gagnés légitimement par les individus qui les obtiennent, et accordés volontairement par ceux qui les payent? Ces derniers font-ils des aumônes en les payant? Ne se trouvent-ils pas dédommagés par les produits, soit matériels soit immatériels, qu'ils ont demandés et qu'ils reçoivent en retour? Si l'on soutient que les magistrats, les médecins, les précepteurs, les domestiques, vivent aux dépens des cultivateurs, des artisans et des marchands, il faut aussi convenir que ceux-ci vivent aux dépens des premiers, et qu'ils vivent même entre eux les uns aux dépens des autres,

Racemus compositus bi-tri-pollicaris, rarius longior. *Axis communis* tenuis, glaber, parum flexuosus, hinc convexus, inde pro racemulis excavatus; 7 - 9 - rarius pluri-parus.

Racemuli pl. min. semipollicares, interstitia pl. min. aequantes, subpatentes, 11-17-23-flori: inferiores rarius binati. *Axis* dorso complanatulus, flexuosus, racemulorum inferiorum in quibusdam inter spiculas e marginis asperi glandulis minimis pilos emittens patentes spiculis ipsis paullo breviores. *Pedicelli* brevissimi, hirtuli.

Spiculae oblongae, mucronatae, sesquilineam longae, linea angustiores, imbricatae, 4-seriales, hirtulae, sordide flavo-virides aut e fusco-rubro variae.

Gluma inferior duplo aut plus fere brevior, dilatata, amplectens, mucronata, hirtula, ad marginem tenui-ciliata, 3-nervis; superior oblonga, mucronata, hirsutula, 3-nervis, longitudine flosculi neutrius.

Flosculus neuter bivalvis: valv. inferior glumae superiori ex toto simillima, ad nervos autem saepe distinctius hirsuta; superior paullo brevior, obtusiuscula, hyalina, tenuissime ciliata.

Flosc. hermaphroditus neutro vix brevior, mucronulatus, laevissimus, flavo-albens.

V. spp. ex Inss. Manilla, Franciae, Adscensionis, Guahan, ex Aegypto et cc.

His subjungere liceat *Orthopogonis* (merae fortasse subdivisionis Panici) *Burmanni* (*Oplismeni Burm. Pal.* R. et S. II. p. 482.), a plurimis cum Panico hirtello confusi, iconem et descriptionem.

Tab. XXII. Fig 8. *a* Spicula. *b* Pedicellus. *c* Flosculus neuter. *d* Hermaphroditus. *e* Genitalia. *f* Semen.

Radix fibrae e culmi nodis inferioribus subfasciculatae, saepe praelongae, ramulosae.

Culmus prostratus, tenuis, subangulatus, pubescens, multi-articulatus et ramosissimus: ramis plus minus pedalibus.

Vaginae glabriusculae l. pubescentes, ad basin usque fissae, breves, laxae, compressae, carinatae, striatae, margine ciliatae. *Ligula* nulla.

Folia ovato-lanceolata, plana, pollicaria l. sesquipollicaria, patula, lineas 3-5 lata, nervo medio tenui notata, praesertim dorso ad nervos pilis basi glandulosis adspersa, quandoque pubescentia, margine asperula.

Racemus compositus e vagina summa involucrante bipollicaris. *Axis* communis subflexuosus, glaucescens, tetragono-complanatus, marginibus breviciliatis, unilateraliter racemuliferus, sub-6-parus.

Racemuli adpresso-erecti, 5-6-lineales, alterni, glaucescentes. *Axis* partialis ut communis, sed plerumque villoso-ciliatus, rarius pubescens tantum, hinc floriferus.

Spiculae biflorae, clausae, binatae, alternae, imbricatae, subbiseriales, oblongo-lanceolatae, fere sesquilineales, altera brevissime altera longius pedicellata: *Pedicello* fere longitudine spiculae, sub eadem solubili, villis strictis satis longis sparsisque vestito et quasi involucrato.

Glumae oblongae, tenui-membranaceae, compressiusculae, flosculis circiter duplo breviores, apice subtruncato-bidentatae, inter dentes setam emittentes: inferior, quae paullo brevior, longiorem s. spiculam duplo superantem, superior breviorem s. spiculam circiter $\frac{1}{4}$ supereminentem; marginibus dense satisque longe villoso-ciliatae.

Flosculus neuter 1-valvis, hyalino-membranaceus, oblongus, 7-nervius, apice bidentato setulam emittens nunc abbreviatam nunc ipso vix breviorem, apicem versus margine ciliatus.

Flosc. hermaphroditus chartaceus, lineari - oblongus, neutro paullo brevior, longitudinaliter striatulus, basi in pseudocallum constrictus, glaberrimus ac nitidulus: Valvulis aequilongis, acutis.

Lodicula . . . .

Ovarium oblongum. *Styli* 2. *Stigmata* exserta, plumosa. *Stamina* 3. *Antherae* exsertae, lineares, bimucronatae.

Semen cylindrico - oblongum.

V. spp. ex Ind. orient. et cc.

Hujus mera varietas, axibus pubescentibus tantum, spiculis glabris l. glabriusculis, est *Pollinia undata Spreng.* fide speciminis ab ipso cl. auctore sub hoc nomine accepti.

car ils ont mutuellement besoin les uns des autres. Si l'artisan ne saurait subsister sans le cultivateur, celui-ci ne saurait subsister non-plus sans l'artisan. De même, si les individus qui s'acquittent de services, ne sauraient se passer des industrieux qui les nourrissent, les habillent, les logent et meublent leurs demeures, les industrieux à leur tour ne sauraient se passer des individus qui les défendent, les protègent, les instruisent et les soignent dans leurs maladies. Où est la perte qu'on suppose qu'ils font ?

Dans une société où la division du travail est généralement établie, le revenu de chaque individu provient de la dépense de quelques autres; mais toutes les fois qu'un tel revenu est le résultat d'un véritable *échange*, c'est un *revenu primitif*, car dès-lors il y a avantage pour celui qui le paye comme pour celui qui le perçoit, et le sacrifice de l'un est compensé par celui de l'autre. Ainsi tout salaire quelconque qui se paye librement est un revenu primitif, parce que celui qui le reçoit donne son travail en échange de ce revenu, et que celui qui le paye obtient en retour le travail qu'il a demandé. De même, toute rente d'un capital ou d'une terre est un revenu primitif, puisque le rentier cède l'usage d'une propriété fructueuse au profit du locataire qui la paye. Au contraire, lorsqu'un revenu quelconque s'obtient *gratuitement*, soit de gré soit de force, c'est un *revenu dérivé*, parce que ceux qui le perçoivent ne font aucun sacrifice pour le gagner, ou du moins n'en font aucun qui soit directement utile à ceux qui le payent. Tel est par exemple le revenu que le pouvoir extorque aux individus qui lui sont soumis, sans leur livrer un équivalent; tel est celui que les enfans obtiennent de leurs parens, les pauvres et les infirmes de la charité publique et privée, celui dont jouissent les fainéans volontaires par des pensions ou des aumônes, celui que les fripons et les voleurs se procurent par leurs fourberies et leurs crimes.

Voilà le seul principe de distinction qu'on puisse admettre

par rapport aux revenus primitifs et dérivés : tout autre principe est insoutenable et conduit aux conséquences les plus absurdes. Si, comme Smith le prétend, les services ne donnaient que des revenus dérivés, les salaires qui se gagnent par de pareils travaux, devraient être mis dans la même classe que les aumônes qui s'obtiennent de la pitié, ou les gains illicites qui se font par la ruse ou la force, ce qui révolte le sens commun. D'ailleurs, quand les capitaux et les terres sont convenablement employés à l'effet de fournir des produits immatériels, ils donneut des rentes, aussi bien que lorsqu'ils sont employés par l'industrie; en adoptant la distinction de Smith, sous quelle catégorie rangera-t-on ces rentes? Formeront-elles aussi des aumônes ou des rapines, comme les revenus sur lesquels elles se payent? Un capitaliste-rentier sera-t-il censé jouir d'un revenu primitif lorsqu'il a prêté son argent à un négociant, et d'un revenu dérivé si c'est à un notaire qu'il l'a confié? Plutôt que d'admettre un principe si contraire au bon sens, pourquoi l'auteur de la Richesse des nations n'a-t-il pas tout rapporté au travail, mais au travail utile et vendable sans restriction? Certes, il serait moins choquant de regarder, comme subsistant d'un revenu dérivé, les rentiers qui vivent du travail des entrepreneurs auxquels ils ont loué leurs terres et leurs capitaux, que de considérer, comme subsistant d'un pareil revenu, les gens qui vivent de leur propre travail, en rendant des services à l'État ou à d'autres particuliers.

Les économistes de l'école française, plus retrécis que Smith dans leurs idées, ne reconnaissaient d'autres revenus primitifs que ceux provenant de la terre et du travail agricole. En combattant cette opinion, Smith nous fournit les meilleurs argumens pour combattre la sienne; il suffit d'appliquer aux services, relativement à l'industrie, ce qu'il dit des manufactures et du commerce, relativement à l'agriculture. Voici ses propres paroles (2): „Le grand

(2) Book III, Chap. I. (Vol. II, p. 73.)

commerce de toute société civilisée est celui qui s'établit entre les habitans de la ville et ceux de la campagne. Il consiste dans l'échange du produit brut contre le produit manufacturé. La ville, dans laquelle il n'y a ni ne peut y avoir aucune reproduction de substances, gagne, à proprement parler, toute sa subsistance et ses richesses sur la campagne. Il ne faut pourtant pas s'imaginer pour cela que la ville fasse ce gain aux dépens de la campagne. Les gains sont réciproques pour l'une et pour l'autre; et en ceci, comme en toute autre chose, la division du travail tourne à l'avantage de chacune des différentes personnes employées aux tâches particulières dans lesquelles le travail se subdivise. Les habitans de la campagne achètent de la ville une plus grande quantité de denrées manufacturées avec le produit d'une bien moindre quantité de leur propre travail, qu'ils n'auraient été obligés d'en employer s'ils avaient essayé de les préparer eux-mêmes. La ville fournit un marché au produit agricole qui excède la consommation des cultivateurs, et ceux-ci l'échangent contre quelque chose qui est en demande chez eux. Plus les habitans de la ville sont nombreux et ont de revenu, plus est étendu le marché qu'ils fournissent à ceux de la campagne; et plus ce marché est étendu, plus il est avantageux pour ceux-ci. Comparez la culture des terres situées dans le voisinage d'une ville considérable, avec celle des terres qui en sont éloignées, et vous pourrez aisément vous convaincre combien la campagne tire d'avantages de son commerce avec la ville."

Ce raisonnement qui a renversé la thèse des économistes français, doit aussi renverser tôt ou tard celle que Smith a établie en dépit de ses propres argumens. De même que l'échange du produit brut contre le produit manufacturé donne lieu à un grand commerce chez toute nation civilisée, l'échange du produit matériel contre le produit immatériel en fait naître un autre, bien plus important encore. Les individus qui fournissent ce dernier produit, gagnent aussi leur subsistance et leurs richesses sur les industrieux;

mais ce n'est point aux dépens de ceux-ci, car les gains sont réciproques, par les avantages que procure la division du travail. Les industrieux qui abandonnent aux fouctionnaires publics de les protéger, aux savans de les instruire, aux médecins de soigner leur santé, aux artistes de leur procurer des plaisirs, aux domestiques de les aider dans leurs affaires privées etc., achètent tous ces objets immatériels dans une bien plus grande perfection et avec une bien moindre quantité de leur propre travail, que s'ils avaient essayé de s'en pourvoir eux-mêmes. La population occupée à remplir des services fournit un marché au produit de l'industrie qui excède la consommation des industrieux, et ceux-ci l'échangent contre des produits immatériels qui sont en demande parmi eux. Plus cette population est nombreuse et a de revenu, plus est étendu le marché qu'elle fournit à la population industrielle; et plus ce marché est étendu, plus il est avantageux pour celle-ci. Comparez l'industrie d'un pays où les services sont séparés des travaux industriels, avec celle d'une contrée où les mêmes personnes excercent les uns et les autres, et vous vous convaincrez facilement combien l'industrie tire d'avantages de cette séparation, et par conséquent du commerce qu'elle fait avec cette classe d'habitans qui se charge de services. „Parmi toutes les absurdités de cette théorie, dit Smith, qu'on a imaginées sur la balance du commerce, on ne s'est jamais avisé de prétendre, ou que la campagne perd dans son commerce avec la ville, ou que la ville perd dans son commerce avec la campagne qui la fait subsister." Et l'écrivain qui fait cette observation, ne craint pas d'avancer que la ville et la campagne perdent en échangeant leurs produits nécessaires ou agréables contre d'autres produits qui, bien qu'immatériels, sont tout aussi nécessaires ou tout aussi agréables! Tel est l'empire d'un faux principe constitutif qu'il égare même les têtes les plus éminemment philosophiques, et qu'il leur fait prendre pour des vérités les assertions les plus révoltantes, parce qu'elles sont des conséquences rigoureuses d'un principe supposé vrai.

Ainsi, lorsque le travail, les capitaux et les terres sont employés à produire des *valeurs immatérielles*, ils donnent à leurs possesseurs des revenus primitifs, tout aussi bien que lorsqu'ils sont employés à produire des *valeurs matérielles*. Le travail et les capitaux que le *gouvernement* emploie, ne peuvent point faire une exception à cet égard, pourvu que le revenu qui en résulte soit fondé sur un véritable échange, c'est-à-dire pourvu que le peuple obtienne réellement les biens auxquels il s'attend en payant les impositions. Convenir que les services créent des revenus primitifs, et soutenir avec cela que les plus importans d'entre eux n'en créent point, serait une inconséquence qu'aucun raisonnement ne pourrait justifier. Sans doute que les contribuables sont *contraints* de payer ces services: mais s'ils ne l'étaient pas, la demande de ces services cesserait-elle parmi eux? Pourquoi donc les États démocratiques conservent-ils leurs fonctionnaires publics, pourquoi décrètent-ils des impôts? Dans toutes les dépenses qui se font en commun, chaque participant s'efforce de diminuer sa quote et de la faire tomber sur les autres, bien qu'il y ait librement consenti et qu'il serait fâché d'être privé de l'avantage qui en résulte. Plus il y a de participans à une pareille dépense. plus il est possible de s'y soustraire tout en conservant l'avantage, et dès-lors chacun doit être contraint à s'acquitter de sa quote. Un gouvernement qui laisse à ses administrés la liberté de quitter le pays avec tout ce qu'ils possèdent, prouve bien évidemment qu'il ne les force pas d'acheter sa protection. Il semble leur dire: Si vous trouvez que vous payez trop cher la sûreté et les autres avantages que je vous procure, allez les chercher ailleurs à moins de frais. Il en est de même de la dépense pour le culte public, lorsque le gouvernement se charge d'y pourvoir par une contribution générale, et qu'il la règle avec cette économie qui devrait toujours présider à toutes ses dépenses. Si le gouvernement ne s'en chargeait pas, croit-on que le peuple se passerait de l'instruction et des consolations que lui offrent les temples? Dans les États-Unis

d'Amérique le gouvernement ne se mêle en aucune manière de la manutention du culte, cependant les églises et les ministres de la religion n'y manquent pas plus qu'en Europe.

Concluons. Toutes les fois qu'un gouvernement remplit sa tâche, aussi bien que la situation politique et morale du peuple le lui permet, et qu'il évite toutes les dépenses inutiles, son revenu est incontestablement un revenu primitif, bien qu'il le recueille par des impôts, car il ne peut pas l'obtenir autrement. Les impôts ne sont un revenu dérivé que dans le cas où l'autorité les prélève sans fournir aux contribuables un équivalent, ou lorsque celui qu'il leur fournit n'est pas en proportion des sacrifices qu'il leur demande. Qu'on ne dise pas qu'une telle évaluation est impossible : elle se fait réellement partout, et la voix publique en est l'organe. Lorsque le peuple en général est content de la manière dont il est gouverné, qu'il se loue de l'administration de la justice, et qu'il ne se plaint pas du fardeau de ses charges, c'est un signe certain que le gouvernement lui rend en protection la valeur qu'il en prélève en contributions. Telle était l'expression générale des sentimens populaires en Prusse, du tems du grand Fréderic, et ce n'est pas la seule fois qu'un gouvernement absolu ait obtenu un témoignage aussi honorable. Quant aux États où les contribuables concourent eux-mêmes ou par leurs représentans à décréter les impôts, ceux-ci doivent naturellement être considérés comme le prix d'un achat volontaire; et si les intérêts du peuple se trouvent lésés dans ce marché, c'est à lui-même et à ses mandataires qu'il doit s'en prendre.

Quand Smith soutient que tous les impôts, ainsi que tous les revenus fondés sur les impôts, sont dérivés des revenus créés par l'industrie ([3]), c'est une conséquence nécessaire de son principe

---

([3]) Book I, Chap. VI. (Vol. I, p. 79.)

fondamental : qu'il n'y a que l'industrie qui fournit des produits. Mais comment M. Say peut-il admettre cette conséquence, lui qui combat le principe d'où elle dérive, et qui déclare formellement que Smith a tort d'envisager comme improductives les fonctions de roi et de magistrats ([4]) ? Comment cette doctrine s'accorde-t-elle avec des assertions telles que celles-ci :

qu'à moins qu'une opération de finance ne soit une entreprise d'industrie, elle ne peut donner au gouvernement que *ce qu'elle ôte aux particuliers* ([5]);

que la valeur fournie par le contribuable est livrée *gratuitement*, et que celui-ci ne reçoit *point de compensation* ([6]) ;

que les contributions ne sont point un revenu, mais un *tribut* imposé sur le revenu ([7]) ;

qu'elles sont des *fléaux* de la même espèce que la grêle, la gelée, la guerre, les déprédations ([8]) ;

que Sir Robert Hamilton a raison de les assimiler aux *vols* ([9]);

qu'elles ont cet inconvénient général d'appliquer les produits de la nation à des *usages peu favorables à son bonheur et à ses reproductions* ([10]),

et avec une foule d'autres axiomes de la même force et de la même vérité ? On voit par ces citations que M. Say ne se contente pas d'adopter toutes les conséquences d'un principe qu'il rejette, mais qu'il les pousse beaucoup plus loin que l'auteur de ce principe ne l'a jamais fait. Car bien que Smith regarde comme une dépense *improductive* les frais qu'exige le gouvernement, il

---

([4]) Notes de M. Say à mon Cours d'Écon. polit. T. I, p. 126.
([5]) Traité d'Écon. polit. de M. Say, 4e. édit. T. II, p. 335.
([6]) Ibid. p. 267 et 273 dans la note.
([7]) Ibid. p. 75 dans la note.
([8]) Ibid. p. 475.
([9]) Ibid. p. 267 dans la note.
([10]) Ibid. p. 365.

convient cependant que cette dépense est *légitime* et *nécessaire*, étant faite pour l'avantage de la société ([11]) ; tandis que M. Say la représente généralement comme *illégitime* et *nuisible*, comme une spoliation du plus faible au profit du plus fort. Cette manière d'envisager le revenu public ne peut guère surprendre de la part d'un écrivain qui soutient sérieusement que les peuples pourraient subsister sans gouvernement comme sans culte ([12]), et qui trouve que, si la protection du gouvernement est un avantage, c'en est un négatif dont on est peu touché ([13]) ; mais du moins l'auteur devrait-il être conséquent dans ses principes, et ne pas se contredire en enseignant que les services des fonctionnaires publics sont productifs, et que les dépenses du gouvernement sont justifiables, lorsqu'il en résulte pour la nation un avantage égal aux sacrifices qu'elles lui coûtent ([14]).

([11]) Book V, Ch. I, Conclusion. (Vol. III. p. 238.) Parmi les dépenses publiques que Smith croit légitimes et nécessaires, il comprend non-seulement celles qui ont pour objet la sûreté extérieure et intérieure, ou les établissemens d'une utilité générale, mais encore les dépenses qui se font pour soutenir la dignité du Souverain. „Dans une société opulente et industrieuse, dit-il, où toutes les classes du peuple viennent de jour en jour à faire plus de dépense dans leur logement, dans leur mobilier, dans leur table, dans leurs habits et dans tout leur train, on ne peut guère s'attendre que le Souverain tout seul ira résister à cet entraînement général. Il en vient donc aussi naturellement, ou plutôt nécessairement, à faire plus de dépenses dans différens articles, et sa dignité semble lui prescrire d'en agir ainsi."

([12]) Notes de M. Say à mon Cours d'Econ. polit. T. I, p. 47. T. III, p. 242.

([13]) Traité de M. Say, T. II, p. 366.

([14]) Ibid. p. 274.



LA DISTINCTION DU REVENU BRUT ET DU REVENU NET EST-ELLE APPLICABLE AU REVENU D'UNE NATION?

PAR

H. STORCH.

Présenté à la Conférence le 1. Sept. 1824.

„De même, dit Smith (¹), que dans le revenu d'un parti-„culier nous distinguons le revenu *brut* et le revenu *net*, nous „pouvons aussi faire une pareille distinction à l'égard du revenu „de tous les habitans d'un pays. Leur revenu brut comprend la „masse totale du produit annuel de leurs terres et de leur tra-„vail; leur revenu net est ce qui leur reste, déduction faite de ce „qu'il leur faut pour entretenir leur capital; ou bien ce qu'ils peu-„vent, sans empiéter sur leur capital, dépenser pour leur subsi-„stance, leurs commodités et leurs plaisirs. Leur richesse réelle „est donc en proportion de leur revenu net, et non pas de leur „revenu brut. "

Ces notions nous paraissent si saines que nous n'hésitons pas à les adopter, sauf les modifications qui résultent des principes exposés dans les mémoires précédens (²). En effet, eomment se refuser à reconnaitre des vérités si palpables? Une distinction

(¹) Rich. des Nat. Liv. II, Ch. II. (Vol. I. p. 424.)

(²) Nos lecteurs savent que nous regardons, comme faisant partie du capital, les subsistances qui sont indispensables au producteur pour maintenir sa vie et son

de revenus qui est fondée à l'égard de *chaque* individu, ne l'est-elle pas à l'égard de *tous*, c'est-à-dire à l'égard de la nation? Qu'est-ce donc que le revenu de la nation, si ce n'est pas la totalité des revenus primitifs de ses membres, plus le capital qui sert à créer ce revenu?

Cependant ces mêmes notions se trouvent rejetées par un écrivain renommé. M. I.-B. Say prétend qu'elles sont fausses, et que le revenu d'une nation est égal à son produit brut, c'est-à-dire qu'il n'y a rien à déduire de ce revenu pour les frais de production. L'importance qu'il met à cette opinion, le développement qu'il lui donne, et les conséquences qu'il en tire, en font un des points les plus saillans de sa doctrine. Toutefois, si cette thèse était prouvée, elle renverserait plusieurs des principes fondamentaux de l'économie politique; il en résulterait, par exemple, que l'idée du capital national serait une chimère, et qu'une nation pourrait, sans s'appauvrir, dépenser improductivement la totalité de son revenu. Il importe donc de montrer, par une analyse exacte du raisonnement de l'auteur, que sa thèse est dénuée de tout fondement, et qu'il s'abuse d'une manière étrange en prenant de vaines illusions pour des faits. Nous rapportons textuellement ses preuves, afin de n'être pas soupçonnés de les avoir affaiblies.

„C'est la valeur entière des produits," dit M. Say (3),

---

travail; ainsi suivant notre opinion le revenu net ne comprend que la dépense *superflue* qui peut se faire pour ces objets, soit par les producteurs, soit par les individus non-productifs, dont l'entretien nécessaire même est une dépense superflue, lorsqu'on le considère sous le point de vue de la production. Quant à l'idée du revenu en général, il est inutile de rappeler que nous y comprenons les résultats des services, aussi bien que les produits matériels.

(3) Traité d'Écon. polit. 4e édit. Tome II, page 72. Les mêmes argumens se trouvent reproduits en d'autres endroits de cet ouvrage, surtout dans l'Épitome, et même dans les Notes que M. Say a jointes à mon Cours d'Écon. polit., et où il réfute mon opinion, qui est celle de Smith.

„ qui se distribue dans la société. Je dis leur valeur *toute entière;* car „ si mon profit ne s'élève qu'à une portion de la valeur du pro- „ duit, le surplus compose le profit de mes coproducteurs. Un fa- „ bricant de drap achète de la laine à un fermier; il paye diver- „ ses façons d'ouvriers, et vend le drap qui en provient à un prix „ qui lui rembourse ses avances et lui laisse un profit. Il ne re- „ garde comme un profit, comme servant à composer le revenu „ de son industrie, que ce qui lui reste *net*, ses déboursés payés; „ mais ces déboursés n'ont été que l'avance qu'il a faite à d'au- „ tres producteurs de diverses portions de revenus dont il se rem- „ bourse sur la valeur *brute* du drap. Ce qu'il a payé au fer- „ mier pour la laine, était le revenu du cultivateur, de ses ber- „ gers, du propriétaire de la ferme. Le fermier ne regarde comme „ un revenu *net* que ce qui lui reste après que ses ouvriers et „ son propriétaire sont payés; mais ce qu'il leur a payé a été „ une portion de leurs revenus à eux-mêmes: c'était un salaire „ pour l'ouvrier; c'était un fermage pour le propriétaire; c'est-à- „ dire pour l'un le revenu qu'il tirait de son travail, et pour l'au- „ tre le revenu qu'il tirait de sa terre. Et c'est la valeur du „ drap qui a remboursé tout cela. On ne peut concevoir aucune „ portion de la valeur de ce drap, qui n'ait servi à payer un re- „ venu. Sa valeur entière y a été employée; même la portion de „ cette valeur qui a servi au rétablissement du capital (fixe) du „ fabricant. Il a usé ses métiers; il les a fait réparer par un „ mécanicien: le prix de cette réparation fait partie du revenu du „ mécanicien; et c'est, pour le fabricant, une avance comme les „ autres, laquelle lui est remboursée par la valeur du produit ter- „ miné. On voit par là que le mot *produit net* ne peut s'appli- „ quer qu'aux revenus de chaque entrepreneur particulier, mais que „ le revenu de tous les particuliers pris ensemble, ou de la so- „ ciété, est égal au *produit brut* résultant des terres, des capitaux „ et de l'industrie de la nation."

Tout ce raisonnement peut être réfuté par une seule observation. Si le revenu annuel d'une nation était égal à son produit brut, ce produit devrait être en entier *consommable*, c'est-à-dire propre à satisfaire immédiatement nos besoins: or tous les produits qui constituent le capital fixe ne sont jamais consommables, et ceux dont se compose le capital circulant ne le deviennent que lorsqu'ils passent dans le fonds de consommation. Les améliorations foncières, les usines, les ateliers, les ports, les chantiers, le local des tribunaux et des écoles, les machines et les instrumens de métier, les matières premières, les monnaîes, les services rendus à la production plutôt qu'au producteur: tous ces produits-capitaux et tant d'autres, serveut-ils immédiatement à nos piaisirs et à nos jouissances? que dis-je, peuvent-ils seulement s'employer à la satisfaction immédiate de nos besoins les plus urgens? M. Say lui-même enseigne „ que la consommation reproductive ne satisfait à „ aucun besoin, qu'elle ne procure aucune jouissance autre que de „ rendre l'entrepreneur qui l'ordonne possesseur d'un nouveau pro„ duit" (4); comment donc peut-il soutenir „ que ce n'est pas le „ produit net seulement qui satisfait aux besoins des hommes: que „ c'est le produit brut, la totalité des valeurs créés"? (5) Cette assertion ne contredit-elle pas l'autre? ne contredit-elle pas les faits les plus évidens? Pour concevoir quelle partie importante du produit annuel se trouve soustraite par le capital au revenu disponible, il suffit d'observer qu'outre les produits qui servent à créer les denrées consommables, ces denrées elles-mêmes sont une portion du capital, tant qu'elles restent dans les mains de leurs producteurs. Ainsi la masse des produits-capitaux excède toujours de beaucoup celle des produits qui forment le fonds de consommation.

Comment une observation si simple a-t-elle pu échapper à M. Say? Ou bien s'est-il imaginé que, les *produits*-capitaux

(4) Traité, II. 226.

(5) Traité, I. 17.

n'étant point consommables, c'est leur *valeur* qui se consomme en d'autres produits ? Sans doute, pour créer les produits-capitaux, il faut employer des ouvriers; ces ouvriers sont payés de leur travail, et ils consomment la valeur de leurs salaires en denrées qui satisfont leurs besoins et qui leur procurent des jouissances. Mais qui ne voit pas que les salaires des ouvriers sont payés sur les capitaux des entrepreneurs, et que les premiers ne consomment qu'une valeur que les autres se sont refusés de consommer eux-mêmes ? Ni la nation ni les individus ne peuvent consommer que ce qui est consommable, et ils ne peuvent appliquer à l'achat des choses consommables que la valeur qu'ont ces choses. Pour mettre ce principe en évidence, supposons que la valeur du produit total soit deux-cents millions, moitié en produits-capitaux et moitié en produits consommables : la nation peut-elle acheter pour deux-cents millions de produits consommables, quand il n'y en a à vendre que pour cent millions, et quand elle est encore obligée d'acheter des produits capitaux pour une valeur pareille ? Il est donc clair que la valeur du produit annuel se distribue, partie en capitaux et partie en profits, et que chacune de ces portions de la valeur du produit annuel va régulièrement acheter les produits dont la nation a besoin, tant pour entretenir son capital, que pour renouveler son fonds consommable.

Si l'on trouve ce raisonnement trop abstrait, il y a un moyen de le réduire à des termes plus rimples. Ce qui le complique, c'est que la nation se compose d'une multitude d'individus qui travaillent les uns pour les autres, et où les capitaux se changent perpétuellement en revenus, de même que les revenus se convertissent en capitaux. Qu'on se représente donc une famille qui suffit par son propre travail à tous ses besoins, comme il y en a tant d'exemples dans l'intérieur de la Russie et sur les confins occidentaux des États-Unis d'Amérique ; qu'on se demande ensuite si le revenu d'une pareille famille est égal au produit brut résultant de sa terre, de son capital et de son industrie ? Peut-

elle habiter ses granges ou ses étables, manger ses semailles et ses fourrages, s'habiller de ses bestiaux de labour, se divertir de ses instrumens aratoires? D'après la thèse de M. Say, il faudrait affirmer toutes ces questions.

Dans une société nombreuse où la division du travail a fait des progrès, la valeur qui a été capital dans une main, devient souvent revenu dans une autre. Mais cette circonstance suffit-elle pour en conclure que la société n'a point de capital, qu'elle n'a que des revenus? Il est vrai de même que la dépense de chaque individu devient le revenu de quelques autres: s'ensuit-il que la société n'ait que des revenus sans avoir des dépenses? Que dirait-on d'une argumentation telle que la suivante? „Un consommateur achète du drap chez un détailleur: il regarde cet achat comme une dépense; mais elle est un revenu pour le marchand. Celui-ci est obligé de restituer au fabricant une partie de ce revenu: pour lui cette restitution est une dépense, bien qu'elle soit productive; mais elle devient un revenu pour le fabricant. Ce dernier se trouve dans le même cas par rapport à ses ouvriers ainsi qu'au fermier qui lui a fourni la laine; le fermier à son tour est dans la même situation à l'égard de ses valets de ferme. On voit par là que le mot *dépense* ne peut s'appliquer qu'aux déboursés de chaque consommateur, mais que la nation n'a que des *revenus*." Comme cette manière de conclure ne serait pas satisfaisante, celle de M. Say ne l'est pas non plus, car son raisonnement est le même. „Le capital de chaque entrepreneur, dit-il, se convertit en revenus pour quelques autres; donc la nation n'a point de capital, elle n'a qu'un revenu." Observons encore en passant que cette doctrine est contraire aux principns même de l'auteur, qui, en d'autres endroits de son ouvrage, reconnaît formellement l'existence d'un *capital national* (6). De plus, si la na-

(6) Par exemple, Traité T. I, p. 24: „On voit que ce serait une grande erreur de „croire que le *capital de la société* ne consiste que dans sa monnaie", et p. 25: „Le *capital d'une nation* se compose de tous les capitaux des particuliers."

tion n'a point de capital à déduire de son revenu brut, ce revenu est donc en totalité un *revenu net ;* et cependant M. Say prétend que ce mot n'est point applicable au revenu d'une nation.

Toute la démonstration de M. Say n'est qu'une série de contredits. Il veut prouver que la valeur entière des produits se distribue exclusivement *en profits;* et il nous montre que cette valeur se distribue *en capitaux accompagnés de profits ;* car tous ses exemples ne prouvent que cela, et s'il en avait ajouté mille autres, ils auraient toujours prouvé la même chose, puisque c'est ainsi que la valeur des produits se distribue en effet. Donc, au lieu de justifier sa thèe, il la réfute, et il ne s'en aperçoit pas même. Ce qui l'induit en erreur, c'est une proposition un peu vague de Smith, qu'il a mal compris. „Les *Salaires du travail*, dit cet écrivain, les *profits des capitaux* et la *rente de la terre* sont les seules parties constituantes du prix des marchandises. On pourrait penser qu'il faut y ajouter une quatrième partie, nécessaire pour remplacer le *capital ;* mais on doit considérer que le prix de chaque produit dont le capital se compose, est lui-même formé de ces trois parties. Ainsi, quoique le prix d'une marchandise quelconque doive aussi payer le prix du capital employé à la produire, la totalité du prix de cette marchandise se résout toujours, soit immédiatement, soit en dernière analyse, dans ces mêmes trois parties, salaire, profit et rente. Or puisque le prix de *chaque* marchandise se résout en l'une ou l'autre de ces parties ou en toutes les trois, il s'ensuit que le prix de *toutes* les marchandises, ou celui du produit annuel de la nation, se résout en ces mêmes trois parties, et doit se distribuer entre les habitans du pays, soit comme salaire, soit comme profit, soit comme rente." (7) Cependant il est clair qu'en émettant cette proposition, Smith ne parle qu'abstractivement; il pousse l'analyse du prix des marchandises jusqu'au

(7) Rich. des Nat. Liv. Liv. I, Ch. VI. (Vol. I, p. 75 et 78.)

point où il découvrira ses élémens les plus simples : mais il est si loin de nier que ce prix ne puisse aussi comprendre des élémens composés, qu'il ajoute expressément que, dans la réalité, *le prix d'une marchandise quelconque doit encore payer le prix du capital employé à la produire.* La faute de Smith est de s'être exprimé trop généralement; s'il avait dit que le capital n'entre point *comme un élément simple* dans le prix des produits, sa proposition en aurait eu plus de clarté et de précision. Au reste, comme il admet l'existence d'un capital national et qu'il le distingue du revenu net, il est difficile de se méprendre sur sa véritable pensée. De tous ses disciples et commentateurs, M. Say est le seul qui l'ait interprêté d'une manière si étrange.

Si la valeur entière du produit annuel se résolvait en *revenus*, comme cet écrivain le prétend, d'où viendrait donc le *capital* nécessaire pour créer ces revenus? Dans ce cas, ne faudrait-il pas supposer qu'il fût épargné chaque année de nouveau, après avoir été consommé comme revenu? Mais qui voudrait épargner une valeur dont on serait sûr de n'être pas remboursé? Enfin admettons que la valeur entière des produits se distribue en *revenus :* s'ensuit-il qu'elle se distribue exclusivement en *gains* ou en *profits*, comme M. Say l'enseigne? (8) Les *salaires* (9) sont des revenus, mais sont-ils en totalité des *profits?* Bien au contraire, ils ne font que remplacer des capitaux, sans y ajouter même, dans la plupart de cas, un profit quelconque. Si l'on veut remonter à l'origine des choses, on trouvera que le premier revenu a été un salaire, car les fruits spontanés de la terre que l'homme a dû

(8) Dès le début de son ouvrage il annonce ce principe, et il ne cesse de le répéter. „La valeur *toute entière* des produits sert à payer les *gains* des producteurs," dit-il à la p. 17e. de son Traité.

(9) Sous le nom de *salaires* il faut aussi comprendre les revenus des entrepreneurs, en tant qu'ils sont la récompense de leur travail, et non le fruit de de leurs capitaux.

chercher pour s'en nourrir, étaient la compensation de cette peine; et l'on trouvera encore que ce salaire a été le premier capital, puisqu'il a mis l'homme en état de se procurer un revenu subséquent. À dater de cette époque, tous les salaires sans exception ne sont que le remplacement des avances que le travailleur est obligé de faire pour se rendre propre au travail, et pour subsister pendant son travail et jusqu'au moment où il en est payé. Souvent la rentrée de ces avances est accompagnée d'un profit ou d'un gain, mais plus souvent elle ne l'est pas; ainsi le salaire est loin d'être en totalité un profit, et c'est pourtant comme tel que M. Say le représente ([10]). De tous les revenus primitifs, il n'y a que les rentes des terres et des capitaux qui sont en entier des profits, car les capitalistes et les propriétaires-foncières qui vivent de leurs rentes, ne participent point à la production et ils n'ont aucunes avances à faire. C'est bien pour eux que le produit brut

---

([10]) Ceci va au point que M. Say ne parle que des *profits* du travail, des *profits* de l'ouvrier, lorsqu'il veut désigner leurs salaires, préférant ainsi le mot de profit à celui de salaire, tandis que d'autres écrivains regrettent de ne pas pouvoir appeler le profit de l'entrepreneur un salaire. En général, M. Say se plait à donner aux termes de l'Économie politique des significations plus étendues qu'ils n'ont, et à confondre de cette manière des idées qui doivent être distingués. C'est ainsi qu'il comprend sous le nom de *produits*, et les produits, et les travaux qui les créent; sous celui de *services*, non-seulement les travaux de cette espèce, mais encore les effets utiles des terres et des capitaux; sous le nom de *producteurs*, non-seulement les individus qui produisent, mais encore les fainéans qui possèdent des fonds productifs; sous celui de *profits* ou de *gains*, non-seulement les revenus nets, mais encore ceux où le remboursement des avances se confond avec le profit. Nous savons bien que M. Say dit quelque part: „Il ne faut pas faire la guerre à mes expressions; du moment que je les explique, c'est l'idée qu'il faut attaquer, si elle ne représente „pas fidèlement la marche des faits." Cependant les expressions ne sont pas indifférentes; il y en a qui embrouillent les idées au lieu de les éclaircir; et celles que nous venons de citer semblent être de cette espèce. Par exemple, si M. Say n'avait pas confondu sous le nom de profits les revenus qui exigent des avances et ceux qui n'en exigent point, peut-être n'eût-il jamais songé à soutenir la thèse que nous combattons.

est la même chose que le revenu net; mais soutenir cette thèse à l'égard d'une nation, c'est supposer qu'elle se compose tout entière de rentiers, et qu'elle tire son revenu du travail des autres nations.

M. Say termine sa démonstration en observant „qu'elle ruine „ le système des économistes du 18e. siècle, qui ne regardaient „ comme le revenu de la société que le produit net des terres, et „ qui concluaient que la société n'avait à consommer qu'une va- „ leur égale à ce produit net; comme si la société n'avait pas à „ consommer toute entière une valeur qu'elle a créée toute en- „ tière.“ [11] La démonstration de M. Say ne ruine aucun système hors le sien. L'école de Quesnay avait certainement tort de regarder le produit net *des terres* comme le seul dont une nation jouit; mais elle avait raison d'admettre un revenu net national. M. Say, au contraire, regarde le produit brut comme le revenu de la société, et il en conclut que la société peut consommer une valeur égale à ce produit; comme si la société pouvait consommer toute entière une valeur qui n'est pas consommable toute entière. Puis en continuant: „S'il n'y avait de revenus dans une nation“, dit l'auteur, „que l'excédent des valeurs produites sur les valeurs „ consommées, il résulterait de là une conséquence véritablement „ absurde, c'est qu'une nation qui aurait consommé, dans son an- „ née, autant de valeurs qu'elle en aurait produit, n'aurait point „ eu de revenu. Un homme qui a dix-mille francs de rentes, „ est-il considéré comme n'ayant pas de revenu, lorsqu'il mange „ la totalité de ses rentes?“ S'il y a ici de l'absurdité, elle ne résulte pas du principe que M. Say attaque, mais de la manière sophistique dont il en fait l'application. Le revenu (net) d'une nation n'est pas l'excédent des valeurs produites *sur la totalité des valeurs consommées* (comme l'auteur le représente,) mais seulement *sur les valeurs consommées pour produire*. Donc si une

---

(11) Traité, II. 74.

nation consomme dans son année tout cet excèdent, elle consomme tout son revenu (net). Où est l'absurdité de cette proposition? Quant à l'exemple du rentier, on ne conçoit pas ce qu'il veut dire, car il n'a nul rapport avec le principe dont il s'agit, le revenu d'un rentier étant en totalité un revenu net.

Un principe faux ne peut conduire qu'à des conséquences fausses. Si l'on admet que le revenu d'une nation est égal à son produit brut, c'est-à-dire qu'il n'y a point de capital à en déduire, il faut aussi admettre qu'elle peut dépenser improductivement la valeur entière de son produit annuel, sans faire le moindre tort à son revenu futur. L'absurdité de cette conséquence est trop évidente pour n'être pas sentie par M. Say; mais peut-il la nier sans renverser son principe? Cette difficulté ne l'embarrasse nullement: il prend hardiment son parti, et soutient à la fois et le *pour* et le *contre* (12). „La société", dit-il, „peut consommer „improductivement la totalité de ses produits annuels" (ainsi son capital aussi bien que son revenu net) „sans déchoir de sa richesse actuelle. Il suffit pour cela qu'elle n'entame pas ses capitaux." (N'est-ce pas dire qu'elle peut manger son capital, pourvu qu'elle ne le mange pas?) „Or la consommation de la „totalité des revenus annuels n'entame, ni les capitaux d'une nation, ni ses autres fonds productifs." (Ainsi la nation peut consommer son capital, sans avoir à craindre qu'il soit consommé.) „L'office des capitaux consiste uniquement à faire l'avance de tous „les frais de production." (Mais si la société c'est-à-dire si chaque individu dont elle se compose, a mangé son revenu brut, et conséquent son capital, d'où prendra-t-elle la valeur pour

(12) Les assertions de M. Say qu'on va lire, sont tirées d'une de ses Notes ajoutées à mon Cours (I. 401.) où il se donne la peine de rectifier mes idées. J'avais dit que le revenu *net* de la société est le seul qu'elle puisse consommer improductivement sans déchoir de sa richesse actuelle.

faire cette avance?) „Lorsque le produit créé égale, sans plus, „le capital avancé et le rembourse, tous les services productifs „sont payés; par conséquent tous les revenus de la société sont „acquis et peuvent être en totalité consommés, sans porter atteinte „à la richesse nationale.“ Quoi? L'ouvrier pourrait dépenser au cabaret, non-seulement ses gains, mais encore cette partie de son salaire qui lui rembourse les frais de son éducation et les avances qu'il doit faire pour son entretien? De quoi vivra-t-il donc la semaine suivante? de quoi élèvera-t-il son enfant? L'entrepreneur pourrait dépenser en jouissances, non seulement son profit net, mais encore les avances productives qui lui ont été remboursées? De quoi payera-t-il donc ses ouvriers, achetera-t-il des matières, entretiendra-t-il ses instrumens et ses ateliers? M. Say répond à tout cela que les valeurs capitales sont consommées, non par les producteurs qui les *payent*, mais par ceux qui les *gagnent*; il ne voit donc pas qu'il est impossible d'en gagner si l'on n'en paye pas en même tems? Où sont donc les producteurs pour lesquels le revenu brut est la même chose que le revenu net, ou qui puissent dépenser improductivement la totalité de leurs revenus? Or si aucun producteur ne le peut, comment la nation le pourrait-elle? J'ignore si M. Say s'est compris lui-même en écrivant ces lignes; mais ce qu'il y a de certain, c'est qu'aucun de ses lecteurs ne le comprendra. Aussi, se doutant lui-même de cet effet, il prend la précaution d'ajouter que „la démonstration „de ces *vérités* ne peut être comprise que des personnes qui en„tendent bien les fonctions et l'emploi des capitaux.“ Ainsi quiconque trouve que cette démonstration est un bavardage inintelligible, n'entend rien aux fonctions et à l'emploi des capitaux!

On a vu que la thèse de M. Say s'écroule par ce seul argument: que les produits qui constituent le capital d'une nation ne sont point consommables. Il est difficile à concevoir comment une observation si simple a pu échapper à l'auteur; mais ce qu'il y a

de plus singulier, c'est qu'elle se trouve déjà consignée dans les Recherches de Smith, où M. Say a dû la rencontrer. „Il est évident, dit cet écrivain, qu'il faut rentrancher du revenu net de la société toute la dépense faite pour l'entretien du capital *fixe.* Ni les *matières* ni le *travail* nécessaires pour la confection des machines, instrumens de métier, bâtimens d'exploitation etc., ne peuvent jamais faire partie du revenu net. Le *prix* de ce travail, à la vérité, peut bien en faire partie, puisque les ouvriers qui y sont employés peuvent placer la valeur de leurs salaires dans leur fonds de consommation. Mais la différence est que, dans les autres sortes de travail, et le *prix* et le *produit* vont l'un et l'autre à ce fonds; le prix va à celui des ouvriers, et le produit va à celui d'autres personnes, dont la subsistance, les aisances et les plaisirs se trouvent augmentés par le travail de ces ouvriers.“ Plus loin l'auteur continue: „Quant au capital *circulant*, le seul de ses élémens qui doit être entièrement retranché du revenu net de la société, ce sont les *monnaies;* car les *vivres*, les *matières* et l'*ouvrage fait* en sont retirés pour être versés, partie dans le capital fixe de la société, et partie dans son fonds de consommation. Ainsi l'entretien de ces trois élémens du capital circulant ne retranche du revenu net de la société que cette portion du produit annuel qui est nécessaire à l'entretien du capital fixe.“ ([13])

Puisque nous avons tant fait de citer ce passage, nous devons aussi observer que les propositions qu'il contient ne sont pas toutes également vraies, ni présentées avec la précision nécessaire.

1°. Il n'est pas fondé que les travailleurs productifs puissent placer la valeur entière de leurs salaires ([14]) dans leur fonds de consommation, quand même on comprendrait dans ce fonds

---

([13]) Rich. des Nat. Liv. II. Ch. II. (Vol. I, p. 425 et 427.)

([14]) Voyez, pour la signification de ce terme, la note 9, p. 368.

leur entretien indispensable, comme Smith le fait. Ils doivent d'abord prélever sur ces salaires la valeur des avances qu'on a faites pour leur éducation, afin de pouvoir élever à leur tour d'autres travailleurs destinés à les remplacer. Cette restriction est reconnue par Smith lui-même, puisqu'il reconnaît un capital dans les facultés productives des travailleurs, et qu'il admet qu'autant qu'un travail est en demande, le salaire doit nécessairement suffire pour maintenir constamment le même nombre de travailleurs. Suivant notre doctrine, ceux-ci doivent encore prélever sur leurs salaires la valeur des avances qu'ils ont faites pour leur entretien pendant le travail, ainsi que pour les services sans le secours desquels ils n'auraient pû travailler. Bien que ces objets fassent partie du revenu consommable, ils n'appartiennent cependant pas au revenu net, qui ne comprend que les jouissances des travailleurs, ainsi que l'entretien, soit nécessaire, soit superflu, des individus non-productifs.

2°. Smith dit que le *prix* du travail peut aller à la consommation, quand le *produit* de ce travail va au capital. Exprimée d'une manière si vague, cette proposition pourrait conduire à croire que la *valeur* des produits-capitaux peut se consommer par la nation, bien que ces *produits* eux-mêmes ne soient point consommables. Or ce seroit une grande erreur, comme nous l'avons déja montré dans ce qui précède. Si le *prix du travail* va au fonds de consommation, le *prix de son produit* va au capital.

3°. On ne voil pas trop pourquoi l'auteur borne aux *monnaies* la partie du capital circulant qui doit être entièrement retranché du revenu net. Les *matières* (et sous cette catégorie se rangent encore les *vivres* non préparés) sont-elles des produits plus consommables que les monnaies? Les chiffons de toile sont-ils du papier? Le blé est-il du pain? Le charbon qui se consume dans la fonte des métaux, fait-il partie des ustensiles qui

se composent de métaux? Enfin l'*ouvrage fait* lui-même, entre-t-il dans le revenu net, tant qu'il est *marchandise*, c'est-à-dire tant qu'il appartient au capital du commerçant? Pour constituer un élément du revenu net, il ne suffit pas qu'un produit soit susceptible d'entrer dans le fonds de consommation: il faut qu'il s'y trouve en effet ([15]). Lorsque les marchandises deviennent *denrées* en passant à leurs consommateurs, elles sont déjà remplacées par d'autres marchandises dans les magasins de leurs producteurs: ainsi les unes existent simultanément avec les autres; et de même que les denrées composent constamment le fonds de consommation, les marchandises forment constamment une branche du capital circulant. On voit qu'il faut retrancher du revenu net, non-seulement les monnaies, mais encore les vivres, les matières, et même l'ouvrage fait, en tant qu'il est marchandise. Restent les *denrées*, comme la seule portion du produit annuel qui puisse former le revenu net; encore faut-il en exclure toutes celles qui sont employées à renouveler, soit le capital fixe, soit le capital circulant, tels que les instrumens de métier, l'ouvrage fait qui entre dans la composition d'un autre ouvrage fait etc. Ces observations prouvent que ce n'était point une exagération de notre part, de dire que le revenu annuel se compose toujours beaucoup plus de produits-capitaux que de produits consommables ([16]); d'où il suit que, lors même qu'une nation n'épargne rien sur son revenu net pour augmenter son capital, la valeur qui se distribue annuellement en remplacement de capitaux, surpasse toujours de beaucoup celle qui se répartit en revenus nets.

Si nous nous sommes arrêtés long-tems à la discussion du

([15]) C'est de quoi Smith convient lui-même, en définissant le fonds de consommation par „cette masse de vivres, d'habits, de meubles de ménage etc. *qui ont achetés par leurs consommateurs*, mais qui ne sont pas encore entièrement consommés.“ Rich. des Nat. Liv. II, Ch. I. (Vol. I, p. 414.)

([16]) Voyez ci-dessus, page 364.

problème qui fait le sujet de ce mémoire, c'est que sa solution jette un grand jour sur la notion abstraite du revenu national. Nous croyons avoir démontré que ce revenu ne se distribue pas en profits seulement, mais en capitaux accompagnés de profits, et que les premiers l'emportent toujours sur les autres. Veut-on connaître en détail les élémens dont se composent les *profits de la société* ou *son revenu net:* il suffit de distinguer parmi les revenus des particuliers, ou parmi les portions de ces revenus, ceux que chacun peut consommer improductivement sans diminuer son revenu de l'année suivante. Tels sont 1°. *les gains ou les profits des producteurs*, c'est-à-dire tout ce que leur travail leur rapporte, déduction faite de leurs avances productives; et 2°. *les rentes des capitaux et des terres*, qui sont en entier des gains ou des profits, parce qu'elles n'exigent aucunes avances. Il paraît inutile d'ajouter que tout ceci ne s'entend que des revenus primitifs, les revenus dérivés y étant compris. Ceux de ces derniers qui sont accordés de bon gré, se prélèvent presque toujours sur le revenu net; ceux que la violence ou la ruse s'attribuent, peuvent encore être pris sur le capital.

Il existe un signe infaillible auquel on peut reconnaître si une nation est parvenue à jouir d'un revenu net. Comme le capital ne comprend que les subsistances et les services qui font vivre *les producteurs*, et qui leur sont strictement nécessaires pour vivre, il s'ensuit que, dans le cas où le travail d'une nation ne fait que remplacer le capital, sans rien produire au-delà, chaque individu est obligé de se faire producteur, et que son travail lui procure seulement les premières nécessités de la vie. En conséquence on peut être sûr qu'il existe un revenu net, partout où une partie des habitans subsiste sans produire, et où les producteurs eux-mêmes jouissent de quelques agrémens de la vie. La première situation est celle de tous les peuples incultes; ceux qui ont fait quelques progrès dans la civilisation se trouvent placés dans la seconde.

De même que dans le revenu brut du *producteur* il importe de distinguer le *capital* d'avec le *revenu* (net), dans celui du *rentier* il faut pareillement démêler le revenu *nécessaire* et le revenu *superflu*, celui qui est indispensable à son entretien, et celui dont il jouit au-delà. Car bien que le revenu nécessaire des rentiers n'ait pas une destination aussi utile que celui des producteurs, par rapport aux individus qui en jouissent c'est toujours un revenu nécessaire, et il ne saurait être employé autrement qu'il ne l'est. On voit que le revenu net des producteurs et le revenu superflu des rentiers sont les seules portions des revenus primitifs dont une nation puisse disposer librement, soit pour les *dépenser* en se procurant des agrémens et des jouissances, soit pour les *épargner* en augmentant son capital. Vu ce caractère qui leur est commun, nous les comprenons sous un seul nom, celui de *revenus superflus.*



COMMENT LES NATIONS S'ENRICHISSENT-ELLES PAR L'EMPLOI DU REVENU SUPERFLU?

PAR

H. STORCH.

Présenté à la Conférence le 1. Sept. 1824.

Tout le monde est d'accord sur ce principe, qu'une nation doit conserver son capital si elle veut maintenir son revenu, et qu'elle ne peut entamer l'un sans diminuer l'autre; mais lorsqu'on demande comment les nations s'enrichissent, on reçoit les réponses les plus contradictoires. „C'est en *dépensant* leur revenu superflu" disent les sectateurs du système mercantile et les énonomistes de l'école française, qui prétendent que la production est une suite infaillible de la consommation. „C'est en *épargnant* ce revenu" dit Smith et répètent ses disciples, qui regardent la consommation comme un effet nécessaire de la production. Ainsi chaque parti soutient qu'il n'y a de favorable à la richesse nationale qu'un seul emploi du revenu superflu, et il regarde l'autre comme nuisible à cette richesse. Cependant la production et la consommation ne sont-elles pas alternativement l'une la cause et l'effet de l'autre? Et s'il en est ainsi, les deux emplois auxquels se prête le revenu superflu, ne sont-ils pas également nécessaires à l'enrichissement des nations? Nous ne balançons point d'affirmer ces questions; et c'est à développer les motifs de cette décision que nous consacrons ce mémoire.

Personne ne disconviendra que, pour créer des produits ven-

dables, il faut avoir, non-seulement les moyens d'en créer, mais encore la perspective de les vendre. De même qu'on ne produit rien sans *capital*, on ne produit rien non plus sans *demandes*. Or si chacun voulait *épargner* son revenu superflu, d'où viendraient les demandes qui seules peuvent donner de l'emploi aux capitaux? Elles ne pourraient venir que *du dehors;* car c'est se faire illusion que de voir dans l'accroissement de la population productive un accroissement de demandes. Cette population produit elle-même ce qu'elle consomme, et elle produit encore au-delà, de sorte que plus elle s'accroît, plus elle augmente l'excédent de la production sur la consommation. D'un autre côté, si chacun voulait *dépenser* son revenu superflu, d'où viendraient les produits pour satisfaire cet accroissement de demandes, le capital ne recevant aucune augmentation? Ils ne pourraient venir pareillement que *du dehors*. On voit qu'il est impossible à un peuple d'*épargner* tout son revenu superflu, à moins de prêter aux étrangers les capitaux qui résulteraient de ces épargnes, ou de les employer exclusivement à produire pour les démandes étrangères. On voit encore qu'il est également impossible à une nation de *dépenser* tout son revenu superflu, à moins de le dépenser en produits étrangers. Dans la première supposition, l'accroissement du capital pourrait être prodigieux, mais il ne procurerait à la nation aucune jouissance, puisqu'il ne serait employé qu'à l'accroître encore davantage. Dans la seconde hypothèse, la nation se verrait toujours bornée au même revenu superflu, et si elle voulait augmenter ses jouissances, elle ne le pourrait qu'aux dépens de son capital. Quelque parcimonieux ou quelque dissipateur qu'on se représente un peuple, il est difficile de s'imaginer qu'il puisse tenir une conduite absurde à ce point.

Nous avons appliqué les deux système à la totalité du revenu superflu, afin d'en rendre les conséquences plus sensibles; mais quelle que soit la fraction de ce revenu qu'on veuille y sub-

stituer, le résultat en est toujours le même, c'est-à-dire qu'*un peuple, dans son économie intérieure, ne peut guère dépenser sur son revenu superflu qu'une valeur proportionnée à celle qu'il épargne, ni épargner qu'une valeur proportionnée à celle qu'il dépense.* Il ne peut donc suivre, ni la maxime d'augmenter ses consommations aux dépens de ses économies, ni celle d'augmenter ses économies aux dépens de ses consommations. La conduite qu'il tient, ou plutôt le seule qu'il puisse tenir, c'est d'épargner chaque année en proportion de ce qu'il dépense, c'est-à-dire d'ajouter à son capital autant qu'il en faut pour satisfaire le surcroît de demandes. S'il épargnait davantage, il y aurait bientôt plus de capitaux que d'emplois, ou plus de produits que de demandes, ce qui augmenterait infailliblement la dépense ou la consommation. S'il épargnait moins, il y aurait bientôt plus de demandes que de produits, ce qui ne manquerait pas d'encourager l'épargne et la production.

C'est ainsi que les nations suivent d'elles-mêmes et à leur insu la route qui les mène à l'opulence. Tout ce qui reste à désirer sous ce rapport, c'est *que les dépenses soient bien entendues*, et *qu'elles se fassent par les riches, afin que les pauvres aient dequoi faire des épargnes.* Qu'on nous permette de développer ces propositions.

1. Toute dépense qui se fait sur un revenu légitime est favorable à la richesse nationale; et elle lui est d'autant plus favorable qu'elle est mieux entendue. C'est ici le point où les principes de l'économie politique se confondent avec les préceptes de la raison et de la morale; car rien de ce qui est contraire à ceux-ci ne peut être constamment utile à l'enrichissement des nations; tandis que toute conduite qui se règle sur eux a tôt ou tard l'effet d'accroître cette richesse. Montrer que cette liaison intime subsiste toujours, même dans les cas qui ont l'apparence de prouver le con-

traire, voilà la seule tâche à laquelle l'écrivain doit se borner s'il ne veut pas s'égarer hors des limites de sa science, et débiter des lieux-communs dont chaque lecteur est convenu d'avance. Or si le caractère des jouissances bien entendues est tel que nous l'avons désigné, qu'on juge si les peuples les plus éclairés même ont atteint la perfection dans l'art de jouir et de s'enrichir par leurs jouissances, ou s'il leur reste encore beaucoup à apprendre sous ce rapport.

2°. L'intérêt général veut que le riche dépense son revenu superflu et que le pauvre l'épargne, car c'est de cette manière seulement que les dépenses et les économies de la société peuvent s'accroître. Mais ce n'est pas sous ce point de vue seul qu'un pareil ordre de choses est désirable; partout où il s'établit, trois grands avantages vont à sa suite: 1°. Les individus qui font valoir les capitaux et les terres en acquièrent la propriété, ce qui est infiniment plus profitable pour eux et pour la société, que lorsqu'ils sont obligées de les emprunter. 2°. La richesse des classes supérieures de la société devient stationnaire, tandis que l'aisance des classes inférieures ne cesse de s'accroître; effet qui tend à diminuer la trop grande inégalité des fortunes, cette source féconde de désordres politiques et moraux. 3°. Enfin les jouissances se multiplient et s'ennoblissent, le travail se développe dans tous les sens, et la civilisation en est puissamment secondée [1]. Tels sont les avantages que procure la dépense des riches, si elle est jointe à l'économie des pauvres, et certes ils peuvent être mis au rang des plus précieux. Avec cela, ils sont presque certains, pourvu que la marche naturelle des choses ne se trouve point entravée par les institutions sociales; car tous les motifs qui agissent le plus puissamment sur le riche et le pauvre, portent l'un à dépenser son revenu superflu, et l'autre à le ménager. S'il n'en était pas

---

[1] Cette assertion a besoin de preuves; on les trouvera *ci-après*.

généralement ainsi, comment s'expliquerait-on les progrès constans de l'aisance dans les classes inférieures, partout où l'isolement et l'insécurité ne les retiennent pas forcément dans la pauvreté? Le tiers-état de l'Europe occidentale, autrefois dans la dépendance des propriétaires-fonciers, n'est-il pas devenu leur rival en richesse? Et le même phénomène ne se répete-t-il pas sous nos yeux dans les autres parties de ce continent, et nommément en Russie? ([2])

Ainsi ce n'est point exclusivement ni par leurs dépenses ni par leurs épargnes que les nations s'enrichissent, comme on l'a enseigné jusqu'ici. De ces deux doctrines contradictoires la seconde est sans doute la plus séduisante, parce qu'elle s'accorde mieux avec ce qu'on voit arriver constamment chez les particuliers; mais cela n'empèche pas qu'elle ne soit aussi peu fondée que l'autre. Pour convaincre les lecteurs de cette assertion, nous trouvons nécessaire d'analyser complètement cette doctrine, et de répondre d'avance aux objections qu'on pourrait en tirer contre la nôtre.

Smith se fonde sur le raisonnement que voici:

1°. „Sauf les produits spontanés de la terre, qui ne font que la plus petite partie du revenu national, tout ce revenu est exclusivement le fruit du *travail.*"

2°. „Aucun travail ne peut se faire sans *capital;* ainsi le

([2]) Quant à ce dernier pays, tous les observateurs s'accordent sur ce fait que la frugalité y est aussi grande parmi le peuple, que le penchant à dépenser parmi les riches propriétaires. Qu'on me permette de citer ici mes propres observations. „Les classes, ai-je dit ailleurs, qui contribuent le plus chez nous à l'accroissement de la richesse nationale par le moyen de l'économie, ce sont celles des entrepreneurs, surtout dans le tiers-état. C'est principalement chez eux que les capitaux s'accumelent, et avec une rapidité d'autant plus grande, qu'ils joignent pour la plupart à l'industrie la plus active, une frugalité inconnue en d'autres pays. Les fortunes immenses qu'on voit naître en peu d'années sous leurs mains, expliquent suffisamment le phénomène de l'accroissement rapide du capital national." Cours d'Écon. polit. Liv. II, Chap. IX.

revenu se règle sur le capital, c'est-à-dire il augmente ou il diminue suivant que le capital éprouve les mêmes changemens."

3°. Le capital augmente par l'*économie* (parsymony) et il diminue par la prodigalité ou la mauvaise conduite des affaires; donc le revenu annuel ne s'accroit que par l'économie." (3)

La première proposition est incontestable, pourvu qu'on attache au mot de *travail* le sens qu'on doit y attacher. La seconde ne peut être admise qu'avec de grandes restrictions. Une infinité de travaux s'exécutent sans que le producteur ait besoin de possèder un capital, ou même d'en emprunter: les consommateurs lui avancent, *sur leurs revenus*, les fonds qui lui sont nécessaires pour la production des objets qu'ils demandent. La plus vaste de toutes les entreprises, celle dont se charge le gouvernement, ne se fait jamais d'une autre manière.

Enfin la troisième proposition est fondée sur une analogie absolument fausse. „De même, dit Smith, que le capital d'un individu ne peut s'augmenter que par les fonds que cet individu épargne sur son revenu superflu, de même le capital d'une société, qui n'est autre chose que celui de tous les individus qui la composent, ne peut s'augmenter que par la même voie." Nous venons de montrer qu'il n'en est pas ainsi. Contre un individu qui *épargne* pour former un capital productif, il en faut plusieurs qui *dépensent* pour acheter les produits de ce capital. D'ailleurs, comme ce n'est que sur son revenu qu'on peut faire des épargnes, et que le revenu de chaque producteur provient de la dépense de quelques consommateurs, comment les uns feraient-ils pour épargner, si les autres ne dépensaient point? La situation économique d'un peuple n'est pas celle d'un individu vivant dans

(3) Rich. des Nat. Liv. Liv. II, Ch. III. (Vol. II, p. 4 et 13.)

une société commerçante où l'un produit pour les besoins de l'autre ; c'est celle d'une famille isolée qui produit pour ses propres besoins. Si Smith avait remarqué cette analogie, il se serait d'abord convaincu que, de même qu'une telle famille, une nation ne saurait avoir d'autre motif d'épargner ou d'augmenter ses moyens de produire, que celui de dépenser davantage ou de consommer plus de produits.

Ainsi le capital d'un individu s'augmente *par l'épargne* et il ne peut s'augmenter que par là ; celui de la société s'augmente *par la dépense jointe à l'épargne*, car ce n'est qu'en proportion de ce qu'elle dépense qu'elle peut épargner, comme ce n'est aussi qu'en proportion de ce qu'elle épargne qu'elle peut dépenser. Encore ce dernier principe n'est-il pas aussi rigoureusement vrai que le premier, puisque la dépense du consommateur tient souvent lieu de capital au producteur, comme nous venons de l'observer. „Ce qu'une nation épargne annuellement, dit Smith, est aussi régulièrement consommé que ce qu'elle dépense annuellement." Sans doute qu'il en est ainsi quand les épargnes sont en proportion des dépenses; mais Smith veut qu'il soit épargné le plus que possible, et qu'il soit dépensé le moins que possible ; or si cette maxime pouvait être suivie, il y aurait chaque année un surplus d'épargné ou de capital qui irait toujours en grossissant, et ce surplus ne trouverait point d'emploi dans l'intérieur du pays. L'accroissement même de la population ne lui en fournirait point, car en même tems qu'il augmenterait la consommation, il augmenterait aussi, et dans une proportion plus forte, la production. Reste à produire pour les étrangers, ou à leur prêter les capitaux superflus, comme ont fait les Hollandais. Cependant un revenu fondé sur la consommation des autres peuples et sur la bonne-foi de leurs gouvernemens, vaut-il un revenu fondé sur la production et la consommation intérieure? Est-il également sûr, et, supposé qu'il l'était, est-il également profitable? Jamais le contraire n'a été mieux prouvé que par Smith lui-même.

Mais admettons que le système de l'épargne soit avantageux au même degré que celui de la dépense jointe à l'épargne, est-il probable qu'une nation quelconque voudra jamais suivre à la rigueur le premier? Les hommes seraient-ils encore disposés à travailler et à faire des épargnes, lorsqu'ils n'auraient plus de motifs pour cela? et ils n'en auraient point sans un accroissement continuel et progressif de jouissances. La richesse n'est que le moyen de se procurer une existence agréable: en faire le but de ses efforts, est une folie dont peu d'individus sont atteints. Smith lui-même convient de cette vérité lorsqu'il dit: „Les hommes se contentent bien de la simple subsistance, quand le surplus qu'ils pourraient gagner ne servirait qu'à tenter la cupidité de leurs oppresseurs; mais toutes les fois qu'ils sont assurés de jouir des fruits de leurs labeurs, ils s'efforcent d'améliorer leur sort et de se procurer, non-seulement les choses nécessaires, mais encore les aisances et les agrémens de la vie. (4) Les Hollandais eux-mêmes, exemple unique d'un peuple chez lequel les épargnes l'emportaient sur les dépenses, nous offrent une preuve de la justesse de cette observation. Forcés de lutter constamment, et contre les vagues de la mer pour conserver leur sol, et contre des puissances formidables pour maintenir leur indépendance, la frugalité devenait une nécessité pour eux. Cependant, à mesure que leur revenu s'accroissait, on voyait les aisances et les agrémens de la vie s'introduire chez eux et se répandre dans toutes les classes de la société; preuves leurs villes ornées de beaux édifices, leurs jardins embellis par des fontaines et par les fleurs les plus rares, leurs nombreuses bibliothèques, leurs galeries de tableaux, leurs cabinets de physiques et d'histoire naturelle, les sommes considérables qu'ils consacraient à l'avancement des sciences et des arts; preuves encore tant d'autres dépenses moins nobles, telle que celle de la parure recherchée de leurs femmes et même des villageoises parmi elles.

---

(4) Rich. des Nat. Liv. III, Ch. III. (Vol. II, p. 109.)

Enfin n'y a-t-il pas une contradiction manifeste dans cette proposition : que les peuples s'enrichissent par leurs épargnes ou leurs privations, c'est-à-dire en se condamnant volontairement à la pauvreté ? L'exemple de l'individu ne prouve rien ici, car l'effet de ses privations est contrebalancé par celui des dépenses que font d'autres individus ; mais si tous voulaient épargner, personne ne le pourrait. Pour se convaincre de cette vérité, il suffit de se rappeler que, dans le rapport mutuel des individus productifs, la dépense de l'un est toujours le revenu de l'autre. L'application la plus simple de ce principe peut nous donner une idée de son importance. La valeur que le cordonnier consomme en viandes et en bière, devient un revenu pour le boucher et le brasseur, qui les met à même d'acheter des souliers et des bottes. Le premier voudrait-il se contenter de nourriture végétale et ne boire que de l'eau, les autres ne seraient plus en état de se pourvoir de chaussures. Réciproquement la valeur que le boucher et le brasseur consomment en bottes et souliers, devient un revenu pour le cordonnier qui lui donne les moyens d'acheter de la viande et de la bière; ceux-là voudraient-ils aller pieds nus ou porter des sabots de leur façon, l'autre ne serait plus en état de se procurer de la viande et de la bière. Le même enchaînement d'intérêts qui vient d'être prouvé par rapport à deux ou trois individus, doit être admis pour la totalité de ceux qui produisent et dont les produits s'échangent les uns contre les autres, soit immédiatement, soit par le détour le plus long. Ainsi, quelque paradoxale que paraisse cette assertion, on est bien fondé à dire que les poëtes, les musiciens et les peintres ne concourent pas moins à enrichir les laboureurs, les artisans et les marchands, que ceux-ci ne contribuent à faire prospérer les autres. Tout ce qu'un producteur consomme, se convertit en revenus pour les autres; ce que les autres consomment, devient un revenu pour lui. Or comme ce n'est que sur son revenu que chacun peut faire des épargnes, on voit ce qui en résulterait si tous voulaient réduire leurs consommations.

pour épargner le plus possible : chacun, en diminuant le revenu qu'il procurait aux autres, finirait par perdre le sien ; chacun, en privant les autres des moyens de former un capital, s'en priverait lui-même.

D'ailleurs, si les nations avaient toujours suivi à la rigueur le principe de l'épargne, ou pour mieux dire, s'il leur avait été possible de le suivre, où en seraient la culture des vergers et des potagers, celle des vignobles et des plantations, la variété et la perfection de nos manufactures, notre commerce extérieur, la plupart des sciences, tous les arts d'agrément, en un mot où en seraient notre industrie et nos lumières ? Car dès qu'il s'agit d'épargner le plus possible, et de réduire ses dépenses au simple nécessaire, tout ce qui est au-delà devient inutile. Au contraire, quand les gens riches dépensent leurs revenus superflus, ils ne peuvent les employer qu'à des consommations variées, recherchées et délicates, ce qui fait créer des produits analogues ; ainsi la dépense de ces revenus excite un développement de travail que leur épargne ne saurait jamais provoquer. Si la civilisation n'est pas restée stationnaire dès sa naissance, si l'esprit humain a fait des progrès, c'est à la dépense et non à l'épargne du revenu superflu que le monde en est redevable. Smith lui même nous fournit une des preuves les plus frappantes de cette vérité, en montrant comment la découverte de l'Amérique et du passage direct aux Indes ont augmenté l'industrie et par conséquent la richesse des peuples de l'Europe, par la multiplication de leurs plaisirs et de leurs jouissances, c'est-à-dire par celle de leurs dépenses (5).

On voit que tous les intérêts sociaux, ceux de l'humanité même, exigent que le riche dépense son revenu superflu et que le pauvre épargne le sien. Comment un écrivain aussi judicieux que

---

(5) Rich. des Nat. Liv. IV, Ch. VII. (Vol. II, p. 401.)

Smith a-t-il pu méconnoître ces avantages, et soutenir que les dépenses des riches, loin d'être favorables au développement du travail, le paralysent au contraire, et que l'accumulation seule des capitaux suffit pour le vivifier? Il prétend avoir observé „que le peuple est ordinairement paresseux, débauché et pauvre partout où il tire sa subsistance principale de la dépense de revenus superflus, comme dans les villes qui sont la résidence d'une cour; et qu'il est en général laborieux, frugal et économe là où il subsiste principalement de capitaux employés, comme dans beaucoup de villes d'Angleterre et dans la plupart de celles de la Hollande.“ (6) Pour apprécier cette observation, il ne faut pas oublier ce que Smith appelle *travail* (labour). Dans son langage il n'y a de *gens laborieux* que ceux qui s'occupent d'une d'industrie; et lorsqu'il parle de *fainéans*, il n'y comprend pas seulement ceux qui le sont en effet, mais toutes les personnes qui, d'après sa doctrine, ne produisent rien, quelque laborieuses qu'elles soient, et quelque profitable que soit leur travail, à elles-mêmes comme à la société. Ainsi tout ce que cette observation prouverait, si elle était fondée, c'est que les manufactures et le commerce réussissent difficilement dans les villes qui sont la résidence d'une cour ou d'un grand nombre de gens riches; car l'agriculture ne saurait y être exercée (7). Mais cette observation est-elle fondée? Comment Smith la prouve-t-il? Pour la plupart des villes qu'il cite, telles que Rome, Madrid, Versailles, Compiegne, Fontainebleau, et plusieurs villes de parlement en France, leur situation est si défavorable au commerce et aux manufactures, que cette circonstance seule explique suffisamment pourquoi elles n'en ont point; cependant Smith

---

(6) Ibid Liv. II, Ch. III. (Vol. II, p. 10.)

(7) À l'exception, s'entend, des fruits et des légumes. Or de l'aveu même de Smith, cette culture n'est nulle-part aussi florissante que dans les environs des grandes villes, ce qui s'explique aisément par la quantité d'engrais qu'elles fournissent aux vergers et aux potagers, et par le marché avantageux qu'elles offrent à leurs produits.

n'hésite pas d'attribuer leur défaut d'industrie au séjour des souverains, des parlemens, des rentiers. Au contraire, lorsqu'une capitale ou une ville de parlement nous présente le spectacle d'une grande industrie, comme Londres, Lisbonne, Copenhague, Rouen, Bordeaux, il met cet avantage uniquement sur le compte de leur situation. Cela s'appelle prouver à la manière des sophistes L'exemple même de la ville d'Edimbourg, dont l'industrie s'est accrue depuis qu'elle a cessé d'être le siège du parlement d'Écosse, ne prouve rien si l'on ne peut démontrer que cet effet est dû exclusivement à cette circonstance; tant d'autres villes en Écosse sont devenues manufacturières et commerçantes depuis la même époque, sans avoir éprouvé un pareil changement. Pour réfuter les inductions que Smith tire de ces faits, il suffit d'observer que plusieurs capitales peu favorablement situées pour le commerce, telles que Berlin, Munic, Moscou, Brunsvic, Bruxelles, sont pourtant des villes très-industrieuses et très-commerçantes; et sans vouloir en conclure que la résidence de la cour et d'une noblesse opulente soit la cause de leur industrie, on peut du moins en inférer que cette circonstance ne s'y oppose pas, comme Smith le prétend.

„On a remarqué, ajoute cet auteur, que les habitans d'un gros bourg, après de grands progrès dans l'industrie, avaient tourné ensuite à la fainéantise et à la pauvreté, parce que quelque grand seigneur avait établi son séjour dans leur voisinage." Comme il nous est impossible de vérifier un fait si vaguement allégué, nous nous bornons à lui opposer un raisonnement, mais un raisonnement sorti de la plume du même écrivain. „Si, pour les gens qui vivent de leur industrie, dit Smith ailleurs, un voisin riche est une meilleure pratique qu'un voisin pauvre, il en est de même d'une nation. Les particuliers qui cherchent à faire leur fortune, ne s'avisent jamais d'aller se retirer dans les provinces pauvres et reculées, mais ils vont se rendre à la capitale ou à quelque grande ville de commerce. Ils savent très-bien que là où il circule peu

de richesses, il y a peu à gagner; mais que dans les endroits où il y a beaucoup d'argent en mouvement, il y a espoir d'en attirer à soi quelque portion. Cette maxime qui sert ainsi de guide au bon sens d'un, de dix, de vingt individus, devrait aussi diriger le jugement d'un, de dix, de vingt millions d'hommes." (8) Que le lecteur juge maintenant lequel des deux, du fait ou du raisonnement, mérite le plus de confiance.

Dans tout le cours de son ouvrage, Smith ne cesse de préconiser l'épargne; il s'indigne contre toute dépense qui n'est pas immédiatement productive dans son sens; il semble qu'il voudrait que tout le pays ne fût qu'un grand atelier, et que la population entière fût composée de laboureurs, d'artisans et de marchands. „La rente de la terre, dit il, et les profits des capitaux sont les deux sortes de revenus qui donnent à leurs maîtres le plus de matière à faire des épargnes. L'un et l'autre de ces revenus peuvent indifféremment entretenir des *salariés productifs* et des *salariés non-productifs*; ils semblent pourtant avoir toujours pour les derniers quelque prédilection. La depense d'un grand seigneur fait vivre en général plus de *gens oisifs* que de *gens laborieux*. Et quoique le riche commerçant n'emploie son *capital* qu'à entretenir des gens laborieux, néanmoins son *revenu* nourrit ordinairement des gens oisifs." (9) On voit que dans ce passage, comme dans une infinité d'autres, les travailleurs que Smith appelle non-productifs, sont confondus avec les fainéans. Mais sous quel nom qu'il lui plaise de désigner les premiers, nous ne voyons pas quel tort pourrait en résulter pour la richesse nationale si les revenus superflus des gens riches étaient employés à donner de l'occupation aux savans, aux littérateurs et aux artistes, plutôt qu'aux cultivateurs, aux artisans et aux marchands; si les gens riches aimaient mieux faire des dépenses en livres, en statues, en tableaux, qu'en

---

(8) Rich. des Nat. Liv. IV, Ch. III, Part II. (Vol. II, p. 245.)
(9) Rich. des Nat. Liv. II, Ch. III. (Vol. II, p. 6.)

meubles précieux, en bijoux et en dentelles; s'ils préféraient d'aller au concert et au spectacle, plutôt que de charger leurs tables de mets exquis et de vins délicieux. Mais il n'est pas même fondé que les gros revenus aient plus de tendance à se dépenser en jouissances immatérielles qu'en jouissances matérielles. Examinez sous ce rapport les habitudes des gens riches, même dans les pays les plus civilisés: contre un individu dont la dépense sert à encourager les sciences, les lettres, les arts, vous en trouverez sûrement dix dont les consommations ne sout favorables qu'à l'industrie.

Quant aux domestiques inutiles que les gens riches nourrissent, quelque nombreux qu'en soit le train, ce n'est toujours que la plus faible dépense d'un grand ménage. Smith lui-même observe que „depuis que les manufactures et le commerce ont multiplié les jouissances matérielles, les gros revenus se depensent infiniment plus en marchandises précieuses qu'en services domestiques, et que le plus riche seigneur, au lieu de nourrir comme autrefois des milliers de cliens, a maintenant à peine dix laquais à ses ordres.“ ([10]) Cependant le même auteur trouve qu'ils sont encore trop nombreux. Pourquoi ne trouve-t-il pas aussi que les tisserands en soie, les brodeurs, les joaillers, les orfévres, les faiseurs de dentelles. les pâtissiers, les confituriers, les distillateurs, les parfumeurs, le sont? Car lorsqu'un homme est employé à satisfaire la vanité ou la sensualité des autres, peu importe qu'il fournisse des objets matériels ou des services. Mais Smith se plait à représenter les domestiques des gens riches comme des paresseux et des debauchés; il soutient que dans une ville où leur nombre est considérable, leur fainéantise corrompt même le reste du peuple, au point qu'il devient difficile d'y faire des entreprises industrielles; pour ce qui concerne les ouvriers, il trouve que leur état les rend laborieux et économes ([11]). Sans faire valoir nos propres obser-

([10]) Ibid Liv. III, Ch. IV. (Vol. II, p. 126.)

([11]) Rich. des Nat. Liv. II, Ch. III. (Vol. II, p. 10. 11. 12.)

vations, qui souvent nous ont donné un résultat contraire, voici celles d'un autre écrivain auquel personne ne conteste ni la bonne-foi ni le jugement qui constitue le bon observateur ([12]). „Le domestique, dit cet auteur, est en général plus économe que l'ouvrier; plusieurs motifs le portent à l'être, surtout le sentiment de sa dépendance et de son peu d'aptitude pour les métiers, sentiment qui le rend continuellement inquiet et soucieux sur l'avenir. De même il est bien moins disposé à fréquenter le cabaret. Outre son penchant à l'épargne, ses habitudes l'en éloignent; tandis que l'ouvrier y dépense presque toujours tout ce qu'il gagne, et serait même en butte aux railleries de ses camarades s'il s'avisait d'être frugal et économe. Aussi la quantité de petits capitaux accumulés entre les mains des domestiques est-elle prodigieuse; et ces petits capitaux forment presque la seule ressource ouverte à ces maîtres-ouvriers pauvres et rangés qui, pour donner quelque extension à leur industrie, consentent à payer un intérêt un peu supérieur au cours de la place, et qui n'auraient pas de crédit ni d'accès auprès des grands capitalistes. Il est impossible de s'imaginer combien d'industrie est mise en activité dans une grande ville à l'aide de ces petits capitaux. Sous ce point de vue, le domestique se présente comme un intermédiaire placé près du riche, pour recueillir les débris du revenu que celui-ci dissipe, et pour les porter à la plus pauvre comme à la plus laborieuse des classes qui composent la population des grandes villes.“

Si l'économie est une vertu sociale, la prodigalité doit être un vice antisocial; aussi Smith représente-t-il l'homme économe comme un bienfaiteur de la société, et le prodigue comme son ennemi. Il compare celui-ci à un homme qui dissipe à quelque usage profane les revenus d'une fondation pieuse, et qui paye des salaires à la *fainéantise* avec ces fonds que la frugalité de ses péres avait consacrés à l'entretien de l'*industrie* ([13]). Si l'auteur

([12]) Garnier, dans sa Traduction de Smith, Note XXe.

([13]) Rich. des Nat. Liv. II. Ch. III. (Vol. II, p. 15.)

s'indigne à ce point contre le dissipateur, c'est parce que celui-ci ne se borne pas à dépenser son revenu, mais qu'il entame son capital. Avant d'examiner si une pareille conduite est en effet aussi nuisible à la société que Smith le pense, demandons-nous d'abord pourquoi il suppose que le prodigue dissipe son capital exclusivement en payant des *services?* car on sait déjà que, dans la bouche de Smith, le terme de fainéantise ne signifie que cela. A-t-on jamais vu un prodigue se ruiner uniquement par des dépende cette nature? et si quelqu'un était dans ce cas, sa prodigalité serait-elle plus funeste à la société, que s'il se ruinait en consommations matérielles? Quant à la dissipation du capital qui résulte de la folle conduite du prodigue, nous la considérons aussi comme un mal; mais non par la même raison que Smith. Il suppose que le capital est toujours perdu pour la *société*, comme il l'est pour le *dissipateur;* et en cela il se trompe. La société ne le perd que dans le cas où il est transmis comme un revenu dérivé à des personnes qui le consomment improductivement, ce qui, par la nature des choses, doit arriver moins souvent que le contraire. Pourvu qu'un homme qui dissipe sa fortune n'en fasse pas cadeau à ses favoris ou qu'il ne la perde pas au jeu, elle ne peut passer que dans les mains de gens qui acquièrent par leur travail la part qui leur en revient, et les gens de cette espèce sont ordinairement très-économes. Ainsi dans la plupart des cas, le capital du dissipateur, au lieu de se perdre, devient la propriété de personnes laborieuses et rangées. Un pareil changement peut-il être un désavantage pour la société? Si le dissipateur avait conservé son capital, les producteurs auraient dû le lui emprunter, et lui en payer des intérêts qu'il aurait consommés improductivement; dans la supposition actuelle ils en sont devenus les propriétaires, et ils peuvent employer les intérêts comme un capital, pour étendre leurs entreprises et pour augmenter leurs produits ([14]).

([14]) Que dire après cela de cette assertion de M. Say: „Toutes les fois qu'un „fonds placé se dissipe, il y a dans quelque coin du monde une quantité équi-

Toutes ces considérations ne nous empêchent cependant pas de regarder la prodigalité comme un mal : d'abord parce qu'elle est un désordre moral, que la raison ne peut jamais approuver, et qu'en conséquence elle ne doit jamais désirer ; ensuite, par ce que le dissipateur, dans le cas où il est dépourvu d'un capital personnel, tombe à charge à la société après s'être ruiné.

Mais si la dissipation des particuliers est un mal, celle des gouvernemens en est un bien plus grand ; car le gouvernement n'ayant point de fortune à lui, comme le particulier, la valeur qu'il dissipe ne fait que retourner aux classes laborieuses qui l'avaient fournie, et celles-ci sont forcées de regagner par un second travail ce qui leur appartenait déjà par un premier. L'injustice à part, un pareil procédé n'est-il pas fait pour décourager le travail ? Toutefois ce serait une erreur de croire que les peuples s'appauvrissent toujours par les profusions de leurs gouvernemens : ce malheur est ordinairement la suite d'autres circonstances plus désastreuses qui attaquent la propriété morale des individus. C'est lorsqu'une nation a perdu son indépendance nationale ou qu'elle gémit sous une oppression domestique, lorsqu'il ne lui est pas permis de penser et de jouir, et que la superstition ou la tyrannie tiennent ses facultés enchaînées : c'est alors seulement que l'envie de travailler et de gagner se perd sans retour. Il y a peu de gouvernemens en Europe qui n'aient à se reprocher les profusions les plus excessives; cependant comme ils permettent à l'homme d'être homme et qu'ils secondent même le développement de ses facultés, ces profusions peut-être ont retardé dans quelques pays le progrès naturel de la richesse nationale, mais nulle-part elles n'ont pû l'arrêter.

„valente d'industrie qui s'éteint. Le prodigue qui mange une partie de son fonds, „prive en même tems un homme industrieux de son revenu." (Traité, II, 246.) On s'étonne que M. Say ne trouve pas le prodigue justiciable, d'avoir fait mourir de faim le pauvre industrieux qui vivait de son capital.

IV.

SECTION

D'HISTOIRE & DE PHILOLOGIE.

---

50 *

DE
ALIQUOT
NUMIS KUFICIS
ANTE HAC INEDITIS, QUI CHERSONESI HUMO ERUTI ESSE DICUNTUR.

COMMENTATIO PRIOR
NUMOS CHALIFARUM
COMPLECTENS.

AUCTORE
C. M. FRAEHN.

Conventui exhibuit die 22. Sept. 1824.

Non est terra, quæ ad fines numismaticæ Asiaticæ proferendos ejusque studia juvanda magis, quam Russia nostra, facere queat. Pleraque reliqua regna Europæa dum condendi alicujus numophylacii Orientalis suppellectilem longe lateque dispersam ex remotissimis oris, nec sine gravi moræ dispendio, multoque labore et magnâ impensâ colligere fere oporteat, Russia sibi ejusmodi apparatum brevi tempore, facili negotio parvoque sumtu comparare potest. Non solum eam habet præ ceteris opportunitatem, ut in finibus suis australibus, quam late patent, variis regnis Orientalibus, ut Turciæ, Persiæ, Buchariæ, Sinæ, immineat et cum iisdem caussas politicas vel mercatorias communes habeat, — unde fieri non posse patet, quin pecuniam vel olim vel hodie iis in terris consuetudine receptam acquirendi optima et frequens harum rerum amantibus offeratur occasio; — sed eadem ipsius fuit caussa atque trium aliorum

regnorum Europæorum, Hispaniæ, puta, Lusitaniæ et Siciliæ. Ut hæc, ita Russia quondam super suæ terræ solum solium regium dynastiæ Asiaticæ surgere vidit. Inde ab ineunte fere sæculo decimo tertio ad quintum decimum medium usque in plagis ejus olim Orientalibus per campos illos vastissimos, qui nomine Deschti-Kaptschak celebrabantur, Chanatus Dschudschii Dschingisidæ ejusque posterorum, vulgo apud nos nomine Ordæ Aureæ nuncupatus, superbe et impotenter dominabatur; quid? quod in Chersoneso Tauricâ fere ad ipsius sæculi decimi octavi exitum majoris illius Ulusi pars residua, dynastia Giraï-Chanorum, perduravit. Tenendum autem est, utriusque dynastiæ principes singulos atque omnes, etiamsi nonnulli ad brevissimum tempus summæ rerum præessent, numos signandi jure gnaviter usos esse. Igitur suæ ipsius etiam terræ solum Russiæ suppeditare potest monumenta numaria Dschingisidarum de Ulusis Dschudschiano & Giraïano. Atque sane non hæc tantummodo, et eà quidem copià, quæ fidem omnem excedat, fundit, sed quoque, ut facile intelligitur, iis mixtos dynastiarum cognatarum, quæ in Iran & Sartol (Tschaghataï) imperium obtinuere, numos profert, etsi hos minore numero, quam conjecturâ augurari animus inclinet. Verum sunt præterea tempora multo etiam remotiora, ex quibus superstes ركاز *Rikas* amplissimum & præstantissimum reconditum tellus nostra numismaticæ Arabicæ commodis servavit. Ut earum, quas modo dixi, dynastiarum recentiorum numi fere in Russiæ plagis versus Orientem vergentibus, ita numi Chalifarum de utrâque gente, Umaija & 'Abbas, nec non Emirorum de gentibus Tahir, Saman, Buweih, aliisque, quotannis fere, ingenti nonnunquam numero, in Occidentalibus et Meridionalibus ejus potissimum provinciis e claustris terræ producuntur, — hi quidem reliquiæ mercaturæ frequentis et copiosæ, quæ quondam sæculis VIII. IX. & X. (ex hoc enim temporis intervallo illi pæne omnes sunt) tum ipsi Russiæ, tum per eam terris Balthicis cum hodiernis provinciis Persicis & Bucharicis intercesserit necesse est, cujusque lucrum in illas maxime redundâsse videtur, quoniam tantam pecuniæ in hisce

signatæ vim eo pervexit. (*) Accedit, quod ipsorum etiam Arabum Occidentalium, veluti Chalifarum Umaijadûm in Hispaniâ, Emirorum, qui Chalifarum 'Abbasidicorum nomine Barbariæ, quam hodie vulgo dicunt, præerant, et Edrisidarum in Mauritaniâ numi ex sæculis VIII. & IX., numero etsi illis superioribus non comparando, nec tamen exiguo, nostris in oris ex cœcis terræ latebris eruuntur. Hujus quidem generis numos a Normannis illius ævi, tanquam spolia ab expeditionibus, quibus in illas regiones Occidentales longe lateque grassabantur, reportata, huc delatos esse, probabile est, ut alio loco innui (**).

Etiamsi, quam perennis numorum Mu'hammedanorum fons, quam nunquam exhauriunda eorumdem vena tellus Russiæ sit, cives nostros latere non poterat, negare tamen quis vellet, hoc genus thesaurorum repertorum satis diu hîc terrarum parvi habitum & neglectum esse. Circumfertur proverbium Arabicum : مندل الهند في اوطانه حطب *Aloë Indica suo in solo patrio tanquam foci materia censetur.* Simili in caussâ numi Orientales diu his in terris versati sunt. Immanis prorsus et immensa fuerit necesse est horum numorum copia, quæ per tot, quæ defluxere, sæcula, ex Russiæ nostræ solo effossa, sed proh dolor ab imprudentiâ & avaritiâ soluta igni est. Et si quæ eorum particulæ hîc illic ab interitu vindicatæ conservabantur condebanturque, incognitæ & inexplanatæ atque adeo oblivioni datæ manebant. Scilicet cives nostri animo ad hoc numorum genus nondum commovebantur, quia deerat, qui occultis involutisque eorum titulis solvendis ac interpretandis vacare et quid ex iis lucis ad varia historiæ capita obscuriora peti possit, probatum dare voluisset.

Nondum quidem ea temporum affulsit felicitas, quam doctæ antiquitatis amantes & intelligentes ardentissimis votis expetunt, non-

---

(*) v. Ibn-Foſzlan's u. and. Araber Berichte üb. d. Russen p. 79 sqq.

(**) v. l. c. p. 249 sq.

dum quidem obtigerunt, quæ de monumentorum veterum in Russiâ ab interitu vindicandorum ratione cogitata haud ita pridem proloquutus sum (*); nihilominus temporum, quæ sunt, facies hac etiam in caussâ insigniter mutata est. Nam etsi numorum, qui quotannis fere his in terris fodientibus offeruntur, vix vigesima pars a turpissimo interitu retrahi videatur, attamen vel hanc *lucro apponere* decet. Caussa autem, cur hodieque hoc & illud Judæorum & argentificum manus effugiat, hæc est, quod nostra ætas & in Russiâ haud paucos viros intelligentes & cordatos exoriri vidit, qui, præter rem numariam Russicam, Græcam, Latinam & omnino Europæam (ut cui dudum hîc dignus honor habitus est), numismaticæ etiam Orientalis sensu & amore capti, colligendo id genus numorum apparatui operam dare cœperunt. Et quidquid monumentorum Asiaticorum ab excidio servatorum huic studio laude dignissimo debetur, id non amplius, ut antea, sub Museorum claustris oblivioni datum in tenebris latet, sed jam a claustris & oblivione vindicatur & in adspectum lucemque profertur, non sine multiplici, quod inde in litteras redundat, commodo.

Complura jam Russiæ nostræ Musea numaria Orientalia sive publica sive privata, saltem quidquid inediti & notatu præ ceteris digni continent, in notitiam antiquitatis amatorum protuli. Gaudeo, id mihi datum esse, ut iisdem in præsentiâ novum numophylacium Orientale nuper Mosquæ conditum indicare possim, cui quidem temporis successu insignia incrementa spondet, tum acre, quo ejus possessor Doct. Phil. D. Splewitz V. C. incensus est, hujus caussæ studium, tum ea, quâ idem valet, oculi in discernendis raris et insolitis a vulgaribus & quotidianis satis jam exercitati acies, tum denique Mosquæ urbis, quam dudum jam sedem stabilem habet, summa ad hujus generis numos facili negotio congerendos opportunitas. Huic itaque numorum antehac ineditorum & ex parte notabilissimo-

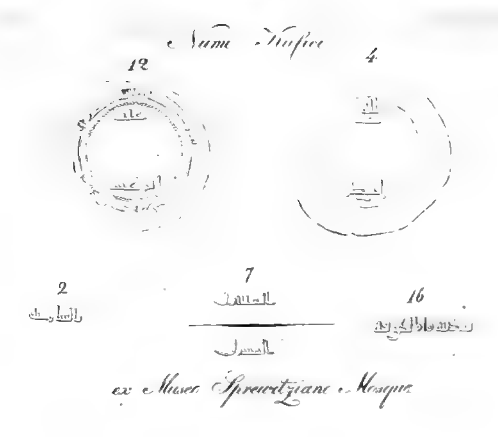
(*) v. Das Muhammed. Münzkabinet des Asiat. Museums p. 97 sq.

rum symbolæ primæ, quam selectam ex istâ Collectione & commentatione meà illustratam in medium protuli, quin propediem recentes subjicere possim, mihi non est dubium.

Numi autem ii, ex quibus maxime hanc selegi symbolam, in ruinis *Chersonesi*, emporii illius Græci quondam celeberrimi, quod scriptoribus Byzantinis Χερσων, veteribus chronographis Russicis Корсунъ audiisse, & in Chersoneso Tauricà inter Sebastopolin & Balaklawam, recentioris ævi oppida, situm fuisse constat, reperti esse dicuntur; erantque inprimis Chalifarum & Emirorum Tahiridicorum, ex intervallo annorum H. 110 — 256 (= Ch. 728 — 870). Qui simul ad me transmissi sunt numi aliquot Samanidici & Buweihidici, quorum novissimus a. H. 363 (= Ch. 974) est, nec non Muktediri Chalifæ a. 309, num ex eodem loco provenerint, non habeo compertum; sed dubito.

Mihi vero de hisce numis selectis commentanti visum est nec in titulorum partibus tralaticiis & pervulgatis immorari, nec notitias afferre rerum historicarum & geographicarum, quæ ante pedes positæ neminem his litteris paullulum tinctum fugere possunt. Talibus silentio transmissis, ut numismaticæ Muhammedanæ caussas nonnullas obscuriores necdum ad liquidum perductas denuo vel leviter attigi vel paullo diligentius excussi, ita de hoc illove capite historiæ & geographiæ Asiaticæ, quod, licet nec leve nec observatione indignum sit, ab aliis vel plane non tractatum vel non satis explanatum deprehendebam, quæstiones institui, quas, nisi temporis angustiæ impediissent, longius fuissem prosequutus. (*)

(*) Moneo, quotquot hîc in medium producuntur, numos esse argenteos.



I.

NUMI

CHALIFARUM UMAIJADARUM.

HESCHAM.

1.

Cusus بواسط سنة عشر ومئة *in Wasit anno centesimo decimo.* (a. H. 110 = Ch. 728-9.)

MERWAN II.

2.

Notabilis, cus. بالسامه سنة احدى وثلثين ومئة *in el* (*) - *Schamiá* (aut *el - Samiá* &c.) *anno centesimo tricesimo primo.* (a. H. 131 = Ch. 748-9.)

(*) Linguæ Arabicæ periti norunt, quando *l* articuli in pronuntiatione cum sono litteræ sequentis coalescit.

Numus hic inter gemmas hujus Collectionis numerandus, duplici de caussâ notatu dignus est. Cusus enim a Merwano II. Chalifarum Umaijadicorum Orientalium postremo, ante vel in ipsum annum fatalem ad hujus dynastiæ interitum cadit. Agmen igitur numorum hujus quidem generis ab hac profectorum familiâ, ut Mediolanensis (anni H. 77) (*) ducit, ita hic claudit; certe ex anno proxime sequente (132) jam tenemus Saffa'hi, primi Chalifarum 'Abbasidicorum, numum Kufensem (**), ad quem notus ille Abu-Muslimi a. 131 cusus (***) veluti transitum parat. Altera, quâ nobis hic numus majorem in modum commendatur, caussa ab urbis, in quâ cusum sese profitetur, petenda est nomine. Id primum nobis hic offertur, et, licet numus integerrimus sit, difficillimum definiri est. Per scripturæ enim Kuficæ rationem (v. Tabell. in fronte hujus Comment.) plus simplici modo legere licet. En varios, quos admittit, legendi modos: الشامية, السامية, الساميّة; الشامنة, السامنة, الشامتة, السامتة &c. At sub nullo omnium horum nominum mihi urbs aliqua innotuit, nec quidquam profuere, quotquot de iis consului, historiarum auctores, geographi & lexicographi Arabici. الشامية *el-Schamija* quidem (suppl. الصحراء) nomen est deserti Syriaci (****); sed hoc quis hic admiserit, etiamsi conjicere vellet, officinam monetariam Umaijadarum, ut tunc temporis in summas adducti erant angustias, in loca, ad quæ hostibus minus pateret aditus, delatam fuisse! — Numquid igitur conjiciendum, appellatione الشامية *el-Schamija*, (c. ellipsi المدينة) *Syriaca* urbs, Damascum, Syriæ metropolin, indicari? Hanc quidem urbem tunc adhuc in ditione suà

(*) v. Monete Cufiche dell' I. R. Museo di Milano p. 1.

(**) Servatur & hîc in Mus. Asiat. Acad. Imp. Scient., & Hafniæ in Numophylacio Muenteri, episcopi eruditissimi, et Berolini in Numoph. ill. Ruchle de Lilienstern.

(***) Niebuhr's Beschreib. v. Arabien Tab. X, N° 3.

(****) v. Description du Pachalik de Bagdad p. 145. Fundgr. d. Or. T. I, p. 191.

tenebat Merwanus, qui hoc ipso anno 131 بارض الشام *in terrâ el-Scham* s. in Syriâ commorabatur (*). Verum enim vero tale quid, nec analogiâ usûs linguæ favente, nec ullo auctore Arabico suffragante, statuere quis ausit? eoque minus, quod Damasco, quà metropoli Syriæ, nomen الشام *el-Scham* fuisse novimus. Nec magis scio, quid reliquis lectionibus faciam, veluti السامية *el-Samija* q. d. urbs *a Sam* s. Sem filio Noæ *condita* (**), vel السامية *el-Samia* i. e. *excelsa, sublimis* (***) &c. (****) Quo tandem cunque modo pronuntiandum sit, mihi verisimile est, esse id aut nomen oppiduli alicujus, quod, ut sexcenta alia, geographorum Arabicorum diligentiam effugit, aut etiam magnæ fortasse et celebris quondam urbis, sed jam prioribus Hedschræ sæculis funditus eversæ, aut certe alterum vel antiquius alicujus urbis nomen, quod forte decursu temporis in desuetudinem abierit. (*****) Ad posteriorem caussam quod attinet, meminisse

(*) Abulfar. Hist. Dyn. p. 213 text.

(**) Est Traditio, quæ Damascum a دمشق بن سام conditam fert.

(***) Cf. الفاخرة *gloriosa, magnifica*, epitheton Bocharæ.

(****) De سمنة *Samna* (in Aegypto sup. cf. Quatremère Mém. sur l'Egypte T. I, p. 295) quominus cogites, cum littera ا inserta, tum articulus præfixus impedit. — Succurrit nunc et قصر سامية in Afrikiâ (in regno nunc quidem Tripolitano) inter Lebedam et Afuam (v. Edrisy text. Arab. p. 105), neque tamen vel hoc admittere licet.

(*****) Ecquid forte in Mesopotamiâ quærenda est? Makrisy certe (de Monet. p. 22 ed. Tychs. = p. 28 vers. S. de Sacy) memoriæ prodidit, Merwanum, quamdiu Chalifatum tenuerit, in *Mesopotamiâ* (الجزيرة) pecuniam cudi fecisse. Quamquam hujus dicti fides ipsis Merwani imminuitur numis, quorum quotquot hucusque innotuere, in urbibus Wasit, Dimeschk, Sedschestan (i. e. Serendsch) et — الجزيرة *el-Dschesirâ* cusi sunt; quid? quod de ipso vocabulo *el-Dschesira* apud Makrisyum l. c. disceptatio oriri potest, num vere de Mesopotamiâ intelligendum sit, an potius, ut alibi in libris (veluti Elmac. p. 223. Abulfar. p. 531 text. Arab. id. p. 518 text. Syr. coll. cum Ar. p. 498 et all.) et in numis, de urbe جزيرة ابن عمر *Dschesiret-Ibn-'Omar*; nam quod in Nov. Symb.

juvabit nominum urbium ابرشهر *Abreschehr* pro Nisabur (*), ماه الكوفة *Mah - el - Kufa* pro Dinewer (**), ماهى *Mahy* pro Hamadan, ut videtur (***), المحمدية *el - Mu'hammedia* pro Rey, et quæ id genus alia sunt. — Accedit autem hæc urbs السامة, unâ cum فسا *Fasa* (in Musei Asiat. numo a. 81), ad viginti quinque illas urbes monetales Umaijadarum Orientalium, quas in ipsorum numis argenteis obvias alio loco (****) recensui.

II.

NUMI CHALIFARUM 'ABBASIDICORUM.

AMIN.

3.

Notab. cus. بمدينة السلام سنة ثلث وتسعين ومئة *in Urbe salutis anno centesimo nonagesimo tertio.* (a. H. 193 = Ch. 809.)

In supremâ A. II. ربى الله *Dominus meus Deus est.*

Habemus hunc primum numorum ab Amino Chalifâ cusorum. Nam etsi, in annum H. 193 quum et mors Haruni & auspicia imperii Amini concurrant, dubium videri posset, utri eorum numus hic, qui nomine auctoris caret, tribui debeat; res tamen nullam habet dubitationem. Esse eum Amino rerum potito cusum, ex

---

p. 31 et in Supplem. Ephem. litt. Jen. 1822, N°. 58 τo الجزيرة numorum ita explicui, ut Mosulam, Mesopotamiæ urbem primariam, significet, id perperam habet.

(*) v. Mémoires de l'Académie Imp. T. IX, p. 606 sqq. (p. m. 44 sqq.)

(**) v. infra ad N°. 16.

(***) v. ibid. in fine.

(****) v. Ergänzungsbl. zur Jen. A. L. Z. 1824, N°. 13, p. 103, ubi pro *Nahr Tiri* leg. *N. Tira.*

sententiolà in sup. A. II. obvià efficitur. Hac tanquam symbolo usum esse 'Abbasum filium el - Fafzli eandemque, quum ab Amino ad Chalifatum provecto monetæ esset præfectus, numis inscribenbendam curâsse, Makrisy auctor est. Vide sis Beiträge zur Muhammed. Münzk. aus St. Petersb. p. 15 – 19, ubi tum de pravâ ratione, quâ alii et hanc sententiam, unà cum nomine *el - 'Abbas* eidem in nonnullis numis subjuncto, tum de dubitatione, quam de Makrisyi fide hac etiam in caussâ temere moverunt, satis dictum est. (*)

Juvat hic addere, quæ de notissimo illo nomine *Medinet - el - salam*, quo Baghdad urbs ad Mongolorum tempora usque omnibus in numis celebrata est atque passim in libris, ut olim, ita hodieque ornatur, nonnulli auctores Arabici observàrunt. Sic quidem Jakut in lexico geogr. majore: مدينة السلام هى بغداد واختلف فى سبب تسميتها بذلك — قال موسى بن عبد الرحيم (الحميد ?) النسايى كنت جالسا عند عبد العزيز بن ابى رواد فاتاه رجل فقال له من اين انت فقال له من بغداد قال لا تقل بغداد فان بغ صنم وداد اعطاه (اعطى ?) ولكن قل مدينة السلام فان الله [هو] السلام والمداين كلها له فكانهم قالوا مدينة الله وقيل سماها المنصور تقاولن (l. تفاولا) بالسلامة „ De caussâ hujus appellationis in-„ ter auctores discrepat. — Musa Ben 'Abd - ul - ra'him (— ul - 'ha-„ mid) Nisanus, „ „ die aliquo " ", inquit, „ „ quum ad latus accum-„ „ berem 'Abd - ul - 'asisi Ben Abi - Rawwad, hunc accedebat non ne-„ „ mo, qui, unde sit? (**) interrogatus, ex Baghdado, respondebat. „ „ Tum 'Abd - ul - 'asis eum monere: cave dicas Baghdad; nam „ „ *Bagh* nomen idoli est, *dad* autem significat: *dedit*; imo vero „ „ dic *Medinet - el - salam* (s. Urbs salutis); Deus enim ipsa sa-

(*) Nihilominus cel. auctor Commentationis de Defectibus rei num Muh. suppl. in Comment. Soc. Goett. recent. T. V, p. 82 sq. errores illos repetiit.

(**) Vel: unde venerit? vel: cujatis sit?

„„ lus (*) est, omnesque urbes ejus sunt. *Medinet-el-salam* igi-
„„ tur (s. *Urbs salutis*) perinde quasi *Medinet-Allah* (seu *Urbs*
„„ *Dei*) dixeris." " Alii Manfurum Baghdado nomen *M. el-salam*
„ (s. *U. salutis*) boni ominis causså indidisse volunt." Idem Jakutus ib. alio loco: مدينة السلام بغداد ودار السلام الجنة ويجوز ان يكون „ سميت بذلك على التشبيه والتفاول لان الجنة دار السلامة الدايمة „*Medinet-el*-
„ *salam* Baghdad est, ut *Dar-el-salam* (Domicilium salutis) Paradi-
„ sus. Licet statuere, urbem sic appellatam esse, *ut cum Para-*
„ *diso componatur faustumque omen innuatur;* Paradisus enim
„ domicilium æternæ salutis est." — Schems-el-din Dimeschky autem in suâ نخبة الدهر hæc paucula, sed quæ apprime placent, habet: وسميت مدينة السلام لانها يسلم فيها على الخلفاء „ Baghdad no-
„ men *Medinet-el-salam* (Urbs salutis, vel salutationis) accepit
„ propterea, *quia in eâ novi Chalifæ salutabantur*" s. quia in eâ novis Chalifis susceptum imperium congratulabantur, — scil. solemni formulâ: *el-salam 'aleik, ja Emir el-mumenin* i. e. salve, o Imperator Fidelium! (*).

Extremum est quod moneam, probari vix posse sententiam eorum, qui hoc urbis Baghdadi nomen a Tigride, ut qui et *Nahr-el-salam* s. *Wadi-el-salam* (i. e. fluvius salutis) audit, petitum esse volunt, veluti Scholiastes ad Harir. Mekam. XIV. in Vateri & Rinkii Arab. Leseb. p. 128, et Rosenmüller in Handb. der bibl. Alterthumskunde T. I. P. I, p. 199; nec magis locum habere posse sententiam, juxta quam huic fluvio simplex nomen السلام *el-salam* fuerit; in quâ fuisse videtur Scholiast. ad Har. l. c. in edit. de Sacyanâ. Sed hîc, vereor, ne quid turbatum sit.

(*) السلام *El-Salam* unum de centum illis epithetis est, quibus Mu'hammedani Deum suum augent. Inde nomen multis eorum proprium عبد السلام

(**) V. e. c. Ibn-el-'Amid (Elmacin.) p. 148. Abulf. Ann. II, p. 184. Hanc autem formulam primo usu receptam esse in inaugurando Mu'awiâ Chalifâ, refert Sojuty apud 'Aly Dehdeh in محاضرة الاوايل ومسامرة الاواخر fol 38, b.

4.

Notab. cus. بمدينة سمرقند سنة ست وتسعين ومئة *in Urbe Samarkandæ anno centesimo nonagesimo sexto.* (a. H. 196 = Ch. 811-2.) (*)

In supr. A. I. ح, in eâd. inf. ه

A. II. لله	*Deo S.*
ع	. . . .
محمد رسول الله	*Mu'h. Apost. Dei est.*
مما امر به الامام	*Cudi jussit Imamus*
المامون امير المومنين	*el-Mamun Emirus Fidelium.*
الفضل	*El-Fafzl.*
ه (Vid. Tabell.)	. . . .

Nota sunt discidia et bella, quæ Aminum inter et Mamunum, Haruni filios, intercesserunt, nec est, quod iis enarrandis immorer. Jam a. 195 provinciæ Chalifatûs Orientales Mamuni caussam palam amplexæ erant, isque tunc titulum *Imami* sibi adsciscebat (**), cui, post reportatam a. 195 de Amino victoriam, alterum etiam illum, Chalifis præter ceteros proprium et peculiarem, *Emir-el-mume-*

(*) Observo a. b. Gœtlino in Diss. de Numis Cuf. Reg. Acad. Upsal. p. 8 numum Mamuni, hoc eodem anno et Samarkandæ cusum, indicatum esse, neque tamen eum unum eundemque cum hoc vel proxime sequente Sprewitzianis haberi posse; nam Balchensi anni 195 a cel. Tychs. in Com. I. de Numis Cuf. Tab. I, N°. VIII edito simillimus esse dicitur. Omnino dolendum est, virum pie defunctum parum accurate indicâsse nec nisi leviter adumbrâsse vel eos numos, quos ære exprimendos non curavit.

(**) Ibn-el-'Amid p. 125 et numis Samarkandensibus testibus.

nin addebat (*), dum hunc eundem titulum frater quoque Baghdadi adhuc obtinebet. Quem præ manibus habemus, numus primus est, in quo Mamunum hoc modo aperte, quis sit, sese ostendere videmus.

Fafzl, cujus nomen Mamuno subscriptum cernitur, constat esse Fafzl Ben Sahl, qui Chalifæ in rebus publicis gerendis administer et consiliarius maximà cum auctoritate adfuit, splendido titulo *Su'l-rijaseiein* insignitus in numo proximo aliisque.

Numus in *Urbe Samarkandæ* signatus est. Parum abest, ut existimem, vocabulum *medîna* (s. urbs) hic ipsi nomini non temere additum esse, sed tendere ad situm officinæ monetariæ accuratius indicandum. Sane geographi Arabici *Medinet-Samarkand* s. Urbem Samarkandæ, puta urbem interiorem (المدينة الداخلة, la Cité) ubi arx et sedes Emiratûs erat, a Samarkandà simpliciter dictà, seu universà urbe cum suburbiis amplissimis, distinguunt, indeque viros doctos, qui in illà urbis Samarkandæ parte primarià nati sunt vel domicilium habuere, geminato cognomine المدينى السمرقندى *Medinensis Samarkandensis* denotare solent. Quod restat, conf. quam de مدينة اصبهان in numis, veluti hujus Commentationis 6. et 7., obviâ quæstionem proposui in Mémoires de l'Acad. T. IX, p. 593. (p. m. 31.)

Jam ad sigla veniamus, quibus numus hic eximie conspicuus est. In A. quidem primà cernuntur ج et ه. Utrumque siglum in numis Kuficis satis frequens; raro tamen, ut hic, in uno eodemque numo junctum occurrit.

ج *dsch*, ح *'h* et خ *ch* tanquam scripturæ compendia, sed multiplici sensu, passim in libris Mu'hammedanorum offeruntur. Numerorum vicem ubi sustinent, ج 3, ح 8, خ 600 indicat. In MSS.

(*) Abulf. Ann. II, p. 100.

Koranicis ج modo جايز (pausam lectoris arbitrio *permissam*) indicat, modo nonnullorum *Korani lectorum nomina* abbreviata repræsentat; in grammaticorum et lexicographorum libris significat جمع s. *numerum pluralem;* in libris astronomicis nunc برج s. *signum zodiacale*, nunc in specie *signum cancri*, nunc *mensem Dschomada II.*, nunc *diem Martis.* — ج in libris postremo loco memoratis ad indicandum *signum sagittarii*, alibi pro حينئذ (*tunc temporis*) positum deprehenditur. — خ denique in libris astronomicis per abbreviationem denotat مريخ s. *Martem* planetam, in MSS. Koranicis tum اخفا s. peculiarem aliquem litteræ ن pronuntiandæ modum, tum nomina nonnullorum anagnostarum Koranicorum; in Traditionum sacrarum corporibus البخاري *Bocharensem*, celeberrimum illum auctorem libri الصحيح indicat; præterea siglum est דּ خلاف s. *contrario*, *secus*, *false*, &c.

Nec minus usus sigli م *m* variat: ponitur pro لازم pausa *necessario observanda*, متن *textus*, معروف *notum*, منطق, مسلم *Muslim Nisaburensis*, celeberrimus ille Traditionarius, محرم *Muharrem* mensis, يوم *dies*, يوم الاحد *dies dominica*, &c.

Inter omnes, quas hîc commemoravi, utriusque litteræ potestates nulla esse videtur, in numos quæ adhiberi possit; atque vel ea, ex quâ nomina propria præfectorum monetalium vel signatorum potius per compendium scripta in iis latere putaveris (*), difficilis ad fidem est propterea, quod plura simul in uno eodemque numo deprehenduntur sigla. Non restat igitur, nisi ut aliâ aliquâ conjecturâ adsequi tentes, quod a veri specie non plane abhorreat.

Alio loco jam observavi, mihi credibile fieri, ut م numorum sit compendium vocabuli مبارك *benedictus*, *bene vertat*, *quod felix faustumque sit;* atque re verâ hoc ipsum sine scripturæ compen-

(*) cf. Prolus. de Acad. Scient. Petrop. Mus. num. musl. p. 13.

dio exaratum numi nonnulli nobis offerunt (*). Quid igitur? si similem notionem etiam τῷ ح subjicias? si خ pro contracto خير vel خيرا *bonum*, *faustum* habeas, quod sane vocabulum a prospera apprecandi formulis non alienum est (**). Hoc posito atque concesso, conditio existeret explicandi, cur خ et ه in hoc numo, cur خ et س, quod pro سلام *salve* per compendium scripto habendum esse probabili conjecturâ alibi dixi (***), in numo aliquo Buweihidico (****) concurrant, cur denique in numo quodam Samanidico (*****) خ repetitum occurrat; quantâ enim verbositate et quam crebrâ repetitione in salutando faustaque apprecando uti soleant Arabes, constat.

Verum difficilius est, sigla ع et ه in A. II. obvia probabiliter interpretari. Ambo equidem in aliis etiam numis ab unâ eâ-

---

(*) v. Mémoires de l'Acad. Imp. d. Sc. T. IX, p. 604. (p. m. 42.)

(**) Sic Arabes دعا لفلان بخير vel اثنى على فلان خيرا , رب يسر وتمم بالخير et Turcæ خيردعا قلامق , خير اولا &c.

(***) v. Ergänz. der Jen. A. L. Z. 1824, N° 14.

(****) apud Tychsen. in Addit. p. 30, N° 2, ubi numus hic in Museo, quod olim Adleri Berolinensis fuit, obvius *Samarkandæ* signatus esse perhibetur, quod ita se habere, nullo pacto mihi persuadere possum. (Non multum abest, quin mihi persuadeam, in hoc numo Berolinensi idem urbis nomen exstare, quod in numo ʿAly-Rifzæ Gothano cernitur. Hoc quidem, a cel. Mœllero سهل فنك *Sahl-Fanek* lectum, mihi nuper adhuc visum est legendum سمرقند *Samarkand*. v. Mémoires de l'Acad. T. IX, p. 616. - p. m. 54. - Nunc postquam hunc numum accurate delineatum mecum communicavit vir humanissimus, secundam hujus nominis litteram omnino ه, non م, esse, ideoque de Samarkandâ cogitare non licere intellexi. Jam vero res quum ita se habeat, quid hoc urbis nomine faciam, me ignorare fateor. Putabam aliquando شهرقند legendum idque ex more orthographiæ Arabicæ pro شهركند *Schehrkend* positum esse; sed oppidum ad lacum Choresmiensem situm in Buweihidico quidem numo admittere non liceret. In mentem mihi venit etiam شهرقباد *Schehr-Kobad*, quod kufice شهرقبد exarari potuisse censeo; nec non سهرورد *Sohrwerd* succurrebat. Sed ambigo, et cel. Moelleri ingenio hanc rem permitto expediundam.)

(*****) v. Nov. Symbolæ ad rem numar. Muhammedan. p. 18, N°. 36.

demque Parte posita, neque tamen prius, puta تو ع, unquam eo loco deprehendi, quo hîc mirâ novâque ratione sub لله collocatum cernitur. ع, ubi litteræ numerabilis vice fungitur, 70 designat, غ 1000. Alibi in libris ع compendium est scribendi موضع *locus*, vel مصراع *hemistichium*. In numis idem hoc siglum, modo ع, modo ء exaratum, mihi ad hunc diem visum erat idem valere atque عدل *æquum, justum pondus*, quód vocabulum integrum non minus frequens in numis est (*). Huic opinioni, vereor, ne locus, quem ء in hoc quidem numo occupat, fraudi sit, et aliam ei hîc subjicere nos cogat notionem. Ecquid, si تو ـه in hac etiam A. inf. obvio potestas vocis مبارك *faustum* inest, ء quoque hîc simili sensu accipiendum? num hîc fortasse pro عزة *gloria, magnificentia*, positum? (**) Hac horum siglorum explicatione admissâ, numum hunc quidem faustæ apprecationis formulis amuletisve quasi tectum videremus; at enim hoc sane non foret, in quo offendamus.

Apparet, siglorum in numis Kuficis obviorum caussa quantis etiamnunc obsita tenebris sit. Sed spes est, futurum, ut hujus etiam rei involutam notionem aliquando aperiant iteratæ interpretum curæ.

5.

Notab. Areæ I. par ratio est cum N. 4. quem modo descripsimus. A. autem II. differt; non enim gerit, nisi alteram symb. Sunnit. partem, cui supra additum est لله i. e. *in Dei honorem!*

(*) v. Ergänz. zur Jen. A. L. Z. 1822, N° 57.

(**) Juxta se positæ si essent litteræ م ع, habere eas liceret pro abbreviatione formulæ عليه السلام *super quem salus sit.* Sed fac eas ita esse positas, hanc faustam apprecationem ad quem quæso referas? Inferior sane est, quam quæ Mu'hammedanorum prophetæ conveniat.

s. Deo sacrum! (*), infra autem ذو الرياستين *Possessor duorum principatuum.*

Hunc numum, quamvis nomine Chalifæ destitutum, Mamuni esse certum est; nam, ut proxime antecedentem, a. 196 in Urbe Samarkandæ ab eodem Fafzl eum signatum esse videmus. Nimirum ex rerum illo ævo gestarum historiâ probe scimus, hunc Fafzlum hoc ipso anno summæ rei bellicæ administratorem simul et imperii cancellarium supremum constitutum ideoque splendido titulo *Su'l-rijasetein*, i. e. ὁ ταιν δυαιν αρχαιν (**) seu ὁ δισσαρχων, auctum esse. (***)

6.

Notab. cus. بمدينة اصبهان سنة احدى ومايتين *in Urbe Ifpahani a. ducentesimo primo.* (a. H. 201 = Ch. 816-7.)

In inf. A. I. المشرف *El-Muscharraf*, aut *el-Muschrif*, minus distincte expressum.

A. II. Numo proxime præcedenti congruit.

De المشرف (cujus figuram, et quidem ad bina numi proxime sequentis exempla, denuo æri incidendam curavi, v. Tabell.) conjecturas nonnullas proposui in Beiträge p. 21 sq. et in Mémoires

---

(*) Ill. Tychsenium in pristinâ de hac formulâ sententiâ, quam ut prorsus alienam dudum explosi, etiamnunc perseverare video ex ej. Comment. de Defect. pagg. 76. 83. 91.

(**) Sic ad fidem verborum interpretatus est Reiske ad Allgem. Weltgesch. v. Guthrie u. Gray, T. IV, P. I, p. 674.

(***) v. Beiträge p. 20 sq. Mémoires de l'Acad. T. IX, p. 614. 618. (p. m. 52. 55. sq.) — Minus recte de hoc titulo sentire videtur præstantissimus Schlosser, qui (Weltgesch. T. II, P. II, p. 399) sic habet: „*Wegen* seines Einflusses auf Mamun nannte *man* ihn Su'l-rijasetein (Besitzer zweier *Leitungen*)." — Quod reliquum est, hunc titulum per aliquantulum temporis etiam post hunc Fafzlum e medio sublatum sub Chalifatu Mamuni obtinuisse ll. cc. innui.

de l'Acad. T. IX, p. 618. (p. m. 56.) Hic facere non possum, quin memoriam retractem lectionis ejus, quam in Numoph. Orient. Pot. p. 24 in medium tuli inermem quidem nudamque omni præsidio, quamvis hoc ut aliquâ ex parte compareretur, non prorsus indigna videtur esse. Jam experiamur. اشراف على الشى significat etiam: *præesse* s. *præsidere alicui rei*, *curare*, *moderari eam*; quam notionem a lexicis nostris abesse video. Sic Jakut in Mo'addschem-el-buldan: تقدم اليهم ان يشرفوا على البناء *eos regere ædificationem jussit, summam curam ædificandæ* (urbis) *iis mandavit*; Ibn-el-'Amid p. 162: الزم نفسه الاشراف على الدواوين Chalifa *suum existimavit, ipsum tribunalibus* s. curiis *præsidere, summam eorum curam ipsum sustinere.* Inde participium مشرف *muschrif* denotat *inspectorem, curatorem, moderatorem* alicujus rei, veluti rei familiaris; sic in Historiâ X. Vezirorum ed Knœs, p. 17: لم يجعل وكيلا ولا مشرفا بل اعتمد عليه herus *nec curatorem nec muschrifum* (moderatorem, administrum rei domesticæ suæ) *constituit, uni illi confisus.* Quid, quod in longe altiore etiam dignitatis gradu collocatum indicat, ut ex Ibn-Challekano in vitâ τȣ Dschemal-el-din Mu'hammed el-Dschawad (p. m. 475) intelligo, juxta quem Sengy Atabek hunc ipsum Dschemal-el-dinum, quem Nisibi & Ra'habæ præfectum in interiorem amicitiam admiserat, *Muschrifum totius sui regni* (مشرف مملكته كلها) constituit. Hunc maxime locum advertere oportebit eumque ad numorum nostrorum usum accommodare, in quibus titulus المشرف absolute positus forte eodem sensu ampliore accipiendus est.

7.

Notab. cus. ibid. et eod. anno. In inf. A. I. idem, de quo modo disseruimus, المشرف. A. II. ut in N° 5. & 6.

Observandus hic numus eâ quoque de caussâ est, quod in eo primo duplicem marginis P. I. inscriptionem deprehendimus. Circulo nimirum exteriori inscripti sunt versiculi 4. & 5. Suræ XXX.

qui exordiuntur his verbis: لله الامر من قبل *Dei erat eritque imperium* &c. (*). Antiquissimum numorum ad hunc modum compositorum nuper (**) producebam eum, qui cusus a. 202 Mamuni, 'Aly-Rifzæ et τȣ διοσαρχοντος nomina junctim exhibet, nec facere poteram, quin mirarer, quod maxime ad numorum Rifzæ nomini inscriptorum normam hac in caussâ conformati fuerint, quotquot deinceps a Mamuno ceterisque Chalifis et ab Emiris signati sunt. Ab hoc numo nostro, haud scio, an rei facies alia facta, novique hujus instituti prima origo a Fafzlo ducenda sit, quamquam meminisse expedit, numum hunc, etsi nomen Rifzæ præseferat, eo ipso anno esse cusum, quo, testibus plerisque historiarum auctoribus, hic 'Alides heres Chalifatûs renunciabatur.

Etsi igitur etiamnunc in medio relinquendum est, num hanc rem gestam an aliam aliquam respexerit, qui illos versiculos primus numis addebat, non tamen alienum visum fuerit, circa notionem, quæ uni alterive vocabulo eorum subjicienda est, paucula annotare. Quo melius orationis contextus percipiatur, ipsos versiculos junctim cum iis, quos proxime excipiunt et quos proprie spectant, adducere expediet. Locus autem Koranicus cit. sic habet: (alt. lect. غَلَبَت) غُلِبَت الروم * فى ادنى الارض وهم من بعد غلبهم سَيَغْلِبُون (alt. lect. سَيُغْلَبُون) * فى بضع سنين * لله الامر من قبل ومن بعد ويومئذ يفرح المومنون * بنصر الله i. e. *Græci victi sunt in terrâ valde propinquâ, sed intra paucos annos post hanc acceptam cladem ipsi superiores discedent.* (***)

(*) Hac eâdem duplici marginis inscriptione aucti sunt etiam quotquot jam a nobis hîc recensebuntur numi, si excipias Aghlebidicum N° 12. insignitum.

(**) in Mém. de l'Acad. T. IX, p. 619. (p. m. 57.)

(***) Vel, alteram lectionem si sequeris, *Græci vicerunt — sed post hanc reportatam victoriam ipsi superati recedent.* De hac lectionis varietate, quam Glossæ Korani Petropolitano-Kasanensis annotare neglexerunt, vid. I. Bar. de Sacy in Mém. sur la litterature des Arabes p. 100 et in Gramm. Arab. T. I, p. 203.

Dei erat eritque imperium; illo autem die (quo scil. belli fortuna in meliorem versa fuerit partem) *auxilio divino lætabuntur Fideles.* Hunc in modum posteriorem partem horum versiculorum vertendam censeo. Neque vero omnes interpretes ita accepêre. Leve quidem est, quod Maracci, Sale, Clewberg, Aurivillius, vocabulo الامر vim *negotii* tribuerunt, minus aptam, si quid video, huic loco, qui potius significationem *imperii* requirere videtur. الامر autem et الملك passim promiscue adhibentur. Gravius est, quod a plerisque, ut Reiskio, Adlero, utroque Tychsenio, Hallenbergio, Moellero, Castiglionio, et a memet ipso (*) verba ويومئذ يفرح versa sint: *jam lætentur* Fideles; *und nun mögen* die Gläubigen *sich freuen; ed è tempo* che i fideli *si rallegrino.* Hanc enim interpretationem usus vocabuli يومئذ non patitur, quippe quod non *jam, nunc,* significat, sed *illo die, tunc temporis,* idemque valet atque يوم ذاك, vel. في ذلك اليوم. Grammaticos Arabicos si audis, يومئذ positum est pro يوم اذا هذا الشى يكون *die, quo hoc fiet, accidet* (**); sed non dubium est, quin etiam eandem vim habeat atque يوم اذ كان هذا الشى *die, quo hoc fiebat vel accidebat.* Vertitur nempe in eo, utrum cum verbi præt. an aor. conjunctum offeratur. Jam hoc, quem præ manibus habemus, loco aoristus obtinet, qui hîc non nisi temporis futuri notionem habere potest, ideoque ويومئذ يفرح vertendum est: *et illo die* (quo scil. fortunæ vicissitudo acciderit) *lætabuntur* &c. Male Marsden (***) τῷ يفرح vim temp. imperf. attribuit, vertens: *et tunc lætabantur* &c.

(*) in Mém. T. IX, p. 619. (p. m. 57.)

(**) S. de Sacy Gramm. Ar. T. I, p. 304.

(***) v. ejus Numismata OO. illustr. P. I. passim

MUTEWEKKIL.

8.

Notab. cus. بسر من راى سنة تسع وثلثين ومايتين *in Serrmenra' anno ducentesimo tricesimo nono.* (a. H. 239 = Ch. 853-4.)

De Serrmenra', vulgo per contractionem Samerra' &c. dictâ, quæ, postquam Chalifatui aliquamdiu domicilium ac sedem præbuisset atque per id temporis ad summum opulentiæ et prosperitatis fastigium pervenisset, dudum jam fere non nisi ruinas ostendit et tantum non desolata est, geographi & itineratores consulantur. Adi etiam sis Beiträge p. 32 ubi summam fatorum hujus urbis delibavi et Mémoires de l'Ac. T. IX, p. 623 (p. m. 61), ubi quæstionem aliquam de tempore, quo urbs alto a culmine ruerit, inchoavi.

In inf. A. I. ابو عبد الله *Abu-Abd-ullah*, de quo postea sermo erit.

In inf. A. II. المتوكل على الله *El-Mutewekkil-'al'-allah*, qui tunc temporis Chalifatui præerat. Huic ab initio, si Masudyum (*) audimus, titulus *Muntasir-billah* (i. e. is, qui ope divinâ adjuvatur vel adjuvandus est, Victor) inditus, sed biduo post cum titulo *Mutewekkil-'al'-allah* (**) (s. qui in Deo fiduciam suam collocat) mutatus est. Hoc num vere ita se habeat? Nec sane ab ullo alio rerum Arabicarum scriptore hanc rem traditam esse video, nec ullus mihi numus oblatus est, eam qui testimonio suo comprobet. Quid? si illo priore titulo non hic Chalifa, sed Mu'hammed, Wa-

(*) v. Notices & Extr. I, 63.

(**) Herbelotio audit Motavakkel *billah*: sed hunc hujus tituli scribendi modum nullus auctorum Mu'hammedanorum tuetur.

siki filius, quem in patris demortui locum magnates nonnulli sufficere, quamquam irrito successu, studuerant, nuncupatus fuerit. (*)

Exstat apud Ibn-el-'Amidum (Elmacinum) p. 149 locus valde memorabilis, qui nos docet, et quo ordine Mutewekkil tres ex filiis suis sibi in Chalifatum succedere voluerit, et quas singulis jure beneficiario tribuerit provincias prædiaque (vel si mavis, quarum singulis provinciarum summum mandaverit præsidium) et quid circa rei monetariæ præfecturam constituerit. (**) Hujus loci, procul dubio e chronico Taberyi petiti, ad hunc aliosque hujus Chalifæ numos omnino rationem habere oportet. At apud Ibn-el-'Amidum textus ejus corruptus passim & mancus prostat, quam geminam labem in versionem Erpenianam transiisse nemo mirabitur. (***) Visum itaque est, hunc locum latine versum proferre ad fidem textûs probi & integri, qualem inveni in antiquissimo et optimæ notæ codice Arabico Chronici, تاريخ الصالحى *Tarich-el-Sali'hy* a manu seriore inscripti, quod, a rerum Christianarum historiâ si recesseris (hac enim caret), pro altero quasi et quidem integriore Ibn-el-'Amidi Historiæ Saracenicæ exemplo habere licet. Quæcunque ab

---

(*) Nec id non monendum est, hunc eundem titulum *Muntaſir* deinceps uni filiorum Mutewekkili impositum esse.

(**) Nec sane negligendus hic locus est vel propterea, quod non solum complurium obsoletorum urbium nominum renovat memoriam, sed quoque maximam partem provinciarum, quæ tunc temporis adhuc in potestate Chalifarum erant, oculis nostris subjicit et, quantis opibus & copiis Chalifatus etiam regnante Mutewekkilo floruerit, docet. Videmus jure utique de hoc Chalifâ Emirum Mustafam in Historiâ suâ prædicare potuisse: هو من اعظم الخلفاء العباسية دانت له الدنيا شرقا وغربا وصفا له الايام „erat unus de maximis inter Chalifas 'Abbasidicos: Oriens et Occidens ei parebat, et tempus imperii ejus tranquillum turbisque vacuum erat.“ (cf. Fachr-el-din in de Sacy Chrest. Ar. I, p. 66.) „At post eum (ut cum Lubb-et-Tawarich p. 55. dicam) væcordiâ filii Abbasidarum imperium declinavit“ &c.

(***) Ex Erpenio hunc locum repetiit cel. Schlosser in Weltgeschichte T. II, P. II, p. 408.

Ibn-el-'Amido vel discrepant vel plane absunt, *litteris inclinatis* designabo, his quidem textum Arabicum nominibusque rarioribus brevem explicationem in notis additurus.

„Anno 235 (= Ch. 849-50) Mutewekkil futurum sibi in Cha-„lifatum successorem filium suum Mu'hammedem Muntaſir (1) -„billahum, huic autem alterum filium Abu-'Abd-ullahum Mu'-„tessum, et huic denique tertium filium Ibrahimum Muaijed-„billahum nuncupavit; factum hoc est die Sabbati vicesimo sex-„to (2) mensis Su'l-'heddschæ. Bina singulis tradidit vexilla, unum „nigrum, quod vexillum erat dignitatis Chalificæ, alterum album, „quod præfecturæ. Atque Muntaſiro quidem assignavit Afri-„kiam (3) et totum Maghreb, inde ab 'Arisch, Aegypti urbe, (4) „ad extremos usque imperii ipsius in *Occidente* (5) fines, et (6) „thema Kinnesrin et urbes tutelares (7) et *fauces Syriæ* (8) et „*Mesopotamiæ* (9) et *Diar-Mofzar* (10) et Diar-Rebi'a et el-

(1) Perperam apud Ibn-el-'Amid. et hîc et alibi *Mustanſir* audit.

(2) لثلث بقين. Quod apud Erpen. legitur لليلتين بقين („die 29"), utpote linguæ Arabicæ legibus non consentaneum, respuendum esse patet.

(3) Libyam.

(4) Muntaſir jam inde ab a. 232 juxta Ibn-el-'Amid. p. 148, vel ab a. 233 juxta Schems-el-dinum Mu'hammedem (in Not. & Extr. T. I, p. 280) Aegypto præfuit.

(5) من الغرب

(6) Hanc copulam hîc ad nauseam usque a me ad textûs fidem repetitam non temere esse, facile intelligetur.

(7) *el-'Awaſim* (die Schutzcantone) tractus Antiochiæ, fere Cyrrhestica veterum.

(8) الثغور الشامية Pylæ Ciliciæ. Apud Ibn-el-'Amid: *Syria*.

(9) الجزيرة Confinia muslimicæ et hostilis ditionis a Malatiâ ad Mer'asch usque, Comagene veterum. Apud Ibn-el-'Amid: *Mesopotamia*.

(10) ديار مضر Apud Ibn-el-'Amid: Diar-*Bekr*.

„ Maufil et *Hit* (1) et *el-'Anat* (2) et el-Chabur et Karkisia *et* „ *nomos Ba-Dscherma* (3) et Tekrit *et districtus el-Sowad* (4) „ et nomos Tigridis et geminum Sacrarium (5) et el-Jemen *et* „ *'Akk* (6) et Hafzramaut (7) et el-Jemama et el-Be'hrein et el- „ Sind *et Mekran et Kandabil et Fardsch-bab-el-seheb* (8) *et no-* „ *mos* (9) el-Ahwas et *frugum messes* (?) *in* Serrmenra' (10) et „ *Mah*-el-Kufa (11) et *Masendan* (12) et *Mihridschan* (13) et Scheh-

---

(1) هيت Male Erpen. هبب *Habab*.

(2) Erp. العايات *Ajat*, male. Nostri Codicis العانات *el-'Anat* eadem est atque عانة *'Ana*, urbs supra Anbar ad Euphratem sita, olim quidem ad utrumque ejus ripam et in insulâ interjectâ; unde nominis num. plural. Ceterum non memini, me hoc nomen articulo auctum alibi offendisse. — Ill. quidem Hammero (v. Wien. Jahrb. der Litt. T. XIII, p. 234) 'Ana eadem est atque *Anatot* ענתות Hebræorum, urbs patria Jeremiæ prophetæ. Sed hæc in Palæstinâ haud procul ab Hierosolymis quærenda est.

(3) كور باجرمى (de q. vid. Assemanii Bibl. Or. Clem. Vat. T. III, P. II.) deest apud Erpen.

(4) طساسيج السواد Hoc etiam caret Erpen.

(5) s. Mekka & Medina.

(6) عك (no. districtûs alicujus Jemensis) deest apud Erpen.

(7) حضرموت absq. art.

(8) ومكران وقندابيل وفرج باب الذهب Horum loco in Hist. Sarac. non legitur nisi وما ولاها, pro quo certe rectius scripseris وما والاها. Ceterum *Kandabil* erat urbs primaria Nedhæ provinciæ Sindicæ, quæ hodie Beludschistan audit. — *Fardsch b. el-s.* eadem est atque Multan urbs.

(9) كور

(10) المستغلات بسر من راى Apud Erpen.: *Sacalæ* (السقالات) *et Samarra*.

(11) ماه الكوفة i. e. Dinewer. v. postea ad Num. 22. — Erp. non nisi *Cufam* habet.

(12) ماسندان Scribunt et ماسبذان *Masebdan*. Erpenii autem *Maseidan* nulla idonea auctoritas tuetur. v. Reiske ad Abulf. Ann. II, not. 55.

(13) مهرجان de q. v. Uylenbroek Iracæ Pers. Descript. — Erpen. male: *Hazran*.

„ resur *et Darabad et Sameghan et Isfahan* (1) et Komm et Kasan (2) et *Kaswin et res* (3) el-Dschebal et quæ ad *el-Dschebal* accensentur prædia & decimas Occidentis (4) in el-Bafrà.“

„ Quæ autem filio suo Mu'tess-billaho assignabat, sunt: nomi Chorasan (5) et quidquid ad eos accensetur (6) et Tabristan et el-Rey et nomi Faris et Arminia et Aserbeidschan. Ejusdem etiam curæ a. 240 æraria omnium provinciarum et officinas monetarias tradidit ejusque nomen numis inscribi jussit.“

„ Filio denique Muaijid-billaho assignavit thema Dimeschk et thema 'Hems et thema el-Ordonn (7) et thema Falestin. (8)

---

(1) ودارااباذ وصامغان واصبهان quæ tria nomina apud Erpen. desunt. — De *Darabad* cons. Assem. l. c. — *Sameghan* (pers. بيمان *Bimjan*) nomus Dschebali est in finibus Tabristaniæ. (Jakut.)

(2) *Kaschan* rectior et usitatior hujus urbis nominis orthographia est.

(3) قزوين وامور apud Erpen. desunt. Sed *res* vel *caussæ* Dschebali quid sibi velint, non magis me intelligere fateor, quam quæ duo proxime memorantur.

(4) الغرب

(5) خراسان

(6) Puta Mawarelnahr &c.

(7) Jordan.

(8) Abu'l-faradsch in Chron. Syr. p. 163, quid Mutewekkil de filiorum in Chalifatum successione constituit, silentio quidem transmittit, provincias autem singulis ab eodem assignatas, quamvis minus latius et diligentius, recenset: „ Tertio „ anno imperii Mutewekkili (ergo a. 235) tres ejus filii certis præfecti sunt pro- „ vinciis, et Muntafirum quidem (præfecit) Africæ, Aegypto, Mesopotamiæ, As- „ syriæ, Chaburæ, Karkisunæ, Tagritæ, Temanæ (a), terræ Schebæ et Sa-

---

(a) תימן Hebræorum, — *Idumæa*, ut volunt. Sed quidni hic *Jemen* potius innuatur?

Hæc maximæ partis provinciarum Chalifatûs inter filios principes hereditarios distributio (*) quâ ratione existimanda sit, accuratius disquirere operæ pretium foret. Etenim quum singulis pro-

,, bæ (b) ad fines Indiæ, Schehersuræ, Iffahanæ, Kumæ, Kaschanæ, (c) Kaswinæ ,, omnibusque montibus Persiæ (s. toti provinciæ Dschebal). — Mu'tessum ,, autem, filium alterum, Chorasanæ, Tabristanæ, Reyæ, Armeniæ et Aserbeid- ,, schanæ præfecit. Eidem etiam publicorum redituum totius imperii Arabici ,, cura tradita est. — Muaïjedum denique, tertium filium, Damasco, Emessæ, ,, regioni Jordanicæ et Palæstinæ præfecit.“

Idem auctor in opere suo Arabico (p. 259), ubi diserte tradit Mutewekkilum a. 235 constituisse, ut memorati tres filiorum suorum eo, quo apud Taberyum legimus, ordine in Chalifatum succederent, provincias illas strictim perscripsit: ,,Vexillo unicuique eorum dato, Muntafirum 'Irakæ, 'Hedschasæ & Je- ,, menæ, Mu'tessum Chorasanæ & Reyæ, Muaijedum Syriæ præfecit.“

Abu'l-feda, integro Taberyi loco prætermisso, tantummodo ad a. 233 annotavit (Annal. T. II, p. 184), Muntafirum Meccæ et Medinæ, Taifæ et Jemenæ præfectum fuisse.

(*) Tabery verbo ضم parum definite utitur. ضم proprie denotat: *comprehendere, colligere*, dein, cum الى pers., *comprehensum, collectum dare alicui*, de-

(b) שבא וסבא *Scheba et Seba*, Psalm. 72: 11, — *Sabæa & Meroë*, ut interpretes statuunt; quamquam ad posterius quod attinet, valde dubium mihi esse videtur. Puto potius sub סבא *Seba* intelligendum esse شبا *Schaba* illud, de quo Jakutus in Lexic. geogr. majore hæc tradidit: والشبا ايضا مدينة خربت باوايل يعنى بارض هجر والبحرين (lego باوال) *el-Schaba est etiam nomen urbis nunc dirutæ in Owal, scil. in terrâ Hedschr & el-Be'hrein.* Quo admisso, Syriaca חימן, שבא et סבא Arabicis *Jemen, Hafzramaut, Jemama et el-Be'hrein* responderent.

(c) Nomine קורין, quod hîc in textu Syriaco offertur, putaverit quispiam significari قورين *Kurin* Mesopotamiæ, cujus Jakut & Firusabady mentionem faciunt. Sed ex cel. Bernsteinii Spec. I. emend. Barhebr. p. 43 intellexi, hoc קורין *Kurin* non esse nisi errorem calami, primum male sic exarantis id, quod proxime recte scriptum sequitur, *Kaswin*, ideoque in uno Cod. Ox. notâ, quæ delendum esse indicet, insignitum esse, in altero autem prorsus desiderari.

vinciis suos fuisse præfectos seu legatos, quos ex parte ipsos temporis illius historiæ nominatim memorat, constet, num igitur hi filii principes summam harum provinciarum præfecturam tenuisse, eorum autem vice Emiri iisdem præfuisse censendi sunt? an harum terrarum reditus illis in sumtum assignati (appanage) fuere? at enim vero tot tamque vastas provincias iis solis hoc consilio concessas esse, difficile ad fidem est; an vero non nisi certorum in illis provinciis redituum vel vectigalium usum fructum iis attributum existimemus? tale quid ut statuas, innuere sane videntur المستغلات بسر من راى et صدقات الغرب بالبصرة (v. supra p. 420 l. 6 et p. 421 l. 3.). At non vacat nunc quidem hanc rem accuratius cognoscere. Redeundum ad numum est, cujus caussâ locum illum Taberyi adduximus.

Qui in ejus inf. A. I. inscriptus reperitur *Abu-'Abd-ullah*, filius est Mutewekkili supra memoratus, qui vero et proprio nomine Mu'hammed, vel, ut alii volunt, Sobeir audiebat, deinceps titulo *Mu'tess-billah* (*) auctus est et sub eo Chalifatum gessit. Ab initio sub illo prænomine, deinceps hoc sub titulo in numis omnibus apparet, quos aut Mutewekkil Chalifa aut Tahir II. Emirus inde ab a. 237 usque ad a. 247, quo Mutewekkil periit, cudi fecerunt. En numos Mutewekkili nomine auctos, quotquot hucusque mihi innotuere, brevi in conspectu positos.

A) cum solo *Mutewekkili* nomine

a. 233. Medinet-el-salam.
a. 234. Serrmenra'. — Faris. Schasch.
a. 235. Medinet-el-salam. Başra.

---

nique universe: *dare*, *tradere*, *committere* alicui aliquid, veluti præfecturam provinciæ, imperium militare. Abu'l-faradsch in Chron. Syr. verbum אשׁלט, in Arab. ولى (*præficere*) adhibet.

(*) Vertere licet: *qui Dei ope gloriâ excellit*, vel *potens est*. — (Mouradgea d'Ohsson hunc titulum profert *Moeutiz*; sed المعتز peccatum grammaticum est.)

B) cum nominibus *Mutewekkil* et *Abu-'Abd-ullah*

a. 237. Medinet-el-salam.
a. 238. — Mu'hammedia.
a. 239. Serrmenra'.
a. 240. — Mu'hammedia.

C) cum nominibus *Mutewekkil* & *Mu'tess*

a. 240. — Medinet Mah-el-Kufa.
a. 241. — Merw.
a. 242. Medinet-el-salam. — Merw.
a. 243. — Mu'hammedia. Merw. Schasch.
a. 244. Medinet-el-salam. Basra. Dimeschk. — Faris. Samarkand (*). Schasch.
a. 245. — Merw.
a. 246. — Merw. (**)

In horum numorum nullo quum Muntasirum, neque cum hoc suo titulo, nec cum proprio nomine Mu'hammed, nec denique cum

(*) Ex Museo. cels. Com. N. de Romanzow. Tychsen in Addit. p. 26 etiam ex Museo, quod quondam Adleri Berolinensis fuit, numum Mutewekkili Samarkandensem hoc ipso anno cusum memoravit, in quo, siquidem, ut ibi dictum, in ceteris cum Borgiano a. 237 (apud Adler. T. II, N° XXIII.) congruit, *Abu-'Abd-ullah*, non *Mu'tess* inscriptum sit necesse est. Sed hoc ipsum posterius nomen ibi quoque adesse opinor.

(**) Ex b. Tychsenii litteris etsi præter hos alii nonnulli hujus Chalifæ numi mihi innotuerunt, eos tamen hîc admittere non placuit, quia inscriptionum rationem minus accurate mihi indicavit vir præstantissimus. Ceterum inter eos deprehendebam numum a. 247, notabilem a loco, ubi cusus est, مدينة (المدينة) المتوكلية *Medinet-el-Mutewekkilija.* Hæc autem eadem urbs est atque الجعفرى *el-Dscha'fery* (suppl. القصر), quam a. 246 prope Samerram Mutewekkil condiderat. In eâdem postquam a. insequente trucidatus esset, cives Samerram remigrârunt, relictâ novâ urbe, quæ mox prorsus desolata. Ita Jakût. coll. Ibn-el-'Amid. p. 151 & Abulf. Ann. T. II, p. 204. Quod restat, moneo, nomen Mutewekkiliæ geographos cum veteres tum recentiores fere præteriisse.

prænomine Abu - Dscha'far, inscriptum videamus, quamquam huic ipsi, quem exeunte anno 235 Mutewekkili, nemine interjecto, successorem futurum nuncupatum esse legimus, jus nomen suum numis more illius ævi addendi præ ceteris fratribus competeret; quum e contrario, ejus loco nomen Mu'tessi, fratris, et non modo demum inde ab a. 240, quo huic curam rei monetariæ per omnes Chalifatûs provincias commissam Tabery tradit, sed jam aa. 237 (*), 238 (**) et 239 (***), et insuper in talium urbium numis, quæ ipsi, testibus auctoribus, neutiquam assignatæ erant: esset sane, quod nobis in suspicionem veniat, Mutewekkilum illum successionis ordinem a. 235 constitutum non ita multo post immutâsse et jus sibi proxime in Chalifatum succedendi, Muntasiro ademtum, in Mu'tessum transtulisse. Sed auctoribus de ejusmodi mutatione silentibus, (****) non

(*) in Mus. quond. Borg. (v. Adl. P. II, N° 23) et in Mus. reg. Stockholmiæ (v. Hallenb. Numism. OO. P. I, p. 124).

(**) in Mus. Sprewitziano v. inf. N° 15.

(***) Ipse est, quem nunc cum maxime tractamus, numus. coll. numo Mus. Pflug. v. Beiträge p. 34. — Dolendum, numum anni 236 nondum oblatum esse.

(****) Opinionem illam de mutato successionis ordine tueri quidem videatur Eutychius, apud quem (T. II, p. 446) legimus: „Mutewekkil fidem jussit jurejurando in-„terposito præstari tribus filiorum suorum, Mu'hammedi Muntasiro, Ibrahimo „Muaijedo et Abu-'Abd-ullaho Mu'tesso; فولاه العهد فى اول سنة ستة „وثلاثون (l. وثلاثين) ومايتين (l. ست) *tunc eum successorem suum „in Chalifatum nuncupavit ineunte anno* 236.“ Hic locus si recte haberet et pronomen affixum τȣ ولاه, id quod Pocockio visum est et probabilior ratio ferre videtur, ad eum, qui ex illis tribus filiis postremo loco nominatus est, referendum esset, Mu'tessum utique a. 236, Muntasiro posthabito, proximum heredem Chalifatûs declaratum eâque de caussâ nomen ejus in numis jam inde ab a. 237 potuisse inscribi videremus. Verum enim vero non dissimulabo, esse, quod textûs extremi, ubi oratio impeditior procedit, integritatem in dubium revocem. Vix temperare mihi possum, quin asseram, pro فولاه legendum aut فولاهم vel potius بولاية, ita ut sensus totius loci hic sit: „Mutewekkil tribus filiorum suorum Muntasiro, Muaijedo et Mu'tesso successoribus sibi in Chalifatum nuncupatis jurejurando fidem promitti jussit ineunte anno 236.“ Quo ad-

suppetere videtur ad expediundam, quam numi objiciunt, difficultatem via alia, quam ut statuas, non demum a. 240, prouti Tabery vult, sed jam antea, certe jam a. 237 rei monetariæ, curam supremam Mu'tesso commissam esse; quamquam titulus *Mu'tess* anno demum 240 in numis, qui antea prænomen *Abu-Ábd-ullah* inscriptum gesserant, comparens hanc et ipsam opinionem in dubium revocet.

Horum maxime temporum Chalifatûs quum imaginem non nisi adumbratam historia exhibeat, haud ab re duxi caussam hanc nullius non momenti commovere et, ut possum, tentare.

---

misso, cum oratio apte cohæreret, tum Eutychius a reliquis auctoribus non discreparet, nisi eo, quod paullum diverso ordine filios principes unum alteri successuros fuisse et rem a Tabery ad exeuntem a. 235 relatam in initium anni proxime insequuti incidisse referret. — Neutiquam tamen negari potest, Mutewekkilum id agitàsse, ut jus sibi proxime succedendi, ademtum Muntafiro, in Mu'tessum transferret. Disertis verbis id asserit Emir Muftafa in magno opere historico, quod inscriptum تحفة الاديب وهداية الاريب p. m. 57: وكان للتوكل بايعه (يعنى المنتصر) بولاية العهد ثم انحرف عنه واراد ان يعزله ويولى ولده المعتز فابى المنتصر ينعزل الخ „Mutewekkil Muntafirum „successorem sibi futurum nuncupaverat; deinde autem ab eo alienatus eundem „hoc jure privare filiumque suum Mu'tessum in ejus locum sufficere volebat. „At Muntafir jure suo decedere recusabat; cum igitur pater modis omnibus „lædere et injuriâ afficere non desiit“ &c. Nec tale consilium non innuit, quòd Mu'tessum, non Muntafirum, loco patris minus commodâ valetudine utentis, Chutbam habuisse historia tradit. (a)

(a) Apud Ibn-el-'Amidum p. 150, b, ubi hic casus narratur, multa desunt, ex Tarich-el-Sali'hy supplenda.

9.

Cus. *in Urbe salutis anno* اثنتين واربعين ومايتين *du-centesimo quadragesimo secundo.* (a. 242 = Ch. 856-7.)

In inf. A. I. المعتز بالله *El-Mu'tess-billah.*

A. II. p. p. *El-Mutewekkil-'al'-allah.*

MU'TESS.

10.

Cus. :::::: بسر من راى سنة ثلث وخ *in Serrmenra' anno* ducentesimo *quin*quagesimo *tertio.* (a. H. 253 = Ch. 867.)

In inf. A. II. امير المومنين ‖ المعتز بالله *El-Mu'tess-billah* ‖ *Emirus Fidelium.*

MUKTEDIR.

11.

Cus. بمدينة السلام سنة تسع وثلثماية *in Urbe salutis anno trecentesimo nono.* (a. H. 309 = Ch. 921-2.)

In inf. A. I. امير المومنين ‖ ابو العباس بن *Abu'l-Âbbas, filius* ‖ *Emiri Fidelium;* idem, qui deinceps, interjecto Kahiro, ad Chalifatum pervenit cum titulo *Rafzi-billah.*

In inf. A. II. المقتدر بالله *El-Muktedir-billah.*

Doleo, quod edenti mihi Ibn-Fofzlanum de Russorum moribus hic numus non adfuerit. Profecto inveniri non potuisset, qui

hoc aptior illi adjungeretur comes. Nimirum ab eo ipso Chalifâ signatus est, a quo ille ad Bulgharorum Regem legabatur, eâdem in urbe, unde ille proficiscebatur, eodemque anno, quo itineri se committebat. Fieri posset, ut ipsa illa Legatio tum hunc numum tum reliquos, quos vel ei æquales vel ætate eo superiores Chersonesi repertos esse dicunt, in regiones Wolganas attulerit, unde deinceps a mercatoribus sive Russis sive Chasaris Chersonesum apportati sint. —

MÉMOIRE SUR LES TRAGIQUES GRECS.

PAR

S. E. Mr. le Président d'OUVAROFF.

Présenté à la Conférence le 24. Nov. 1824.

L'esprit humain, habitué à l'ordre constant et sensible qui gouverne le monde physique, cherche naturellement à appliquer au monde moral cette loi de progression qui soumet tous les germes à un développement visible et graduel. Il est certain que l'on découvre sans peine dans les progrès des sciences que nous nommons *exactes*, cette succession continue d'idées qui les enrichit sans cesse de nouvelles investigations et d'observations supérieures à celles qui les ont précédées; mais il n'en est pas de même des arts de l'Imagination et de l'Esprit. Météores légers et brillans, leurs époques les plus éclatantes ne sont assujetties à aucun calcul déterminé. Leurs phases ne sont pas liées entr'elles et ne promettent pas un retour périodique. Tout dans l'histoire des Arts (pris dans la plus vaste acception du mot) est inattendu; leurs chefs d'œuvre sont des phénomènes, leurs triomphes des surprises. On n'assiste pas à leur développement, on devine tout-au-plus leurs progrès. Souvent à peine nés, ont-ils déjà atteint à la perfection. Ils ne se traînent pas péniblement vers le but de la carrière, ils y volent. C'est surtout l'histoire des arts qui prouve jusqua l'evidence que le calcul ordinaire du tems ne sauroit être appliqué à la vie morale, à la vie du sentiment et de la pensée,

qui tantôt suspend le cours des heures, en aggrandissant indéfiniment leur durée, et tantôt, les précipitant sur elles-mêmes, imprime au tems une vélocité redoutable et nouvelle. Dans l'histoire des arts toute régle de succession est interrompue, et si la peinture moderne commence à Raphaël, la poësie des anciens s'ouvre par Homère.

Cependant au lieu de décrire les phénomènes spéciaux qu'offre l'histoire des Arts, on s'est presque toujours attaché à en determiner la marche générale. Prendre pour ainsi dire le Génie des Arts sur le fait, scruter ses rapports les plus mystérieux et rendre raison des analogies les plus délicates, telle a été la tâche qu'on s'est communément imposée. Il en est résulté une multitude de systèmes et de fausses données, auxquelles l'habitude a fait acquérir force de loi. Les différentes époques de l'histoire des Arts ont été liées entre elles par des arguments convenus et par des définitions toutes faites, et cependant on n'examinera pas avec quelque soin cet enchaînement d'hypothèses, sans les voir confondues par la nature des choses et démentîes par l'histoire. Il y a autant et plus de distance entre les derniers essais du Perugin et les premiers chefs-d'œuvre de Raphaël, qu'il y en a entre la Vierge de Dresde et les ouvrages de nos artistes contemporains. On a beau dire, le Tombereau de Théspis n'explique pas le Prométhée d'Echyle, et le Génie des arts ne révèle pas les secrèts de son origine. Il semble se jouer à la fois et du Tems et de l'Espace, et comme aux coursiers des Dieux d'Homère, il ne lui faut qu'un pas pour atteindre aux bornes de l'Horizon.

L'histoîre de l'esprît humain ne présente que trop d'exemples de cette manière bizarre de raisonner qui, à l'aide de quelques mots, pervertit les notions les plus claires de l'Entendement. On ne se défie pas assez de l'influence qu'exercent certaines formules propagées par habitude et reçues sans examen. „Les hommes, dit

„ Bacon, croient que leur intelligence commande aux mots; mais il „ arrive souvent au contraire que les mots repoussent son autori- „ té, et que le reflet de leur force agit sur l'intelligence elle-même."

Un *Paralogisme* de cette nature a eu lieu dans l'histoire de la Tragédie Greeque. On dit communément (et tout le monde l'a répété) que créée par Eschyle, portée à sa perfection par Sophocle, elle a dégénéré entre les mains d'Euripide. On a désigné la première époque comme celle de l'enfance encore barbare, mais déjà sublime, la seconde comme celle de la plus haute perfection de l'Art dramatique, la troisième comme l'époque du déclin et du penchant de la Poësie vers les idées philosophiques. Cette pensée est fausse, car elle supposeroit une longue suite d'années, et Eschyle, Sophocle et Euripide ont été *Contemporains.* Le premier triomphe de Sophocle réduisit Eschyle à s'exiler en Sicile et rien ne prouve qu'Euripide encore jeune n'ait pu assister à ce spectacle; puisque Diodore dit positivement qu'il mourut la même année que Sophocle.

Quoiqu'il existe une assez grande incertitude sur l'époque de la naissance et de la mort des trois Tragiques, il n'en est pas moins certain que toute leur histoire n'embrasse qu'un espace de tems extremement rapproché. On sait qu'Eschyle naquit 525 ou 526 ans avant J. C., à la fin de la 63me Olympiade. Les uns placent l'époque de sa mort à la 1re année de la 81e Olympiade, 456 ans avant J. C.; d'autres le font mourir la 2de année de la 78me Olympiade, 467. avant Jésus-Christ. On rapporte que Sophocle ne fut que de 17 ans plus jeune qu'Eschyle, et que 24 ans après la naissance de Sophocle, Euripide vint au monde, le jour de la bataille de Salamine, (le 20me jour du mois Boedromion, la 1re année de la 75me Olympiade) bataille à laquelle Eschyle assista et où il déploya beaucoup de valeur. Sophocle et Euripide moururent tous deux 406 ans avant J. C., mais Euripide

précéda Sophocle au tombeau, puisqu'on sait que ce dernier honora la mort de son illustre rival par des marques publiques de sa douleur.

Sans se perdre inutilement dans un dédale de petites difficultés chronologiques, ce court exposé suffit pour ne laisser aucun doute sur l'état de la question. En tout cas, ce simple rapprochement de dates change entièrement le point de vue général, sous lequel il est naturel de considérer l'histoire de la tragédie Grecque. C'est donc d'un espace de tems extrèmément court dont il s'agit toutes les fois qu'il est question du *siècle d'or* de la Tragédie Grecque. La Nature prodigue de ses faveurs dans cette heureuse contrée, y avoit fait naître trois des plus beaux génies qui aient jamais existé, génies admirables chacun dans son caractère, génies créateurs qui représentent à eux seuls trois genres à la fois. La Nature en les plaçant à quelques siècles de distance auroit gradué davantage la marche de la Tragédie ancienne; en se hâtant de les faire vivre en même tems, sur la même terre, dans la même ville, elle a opéré un prodige. Elle a rapproché le commencement, la virilité et la fin, sans enfance et sans décrépitude. Elle a procuré à ce peuple extraordinaire le merveilleux spectacle de trois hommes de Génie resserrés dans la même Arène et prétendant au même Laurier par des moyens tout-à-fait opposés (*). On ne peut se former qu'une faible idée des jouissances que ce spectacle a du causer à un peuple organisé d'une manière aussi prodigieuse et qui suivant l'expression d'Euripide (**), „ vivoit déli„ cieusement au milieu de l'atmosphère la plus brillante.“ Toute-

---

(*) L'on trouve dans l'argument de la Mèdée d'Euripide par le Grammairien Aristophane que cette pièce fut répresentée sous l'Archonte Pythiodore, environ dans la 87me Olympiade et que le premier prix fut remporté par Euphorion,. le second par Sophocle et le troisième par Euripide.

(**) Med. 829.

fois, il est juste de dire que si la Nature favorisa sous ce rapport les Athéniens, elle avoit aussi admirablement préparé la destinée des Poëtes, auxquels elle les donna pour Juges et pour Spectateurs.

Entre Eschyle, Sophocle et Euripide, la Tragédie naquit, vécut et mourut. Le témoignage de l'antiquité est unanime sur ce point. Le nombre des Poëtes dramatiques, dont l'histoire nous a conservé les noms et quelques faibles fragmens, est assez considérable, mais aucun d'eux n'égala, même de loin, les trois maîtres de l'Art. Le triomphe qu'ils ont offert à la Grèce ne s'est jamais renouvellé et ne se renouvellera jamais. Ce qui auroit pu embrasser plusieurs siècles, n'embrasse ici qu'un petit nombre d'années; ici les trois époques de l'Art sont en présence; Quel moment!

Tous les tons, toutes les nuances de l'Art dramatique, ou plutôt de la Poésie en général, se trouvent réunies dans les ouvrages d'Eschyle, de Sophocle et d'Euripide. Depuis la pompe harmonieuse des mots jusqu'au luxe des pensées, depuis le grandiose des images jusqu'au pathétique des situations, depuis la mâle simplicité des premières impressions poëtiques jusqu'au couleurs les plus délicates de la Philosophie, ces trois hommes ont tout connu, tout épuisé.

Les Anciens n'ont jamais porté de jugement exclusif sur aucun de ces grands génies. Il étoit en général de l'essence de leurs idées sur l'art de laisser paisiblement subsister, l'un à côté de l'autre, des genres entièrement opposés. Notre critique moderne si aigre et si vétilleuse est une maladie dont ils n'ont jamais été atteints. Les témoignages des Anciens sur les trois Tragiques sont très-divers; chacun d'eux avoit des admirateurs passionnés sans que jamais cette passion prit un caractère hostile. Les plaisanteries

d'Aristophane sur Euripide, si originales et quelquefois si profondes, se ressentent de l'exagération du Masque Comique; mais Aristophane lui-même, en mettant Eschyle au premier rang et en décernant la palme de l'art à Sophocle, n'exprimoit que l'opinion de la Grèce entière. Voila le fonds de sa pensée et elle est vraie (*); tout le reste est arbitraire.

On a essayé cent fois de caractériser les trois Tragiques par des comparaisons plus ou moins ingénieuses. Toutes les littératures de l'Europe abondent en portraits de cette espèce, et ce sujet est tellement vaste, il offre tant de faces différentes, qu'il échappe toujours quelques apperçus, quelques nuances, à l'œil le plus exercé. Le principal défaut de toutes ces analyses est d'isoler complètement chacun des Tragiques, et cette faute est, pour ainsi dire, *une erreur d'Optique*, car elle a pour principe le système qu'on s'est fait généralement de considérer l'histoire de la Tragédie Grecque dans un développement qu'elle n'a pas eue. Pour apprécier avec justesse Eschyle, Sophocle et Euripide, il faut mettre plus d'unité et d'ensemble dans la manière de les considérer; il faut les envisager non pas comme formant trois époques distinctes et séparées, mais comme trois genres en présence, ainsi que nous l'avons dit plus haut; et ce point de vue, qui seul jette un véritable jour sur la différence de leurs immortelles productions, établit entre eux une liaison et pour ainsi dire une *solidarité* intellectuelle, qui s'accorde avec le très-court espace de tems qui vit fleurir le théâtre d'Athènes.

Avant de les considérer sous ce nouveau point de vue, il est nécessaire de jetter un coup d'œil sur le caractère général de la Tragédie Ancienne et sur son origine. La Poësie Grecque ne présente d'abord que deux *formes primitives*, l'Epopée et la Poë-

(*) Cf. Ranae — Acharnenses — passim.

sie Lyrique ; non seulement toutes les deux sont entièrement isolées l'une de l'autre, mais encore reposent-elles sur des principes absolument différens. La Poësie des Anciens n'est pas le fruit tardif d'une civilisation pour ainsi dire *implantée ;* elle a jailli du sol ensemble avec les idées religieuses et les traditions historiques dont elle a été le premier organe et l'unique dépositaire. Si, comme tout nous l'atteste, ces idées et ces traditions ont eu une source commune dans le vaste continent de l'Asie, d'où toutes les réligions sont sorties, la Poësie prend encore un caractère plus solemnel, car elle devient le fanal de cette grande migration qui devance les tems historiques et dont les traces nous sont à peine indiquées. Voilà ce qu'étoit la Poësie pour les anciens, et c'est sous ce rapport qu'il faut l'envisager, pour se convaincre de son extrême importance dans la vie morale des peuples de l'Antiquité. Chez les Grecs, comme chez tous les peuples *vierges*, elle prit d'abord le caractère du *récit;* car l'état primitif de la société exige avant tout la communication des traditions tant religieuses qu'historiques par la bouche d'un homme inspiré, tantôt *Pontife* et tantôt *Rhapsode*, ou même réunissant ces deux attributions. Ainsi naquit *l'Epopée.* Si le premier besoin de la société s'est exprimé dans cette forme conservatrice de ses titres les plus chers, un autre besoin non moins vif fit sentir bientôt à la Poësie l'impérieux desir de remonter vers un ordre supérieur de choses, soit que cet Enthousiasme eût pour objet d'honorer les Dieux par l'hommage de la faiblesse et de la reconnaissance, soit qu'il eût conçu assez de hardiesse pour élever jusqu'aux Dieux les hommes extraordinaires dont les exploits excitoient l'admiration générale. De-là vinrent l'*Hymne* et l'*Ode.* La Poësie Grecque fut d'abord toute guerrière et toute nationale. Plus tard elle devint l'ornement des repas et l'interprête de la volupté; mais elle jouit toujours d'une liberté assez grande, pour n'être pas astreinte à des limites fixées. Pindare que l'on nomme souvent et que l'on ne lit guères, est le type véritable de la Poësie lyrique à son origine. C'est en met-

tant Pindare à côté d'Homère que l'on voit l'extrême disparité des deux genres qui, en partant de deux principes différens, présentent une opposition aussi tranchante dans le *caractère intellectuel* que dans les *formes métriques*, et semblent en quelque façon établir une barrière insurmontable jusques entre les deux *dialectes* dont Homère et Pindare se sont servis.

Telle étoit donc la situation de la Poësie Grecque entre deux genres qui sous aucun rapport ne pouvoient, dans leurs formes primitives, atteindre à un point de contact, et encore moins parvenir à s'amalgamer ensemble, mais la civilisation fit un pas et l'art dramatique présenta enfin sous la forme la plus séduisante cette réunion si desirée de l'Épopée et de la Poësie lyrique, réunion dans laquelle chacun de ces genres de Poësie, en dépouillant son caractère propre, en prit un nouveau, et où tous deux par cette alliance si admirablement calculée portèrent simultanément la Poësie Grecque à cette hauteur, d'où elle domine encore les siècles jaloux. L'Épopée dans l'Art Dramatique fournit les élémens et acquit un nouveau degré de vie, car ce n'étoit plus le récit successif du témoin, c'étoit le récit devenu action, le narrateur transformé en Héros; ce n'étoit plus le souvenir d'un fait passé, c'étoit le fait lui-même, animé pour ainsi dire et rendu sensible, aux yeux comme aux oreilles. De son côté la Poësie Lyrique en paroissant sur la scène perdit ce caractère vague et bizarre, cette couleur purement locale, à laquelle elle paroissoit jusque là condamnée. Elle cessa à la fois et de se perdre dans les nuages et de s'égarer dans les détails. Elle reconnût enfin des bornes légitimes et en se reserrant, elle vit s'ouvrir une carrière immense devant elle. Devenue partie intrinsèque de la Tragédie, elle en acquit plus d'élévation, plus de clarté, un vol plus haut et plus assuré, une couleur plus religieuse, sans cesser d'être nationale; elle parvint enfin à sa véritable perfection, car il n'est pas douteux que les vrais chefs d'œuvre de la Poësie Lyrique ne se retrouvent que sur la scène

Grecque. Ce n'est point Pindare, ce fut Sophocle qui porta la Poësie Lyrique à cette élevation de sentiment et de pensées, à cette diction enchanteresse, à ce sublime d'images, à cette harmonie entrainante qui distinguent les plus beaux morceaux des choeurs Tragiques.

Les premiers commencemens de l'Art Dramatique sont couverts d'une grande obscurité. Nous ne ferons pas mention ici de toutes les notions éparses sur ce sujet dans les écrits des Anciens; elles se trouvent partout. Jusqu'à Eschyle tout est problématique. On lui attribue généralement l'honneur d'avoir donné le premier une forme régulière aux informes représentations scéniques des fêtes de Bacchus. Il est communément regardé comme le „*perso-* „*nae, pallaeque repertor honestae.*" D'autres nomment Sophocle; une épigramme de Dioscoride dit que Sophocle le premier „*revêtit* „*d'un vêtement d'or l'Art dramatique encore grossier et qu'il prit* „*dans les carrefours*" (*). Cette singulière contradiction est une preuve de plus de l'extrême rapidité avec laquelle la Tragédie atteignit à sa perfection entre les mains d'Eschyle et de Sophocle, contemporains et rivaux de gloire. L'histoire de la Tragédie Grecque démontre que sa création fut pour ainsi dire *spontanée*, et que loin d'avoir été asservie à cette marche régulière que l'on croit distinguer dans ses premiers essais, l'Art dramatique au contraire poussa ses premiers jets avec une vigueur et une force qui ne s'accordent nullement avec le développement successif qu'on lui prête dans nos ouvrages didactiques.

Le Poëte qui dans l'inscription faite pour sa statue (**), dédaigna de parler de ses ouvrages dramatiques, et ne fit mention que de la part qu'il prit au combat de Marathon, indique assez

(*) Br. Anall. T. I, p. 500. Ep. XVIII.

(**) Br. Anall. II. 523.

ce caractère d'austérité et de màle grandeur qui respire dans ses ouvrages. Le vieux soldat qui avoit vu fuir *le Mède aux longs cheveux* (*) a été le Shakespeare de l'antiquité. Aucun poëte ne retrace aussi complétement l' idée d'une force pour ainsi dire colossale; et comme il est le seul qui ait osé prendre pour sujet l'Ère des divinités *Titaniennes*, son nom seul s'associe au souvenir de ces puissances primitives, dont il a peint le dernier rejetton attaché à la cime du Caucase. Des trois Tragédies qu'Eschyle avoit faites sur l'histoire de Prométhée, nous ne possédons que celle du milieu. La perte des deux autres pièces est l'une des plus sensibles que la Littérature ait essuyée. Cette admirable *Trilogie*, si elle étoit parvenue en entier jusqu'à nous, nous eut offert le modèle d'une représentation dramatique conçue à une hauteur de sujet et d'exécution dont il nous est même difficile de nous faire une idée exacte. La pièce que nous possédons étincelle de beautés d'un ordre supérieur ; ce qui distingue Eschyle de ses rivaux de gloire est d'avoir fait de son Prométhée un ouvrage unique qui n'a aucun rapport avec le reste des chefs-d'œuvre de la Scène Grecque. Le *Mythe* de Promethée est en lui-même d'une haute importance en ce que nulle part le Polytheisme ne retrace plus fortement l'image de cette grande chûte de l'humanité, de cette dégradation originelle dont toute l'histoire n'est que le développement continu ; la Nature humaine punie dans l'àbus de ses forces, son orgueil frappé dans sa source, le Symbole du Génie de l'homme condamné à un châtiment rigoureux et qui peut tout „ *excepté d'échapper à* „ *son supplice* (**), et jusqu'à cette remarquable appréhension d'un Dieu-Libérateur qui, pour détacher ses chaines, doit descendre un jour aux Enfers et terminer ses maux (***), tout concourt a faire du *Mythe* de Promethée traité, par l'un des plus vastes Génies du

(*) Βαθυχαίτηεις Μῆδος —

(**) v. 469.

(***) v. 943 et seqq. v. 1062 et seqq.

monde, la plus belle comme la plus hardie des conceptions dramatiques, et quand à ces idées, puisées dans un ordre si sublime et si mysterieux à la fois, se joint l'effet dramatique d'une représentation, dont la scène se passoit sur le Caucase, d'une tragédie dont des divinités supérieures formoient les personnages et dont le sujet étoit la domination intellectuelle de l'univers, on reconnoîtra dans le Poëte qui l'a exécutée le Penseur profond que l'initiation aux Mystères d'Eleusis avoit éclairé sur les points les plus importans de la croyance religieuse, dont son siècle étoit susceptible. On conçoit sans peine qu'en traitant ce sujet Eschyle a du l'envelopper de toutes les traditions qui avoient cours de son tems et dont il ne pouvoit blesser l'autorité; peut-être le Poëte n'a-t-il entrevu son sujet qu'à travers les nuages dont il étoit sans doute voilé, et que lui-même ne pouvoit encore percer entièrement.

Je me suis laissé entraîner à cette digression sur le Prométhée d'Eschyle, parcequ'il se lie à des considérations aussi graves qu'étendues, qui ont été souvent l'objet de mes recherches. Ceux d'entre les ouvrages d'Eschyle, qui lui ont mérité les éloges les plus unanimes, sont: les *sept chefs devant Thèbes*, les *Perses* et l'*Agamemnon*. Dans tous ces écrits Eschyle porte le cachet de la simplicité et de la grandeur. Austère dans la conception du sujet, il est nerveux, quelquefois tendu dans son style, hardi dans la composition des mots jusqu'à l'enflure; mais cette diction si forte de couleurs et d'images devient simple, mélodieuse et touchante dans l'expression des douleurs d'Antigone et d'Ismène, ou des plaintes d'Atossa; sombre et terrible par l'impulsion naturelle de son génie, il semble brandir toujours cette lance dont il étoit si fier; Eschyle faisoit les délices de ceux qui regrettoient les *hommes de Marathon*, dont Aristophane a fait une classe à part et auxquels il donne *quatre coudées de haut* (*); tout ce que le

(*) Acharn. 180. 565. Vesp. 1107. 1111.

Poëte comique dit d'Eschyle est frappé au coin de la vérité la plus piquante. (*)

En même tems qu'Eschyle remuoit fortement l'esprit et agissoit sur l'imagination par l'appareil le plus imposant, Sophocle s'élevoit sur la scène Grecque, Sophocle qui chercha et trouva toutes les ressources de son Art dans la profonde connoissance du cœur humain et qui, au lieu des Furies d'Eschyle, évoqua les passions de l'homme, non moins terribles et plus dramatiques qu'elles. Sophocle au premier abord ne frappe pas comme Eschyle, car il a le calme de la perfection. Il faut avoir étudié avec soin ses inimitables ouvrages, pour en sentir tout le charme. Ce qui constitue leur mérite suprême, c'est ce même type de beauté tranquille que nous retracent les chefs-d'œuvre de la sculpture Grecque. L'idée que les Anciens se formoient du Beau conduisoit la main de Phidias comme elle animoit le génie de Sophocle; et c'est là une de ces grandes harmonies de la vie intellectuelle des Grecs, que l'on ne se lassera jamais d'admirer. Ce qui donnoit aux immortels ouvrages de Sophocle et de Phidias cette impression particulière de repos tenoit en grande partie à la conviction qu'éprouvoit l'Artiste d'avoir atteint à son but. Ainsi les Anciens, qui connoissoient si bien tous les ressorts du cœur humain, cherchoient dans les productions de l'Art comme dans le cours de la vie ce calme harmonieux, sans lequel rien n'est parfaitement beau, et c'est même

---

(*) Feidippide dans les Nuées (v. 1393 et seqq.) dit à son père Strepsiade qui l'invite à chanter un morceau d'Eschyle, qu'Eschyle est à la vérité le premier des Poëtes, mais plein de bruit, sans art, dur et rocailleux; et il se met à chanter un morceau d'Euripide. Ce passage curieux nous fait voir la mode du jour à Athènes, et l'opinion des jeunes gens amoureux des idées nouvelles, en contraste avec celle des vieillards admirateurs passionnés d'Eschyle. Les Mémoires du tems attestent qu'il y a eu cette même opposition entre les partisans de Corneille et ceux de Racine, auquel on reprochoit d'avoir affadi la Tragédie.

sous ce rapport qu'à la tête de tous les Arts ils plaçoient l'art de vivre. Tout homme de bonne foi, familier avec la littérature ancienne, conviendra sans peine qu'il lui a fallu une étude réfléchie pour se pénétrer de toutes ses beautés; mais si Sophocle n'éblouit pas au premier coup-d'œil, seul aussi il nous fait connoître, quand on le médite, l'art dramatique à son apogée. Les chefs-d'œuvre de ses illustres rivaux, considérés comme ouvrages de l'Art, sont quelquefois en deçà, quelquefois au delà de la ligne; Sophocle seul a atteint dans toutes les parties ce point unique qui constitue la perfection. Il n'a rien laissé de médiocre, mais si, au milieu de cet amas de beautés, il étoit permis d'énoncer un sentiment de préférence, ce seroit à son Electre que je décernerois la palme. On ne trouve dans aucun chef-d'œuvre du théâtre Grec cette magnificence de pensées et d'expressions, cet accord de toutes les parties, ce mélange heureux de tous les tons tragiques. Le premier Choeur qui s'ouvre par le chant lyrique qu'Electre dans sa douleur adresse aux divinités du jour et de l'Air [ὦ Φάος ἁγνὸν καὶ Γῆς ἰσόμοιρος Ἀήρ, κ. τ. λ.] étincelle de beautés lyriques du premier ordre. En joignant à ces chœurs du genre le plus imposant, quelques-uns des chœurs d'Aristophane, si brillans et si mélodieux à la fois, comme p. ex. ceux de la comédie des *Oiseaux*, on aura réuni ce que la poësie lyrique peut produire de plus parfait. A une certaine hauteur le talent devient susceptible de toutes les formes. Sophocle en se livrant au genre illustré par Aristophane, aurait-il obtenu les mêmes succès? Cette Question est à peu près impossible à resoudre; mais Aristophane du moins paroissait avoir reçu de la Nature le germe des facultés les plus opposées. Ses ouvrages attestent une prodigieuse facilité de saisir tous les tons, de s'emparer de toutes les nuances, facilité qui suppose un génie tellement vif, tellement fléxible, qu'il seroit difficile de lui assigner des bornes et impossible de mesurer sa portée.

Ce seroit ici le lieu de remarquer la rare combinaison qui

fit naître ensemble avec les trois princes de la Tragédie Grecque le plus étonnant de tous les Poëtes Comiques, l'unique peut-être qui ait jamais rempli toutes les conditions attachées à ce titre. Aristophâne, s'il ne fut pas précisément contemporain d'Eschyle, vécut en même tems que Sophocle et Euripide. L'intensité du plaisir que dut faire éprouver aux Grecs ce rapprochement inattendu et spontané de tous les pouvoirs de l'Intelligence n'est pas un des moindres bienfaits dispensés par la Nature à ce peuple, dont les triomphes, comme les malheurs sont également au-dessus de toute comparaison. Jamais la prétendue *règle de progression*, que trop souvent l'on croit reconnoître dans l'histoire des Arts, n'a été plus évidemment violée. Le moment si rapide qui vit paroître aux deux pôles de l'Art du Théâtre les trois Tragiques et Aristophane, tient du phénomène sous tous les rapports. Il est risible de voir les efforts de ceux qui voudroient soumettre à leur compas la marche irrégulière de l'Intelligence; le Génie comme le bonheur n'a point d'époques.

Un trait remarquable de cette brillante réunion est l'espèce d'hostilité qui regna entre Aristophane et Euripide. L'esprit de ce dernier étoit èminemment philosophique. Doué des plus rares talents et d'une véritable sensibilité, penseur profond, poëte harmonieux, touchant, pathétique, Euripide ne sut pas se garantir toujours de l'excès même des qualites qu'il possédoit. Souvent en cherchant la profondeur il tombe dans le sophisme, et visant à l'effet il devient manièré et précieux; mais Euripide séduisoit précisement par ses brillans défauts, et presque aucun des tragiques n'a compté des amis plus ardents. Aristophane, partisan des anciennes idées et des anciennes mœurs, lui fit une guerre sanglante sous le pretexte spécieux de poursuivre un genre nouveau qui menaçoit d'envahir la scène. Cette animosité fournit au poète comique les morceaux les plus piquans de la plupart de ses piè-

ces, mais ne diminue en rien de la juste célébrité d'Euripide, qui ne fut pas le moindre ornement de cette époque si féconde en merveilles.

J'offre à l'indulgence de l'Académie cette èsquisse faite à la hâte d'un sujet qui exigeroit les plus grands développemens. Je sens combien elle est faible et décolorée en présence du tableau que j'avais sous les yeux; mais en obéissant au vœu de la compagnie illustre que j'ai l'honneur de présider, j'ai désiré lui prouver que la culture des Lettres et le commerce des Muses avoient toujours droit à mon premier hommage, *Ante omnia Musae.* Les matériaux dont j'ai tiré cette dissertation sont depuis nombre d'années dans mon portefeuille, et serviront peut-être un jour à un ouvrage sur la Poësie Grecque dont j'ai médité le plan depuis longtems. Il est à remarquer que ce sont les sujets qui passent pour épuisés que l'on peut considérer souvent comme absolument neufs. Telle est l'histoire de la Poësie Grecque. Ce sujet à été traité vingt fois et il nous manque encore un tableau fidèle et complet de ses différentes époques dans leur vrai jour. Un ouvrage de ce genre, dans lequel on se permettroit d'examiner les différentes productions de la Poësie des Anciens avec cette entière mais sage et respectueuse liberté d'esprit qui fait le charme des jugemens littéraires, et dont nos ouvrages didactiques sur l'Antiquité offrent si peu de traces, est un *désideratum* dont tous les gens de lettres reconnoissent l'existence; la plupart des traités que nous possédons ne contiennent que des vues extrèmement bornées, et ne présentent d'alternative qu'entre une superficielle et tranchante hardiesse, et la plus entière servitude d'opinions. C'est ainsi du moins que s'est toujours présenté à mon esprit le vaste sujet de l'histoire de la Poësie Grecque. En consacrant à son étude une longue suite d'années, j'ai été à même de recueillir de nombreux matériaux que je pourrai peut-être avec le tems mettre à profit.

Peut-être ces travaux serviront-ils un jour, si non à illustrer, du moins à embellir une retraite qui me sourit de loin comme Tibur sourioit à Horace. Alors j'aurai ce trait de ressemblance avec le poëte romain qu'après avoir dit : *Hoc erat in votis*, je pourrai ajouter comme lui : *Auctiùs atque Di meliùs fecère.*

DE
ALIQUOT
NUMIS KUFICIS
ANTE HAC INEDITIS, QUI CHERSONESI HUMO ERUTI ESSE DICUNTUR.

COMMENTATIO ALTERA
NUMOS EMIRORUM
COMPLECTENS.

AUCTORE

C. M. FRAEHN.

Conventui exhibuit die 27. Oct. 1824.

III.
NUMUS
EMIRI AGHLEBIDICI.
IBRAHIM I.

12.

Notab. cus. بافريقية (ut videtur) سنة سبع وثمنين (و) مية *in Afrikijá anno centesimo octogesimo septimo.* (a. H. 187 = Ch. 803.)

Areæ I. par ratio est cum 'Abbasidarum priorum numis.

A. II.	غلب	*Vicit*
	محمد رسول	*Mu'hammed Apostolus*
	الله صلى الله	*Dei est; Deus faveat*
	عليه وسلم	*ei beneque velit.*
	ابرهيم	*Ibrahim.*

(v. Tabell.)

M. ما امر الامير المامون عبد الله بن امير المومنين

(Numum cudi) *jussit Emirus el-Mamun Ȧbd-ullah, filius Emiri Fidelium.* (v. Tab.)

Utriusque Partis inscriptio marginalis litteris exarata est minutis et in longitudinem extensis indeque passim ita mutatis, ut non adeo facile agnosci queant. Hac in caussâ nomen etiam versatur urbis, cujus ex officinâ monetariâ hic numus prodiit: tam imperspicue id expressum est, ut veritus, ne chalcographus in reddendo eo frustra laboraret, in æs incidi noluerim. Attamen, nisi me omnia fallunt, in tenuissimis et obscuris litterarum ductibus aliud præter افريقية *Afrikija* (*) latere non potest. (**) *Afrikia* autem 1) nomen est, quo eam fere Africæ septentrionalis partem, quæ hodie resp. Tunetanam & Tripolitanam comprehendit, Arabes designant, non magnopere eâ de appellatione dissentientes cum Veteribus, apud quos, veluti Ptolemæum, Africa s. Africa propria ab Ampsaga fluvio ad Cyrenaicam producebatur, quâ ratione Numidia, Carthaginiensis regio et Tripolitana continebantur (***); 2) more Arabibus solemni (****) ipsam etiam hujus provinciæ urbem primariam denotat. Jam Reiske (*****) ad Num. XII. a Kehrio editum cusum *in Afri-*

(*) Notandum est, a Jakuto, Ibn-Challekano & Firusabadyo hoc nomen *Ifrikija* pronuntiari.

(**) In Umaïjadarum quidem numis hoc nomen quam maxime perspicuum cernitur, contra quam in plerisque sub Chalifatu 'Abbasidico ibidem cusis est, in quibus quippe haud raro satis obscurum; unde factum, ut in posterioris generis numis interpretes fere non caperent, veluti Adler in Mus. Borg. & Assemani in Naniano. Etiam b. Tychsen in Introductione atque in Addit. nullam hujus nominis mentionem fecit; quamquam nullus dubito, quin id lateat in *Rakkâ* (Intr. p. 65) et in *Mu'hammediâ* (Add. p. 17).

(***) v. Cellarii Notit. orbis antiq. T. II, p. 864 sq.

(****) Scil. suppl. مدينة *Urbs* i. e. Metropolis; sic e. c. Panormum in numis صقلية *Sikilia*, in pallio illo Imp. Rom. Germ. inaug. plenius مدينة صقلية *Urbs Sikiliæ* audit.

(*****) v. Eichhornii Repertor. f. bibl. u. morg. Litt. T. X, p. 203.

kid a. 180 (*) recte observabat: „Afrika war die Hauptstadt der „Provinz, die mit ihr gleichen Namen führte"; neque tamen, quam maxime urbem intelligi vellet, significabat. At dubium esse non potest, quin *Kairowan* urbs intelligenda sit. Hæc nimirum, annis H. 50 — 55 ab Arabibus condita, deinde per longum temporis spatium Afrikiæ provinciæ metropolis fuit. (**) Atque sane, quamvis geographorum et historicorum Arabicorum, quotquot mihi præsto sunt, nemo huic urbi nomen etiam provinciæ suæ fuisse tradat, quæ præter Kairowanam alia appellatione Afrikiæ in illius ævi numis, in quibus satis frequens offertur (***), intelligi possit, non video. (****) Neque vero est, quod ab auctorum silentio dubitationis quid animo nostro injici patiamur; multæ enim aliæ etiam civitates capitales suarum auctæ provinciarum nomine eâdem in caussâ versantur, veluti Schiras, quæ in numis fere فارس *Faris*, Berda'a, quæ in eis, اران *Arran* audit, all.; raro scilicet accidit, ut geographi Arabici urbi alicui primariæ commune esse nomen suæ provinciæ disertis verbis indicent, veluti Abu'l-feda de Serendsch Sedschistanæ, Ibn-el-Wardy de Amol Tabristanæ capite (*****); plerumque hanc rem, tamquam in vulgus pervulgatam, annotare supersedisse videntur.

(*) Ibid. T. XVII, p. 245 hic numus male juxta Kehrii pravam interpretationem recensetur, quamquam lectiones a Reiskio l. c. allatæ unice veræ sunt.

(**) Abulf. Tab. III: „El-Kairawan est urbs nova, sub Islamismi auspicia condi„ta. — Primis illis temporibus erat metropolis Africæ." Schems-el-din Dimeschky in نخبة الدهر fol. 120, a: القيروان — كانت مدينة افريقية فى صدر الاسلام „el-K. primis Islamismi temporibus urbs (i. e. prima civitas „s. caput) Afrikiæ erat."

(***) Occurrit in Umaijad. numis aa. 103. 109. 111. 113. 118, in 'Abbasid. autem inde ab a. 140 usque ad exitum fere sæc. II. De *Mehdiâ* igitur, a. 303 a Mehdy Chalifâ Fatimid. prope Kairowanam conditâ, quæ recentioribus certe etiam Afrikia audiebat, temporis ratio non patitur cogitare.

(****) Etiam Marsden ita explicuit. v. ej. Numismata OO. illustr. P. I, p. 434.

(*****) v. Abulf. Geogr. Tab XII. Ibn-el-Wardy ed. Hyland. p. 123.

Quodsi Ibn-el-Wardy (*) præter Kairowanam etiam Afrikiam, tamquam urbem ab illà diversam, commemorat, et Bakuwy (**) p. 451 illam, p. 424 hanc describit, in eo non esse puto, quod magnopere offendamus. Nisi forte ipsis Mehdia urbs obversata fuerit, videntur, binis unius ejudemque urbis nominibus in errorem inducti, ex unà urbe duas fecisse; nec id valde miremur in scriptoribus, qui, quam parum illas Africæ regiones cognitas habuerint, satis superque prodiderunt. (***)

Urbis nomen in numo nostro etiamsi obscurius adhuc esset, quid? plane agnosci non posset, tamen dubitare non liceret, *Ibrahimum*, qui in infimà A. II. comparet, esse illum Aghlebi filium, qui a. H. 184 ab Haruno Afrikiæ provinciæ præfectus, deinceps Chalifæ imperio excusso dynastiæ Aghlebidicæ conditor evasit. (****) Efficitur id ex غلب *ghaleb* illo in eàdem numi Areà supremà obvio, quod omnium, qui hucusque innotuere, numorum Aghlebidicorum tamquam symbolum seu tesseram esse mox videbimus.

Quod præter hunc Ibrahimum, etiam *Mamunum*, tunc temporis jam alterum Chalifatùs successorem nuncupatum, huic numo inscriptum legimus, id non est, quod miremur, quoniam cusus est paucis modo annis post susceptam ab Ibrahimo præfecturam, quo tempore is certe nondum cœperat Chalifatui solemnes illos *Chutbæ* & *Sikkæ* honores negare, id quod, uti ex Cardonne patet (*****),

(*) ed. Hyl. p. 12.

(**) Notices & Extr. T. II.

(***) افريقية من حصون قبرس *Afrikia arx Cypri*, cujus regnante 'Omaro Chalifà captæ Ibn-Koteiba mentionem facit (v. Abulf. Ann. T. I, not. 114. Eichh. Repert. T. XIV, p. 69), quà ratione existimanda sit, in integro relinquere cogor. Textum vitio laborare puto.

(****) Mortuus est a. 196.

(*****) Geschichte von Africa u. Span. übers. v. Murr. Th. II, p. 5.

deinceps ausus est, eo modo ulterius progressus, quam plerique aliorum Emirorum, qui, etsi pariter suæ quisque provinciæ imperium rapuerant, honores illos religiosos Chalifis habere non desiere. (*) Tempus, quo Ibrahimus hoc facto verum sensum nudare cœpit, nec a Cardonne nec ab aliorum auctorum meorum aliquo (**) annotatum invenio. Numorum si habeas rationem, anno 190 posterius statuendum esse videatur; nam, ut postea videbimus, hoc anno cusus exstat numus, qui pariter atque is, quem præ manibus habemus, Mamuni etiam nomen inscriptum fert. Serioribus Ibrahimi numis caremus; in iis autem, quos ipsius successores signari jusserunt, nec Chalifæ alicujus nec cujusdam ex filiis Chalificis nomen deprehenditur.

Quod denique Ibrahim, loco Haruni qui tunc Chalifatui præerat, nomen alicujus ex ejus filiis numis suis inscribebat, id illorum temporum consuetudo ita ferebat. Numismatica Arabica exemplis abundat probantibus, pecuniam, ut ab ipsis Chalifis, ita eorum jussu vel permissu a provinciarum Legatis etiam nomine filiorum Chalifæ, ut principum hereditariorum, cusam esse. Suspicari licet, id eo institutum fuisse consilio, ut patris de futuro sibi successore decretum magis ante oculos populi poneretur majoremque fidem nancisceretur atque auctoritatem. Sed quod *Mamunum* maxime, secundum Haruni filiorum, qui a. 182 (***) proximus ab Amino suc-

---

(*) v. numos Soffaridarum, Samanid. Buweih. all.

(**) Moneo in capite eo, quo b. Conde (Historia de la Dominacion de los Arab. en Esp. T. I, p. 390 sqq.) res Aghlebidarum enarravit, ut alia multa turbata sunt, ita quæ hujus dynastiæ initia et Ibrahimum nostrum spectant, obscura, manca et tenuia esse.

(***) Sic Mu'hammed Ben-'Aly 'Hamawy in Tarich Mansury. Abu'l-faradsch hanc rem ad a. 172 refert, Ibn-el-'Amid a. 186 adscribere videtur. Quæstionem hanc aliquando numi solvent. Eorum antiquissimus, qui mihi quidem hucusque innotuit, Mamuni, secundi in Chalifatum successoris declarati, nomen inscriptum gerens, anni 185 est.

cessor imperii declaratus fuerat, numis suis inscribere voluerit Ibrahimus, ejus consilii caussam me eo minus percipere fateor, quum Mamuno non provincias Chalifatûs Occidentales, sed Orientales a. 186 a patre assignatas esse constet. (*)

Numi Aghlebidici rari quidem offeruntur, et perexiguus numerus eorum est, quos hoc nomine notatos Adler, b. Tychsen, Castiglioni & Marsden suis in libris numismaticis in medium protulerunt. At enim vero præter hos editi jam exstant, qui et ipsi hujus dynastiæ sunt, quamquam id cum ipsos editores tum alios rei numariæ Arabicæ peritos fugerit. Hanc ob caussam quidquid numorum hucusque editorum hisce principibus vel recte jam attributum vel non minus recte attribuendum est vel, ut mihi quidem videtur, haud dubie etiam attribui oportet, collectum digestumque hoc loco recensere juvat.

IBRAHIM I. a. 187. cus. Afrikiæ, ipse hic, quem cum maxime descripsimus, Collectionis Spewitzianæ numus.

a. 185. vel 188. ib. cus. et numo, quem modo diximus, in ceteris simillimus. Servatur in Museo Asiat. Acad. Imp. Sc. Petrop.

a. 189. numus ille, quem, etsi nec ære expressum nec definitum Hallenb. in Numism. OO. P. I, p. 82 descripsit, cusum esse in Afrikiâ vel in 'Abbasiâ et pro علي *Âly* potius غالب *ghaleb* in supr. A. II. inscriptum gerere valde suspicor (**).

(*) v. Ibn-el-'Amid. p. 115 aliique auctt.

(**) Conjecturam nunc video comprobatam ab ectypo hujus numi gypseo, quod cum aliis pluribus ill. Hallenberg, quâ est in me benevolentiâ, petenti mihi haud ita pridem donavit; quamquam ad nomen quidem urbis, in quâ numus est cusus, definiundum, utpote eo loco detritum, non adjuvit.

a. 190. Afrikiæ cus. apud Marsden in Numism. OO. illustr. (P. I, N° XLII.) ubi Haruno attribuitur. Sed huic numo eadem atque Hallenbergiano modo laudato inscripta esse vix dubito. Certe الامير المومنين, quod pro الامير المامون in eo legendum autumavit editor, locum habere nequit.

SIJADET-ALLAH I. a. 209. numus ab Adlero in Mus. Borg. Cuf. P. II, N° LXXXIV editus, de quo multa et absurda b. Tychsen & Vella (*). Voluerunt eum Meccæ (بالبكة *in el-Bekka*) cusum esse; quam lectionem, alias rationes ut taceam, vel solus articulus damnat. (**) Mea opinio fert, in ductibus litterarum nominis ex parte oblitteratis fortasse latere المباركة *el-Mubareka* (***).

(*) v. Tychs. Introd. p. 110 &c. Additam. p. 41 &c. Hartmanni Beylagen zu Tychsen's Leben p. 134. 150.

(**) In eâdem caussâ versatur بالبطة (quod pro باللبطة, atque hoc pro باللطة positum esse putatur), quam lectionem a Tychsenio Gœttingensi in Comment. de Defectibus rei num. Muham. supplendis (Commentatt. Soc. Scient. Gœtt. recent. Vol. V, p. 79) propositam esse video.

(***) Quum lectio vocabuli, quod in duobus Musei Imp. Mediolanensis numis (N° XXXVII. & XXXVIII.) ill. Castiglioni p. 19 pro *el-Mubareka* acceperat, mihi ex figurâ quidem ære expressâ judicanti non videretur locum habere posse, nec in libris urbem, cui id nominis fuisset, uspiam deprehendissem memoratam, factum est, ut illius Musei numorum Kuficorum Descriptionem in Suppl. Ephem. litt. Jenens. recensendo in dubium vocare potuerim, num vere urbs, cui nomen Mubareka, exstiterit. Non ita multo post numi nonnulli incomparabilis illius ركاز Mohilewiensis, de quo dictum in Journ. Asiatique cah. 7, p. 21 & cah. 24, p. 333, me ad aliam traduxerunt sententiam, non quidem de lectione illâ Castiglionianâ,

a. 211. & 212. s. l. Marsd. N° CXCVII. & CXCVIII.

a. 214. l. d. Tychs. Addit. p. 40. Tab. I, N° 8.

a. 220. cus. باسقلية ut Tychs. quidem vult, (*) (quamquam id mihi valde dubium est), ib. p. 43. Tab. I, N° 7.

MU'HAMMED I. a. 230. c. in urbe Palerm. Tychs. Add. p. 44. Tab. I, N° 9.

a. 236. s. l. Marsd. N° CXCIX.

---

sed de ipsâ urbe Mubareka. Reverâ hoc nomen deprehendi in numis a. 174 & 175 cusis, quibus in inf. A. II. *Nafr* inscriptum. Hi quum aliis ejusdem ætatis, quorum alii in urbe Afrikiâ alii in 'Abbasiâ cusi erant et illorum quidem nonnulli idem ipsum nomen *Nafri* inscriptum gerebant, intermixti deprehenderentur, hic autem Nafr vix alius esse possit, quam Nafr Ben 'Habib, qui tunc temporis Legatus provinciæ Afrikiæ præerat (v. Mémoires de l'Acad. Imp. T. IX, p. 600. - p. m. 38 -), haud sane improbabiliter inde conficitur, Mubarekam illam in Afrikiâ provinciâ esse quærendam; quamquam etiamnunc vel vestigia nominis hujus apud auctores frustra circumspicio, licet novis adjutus subsidiis geographicis et historicis, ut Conde Historiâ Arabum in Hispan., Ukerti Descript. Africæ septentrional., et Abu'l - 'Hasani Historiâ regum Maurit. interpr. Dombay (quem mihi librum postremo loco dictum, rariorem illum jam inventu et usque quaque a me quæritatum, cum cel. Huschke, quâ est humanitate singulari, ex bibliothecâ Univers. Rostochiensis commodavit, tum mox cel. Hammer benigne et liberaliter dono dedit).

Nec pati possum, quin hîc simul observem, doctissimum Castiglionium (Monete Cufiche p. 29) mihi nunc videri recte conjecisse, etiam in numo anni 174 (?) edito a me in Numoph. Potot. p. 21 المباركة pro المنارية legendum esse. Lectionem posteriorem ego quidem nuper adhuc tueri sustinui; id autem inde ortum esse puto, quod in commentariis meis Musei Pototiani ad hunc numum non est annotatum, quod nomen urbis ex aliquâ parte læsum esse innuat. Jam vero ut tale quid ei accidisse et in posteriore ejus parte كة, non ية, adfuisse suspicer, me adducit summa quæ numo Pototiano cum illis, quos a. 174 & 175 بالمباركة cusos supra memoravi, intercedit similitudo Areæ posterioris, in quâ quippe, ut in illis, supra ع, infra نصر cernitur.

(*) Idem antea *Samanah* legendum censuerat, v. Hartmann's Beylagen p. 150.

a. 240. s. l. vid. Reiske, qui in eo interpretando majorem in modum falsus est, in Eichh. Rep. T. X, p. 220 (coll. T. XVII, p. 270) et Tychs. de Defect. p. 78.

MU'HAMMED II. a. 257. s. l. v. Marsd. N° LVIII, qui numum Mu'temidi, Chalifæ 'Abbasidici, esse existimabat.

IBRAHIM II. a. 263 (?) s. l. v. Tychs. in Add. p. 45, ubi numus a. 233 cusus esse dicitur; sed cogites velim, ثلثين & ستين in Kuf. script. facile inter se permutari, et ipsum Tychsenium de inscriptione marginali non integrâ questum esse. (v. Hartm. Beylag. p. 150 supr.)

a. 267. s. l. apud Adlerum (qui numum a. 157 cusum esse vult) in Mus. Borg. Part. I, N° VII. (coll. Eichh. Rep. T. XVII, p. 250) — Tychs. de Defect. p. 71 ad a. 257 refert.

a. 268. s. l. Castigl. in Mon. Cufiche N° CCLXI.

a. 274. s. l. Id. ib. p. 305.

a. 280. s. l. In Mus. As. Acad. Petrop.

a. 282. s. l. Arigon. NN. Ar. Tab. XVIII, N° 85.

a. 285. s. l. apud Tychs. in Add. p. 45, ubi ad a. 255 refertur; sed moneo, tum ثمنين et خمسين facile permutari in Kuficis, tum hac etiam in caussâ ad observationem Tychsenianam (Beylagen l. c.) recurrendum esse.

Huic eidem Aghlebidæ hi etiam numi, in quibus quidem anni notatio intercidit, attribuendi esse videntur: Adl. Mus. Borg. P. I,

N° VI. (coll. Eichh. Repert. T. XVII, p. 251. Tychs. de Defect. p. 78.) — Castigl. Mon. Cuf. N° XLIII. — Mus. Mainon. N° XI. & XXIII. — Duo numuli Musei Muenteriani apud Tychs. de Def. p. 77. — Fortasse et numus Dresd. in Eichh. Rep. T. XVII, qui ibi perhibetur a. 168 signatus esse et in A. II. supra على, infra بن رحن præ se ferre. Ecquid anno 268 tribuendus et pro على legendum غلب, pro بن رحن autem (quod nihili est) ابرهيم?

Hi numi ad unum omnes vocabulo غلب *ghaleb* (vicit) in supremâ A. II. posito, tanquam notâ peculiari, primo adspectu agnoscuntur Aghlebidici esse; sed interpretes usque ad hunc diem illud vocabulum male على *Âly* vel *'ala* legerunt (*), non reputantes, id hoc modo prorsus legi non posse, ut alio loco jam observavi (**), nec absonam, quâ على interpretari conati sunt, rationem odorantes. Illud autem غلب *ghaleb* incertum est num conjungendum cum nomine in inf. A. posito simulque existimandum sit alludere nomini الاغلب *el-Aghleb*, a quo dynastia Aghlebidica nuncupata fuit, an de Deo intelligere oporteat, collato illo ولا غالب الا الله *non est victor præter Deum*, quod in monumentis Mauricis publicis, quæ hodieque Granadæ exstant, vel sexcenties recurrit (***).

Quod restat, N° CCLXII. apud Castigl. et N° CC. apud Marsd. Classe numorum Aghlebidicorum excludendos esse censeo.

(*) Sic olim b. Reiske, sic hodieque ill. Tychsen. in Com. de Def. p. 77. 78. Unus Marsdenius in cogitationem venit, vocabulum fortasse etiam غلب legi posse, sed dubius animi deinceps rejecit hanc lectionem unice veram, quam vero mire interpretatus erat.

(**) Ergänzungsbl. zur Jen. A. L. Z. 1824 N° 14.

(***) v. Murphy, The Arabian Antiquities of Spain.

IV.

NUMI

EMIRORUM TAHIRIDARUM.

Ad hanc Classem quum etiam numos complures, qui vel principis, qui cudi jussit, nomine prorsus destituti sunt vel non nisi Chalifam ejusque filium inscriptos gerunt, retulerim, ejusmodi autem numi cum ab aliis tum a memet ipso hucusque pro Chalificis habiti sint, meum esse duco, quam hujus consilii caussam habuerim, hîc exponere.

Ja'hja Kaswiny suo in Lubb-el-tawarich, „Nonnulli historio„graphi, inquit, hanc gentem Regum familiis non adnumerant, et „ipsorum notitiam 'Abbasidarum gestis inserunt; quoniam autem „Tahir ambidexter hujus familiæ, quæ in Chorasanâ per quinqua„ginta annos regnavit, primus est, ab eo omnis gens hæc nomen „accepit." (*) Atque sane plerique historiographi Arabes Tahiridas non in familiarum principum, penes quos summa potestas erat, numero habuisse, sed Legatos provinciæ Charasanæ nomine Chalifarum præfectos existimàsse videntur. Neque apud Ibn-el-'Amidum atque Abu'l-fedam, hos maxime ut nominatim dicam, uspiam de دولة (dynastiâ) Tahiridarum sermo est, nec Nikby, Auctor τȣ Niszam-el-tawarich, Emir Mustafa, A'hmed Dimeschky, all., etsi varias illas dynastias Mu'hammedanas, quæ tempore Chalifatûs obtinuerunt, veluti Soffaridas, Samanidas &c. separatim recensent eo-

---

(*) v. Historia priorum Regum Pers. ex Mirchonde (ed. Jenisch) p. 87. — In versione Gaulminianâ hæc paullo aliter se habent: „Ad Sopharios usque LVI an„nos Chorasanæ potens Tahiri familia fuit, quam multi in Regum numero non „collocant, atque eorum res gestas sub 'Abbasidarum imperio describunt; sed „quia hic eorum primus sub vitæ finem se Regem dixit, et subsequuti ejus „posteri multo tempore Chorasanâ potiti sunt, plures eorum peculiariter me„minerunt." v. Büsching's Magazin Th. XVII, p. 62.

rumque res sejunctas ab historiâ Chalifatûs enarrant, hanc noscere videntur dynastiam, certe tacitam reliquerunt. Contra alii historiarum auctores recentiores, inprimis Persæ, veluti Mirchond, Chondemir, Ja'hja Kaswiny, Naszmi Sadeh Efendi, eam eodem, quo alias dynastias, loco existimârunt ejusque historiam seorsim tractârunt. (*)

Credo nobis licere sequi judicium eorum auctorum, qui Tahiridas tanquam dynastiam seu familiam summo usam imperio separatim commemorârunt. Tahir I. postquam temeritatem, quâ eo progressus erat ut in provinciâ, cui ipsum præfecerat Mamun, hu-

(*) Caussam, cur Emirorum Tahiridûm familia a plerisque historiarum auctoribus non dynastiæ instar habita sit, haud scio an inde quodammodo repetere liceat, quod id parum solitum et fere novum (a) acciderat, ut præfectus aliquis suâ in provinciâ ita figere pedem et auctoritatem suam stabilire noverit, ut ipsius familia in ejus liberâ perpetuâque possessione et hereditario imperio, salvis quidem juribus religiosis honoribusque solemnibus Chalifatui præstandis, maneret. Aequalibus, qui res Arabicas perscribebant, auctoribus (veluti Ferghany, Mu'hammed Kindy, all.) hæc, quæ inciderat, species nondum satis aperta ad intelligendum fuisse videtur; nondum cepisse satis rei novæ rationem nec mente comprehendisse videntur, quo pacto cum Chalifatûs naturâ congruat, ut præter eum simul aliæ dynastiæ Mu'hammedanæ summo cum imperio exoriri et stare possint. Inde fortasse factum esse dixeris, ut ab iis dynastiæ Tahiridicæ الدولة الطاهرية mentio non sit inchoata, atque licet deinceps quidem frequenter accidisset, ut provinciarum præfecti summum earundem imperium invaderent, et quænam iis cum Chalifis ratio intercederet, diluxisset, tamen auctorum seriorum res Arabicas perscribentium cohortem, quæ Tahiridarum historiam ex prioribus illis hauriebat, hanc familiam eodem, quo illi habuerant, loco habere non desiisse — servum pecus. — Subjicere juvat, quam hac de caussâ opinionem paullo diversam Jenisch proposuit in præfat. ad Hist. prior. Reg. Pers. p. III: „Arabes, „ne profanam quoque suorum principum quos Chalifas dixere, potestatem ex „primis Persidis dynastiis detrimenti quid accepisse palam fieret, easdem cum „inopi hominum multitudine, cujus principibus fiduciario duntaxat jure provin„cias regere licuerit, in annalibus suis exæquabant.“

(a) Tahiridæ primi quidem, ut Herbelotio visum est, non fuere, qui summam potestatem suâ in provinciâ sibi sumerent. Non meminit ille Edrisidarum et Aghlebidarum in Africâ.

jus nomine in recitandâ Chutbâ suppresso (*), Chalifatûs majestatem obtereret sanctissimaque jura perverteret ejusque detrectatum imperium raperet ipse, morte luisset (**), ejus quidem filii et successores clientelæ professionem neutiquam detrectare, provinciam sibi quisque a Chalifis misso diplomate & vexillo publici deferri et assignari non nulle, per templorum suggestus in Chutbâ solemnia pia vota pro Chalifis facere non desinere; numos (***) vel omni nomine omisso, vel Chalifæ nomine insignitos, rarius suis ipsorum nominibus subjectis (****), cudi jubere; titulum Sultani vel Meliki (Regis), quantum video, non affectare, satis habentes Emiros salutari &c. Verum in hac agendi ratione non est, quod nos impediat, quo minus hanc familiam, quæ Emiratum potentissimum jure hereditario plus quam semisæculum sine intermissione obtinebat, in dynastiarum cum summâ potestate regnantium numero habeamus. Quod provinciæ, quam tenebant, administrandæ auctoritate ornari se a novo quoque Chalifâ voluerint (*****), id prudenter tempori imperiique rationi et vulgi opinioni datum existimare licet; novimus alias etiam dynastias potentissimas hac in caussâ eâdem ratione usas esse, idque vel illo tempore, quo Chalifatus non nisi umbram

(*) v. Hist. prior. Reg. Pers. p. 5 meamque interpretationis Jenischianæ castigationem in Mémoires de l'Acad. Imp. T. VIII, p. 551. (p. m. 65.), cui nunc addo, pro mendoso, quod ibi legitur, وحسل haud dubie legendum esse وجل *et liberaliter tribue* —

(**) Mamun, vel potius ejus Wesirus Tahiro, utpote jam formidato, in Chorasanam abeunti eunuchum aliquem comitem addiderat, qui eum diligenter observaret et suspectum haud cunctabundus veneno tolleret. Quod jussus erat, fideliter exsequutus est eunuchns. v. Harun Ben-el-'Abbas apud Ibn-Challekanum.

(***) aureos quidem et argenteos. Aeneos enim ipsi, ut alii provinciarum Legati, solo suo nomine cuderunt, vid. infra numos Tahirid. annorum 209. 211. 253. et cf. quæ scite hac super caussâ disseruit Freytag in Sel. ex hist. Halebi not. 80 bis.

(****) v. inf. numos Tahirid. aa. 208. 209. 210.

(*****) Sic 'Abd-ullah a tribus Chalifis, Mamun, Mu'tasim et Wasik, alio post alium, provinciæ possidendæ jus solemni ritu traditum accepit.

et simulacrum pristinæ suæ auctoritatis & potentiæ præseferebat; novimus porro alias quoque diu in titulo Emiri acquievisse, Chalifatui solemnes Chutbæ & Siccæ honores exhibuisse, et nonnunquam numis, quos suis in provinciis signari curabant, suo nomine supresso, solum Chalifæ nomen inscripsisse (*).

Quæ quum ita sint, non sane facere temere videbor, si eos nummos, qui per temporis intervallum, quo dynastia Tahiridarum floruit, in provinciis, quæ sub ejus ditione erant, cusi sunt, seu additum seu omissum fuerit Emiri Tahiridici nomen, non, ut certe posterioris generis numis hucusque factum est, Chalificorum 'Abbasidicorum, sed ipsorum Tahiridicorum Classi adscribo.

Verum enim vero respectu numorum eorum, qui vel nullum omnino vel solius Chalifæ ejusve simul filii heredis regni nomen inscriptum gerunt, non modo temporis illius intervallum, quo hæc dynastia floruerit, sed etiam provinciarum, quas suo imperio tenuerit, ambitum certo cognitum habeamus oportet.

Ad priorem caussam quod attinet, de eâ quidem paullulum discrepat inter auctores, nec tamen eam ad liquidum perducere difficile est. Auspicia dynastiæ Tahiridicæ 'Haddschy Chalfa in Tabb. chronologicis ad a. H. 195 refert, Amasy in Raufz-el-achjar (fol. m. 156) ad a. 197, Ja'hja Kaswiny ad a. 202; ejusdem autem finem bini auctores primo et postremo loco memorati ad a. 259

(*) En numi aliquot *Samanidici*, quibus, omisso Emiri nomine, non nisi Chalifæ nomen inscriptum: 1) *Isma'ilis* I. Schasch, a. 280, cum nom. Mu'tafzid Chalifæ. (Hallenb. Numism. OO. P. I, p. 138). — ib. a. 281. cum ejusd. Chalifæ nomine. (Götlin de numis Cuf. Upsal. p. 9.) — Enderabe, a. 293. cum nom. Muktefi Chalifæ. (Adl. Mus. Borg. P. II, N° XXXVI. p. 56.) — 2) *Nasr II.* Bochara, a. 327. cum nom. Rafzi Chalifæ ejusque filii Abu'l-Fafzl. (Tychs. de Defect. p 90.). — Schasch, a. 329. cum ejusd. Chalifæ nomine. (Hallenb. P. I, p. 167.).

referunt, Amasy contra ad a. 258. At nec anno 195 nec 197 initia attribuere licet: prior est, quo Tahir summus copiarum Mamuni præfectus constituebatur et commisso prælio copias Amini fugabat; alter autem est annus obsessæ oppugnatæque a Tahiro urbis Baghdad. Accedit, quod Tahir a. 298 præfecturam Dschesiræ, Syriæ &c. summamque belli contra Nafrum f. Schabes et deinde a. 204 Aegypti & Afrikiæ præfecturam a Mamuno acceperat. (*) Nec minus annum 202 admittere licet, quippe quo Mamun, castra Baghdadum moturus, Ghassanum Chorasanæ præficiebat. Imo vero primum dynastiæ Tahiridicæ annum eum ponamus necesse est, quo Mamun præfecturam Chorasanæ Tahiro committebat, id quod a. 205 factum est, Salamy (apud Ibn-Challekanum), Ibn-el-'Amido, Abu'l-fedâ, Chondemiro testibus. Ibn-el-'Adim (**) minus recte a. 206 habet. Nec jam a. 253 exstincta hæc dynastia esse cum Amasyo existimanda est, sed anno eo, quo Mu'hammed, Emirorum de hac gente postremus, a Ja'kobo Soffaro capiebatur, id quod, 'Hamsâ, Ibn-el-'Amido, Ibn-Challekano, Chondemiro, 'H. Chalfâ, all. auctoribus, a. 259 (***) accidit. Itaque principatum Tahiridarum annis H. 205 — 259 recte a Deguignesio circumscriptum esse patet.

In multo majore difficultate altera caussa est, definire nempe ambitum provinciarum Tahiridis vel proxime subjectarum vel per vicarios seu subpræfectos parentium. Chorasana Tahiridarum ditio vulgo dici solet. (****) At ne quis eam credat circumscriptam finibus illius provinciæ, quam proprie hoc vocabulo designamus. Notio appellationis Chorasan multo latius patebat. Jakutus in Lex. geogr. majore observat, in linguâ veteri Persicâ, Dery (s. lingua, quæ in

(*) v. Ibn-el-'Amid p. 131. et Freytag Selecta ex hist. Halebi p. 20. et not. 100.

(**) v. apud Freyt. l. c. p. 20.

(***) die Domin. d. 2 mensis Schawwal. (Ibn-Challekan in Vitâ Fafzl Ben-Sahl.)

(****) v. Herbelot, Deguignes all.

aulâ viget) dictâ, خر *chor solem*, اسان *asan* autem *rei originem et locum* (*) denotare. Secundum Ferhengi-Dschihangiri, Burhani-kati' & Ferhengi-schü'uri (T. I, p. 299.) vocabulum *Chorasan* eandem vim habet atque مشرق *Maschrek* i. e. *Oriens*, et Chorasan ita dicta est, quia ab Oriente provinciarum Faris et 'Irak sita. Apud auctores vetustiores haud raro notione nominis Chorasan etiam *Mawarelnahr* et partem *Turkistaniæ* simul comprehendi jam ab aliis observatum est. (**) Jakutus quidem, „reperiuntur, in-„quit, qui ditiones *Choresmicas* ad Chorasanam trahunt eique etiam „*Mawarelnahram* accensent, quamquam hoc non recte se habet" — ومن الناس من يدخل اعمال خوارزم فيها ويعد ما ورا النهر منها وليس الامر كذلك Nihilosecius dubium non est, quin reverâ id factum sit antiquioribus temporibus, et quidem propterea, quod hæ regiones fere imperio Præfectorum Chorasanae subjectæ esse solebant. Tebrisyum (apud Reiskium l. c.) his utentem verbis : من بلاد خراسان مما ورا النهر, ditionem Chorasanicam vel ultra Oxum extendere manifestum est. Atque Belasory, vetus historiographus, (apud Jakutum) disertis verbis observat, Chorasanam inter alia etiam *Mawarelnahram* et *Choresmiam* comprehendisse. Quid? quod etiam provincias aliquot ab Occidente Chorasanæ sitas eidem accensitas fuisse, ex Dschihan-numa discere est, ubi p. 309 ex 'Hamd-ullah Kaswiny refertur, antiquitus et *Kuhistan*, *Kumis* ac *Masenderan* ad Chorasanam relatas esse (***). Denique, quod plus est, in Abulf. Tab. geogr. XXII. ab init. legimus: „'Irakenses statuere, Chorasa-„nam patere *ab urbe Rey usque ad ortum solis* (مطلع الشمس);

(*) كانه اصل الشي ومكانه cf. Abulf. Tab. XXII. init.

(**) v. Golius ad Ferghan. p. 166. Reiske ad Abulf. Annal. T. II, not. 48 (ubi كش *Kesch* pro كنش *Kenasch* legendum censeo), et Wilken ad Mirchond. p. 212.

(***) cf. Jenisch ad Histor. prior. Reg. Pers. p. 67. et Langlès ad Voyage de Forster T. II, p. 154. Quamquam fateor me in Codice Romanzowiano της Noshet-el-kolub id notatum non deprehendisse.

„ atque adeo esse, qui *a montibus 'Holwanicis* ad ortum usque so- „ lis eam protrahant." Ad quem loquendi usum Ibn-el-Wardy accedit, dicens (ed. Hyl. p. 120) „ *Dschebal* — quod et Klima „ Chorasanæ et 'Irak-el-'Adschem vocatur," item (p. 122) terram *Rey* vocans extremam regionem *Dschebal* quæ ad Chorasanam pertinet (اخر الجبال من خراسان), (*) denique p. 132 in capite de Tibeto observans, „ hujus urbem primariam cognominem esse extremam urbem Chorasanæ" (اخر من مدن خراسان).

Quemadmodum antea vidimus, Lexicographos Persicos vocabulo *Chorasan* vim τȢ *Maschrek* s. *Orientis* subjicere, ita historiographi Arabes all. hoc ipso vocabulo *Maschrek* utuntur ad notionem appellationis *Chorasan* sensu latissimo reddendam. Veluti dum de provinciis Mamuno ab Haruno assignatis referunt, Abu'l-faradsch quidem (p. 232) vocat خراسان وما يتصل بها الى همدان *Chorasanam et quidquid ad Hamadanam usque ab eâ dependet*, Ibn-el-'Amid autem (p. 115) من همدان الى اقصى المشرق „ *quidquid ab Hamadanâ* „ *est ad extremum usque Orientem*", et Ja'hja Kaswiny (in Lubb-el-Tawarich p. 53) „ *Orientis* provincias omnes Mu'hammedanis „ subditas *ab urbe 'Hulvan* eo usque, quo religio Mahumetana perve- „ nerat;" quibus addatur Chondemir in Chelaset-el-achbar, qui ita habet: هرون شرقی عقبه حلوان را که عبارتست از کرمانشاهان ونهاوند وقم وکاشان واصفهان وفارس وکرمان وری ووس (وقومس .l) وطبرستان وخراسان وزبل وکابل وهندوستان وما ورا النهر بعبد الله مامون داد „ Harun Mamuno tribuit quidquid *a jugo montium 'Hul-* „ *wanicorum in Orientem patet*, i. e. *Kermanschahan*, *Nehawend*, „ *Komm*, *Kaschan*, *Iffahan*, *Fars*, *Kerman*, *Rey* (**), *Kumis*, *Ta-* „ *bristan*, *Chorasan* (proprie sic dicta), *Sabul*, *Kabul*, *Hindustan*

(*) cf. Ouseley's Orient. Geogr. p. 172: „ *Rey* is equally belonging to Jebal and Khorasan." v. et ib. p. 157. Etiam in dicto illo Bekryi de quatuor præstantissimis civitatibus (apud Gol. ad Ferghan. p. 212) الری من خراسان اطیب البلاد

(**) Emir Muſtafa hanc unam Reyam nominare satis habuit.

„*et Mawarelnahr.*“ Sic porro Abu'l-feda (Ann. T. II, p. 109) refert, Fafzlum f. S. a Mamuno nuncupatum esse summum rectorem علي الشرق من جبل همدان الي التبت طولا ومن بحر فارس الى بحر الديلم وجرجان عرضا „*Orientis seu omnium earum regionum, quæ* „*in longum a montibus Hamadanicis* (*) *usque ad Tibetum, in la-* „*tum autem a mari Persico ad Caspium porriguntur.*“ Jam quum idem Abu'l-feda (T. II, p. 138) simili oratione utatur de Tahiro I., quem a Mamuno ait præfectum esse علي الشرق من مدينة السلام الى اقصي عمل الشرق „*Orienti s. regionibus illis, quæ ab* „*urbe Baghdadi ad extimos ditionis Muslimicæ fines in Orientem* „*patent,*“ dum alii auctores hanc eandem rem referentes, Tahirum *Chorasanæ* præfectum esse dicunt, apparet, quam late pateat notio *Chorasanæ*, quà ditionis Emirorum *Tahiridarum*, certe ab initio rerum eorum. Nec ipsa eorum historia, utut exilis nobis tradita est a scriptoribus Mu'hammedanis, nec numi eorum nomina inscripta gerentes, etsi tales pauci restant, eosdem ad solam provinciam Chorasanam proprie sic dictam restringi patiuntur. Certe ex 'Hamsâ Iffahanensi (**), Abu'l-fedà (***) & Mirchonde (****) intelligitur, *Mawarelnahram* sub Tahiridarum dictionem subjunctam fuisse; disertis enim verbis tradunt, Samanidas, quo tempore Tahiridarum dynastia florebat, tanquam horum vicarios seu subpræfectos varios hujus provinciæ districtus ab iisdem acceptos tenuisse; cujus rei fidem testimonio suo confirmant numi *Samarkandenses* & *Bocharenses* nomine vel Tal'hæ vel Mu'hammedis f. Tal'hæ insigniti, a subpræfectis illis nimirum cusi. Etiam provincias *Sedschistan*, *Taberistan*, *Dschordschan*, *Rey* & *Kaswin* Taheridarum imperio subjectas

---

(*) Apud Reisk. in vers. Lat. legitur: *a montibus Holvanicis*, id quod et iis, quæ supra ex Abulf. Geogr. et ex Ja'hja Kaswiny adduximus, congrueret. cf. Lorsbach in Michaelis N. Or. u. ex. Bibl. Th. IX, p. 60.

(**) apud Reisk. ad Abulf. Ann. T. II, not, 207.

(***) Annal T. II, p. 246.

(****) Hist. Samanidar. ed. Wilken. p. 4. & 10.

fuisse, ex iisdem Hamsâ (*) et Mirchonde (**) colligitur; et ad *Sedschistanam* certe quod attinet, auctoritatem numi in urbe *Serendsch* cusi et Tal'hæ nomini inscripti adjungere licet.

Jam quotquot numorum hucusque mihi cognitorum vel Tahiridicos sese aperte profitentur, vel, etsi Emiri alicujus ex hac dynastiâ nomine careant ideoque ad hunc diem pro Chalificis habiti sint, ipsi etiam, habitâ eorum, quæ ante exposuimus, ratione, huic dynastiæ sine ullâ dubitatione attribuendi sunt, aut eidem etiam attribuendi videntur (***), ita hîc recensebo, uno in conspectu ut videri queant.

A) TAHIR I. aut TAL'HA.
(sub *Mamuno* Chalifâ)

? *Urbs Isfahani*, a. 207. nullo addito nec Chalifæ nec Emiri nomine. (in Mus. Asiat. Acad. Sc. Petrop.)

B) TAL'HA fil. Tahiri I., 'Abd-ullahi vicarius.
(sub *Mamuno* Chalifâ)

Samarkand, a. 208. addito et *Mamuni* et *Tal'hæ* nomine. (in Mus. Nejelowiano. v. Mém. de l'Acad. Imp. T. IX, p. 624. — p. m. 62.)

ibid. a. 209. cum iisdem nominibus. (in Mus. Sprewitziano. v. inf. N° 13.)

Urbs Serendsch, a. 209. cum nominib. *Tal'ha* et *Mu'hammed.* (in Museo Manteufeliano. v. Nov. Symb. p. 33.)

(*) apud Reiskium ad Abulf. T. II, not. 195.

(**) Histor. priorum Reg. p. 7. 12.

(***) Hos quidem signo interrogationis distinxi.

(Aen.) *Bochara*, a. 209.	cum inscript. marg.: „Jussu Emiri *Tal'hæ* filii Su'l-jeminein (Ambidextri), curante Mu'hammede filio 'Abd-ullahi". (in Mus. Asiat. & Romanzowiano.)	
Urbs Serendsch, a. 210.	cum nomine *Tal'hæ*. (in Mus. Muenteriano v. Tychs. de Defect. p. 84.)	
(Aen.) *Bochara*, a. 211.	c. eod. tit. atque Bocharensis a. 209. (in Mus. As., Fuchsiano & Romanzowiano.)	

C) 'ABD-ULLAH filius Tahiri I.

(sub *Mamuno* Chalifâ)

Samarkand, a. 217. nullo addito nomine.	(in Mus. Sprewitz. v. inf. N° 14.)
ibid. a. 218.	(Numoph. Potot. p. 25.)
Schasch, a. 218.	(in Mus. Pflug. v. Beiträge p. 28.)
Fodina Schaschensis, a. 218. . . .	(in Mus. Reg. Stockholm. v. Hallenb. Numism. OO. I, p. 123.)

(sub *Mu'tasim* Chalifâ)

Merw, a. 219. cum hujus Chalifæ nomine.	(in Mus. R. Stockh. v. Hallenb. I, p. 125.)
Schasch, a. 220.	(ib. v. id. I, p. 126.)
Samarkand, a. 220.	(ib. v. l. c. et in Mus. Muenter. v. Tychs. de Def. p. 85.)

(sub *Wasik* Chalifâ)

Sschasch, a. 228. cum huj. Chalifæ nomine.	(in Mus. Hallenb. vid. Hall. I, p. 126. II, p. 9.)
ib. a. 229.	(in Mus. Asiat.)

D) TAHIR II. filius 'Abd - ullahi.

(sub *Wasik* Chal.)

? *Faris* (*), a. 231. c. nom. huj. Chalifæ. (in Mus. Hallenb. v. id. I, p. 127.)

? *ibid.* a. 232. . . . . (in Mus. Asiat.)

(sub *Mutewekkil* Chal.)

? *ibid.* a. 234. c. nom. huj. Chalifæ. (in Mus. Muent. v. Tychs. de Def. p. 85.)

Schasch, a. 234. . . . . (in Mus. Pflug. v. Beiträge p. 34.)

Mu'hammedia (Rey), a. 238. c. nom. Chal. ejusq. fil. *Abu - Àbd-ullah*. (in M. Sprew. v. inf. N° 15.)

ib. 240. . . . . (in M. Pflug. v. Beitr. p. 34.)

cum nom. Chalifæ *Mutewekkil* et ejusdem filii Abu-:

? *Urbs Mah-el-Kufa* (**), a. 240. (in M. Sprewitziano, v. inf. N° 16.)

Merw, a. 241. (in Mus. R. Stockh. v. Hallenb. I, p. 131.)

ibid. a. 242. (in Mus. Asiat. — Bibl. Imp. publ. Petrop. — M. Pflug. Beitr. p. 25.)

ib. 243. (in Mus. Pflug. v. Beitr. p. 35.)

Mu'hammedia, a. 243. (in Mus. As. — Pflug. v. Beitr. p. 35. — Muent. v. Tychs. de Def. p. 86.)

Schasch, a. 243. (in Mus. Muent. v. Tychs. l. c.)

? *Faris*, a. 244. (in Mus. Manteuf. v. Mémoir. de l'Ac. Impér. d. Sc. T. IX, p. 622. — p. m. 60.)

(*) i. e. Schiras. Ceterum Heratens. in schol. ad Bordam v. 60 de pronuntiatione:
بلاد فارس — وهو بكسر الراء فى لغة العرب وبسكونها فى كلام العجم

(**) i. e. Dinewar.

Samarkand, a. 244.	'Abd-ullah, hic *Mu'tess-billah* appellati	(in Mus. Romanzowiano. [in M. quod antehac Adleri Berol. fuit, v. supr. p. 424.])
Schasch, a. 244.		(in M. R. Stockh. v. Hallenb. I, p. 132.)
Merw, a. 245.		(in M. Pflug. v. Beitr. p. 36. — Aureus, in M. Marsden. v. huj. Numism. OO. ill. P. I, N° LVI.)
ibid., 246.		(in Mus. As. — Pflug. v. Beitr. p. 36.)
Schasch, a. 245. *Mu'hammedia*, a. 246.	deletis nominib.	(in Mus. Sprewitziano, v. inf. N° 17.)

E) TAHIR II. aut MU'HAMMED.

(sub *Musta'in* Chalifâ)

Mu'hammedia, a. 248. c. huj. Chal. nom. (in Mus. Pflug. v. Beitr. p. 38.)

MU'HAMMED fil. Tahiri II.

(sub Chalifâ *Musta'in*)

Mu'hammedia, a. 249.	c. nom. huj. *Chal.* ej. que fil. *'Abbas*	(in M. Muent. v. Tychs. de Def. p. 87.)
Merw, a. 250.		(in M. Pflug. v. Beitr. p. 38.)
? *Ispahan* (?) a. 250 (?)		(in Mus. Sprewitziano, v. infr. N° 18.)
Merw, a. 251.		(in Mus. Asiat.)
Schasch, a. 251.		(in M. Sprew. v. inf. N° 19.)
ib. a. 252.		(in M. Pflug. v. Beitr. p. 38.)

(sub *Mu'tess* Chal.)

Samarkand, a. 253. c. nom. Chal. *Musta'in!* (in M. Pflug. Beitr. p. 39.)

ibid. a. 253. c. nom. Chal. *Mu'tess.* (in M. As. — Mus. Imp. sol. v. Mém. de l'Acad. I. T. IX, p. 569. – p. m. 7. — Pflug. v. Beitr. p. 44. — Nejelow. — Rühlian. — M. Reg. Stockh. v. Hall. I, p. 133.

(Aen.) *Bochara*, a. 253. c. inscr. marg.: „Jussu Emiri *Mu'hammed filii Tahir*, Clientis Emiri Fidelium." (in M. As. — Mus. Potot. v. p. 26. — Mus. Romanz. — Fuchsian.)

(sub *Muhtedi* (?) Chal.)

Schasch, a. 256 (?) c. huj. ut videtur Chal. nom. (in Mus. Sprew. v. inf. N° 20.)

Hi fere numi sunt (*), quos Tahiridicos dicere non sum veritus; quo pacto classis hæc, quæ nuper adhuc, quum ex eâ, quam antea de plerisque horum numorum habebam, sententiâ existimaretur (**), pauperrima et tenuissima existebat, jam dives satis et copiosa evasit.

Nunc describere, qui in Museo Sprewitziano novi offeruntur, numos Tahiridicos aggredior.

(*) Hic quoque ex litteris b. Tychsenii nonnullos adhuc addere potuissem, qui, licet ab ipso Chalifici dicti fuerint, a nominibus urbium, ubi cusi sunt, (veluti Merw, Schasch all.) Tahiridicos se esse produnt. At ob caussam supra p. 424 memoratam omittere mihi visum est.

(**) v. Numophyl. Potot. p. 26. Novæ Symb. p. 33. Das Muhammedan. Münzkabinet p. 23. Mém. de l'Acad. Imp. T. IX, p. 624. (p. m. 62.)

T A L 'H A.

13.

Notab. cus. بسمرقند سنة تسع ومايتين *Samarkandæ anno ducentesimo nono.* (a. 209 = Ch. 824-5.) (*)

A. II.	لله	*Deo S.*
	محمد رسول	*Mu'hammed Apostolus*
	الله المامون	*Dei est. El-Mamun*
	خليفة الله	*Chalifa Dei.*
	طلحة	*Tal'ha.*

Numum huic simillimum, si ab anno discesseris, jam in Mémoires de l'Acad. Imp. T. IX, p. 624 (p. m. 62) edidi. Ambo notatu digni, quod Chalifæ nomini ipsum etiam Emiri Tahiridici nomen adjectum monstrant; id quod, ut ex elencho supra exhibito patet, in paucis argenteis factum est. Jam Tal'ha, quem hîc inscriptum videmus, Tahiri ambidextri filius est, quem ejusdem in præfecturâ Chorasanicâ successorem et secundum hujus dynastiæ Emirorum vulgo perhibent, ut Ja'hja Kaswiny, Mirchond, Chondemir all. Quamquam veteres auctores si audis, proprie non existimandus est nisi 'Abd-ullahi fratris in hac provinciâ *vicarius.* Ita enim Tabery (**), rerum Arabicarum scriptor antiquissimus, „Mamunus post „mortuum Tahirum, inquit, filio ejus 'Abd-ullaho tunc Rakkæ „agenti et debellando Nafro Ben-Sit (***) occupato totam, quam „pater tenuerat, præfecturam commisit, ei insuper Syriam addens.

(*) Duplicem inscriptionem marginalem, ut in hoc numo, ita in sequentibus inveniri, jam supra p. 415 monui.

(**) Apud Ibn-Challekanum in vitâ 'Abd-ullahi, fol. m. 200.

(***) Sic. Leg. شبث *Schabes,* v. cel. Freytag ad Selecta ex hist Halebi not. 104.

„ 'Abd - ullah autem Tal'ham fratrem in Chorasanam (cui ipsius vice „ præesset) misit.“ ان المامون لما مات طاهر وكان والده (l. ولده) عبد الله بالرقة على محاربة نصر بن سيث ولاه عمل ابيه كله وجمع مع ذلك الشام فوجه عبد الله اخاه طلحة الى خراسان In eandem sententiam et accuratius etiam 'Hamsa Iffahanensis (*), et ipse auctor antiquissimus: „ Quum percepisset Mamun de morte Tahiri, mittebat ejus filio 'Abd- „ ullaho, tum apud Rakkam agenti, diploma successionis in omnes „ præfecturas patris, sic ut simul retineret eas, quas ipse patre vi- „ vo administraverat, e. c. Mesopotamiam, Syriam, Aegyptum, Afri- „ cam, fratrem autem Tal'ham in Oriente (i. e. intra Tigridem & „ Jaxarten) haberet tanquam Chalifam (s. vicarium et commissarium „ suum), sed illum cum hac restrictione & privilegio, ut Tal'ha, si „ ad Mamunum litteras daret, directe suo nomine, non fratris, age- „ ret. In quo munere permansit Tal'ha quinque annos, usque dum obiret „ a. 213.“ Nec Mirchond hanc successionis rationem memorare neglexit (**). Nec non apud Ibn - Challekanum in extr. vitâ Tahiri I. hæc leguntur: „ Mortuo Tahiro Mamun ejus filium Tal'ham „ in præfecturâ Chorasanæ suffecit; quamquam sunt, qui eum fratris „ 'Abd - ullahi vicarium in eâ constitutum esse dicant.“ ان المامون استخلف ولده طلحة على خراسان وقيل انه جعله خليفته بها لاخيه عبد الله بن طاهر Etiam Amasy in Raufz-el-Achjar (fol. m. 146): „'Abd - ullah „ post Tahirum patrem mortuum Chorasanæ præfectus est“ عبد الله ولى خراسان بعد ابيه طاهر Denique Ibn - el - 'Adim (***), Tahiro a. 207 mortuo eam, quam hic tenuerat, Charasanæ præfecturam 'Abd - ullaho præter Syriam, cui jam præerat, a Mamuno commissam, neque illum tamen nisi a. 213, postquam Syriam & Aegyptum sedionibus turbisque agitatas ad ordinem redegisset, in Chorasanam provinciam abire jussum esse refert.

(*) apud Reisk. ad Abulf. Ann. T. II, not. 144.

(**) v. Hist. prior. Reg. Pers. fol. ٣ seu p. 7.

(***) Selecta ex hist. Hal. ed. Freytag. p. 20 sq.

Non igitur est, quod fidem hujus rei, quam vetustorum scriptorum auctoritate niti videmus, cum Jenischio (l. c. p. 78) in dubium revocemus, etiamsi vel Ibn-Challekan ambiguam habuisse videatur, qui relationi illi ex Taberyo adductæ adjicit والله اعلم seu hoc an verum sit, Deus optime novit. Paullo nempe antea ex eodem Taberyo retulerat, „Tal'hâ mortuo a. 213 a Mamuno ad 'Abd-„ullahum tunc Dinewaræ agentem missum esse Judicem Ja'hjam „filium Aktemi, qui ei suum ob fratris mortem dolorem socium „significaret simul et præfecturam Chorasanæ gratularetur." Sed hæc illis non videntur repugnare. Gratulatio hæc non est existimanda, nisi mitigata et honorifica mandati supremi forma, quâ Mamun ergo istum Emirum, utpote virum summæ virtutis & auctoritatis sibique gratiosissimum, quem jam præsentem suâ in provinciâ Chorasanâ reip. salus flagitabat ad ortos ibi motus supprimendos, uti voluit.

Nihilominus Tal'ham, utut proprie non nisi fratris vicarius in Chorasanâ fuerit, in Emirorum Tahiridicorum numerum referre licebit, quatenus ad mortem suam usque huic provinciæ *solus* præerat, ab Abd-ullahi quidem arbitrio non dependens, ut ex 'Hamsâ supra laudato patet; quid? quod eâ ibi usus est auctoritate, ut numi in terris sub Chorasanæ ditionem subjunctis, ut Samarkandæ, Bocharæ, Serendschæ, cusi, ipsius, non 'Abd-ullahi nomine insigniti sint. Atque talis etiam nobis offertur in illo, quod passim apud auctores occurrit (*), disticho memoriali Persico *quinque* (**) Tahiridas Emiros Chorasanæ recensente.

(*) Veluti apud Mirchond. ed. Jenisch. fol. ٩ seu p. 14. Chondem. in Chelaset-el-achbar. Mi'ret-'Alem fol. 23 in Marg. Herbelot. art. Thaherioun.

(**) Amasy in Raufz-el-achjar (fol. 156, b.) *septem* numero principes Tahiridicos fuisse ait. Unum quidem h. d. respexit 'Alyum filium Tal'hæ, qui in patris mortui locum succedens paullo post a militibus seditiosis peremtus est. Is quidem ab Ja'hja etiam Kaswinyo in numerum Emirorum Tahirid. refertur. Sed

Numus autem noster *Samarkandæ* cusus, etsi nomini hujus Emiri Tahiridæ inscriptus, non tamen ab ipso profectus censendus est. Non est, quod dubites, eum a *Samanidarum* aliquo cusum esse, ut quos tunc temporis Tahiridarum, qui ipsi sedem regni in Chorasanà proprie sic dictà habebant (*), vicarios Transoxanæ præfuisse supra vidimus. Samarkandæ quidem præfecturam sub Emiratu Tal'hæ primum Nu'h Ben-Asad Ben-Saman, dein Nu'hi fratres Ja'hja & A'hmed, denique hujus A'hmedis filius Nafr tenebant. (**) Quum mihi de anno, quo priores obierint, non constat, a quonam horum maxime numus hic cusus sit, in medio relinquo.

Verbulum addam de titulo *Chalifâ Dei*, quo Mamunum hic videmus ornatum. Memoriæ prodiderunt Eutychius (***) et Abu'l-faradsch (****), Abu-Bekrum titulum gessisse خليفة رسول الله *Chalifa* (i. e. *vicarius* seu *successor*) *Apostoli Dei;* inde ei mortuo qui successisset, 'Omarum appellatum esse خليفة خليفة رسول الله *Chalifa Chalifæ* (*vicarius vicarii* s. *successor successoris*) *Apostoli Dei;* quum autem, si hæc ratio in posterum etiam admissa fuerit, tituli hujus moles cum novo quoque Chalifà novo incremento augeri intelligeretur, jam sub 'Omaro huic titulo substitutum esse alterum, nimirum *Emir-el-Mumenin.* Nihilosecius, præter hunc novum, priorem illum porro viguisse et etiamnunc vigere inter omnes constat. Continuabat autem maxime ita, ut ei major vis et plus ponderis acce-

---

quem alterum insuper respexerit, mihi non satis liquet, nec operæ pretium esse videtur, huic rei disquirendæ diu immorari.

(*) Tahiridarum sedes regia *Herat* juxta 'H. Chalfam in Tabb. chronol., sed eodem auctore in Dschih. numa p. 321 supr. *Balch* et *Merw* fuit. Auctor autem libri: The Oriental Geogr. transl. by W. Ouseley p. 215 ait: the Taherian family made *Nishapour* the capital.

(**) v. Mirchond. ed. Wilken p. 4.

(***) Annal. T. II, p. 294.

(****) Hist. Dyn. p. 175. cf. Ockley Gesch. d. Saracenen T. I, p. 124. Herbelot art. Khalifah. Muradgea Schilder. des Othom. Reichs T. I, p. 125 sq. 143.

deret. Nam Chalifæ, postquam aliquamdiu in simplici titulo *Chalifa* acquievisse videntur, mox exemplum respicientes Korani, in quo Abraham, nec non David, *Dei Chalifæ in terrâ* prædicantur, addito vocabulo et ipsi titulum خليفة الله *Chalifa* (s. *vicarius*) *Dei* affectarunt. (*) Sic Mamun in hoc numo aliisque. (**)

'ABD - ULLAH.

14.

Cus. بسمرقند سنة سبع عشرة ومايتين *Samarkandæ anno ducentesimo decimò septimo.* (a. 217 = C. 832.)

A. II. nil continet, nisi vulgatum illud لله محمد رسول الله

Hic numus, etiamsi principem, cujus auctoritate signatus est, nomine prorsus non indicet, quin et ipse a Samanide, tunc Samarkandæ subpræfecto, cusus huic Emiro Tahiridico attribuendus sit, non dubitabit, quisquis eorum, quæ supra a nobis exposita sunt, rationem habuerit. De Emiro 'Abd - ullah autem jam a. 207 in locum Tahiri I. patris suffecto, sed in provinciis Occidentalibus, quas jam antea tenuerat, turbis motibusque supprimendis districto, Cho-

(*) Cf. Ergänzungsbl. zur Jen. A. L. Z. 1822. N° 55 et Mémoires de l'Acad. Imp. T. IX, p. 617. 642. (p. m. 55.) — Cf. et titulus ظل الله في الارض *Umbra* (s. imago) *Dei in terrâ*, quo titulo, ut olim maxime Seldschukidæ usi sunt, sic hodie Sultani 'Osmanidæ all. utuntur.

(**) In transitu hîc attingamus geminum insolitum plane hujus tituli usum. Primus est خليفة المومنين *Chalifa Fidelium*, in numulo aliquo octogono obvius, qui a b. Tychsenio in Tabulâ ære expressâ et inscriptâ „Numos hosce Arabicos sculpsit et explicavit O. G. T. Buetzowiæ 1769" editus ab alterâ parte hanc gerit inscriptionem: سلطان عبد الجليل شاه, quem quidem Hindostaniæ principem aliquem fuisse suspicio est. Alter est الخليفة المعظم *Chalifa augustus*, quo princeps Ortokides Melik el-fali'h Ma'hmud in Inscript. urbis Amidæ apud Niebuhr. (in Reisebeschreibung T. II, p. 403) prædicatur; id quod an recte habeat, magnopere dubito.

rasanam provinciam, mortuo demum qui ipsius vices ibi sustinuerat Talhà fratre a. 213 (*), ad magnos ibi ortos motus sedandos adeunte satis dictum ad numum præcedentem est. Hoc tamen loco, quum res agatur viri hujus nobilissimi & omni virtute ornati, qui multis magnisque rebus gestis memoriæ nomen suum commendavit et quem ab Herbelotio prorsus tacitum relictum satis mirari non possum, pentadem observatiuncularum de nonnullis rebus ipsum spectantibus, quas b. Jenisch in suo ad Hist. prior. Reg. Pers. Commentario (parum illo idoneo nec tali, qui res Tahiridarum accuratius cognoscendi cupido satisfaciat) non attigit, subjungere juvat; quia tamen ad ipsius numi nostri rationem illustrandam non faciunt, extremis duntaxat digitis (ut dicunt) attingam. 1) Primum est prænomen ejus seu hyionymicon, de quo inter auctores discrepare video. Modo enim *Abu'l-'Abbas* audit, ut apud Ibn-Challekanum, modo *Abu-'Obeid-ullah*, ut apud Amasyum (fol. m. 146, a), modo *Abu-Mu'hammed*, ut apud eundem (fol. m. 25, a). Atque adeo fieri posset, ut aliis etiam, præter hæc tria, gavisus sit hyionymicis. Nam, præter Mu'hammedem geminum quidem et 'Obeid-ullahum, adhuc Tahirum et Suleimanum filios ejus in libris nominatim indicatos inveni. De 'Abbaso quidem silent. — Verbulo monebo, 'Abd-ullahum nostrum in Bar-Hebræi Chron. Syr. passim simplici nomine Bar-Tahir appellari. 2) Secundum est, quod non belli solum, sed togæ etiam eminebat dotibus. Ut ipse Musis litabat feliciter, ita admirabili plane in poëtas et elegantiora quæque ingenia amore, favore, liberalitate erat. Ad aulam ejus confluebat quidquid disertissimorum poëtarum ætas illa tulit, inter quos unum Abu-Temmamum nominâsse sufficiet (**). Unde intelligitur esse, quod tantum virum unà cum Tahiro I. ipsius patre a Reiskio in

(*) In hoc anno omnes consentiunt auctores; 'Hamsa adhuc accuratius „exeunt. mense III." addit.

(**) Is in ipso itinere in Chorasanam quum esset, 'Hamasam, anthologiam illam celebratissimam, in urbe Hamadan collectam composuit. v. Ibn-Challekan in vit.

notissimâ (sed Reiskio non satis dignâ) Diss. de principibus Muh. qui aut ab eruditione &c. omissum esse ægre feras. 3) At (quod tertio loco annotamus) dolendum est, hunc eundem 'Abd-ullahum, qui litterarum et litteratorum tantus exstitit fautor atque patronus, pio quodam furore abripi se passum esse eo, ut tanquam alter 'Omar in priscorum Persarum libros grassaretur, jubendo eos ubicunque locorum deprehensi fuerint igni aboleri (*); id quod eo acerbius ferendum, quod maxime in iis ipsis, quas Tahiridæ imperio tenebant, provinciis tunc temporis permagna monumentorum priscæ litteraturæ Persicæ vis non poterat non superesse. 4) Chorasanam hoc regnante Emiro admirandum in modum excultam copiis omnibus effloruisse ita, ut evaderet رشك بلدان ومحسود جهان. i. e. „ut invidiam exciperet omnium regionum et livorem moveret totius orbis terrarum", auctores referunt (**). Ejus rei testes inter cetera plures habemus, quas ipse in Chorasanâ condidit, urbes, veluti Kufen (كوفن), Forawah (فراوه), Schehristan, Dehistan. (***) 5) Extremo monemus, ad hujus 'Abd-ullahi aulam invisisse Sallamum Interpretem, dum ab Aggere Gogi & Magogi redibat (****); id quod ad tempus notabilissimi illius itineris, quod primum in Sibiriam directum est, accuratius definiundum facit. Scilicet initium hujus itineris, quod per biennium et quatuor menses continuatum, non potest anno H. 227 (s. Chr. 842) anterius fuisse, nam hoc anno et quidem d. 18. mensis III. (= d. 5. Jan. a. 842) Wasik, a quo Sallam missus erat, (*****) Chalifatum auspicatus est;

'Abd-ullahi B. T. cf. 'H. Chalfa in Bibliograph. art. الحماسة et ill. Hammer in Allg. Encyclop. v. Ersch u. Gruber Th. V, p. 270.

(*) Dewlet-Schah in Wilken. Institt. Perss. p. 170 (ubi l. 3 leg. وامق وعذرا) coll. Hammer's Gesch. der schön. Redekünste Pers. p. 35.

(**) v. Mirchond. ed. Jen. text. fol. 3, b et Naszmi Sadeh in Gülschen Chulefa fol 13.

(***) v. Abulf. Tab. geogr. XXI. & XXII. Schems-el-din in Nuchbet-el-dehr fol. 114.

(****) v. Edrisy p. 318 inf. = Geogr. Nub. p. 270.

(*****) Observo Legatum Chalifæ, si 'H. Chalfam in Dschih. N. p. 379 audis, fuisse astronomum Mu'hammedem filium Musæ Choresmiensem (de quo v. Abulfar., Ca-

et quum 'Abd - ullah, quem Sallam rediens convenit, d. 11. mens. III. a. 230 (= d. 27. Nov. a. 844) fato defunctus sit (*), finem itineris hoc anno posteriorem statuere non licet. (**)

TAHIR II.

Huic Tahiro, qui, quum 'Abd - ullaho patri a. 230 mortuo successisset, ad a. 248, quo, die quidem 23. mensis VII., obiit (***), Emiratum gessit, ob locos, unde provênêre, proximos tres numos per annorum dictorum intervallum cusos, licet Emiri nomine destituti sola Chalifæ ejusque filii nomina inscripta gerant, attribuimus. Harum autem urbium ipsa nomina sunt, in quibus illustrandis hîc unice immorabimur.

15.

Cus. : : : : : بالمحمدية سنة ثمان وثلث *in el - Mu'hammedià anno* ducentesimo *tricesimo octavo.* (a. 238 = Ch. 852-3.)

Inf. A. I. ابو عبد الله *Abu - Àbd - ullah.*

A. II. inf. المتوكل على الله *El - Mutewekkil - 'al' - allah.*

Offeruntur numorum Mu'hammedanorum antiquioris maxime ævi interpreti, præter alias difficultates, haud raro etiam obscura urbium nomina, sive ea sint orthographià ambiguà per scripturæ

---

siri, all.), ita ut Sallam non nisi tanquam interpres & comes ei adhæsisse censendus sit.

(*) v. Tabery apud Ibn - Challek. in vitâ 'Abd - ullahi.

(**) Addenda hæc iis, quæ in Prolegomenis ad Ibn - Fofzlan's Berichte über die Russen p. XIX observavimus.

(***) Abulf. Ann. T. II, p. 208 et 'Hamsa ibid. not. 191.

Kuficæ naturam, (exempla sunt السامة, معدن باحسس, بطلان, رنر, برمعاد, — محسى, — بارحس — all.), sive lectione certâ; sed urbium parum, ut videtur, ipsis etiam scriptoribus Arabicis cognitarum, vel quod forte diu jam ante eorum memoriam deletæ erant, vel quod exiguæ quippe nunquam valde inclaruerant, vel denique quod præter nomen vulgare, recentiore ipsis inditum tempore, alterum iis erat vetus quidem, quod in priscis numis usurpatum, deinceps obsolevit. Ex posteriore genere jam supra nominavi ماه الكوفة *Mah-el-Kufa*, ماهى *Mahi*, ابرشهر *Abreschehr* et id, cui jam explanando numus hic nobis caussam præbet, المحمدية *el-Mu'hammedia*.

Hoc nomen, quod proprie urbem a Mu'hammede, conditore, appellatam denotat, in permultis Chalifarum potissimum 'Abbasidarum priorum numis obvium, quum non uni sed pluribus locis inditum fuerit, cui maxime urbi in numis Kuficis debeatur, per sæculum fere integrum quotquot exstitère horum numorum interpretes latuit meque et ipsum nuper adhuc latebat.

Kehrius quidem, numismaticæ Kuficæ pater, primus erat, qui numos in medium proferret binos nomine urbis المحمدية *el-Mu'hammedia* insignitos, alterum Mamuni, designati coheredis Chalifatûs, a. 192 cusum, quem quidem per errorem Amino attribuebat (*), alterum Amini Chalifæ a. 195 signatum (**). Ad priorem numum annotabat, Mu'hammediam esse urbem in provinciâ Persicâ Kerman &c. quam notitiam ex Golio ad Ferghan. p. 112 hauserat.

Kehrii sententiam temere amplexus est Murrius (***); inconsi-

---

(*) v. Kehr Monarchiæ Asiatico-Saracenicæ status &c. p. 19, N° VII. — Quæ de hoc numo in Repert. T. XVII, p. 265, l. 18 & 19 referuntur, non recte habent.

(**) ib. p. 29, N. XVI.

(***) in Abhandlung v. d. Münzen der Arab. p. 63. 65, quæ Cardonnianæ Historiæ Arabum in Africâ & Hispaniâ ab ipso germanice redditæ T. III. præfixa est.

derate etiam ad illius ætatis res gestas accommodàrunt Historiæ universalis auctores Anglici. (*)

Verum etsi in provinciâ Kerman tum a. 192 nomine Mamuni, designati coheredis Chalifatûs, ut cui inter alias hujus etiam provinciæ summa præfectura demandata erat (**), tum a. 195 Chalifæ Amini nomine cudi potuerint numi; (***) tamen urbs, quæ in Kerman sub nomine Mu'hammediæ offertur, recte monente Reiskio (l. c. p. 217), tunc temporis hoc nondum aucta erat nomine, quippe quod ei demum Mutewekkil Chalifa (regn. a. 232 — 247) in honorem filii sui *Muntafir*, qui proprio nomine *Mu'hammed* audiebat, tribuit (****). Pristinum autem ejus nomen fuerat دير ابى الصقرة *Deir - Abi - 'l - Sakra* (*****). Quo autem loco Kermaniæ sita sit vel fuerit hæc urbs, nec ex Ferghany, nec ex Jakuto (******), nec ex Firusabady liquet. Apud hos quidem solos auctores deprehendi; reliquos geographos veteres pariter atque recentiores fugisse videtur.

Reiske Mu'hammediam, ubi illi numi Kehriani cusi sunt, existimabat *palatium aliquod Baghdadense* fuisse, quod forte ab *Amino*,

---

(*) v. Allgem. Weltgeschichte von Guthrie, Gray all. aus dem Engl. mit Anmerk. von Heyne Bd. VI, Th. I, p. 667.

(**) vid. Chondemiri locum supra p. 471 laudatum. Erat autem id jam a. 172 (secundum Abu'l-faradschium) vel a. 186 (secundum Ibn-el-'Amidum) factum.

(***) De priore numo secus censuit Reiske in Repert. T. X, p. 218.

(****) سماها المتوكل المحمدية بمحمد المنتصر ابنه Sic Jakut in Mo'addschem. Contra Golius ad Ferghan. p. 112, et ex eo Reiske l. c. atque Tychsen. in Com. I. de Numis Cuff. Gœtting. p. 119 hanc urbem in honorem *patris* sui Mu'hammedis Mu'tafimi a Mutewekkilo sic appellatam tradunt.

(*****) Sic Jakut. in M. rectius haud dubie, quam quod apud Golium l. c. exstat دارنى الصقر *Dareni - 'l - Sakr*, unde Reiskii (l. c.), Eichhornii (Repert. XVII, p. 265) et Tychsenii (l. c.) *Darani* fluxit.

(******) Hic quidem collocavit in Clim. III. long. 90°. lat. $31\frac{3}{4}$°, at. hæc definitio nos parum adjuvat.

qui et ipse vero nomine *Mu'hammed* audiebat, quia id sive habitabat sive condiderat, nomen hoc traxerit, quamquam auctores hanc rem prorsus sileant. (*)

Aurivillius, Amini numum Mu'hammediæ a. 180 cusum edens, quid de hac urbe sentiret, prudens siluit. (**)

Th. Ch. Tychsenius, quum numum Hadi Chalifæ a. 170 hoc urbis nomine insignitum ederet, Reiskii etiam conjecturam de conditore quidem, a quo nomen illud derivatum fuerit, stare non posse, recte observabat, quamquam Baghdado et ipse inhærescebat. „Potius crediderim, inquit, *partem aliquam Bagdadi* a *Mahadio* Chalifâ, qui *Muhammed* proprie vocabatur, Muhammediam fuisse dictam, ut omnino varia erant diversarum hujus urbis partium nomina.“ (***) Atque in hac sententiâ permansit. (****)

Cum Reiskio et Tychsenio consentiebat Adlerus, ex similitudine etiam, quam inter nonnullos numos, quorum alii hoc nomen, alii Medinet-el-salam exhibent, intercedere observaverat, conjecturæ illi majorem probabilitatis speciem conciliare studens (*****); idem tamen alio loco (******) jam dubitatione sollicitatus Mu'hammediam numorum fortasse in *Chorasanâ* quærendam esse suspicabatur.

Jam hanc sententiam, quæ Mu'hammediam partem vel palatium aliquod Baghdadi fuisse statuebat, communi deinceps consensu

(*) v. Repert. T. X, p. 217. (T. XVII, 266.). At secum ipse non consentit optimus Reiske, qui ib. p. 216 de Baghdado vel aliquâ ejus parte Mu'hammediam numorum intelligi posse negaverat.

(**) Nova Acta R. Soc. Scient. Upsal. T. II, p. 92.

(***) v. Comment. Soc. R. Scient. Gœtt. T. IX, p. 119.

(****) vid. earund. T. XV, p. 43. 45. 47, et Comment. recent. T. III, p. 91.

(*****) v. Mus. Cuf. Borg. T. II, p. 13. 19. (******) ib. p. 31.

comprobârunt b. Tychsenius [1], quamquam scrupulum aliquem in ejus etiam animo subnatum esse videmus [2], S. de Sacy, qui ex Makrisyo concludi posse, ipsam urbem Baghdadum etiam nomine Mu'hammediæ appellatam fuisse, existimabat [3], b. Conde [4], Mœller [5], العبد الفقير [6], Hallenberg [7], Castiglioni, qui sententiam illam etiam corroborare studuit [8], et Schiepati [9].

Novissime tandem Marsden de sententiâ illâ vulgari dubitationem movit, quamquam non sustulit. Binos ejusdem anni numos Mehdyanos, quorum alterum in Medinet-el-Salam, alterum in Mu'hammediâ cusum autumat, tanquam testes locupletissimos contra illam opinionem excitat, indeque Mu'hammediam alibi quam in ipsâ urbe Baghdad, quamvis fortasse non adeo procul ab eà, quærendam censet. [10] Equidem, etsi neutiquam in animo habeo superiorem

---

(1) Introduct. p. 34.

(2) Additament. p. 24. cf. idem ad Al-Makrizi Hist. Mon. Arab. p. 98.

(3) v. Traité des monnoies Musulm. trad. de l'Arabe de Makrizi p. 30. — S. de Sacyi maxime auctoritate motum esse puto beatum etiam Rühs, ut Mu'hammediam, tanquam unum de nominibus Baghdadi, sine ullâ dubitatione poneret in Handbuch der Geschichte des Mittelalters p. 176.

(4) v. Memorias de la R. Academia de la Historia T. V, p. 238, ubi et ipse h. d. S. de Sacyi auctoritatem sequutus „En tiempo, inquit, del augusto de los arabes „Harun el Raxid se acuñaron (monedas) en *Bagdad, conocida entonces con el „nombre de Muhammedia* y de Medinat-essalam."

(5) De numis Orient. in Numophyl. Goth. asservat. Com. I, p. 24.

(6) Beiträge zur Muh. Münzkunde aus St. Petersburg p. 8.

(7) Numismata OO. P. I, p. 54.

(8) Monete Cufiche dell' J. R. Museo di Milano p. 19.

(9) Descrizione di alcune monete Cuf. del Museo Mainoni p. 37.

(10) v. Numismata Orientalia illustrata, by Marsden T. I, p. 38: „A difference of opinion (inquit) prevails with respect to the place to which the name of Muhammediah belonged. The most common supposition attributes it to a particular division or suburb of the great city of Baghdad; but the coincidence of date between this and the coin last described, affords a presumption of the contra-

opinionem defendere, non possum tamen, quin, quos hic excitat testes, ut suspectos repudiem. Jam alibi mo . . (*), numum Marsdenianum XXXI, in quo editor urbis nomen مدينة السلام *Medinet-el-salam* legit, mihi imaginem ejus ære expressam intuenti potius بقصر السلام *in Kafr-el-Salam* (nec a. 168, sed a. 161) cusum esse videri; Numum autem XXXII, quem editor بالمحمدية *in el-Mu'hammediá* signatum esse vult, ego, si quid hic quoque ex imagine ære expressâ judicare licet, potius بالبصرة *in el-Bafrá* cusum censeo.

Sed est, quod mirer, conjecturam vagam illam et levem expromi potuisse a Marsdenio, qui libellum infra citatum (**) ad manum habuisse videatur; nam non nisi ex hujus p. 16 desumta sunt, quæ p. 5 Numism. OO. illustr. de numo Umaijadico anni 84 in Mus. Duc. de Blacas asservato leguntur.

In hoc autem tandem ego libello (p. 19) caussam hanc, quæ, ut vidimus, per plenum fere sæculum occulta et involuta manserat, aperiebam atque *Mu'hammediam* numorum non esse intelligendam aliam urbem quam *Reyam* asserebam. Tunc enim temporis mihi licebat et Jakuti Lexicon geograph. majus et Schems-el-dini Damasceni Cosmographiam et Firusabadensis Lexicon Arab. evolvere, quibus libris antea carueram et ex quibus inter urbes, Mu'hammediæ nomine insignitas, Reyam etiam esse intelligebam. Jam

---

ry, *amounting nearly to proof;* for it cannot, without the most direct evidence, be admitted that two coins of the same denomination should, in the same year, be struck by the same prince, in two districts of his capital, under distinct names. The site of Muhammediah must therefore be looked for elsewhere; but it will probably be found at no great distance from the seat of government. As the name does not occur at an earlier period, we may suppose the city, suburb, or palace (as variously conjectured) to have been built by this Khalif (Mahdy) and called after his own original name of Muhammed."

(*) Mémoires de l'Acad. Imp. T. IX, p. 612. (p. m. 50.)

(**) Das Muhammedanische Münzkabinet des Asiat. Museums zu St. Petersburg (ed. a. 1821.)

habe, quæ Jakutus de variis locis, quibus hoc nominis erat, memoriæ tradidit.

المحمدية — وهو اسم لمواضع منها قرية من نواحى بغداد من كورة خراسان — والمحمدية ايضا ببغداد من قرى النهرين — والمحمدية ايضا من اعمال برقة من ناحية الاسكندرية والمحمدية مدينة بنواحى الزاب من ارض العرب (المغرب .l) ومدينة المسيلة بالمغرب يقال لها ايضا المحمدية اخطتها (اختطها .l) محمد بن المهدى الملقب بالقايم فى ايام ابيه — وذلك فى سنة خمس عشرة وثلثماية والمحمدية مدينة بكرمان —

„*Mu'hammediæ* nomen plura gerunt loca, veluti 1) pagus agri „Baghdadensis in nomo, per quem via in Chorasanam fert; (*) — „2) prope Baghdadum unus ex pagis Nahrein; (**) — 3) (pa-„gus(***)) in tractu Borkæ in agro Alexandriæ; (****) 4) urbs tra-„ctûs Sab (*****) in Maghreb; 5) urbs Mesila in Maghreb (*****) etiam „Mu'hammedia dicitur, condita illa a Kaïm Mu'hammed filio Meh-„dyi a. 315, quum successor in Chalifatum designatus erat.(*******) „— 6) urbs Kermaniæ" — (de quâ recurre ad p. 487.)

(*) cf. porta Charasanica Baghdadi, in Ousel. Or. Geogr. p. 67.

(**) cf. Reiske in not. 107 & 109 ad Abulf. Ann. T. II. — In libro Description du Pachalik de Bagdad nec hujus nec superioris pagi ulla mentio.

(***) v. Kamus.

(****) Inter tredecim urbes, quas ab Alexandro M. conditas ejusque nomine ornatas Ibn-el-Fakih (apud Jakut.) commemorat, deprehendo etiam *Alexandriam* بارض بابل *in Babyloniâ sitam.* Hæc non dubito quin eadem sit cum Scanderie, quam apud Niebuhr. (Reisebeschr. Tab. XLI) in mediâ viâ, quæ 'Hellâ Baghdadum fert, sitam videre est, ideoque Mu'hammedia hæc tertio loco laudata eadem cum hujus nominis pago, qui apud Nieb. l. c. inter Scanderie & Baghdad situs deprehenditur.

(*****) Est pars terræ Belad-el-dscherid. v. Temimy in Paulus Memorabil. Part. III, p. 139.

(******) scil. medio, seu regno Algeriano.

(*******) cf. Abulf. Geogr. T. III.

7) His præmissis Jakutus hunc in modum pergit:

ووقع لى بمرو كتاب تمام الفصيح لابن فارس وبخطه وقد كتب فى اخره وكتب
(وكتبه .f) احمد بن فارس بن زكريا بخطه فى شهر رمضان سنة تسعين وثلثماية
بالمحمدية فعبرة (فعبرت .l) دهرا سال (اسال .l) عن موضع بنواحى الجبال يعرف
بهذا الاسم فلم اجله لان ابن الفارس (فارس .l) فى هذه الايام هناك كان (?)
حتى وقعت على كتاب محمد بن احمد بن الفقيه قد ذكر فيه قال جعفر بن
محمد الرازى لما قدم المهدى الرى فى خلافة المنصور بنى مدينة الرى التى بها
الناس اليوم وجعل حولها خندقا وبنى فيها مسجدا جامعا وجرى ذلك على يد عمار
ابن ابى الخصب (art. Rey: الخصيب) وكتب اسمه على حايطها وتم عملها سنة
ثمان وخمسين وماية وجعل لها فصيلا يطيف به * فارقين اخر وسماها * المحمدية
فاهل الرى يدعون المدينة الداخلة المدينة ويسمون الفصيل (art. R. الفصيلة)
المدينة الخارجة والحصن (art. R. والحصربه) المعروف بالزبيدى فى داخل المدينة **)
بالمحمدية وقد كان المهدى ***) نزله ايام كونه ****) بالرى وكان مطلا *****)
على المسجد ******) ودار الامارة *******) ثم جعل بعد ذلك سجنا (سخايم
bene art. R.) خرب فعمره رافع بن هرثمة سنة ثمان وسبعين ومايتين ثم خربه اهل
الرى بعد خروج رافع عنها فلما وقعت على هذا فرج (افرج .f) عنى وانكان
فى الفاظ هذا الخبر اختلال الا ان الغرض حصل انها محلة بالرى وقرات فى
تاريخ ابى سعد الانى (الابى ?) ان المهدى فلما (لما .l) قدم الرى بنى الرى

---

* Hæc in Cap. de Rey ita habent: فارقين اجر والفارقين الخندق وسماها

**) ibid. insertum legitur المعروف

***) ibid. inseruntur امر بمرمته و

****) ib. مقامه

*****) ibid. وهو مطل

******) ib. additur الجامع

*******) ib. inseruntur: ويقال الذى تولى مرمته واصلاحه ميسرو الثعلبى احد وجوه قواد المهدى

وبنى بها مسجد الجامع فذكر انه لما اخذ فى حفر اساس قديم فى ابواب بيوت
وقد رسخت فى الارض كان السيل قد اتى عليها فطمتها ودفنها فاخبر المهدى
بذلك فنادى من كان ههنا (هاهنا) دار فليات فان شا باع وان شا عوض عنها
دارا فاتاه ناس كثير فاختر (فاختار .l) بعضهم الثمن فقبضوه وبعضهم العوض
فبنى لهم المحلة المعروفة بمهدى اباد ووقع الفراغ من بنا جميع ذلك سنة ثمان
وخمسين ومابة وسميت الرى المحمدية باسم المهدى وسميت المدينة البيت (المدينة .l)
الداخله والنصل (والفصيل .l) المدينة الخارجة

„ Commoranti mihi Merwæ in manus incidit Ibn - Farisi (*) liber „ Temam - el - faſi'h (s. Complementum purioris sermonis), ipsius „ auctoris manu exaratus, in quo extremo hæc addita: „ „ Suâ ma- „ „ nu scripsit A'hmed filius Faris filii Sakerjæ mense 9. a. 390 „ „ in Mu'hammediâ." " Tum ego diu de loco, cui id nominis es- „ set, in provinciâ Dschebal, ubi tunc temporis Ibn - Faris agebat, „ sciscitari, nec tamen comperire, donec tandem incidi in librum „ Mu'hammedis ben - A'hmed ben - el - Fakih (**), in quo ejus men- „ tionem factam his verbis esse videbam: „ „ Refert Dscha'far ben - „ „ Mu'hammed Rasy (Reyensis): Mehdy, quum sub Chalifatu Man- „ „ furi Reyam pervenisset (***), urbem Reyam eam, quam hodie „ „ incolunt, ædificavit (s. restauravit), fossâ circumdedit et templo „ „ cathedrali ornavit, opus moderante 'Ammar ben - el - Chaſib, „ „ (qui (****)) nomen suum urbis muro inscripsit ædificationemque a.

(*) De hoc celeberrimo auctore Lexici Arabici المجمل فى اللغة aliorumque multorum librorum vid. Abulf. Annales T. II., p. 602. Herbel. artt. Ahmed, Fares, Mogimel & Razi. Ibn-Challekan in ejus vitâ (fol. m. 29, b.). Sojuty Vitt. Grammaticor. in ejusd. vitâ. 'H. Chalfa in Bibliogr. art مجمل اللغة & alibi. — Ibn - Challekan refert eum mortuum esse a. 390 in Rey, secundum alios autem a. 375 in Mu'hammediâ, priorem tamen sententiam vulgo acceptam esse. Sojuty autem ex Seheby tradit, verius ejus mortem ad a. 395 referri. Hunc eundem annum etiam 'H. Chalfa habet. Origo discrepantiæ in propatulo est.

(**) vid. not. infra ad extremum hoc caput.

(***) eidem Præfectus constitutus a patre, ut 'H. Chalfa in Dschihan-numa refert (p.291).

(****) Sed fieri potest, ut ad Mehdyum ipsum referenda sint, quæ proxime sequuntur.

„ „ 158 ad finem adduxit. (1) Præterea ei septum depressius „ „ prætexuit, quod ipsum binis cinxit munimentis aliis (?) (2); „ „ (quibus omnibus absolutis) ei nomen *Mu'hammediæ* indidit (3). „ „ Inde Reyenses urbem interiorem *medinam* (s. urbis partem pri- „ „ mariam) vocant, (4) septum autem *urbem exteriorem*, ca- „ „ stellum denique vulgo Sobeidy (5) dictum et intra Medinam „ „ (s. partem urbis primariam) situm *Mu'hammediam*. Mehdy „ „ autem (hoc — castellum puta — restaurari jusserat et (6)) „ „ in eo sedem fixerat, quo tempore in Rey agebat. Imminebat „ „ id templo cathedrali & palatio Emiratûs. (Sunt, qui ejus re- „ „ staurandi reparandique curam tradunt commissam fuisse Meiseru „ „ Sa'lebitæ, uni de summis ducibus bellicis Mehdyi. (7)) Post „ „ hac carcerem adstruxit, quem deinceps collapsum quum Rafi' „ „ filius Harsemæ a. 278 restauràsset, mox post ejus discessum „ „ Reyenses iterum destruxerunt.“ In hunc quum incidissem lo- „ cum, jam res mihi patebat. Etiamsi autem in hac narratione sa- „ tis dissipatâ nonnulla desiderantur, id tamen inde efficitur *Mu'ham-* „ *mediam* esse *vicum urbis Reyæ*. (8) Etiam in Chronico τȣ Abu-

---

(1) cf. Kaswiny in Uylenbrœkii Specim. geogr. hist. p. 33. text.

(2) فارق quid sit, non satis scio. Num vallum, aggeres? an moles? an vero ericii? — Lectioni, quæ in art. Rey prostat, hic sensus esse videtur, quod ipsum binis aggeribus ex lateribus construxerit, hos autem fossâ cinxerit.

(3) Juxta textum art. Rey: „his binis (*farik*, aggeribus?) nomen *M.* indidit.“

(4) Suspicor inverso vocabulorum ordine legendum esse, ut in fine hujus excerpti, المدينة المدينة الداخلة medinam vocant *urbem interiorem*.

(5) Ecquid a Sobeidâ, uxore Haruni, filiâ Dscha'fari ben-Manſuri nomen traxit?

(6) Ex textu art. Rey recepi.

(7) Indidem recepi.

(8) Inde Jakut in Muschtarik: „*M. vicus* magnus in Rey infra s. citra murum“ (i. e. muro inter eum et ipsam urbem intersepiente, seu priusquam ad murum pervenias). (Uylenb. l. c. p. 17. text.) Nec non auctor libri Merafid: „*M.* in Reyâ urbe. Dicitur quidem *castello* ejus id nomen esse; sed reverâ est ejusdem urbis *vicus*.“ (Uylenbr. l. l. p. 75. t.) Etiam in Kamuso محلة بالري

„ Sa'ad Ony (?) legi, „ „ Mehdyum, postquam Reyam venisset, eam „ „ urbem exædificàsse (restauràsse) in eàque templum cathedrale „ „ exstruxisse. Quum fundamentum aliquod antiquum (sic idem „ „ auctor pergit) in januis domuum nonnullarum (*), quæ jam in „ „ terram subsederant, effodere cœpissent, aquæ fluxus irruens ea „ „ tegebat (**) sepeliebatque. Quo audito Mehdy per præconis „ „ vocem proclamare, ut cuicunque hîc domus sit, accedat, eam- „ „ que, si placuerit, argento vendat; sin minus, ejus loco aliam „ „ domum accipiat. Tunc cives frequentes accurrebant, quorum „ „ alii numeratam pecuniam accipere, alii domum aliam amissæ „ „ pensandæ caussâ sibi dari malebant. His igitur exstructus est „ „ *vicus* vulgo *Mehdy-abad* dictus. Totum autem hoc opus a. „ „ 158 absolutum est. Atque *Rey Mu'hammedia* dicta est a no- „ „ mine Mehdyi, civitas ipsa (medina s. primaria urbis pars) *urbs* „ „ *interior*, septum autem *urbs exterior*. " "

Hisce septem Mu'hammediis a Jakuto commemoratis addamus 8) octavam, quam urbem Mesopotamiæ sitam ad Euphratis ripam Orientalem inter Rakkam et Chanukam (***) memorat Edrisy (p. 227 sq. = vers. Lat. p. 197. 199) ex eoque d'Anville in Tab. geogr.

---

vicus in Rey dicitur. At Schems-el-din Dimeschky in Cosmographiâ de totâ urbe accipere videtur; sic enim habet: الري — وتسمى المحدية لان محمد بن (del.) المهدى اقام بها زمن ابيه وبنى جامعها فى سنة ثمان وخمسين ومائة „ *Rey* — etiam *Mu'hammedia* vocatur, quia Mu'hammed „ Mehdy regnante patre ibi sedem habebat et templum cathedrale exstruebat „ a. 158."

(*) Hîc an textus recte habeat, dubito.

(**) Radicem Arab. طمن (abscondidit) deperditam esse volunt, nec sane Kamus nec Si'ha'h habet. Jam ejus hîc habes exemplum; alterum (partic. pass.) vid. in Abulf. Ann. T. II, p. 226 كان لها مطمون تحت الارض الف دينار Hæc ad Ebræor. טמן adhibe.

(***) الخانوقة, non الخالوقة, ut in textu Ar. Edrisyi, nec *Chabuca*, ut in vers. Lat. legitur. Corrigendum inde et *Calluca* in Tab. d' Anvillianâ.

„l'Euphrate et le Tigre“ inscriptâ recepit; 9) pagum prope Tunetum, et 10) pagum in provinciâ Jemamâ, cujus utriusque in Kamuso mentio fit.

Ex omnibus autem istis Mu'hammediis unam *Reyam* in numis tenendam esse nulla dubitatio est. En tabulam numorum Mu'hammediæ cusorum, quotquot hucusque mihi innotuerunt.

Mu'hammedia in Numis Kuficis. (*)

A) Numi 'Abbasidici.

„*Mehdy Muhammed filius* (**) *Emiri Fidelium.*“ (***)

a. 148 (= Ch. 765) (in Mus. Reg. Stockh. v. Hallenb. Numism. OO. I, p. 50.)
a. 149. (in Mus. As. Acad. Petrop. — Mus. Soc. litt. Curon. v. Jahresverh. der Kurländisch. Ges. T. II, p. 396.)
a. eod. cum siglis ه supra et ع inf. in A. II. (in Mus. As.)
a. 150. cum sigl. ه et ع (in Mus. As. — et Tychs. Intr. p. 65.)
a. 152. cum iisd. sigl. (in Mus. Asiat.)
a. 153. cum iisd. sigl. (ibid.)
a. 155. cum ⊙ in inf. A. II. (in Mus. As. & Romanzowiano.)

(*) Moneo, *Reyam* ipso hoc proprio nomine suo jam aa. 146 (= Ch. 763-4) & 147 in hujus ejusdem *Mehdyi*, *filii Emiri Fidel.*, numis, et quidem omnino *primum* in numis, comparere. Uterque in Mus. Asiat. asservatur, æneum præterea prioris anni in Numoph. Potot p. 19 laudavi.

(**) Hoc بن امير المومنين quum fere συνωνυμως cum ولى عهد المسلمين in numis usurpetur et Mehdy in sequentibus etiam numis eodem titulo insigniatur, haud scio, an Ibn-el-'Amid et Abulfeda jus in Chalifatum succedendi ab 'Isa in Mehdyum translatum anno 147 male assignent.

(***) Quæ in hac Tabulâ litteris inclinatis impressa uncinulisque inclusa habes principum nomina titulosque, ad ipsorum numorum fidem ponenda censui, quemadmodum quæ præterea alia nomina, nec non sigla, in his numis offeruntur, utpote ex parte neutiquam levia vel contemnenda, addere mihi visum est.

„Chalifa Mehdy."

a. 160. cum و in inf. A. II. Et absque eo. (in Mus. Asiat.)
a. 161. (in Mus. As. — Romanzowiano. — Fuchsian. — Gothan. v. Mœller I, N° 5. — v. et Eichh. Repert. XVII, p. 228.)
a. 165. c. sigl. • (in Mus. Asiat. — Suchteleniano. — Nejelowiano. — Pflugiano, v. Beiträge p. 8.)
a. 166. c. eod. sigl. (in Mus. As. — M. Univ. Rostoch. v. Adler II, N° X.) ej. a. c. siglo ع (in Mus. As.)
a. 167. c. siglo ع (in M. Asiat.)
a. 168. c. eod. siglo. (in Mus. As. — Manteufeliano. — Zosimano. — Borg. v. Adler. II, N° XI. — Univ. Gœtting. v. Tychs. de n. Selg. p. 3. — Goth. v. Moeller I, N° VII.)

„Chalifa Hadi."

a. 170. (in Mus. As. — M. Univ. Goetting. v. Tychs. Com. I, N° IV.)

„Chalifa Harun."

a. 170. c. رك || مبا (in Mus. As. — M. Univ. Dorp. v. Mémoir. de l'Acad. T. IX, p. 604. — p. m. 42.)
a. 171. c. رك || مبا (in Mus. As.)
a. 172. c. ود || دا (in Mus. As.)

„Chalifa Raschid," et „Muhammed filius Emiri Fidel."

a. 172. A. II. supr. حلب aut حارث inf. عدل aut فضل (in Mus. As. — M. Marsd. v. Marsd. I, N° XXXV.)

„Chalifa Raschid."

a. 173. A. II. supr. يحيى, inf. بهلول (in Mus. Asiat.)
a. 175. c. يزيد (in Mus. As. — Mus. solit. Imp. Petrop. v. Mém. T. IX, p. 567. — p. m. 5.)

„*Mu'hammed, filius Emiri Fidelium.*“

a. 176. A. II. sup. سلام, inf. = = (in Mus. As.)

„*Mu'hammed, Wely foederis Muslimorum.*“

a. 176. A. II. sup. سلام, inf. ضرد? (Mus. As. — Mus. Welzl. v. Descr. del Mus. Main. N° IX.)

„*Chalifa Raschid.*“

a. 179. A. II. sup. صبا, inf. = = (in Mus. As.)

„*Emirus Amin Mu'hammed fil. Emiri Fidelium.*“
„*curâ Mu'hammedis filii Ja'hjæ*“

a. 180. A. II. sup. و, inf. جعفر (in Mus. As. — cf. Beiträge p. 11. not.)

„*Emirus Amin Mu'hammed fil. Emiri Fidel.*“

a. 180. A. II. sup. و inf. جعفر (in Mus. As. — Mus. Romanz. — Potot. v. Numoph. Pot. p. 21. Mus. Wallenstr. v. Aurivill. p. 92.)

a. 181. A. II. ut præced. (in Mus. As. — Mus. Romanzow. — Nejelow. — Univ. Rostoch. v. Adl. II, N° XVI.)

a. 182. A. II. ut præced. (in Mus. As. — Mus. Romanzowian. — M. Pflug. v. Beiträge p. 10.)

„*Emirus Wely Fœderis Muslimorum Amin Mu'hammed fil. Emiri Fidelium.*“

a. eod. A. II. inf. جعفر (in Mus. As.)

„*Emirus Amin Mu'hammed fil. Emiri Fidel.*“

a. 183. A. II. sup. س, inf. جعفر (in Mus. As. & Romanz.)

a. eod. A. II. inf. جعفر (Mus. As. — Mus. Reg. Stockh. v. Hallenb. I, p. 66.)

a. 184. A. II. sup. س, inf. جعفر (Mus. As. — Mus. Romanz. — Mus. Pflug. v. Beitr. p. 12. — Mus. Hallenb. v. Hallenb. I, p. 76.
a. 186. A. II. sup. سلم, inf. جعفر (Mus. As.)
eod. a. A. II. sup. و, inf. جعفر (Mus. As. & Nejelow.)
eod. a. A. II. sup. كاىك, (i. e. دانك aut داود?) inf. ضرد? (Mus. As.)
a. 187. A. II. sup. سلام, inf ضرد? (Mus. Pflug. v. Beiträge p. 13.)
a. eod. A. II. sup. ام جعفر, inf. دانك? (Mus. As.)
a. eod. A. II. inf. عبيد (Mus. As.)
a. 188. A. II. inf. عبيد (Mus. As.)
a. eod. A. II. sup. ه, inf. عبيد (Mus. As.)

(Harun.)
absque hoc nomine

a. 188. A. II. inf. د (Mus. As. — Mus. Nejel. — M. Reg. Stockh. v. Hallenb. I, p. 79.)
a. 189. A. II. inf. د (Mus. As. — M. Marsdenian. v. Marsd. I, N° XXXIV.)

„*Emirus Amin Mu'hammed fil. Emiri Fidel.*"

a. 189. A. II. sup. عبيد, inf. علي (in Mus. As.)
a. eod. A. I. sup. جعفر, inf. عبيد الله } (v. Hallenb. II, p. 14. 77.)
A. II. sup. الله(?) رزق inf. لام جعفر }

(Harun.)
absque hoc nomine

a. 190. A. II. inf. د (in Muss. As. — Pflug. — Zosim. — Nejel. Rühl. — Trendelenb. v. Eichhorn. Bibl. II, p. 1079.)
a. 191. A. II. inf. د (Mus. Asiat.)

„*Emirus Mamun Abd-ullah fil. Emiri Fidel.*
Wely Fœderis Muslimorum."

a. 192. A. II. sup. و, inf. ع (Gedani olim, v. Kehr. N° VII.)

(Harun.)
absque hoc nomine

a. 192. A. II. inf. د (in Mus. Potot. v. Numoph. Pot. p. 21.)
a. 193. A. II. inf. د (in Muss. Asiat. et Pflugiano.)

„Chalifa Mu'hammed Emirus Fidelium."

a. 194. A. II. sup. سلام, inf. ضرد? (in Mus. Manteuf. v. Beitr. p. 15.)
a. 195. A. II. inf. عبيد (Gedani olim, v. Kehr N° XVI.)
a. eod. A. II. sup. داود, inf. صرد? (in Mus. Asiat.)

„Imamus Mamun Wely Fæd. Muslimorum Ábd-ullah filius Emiri Fidelium."

a. 195. A. II. sup. الفضل, inf. طاهر (in Mus. Asiat.)

(Mamun Chalifa.)
absque hoc nomine

a. 197. A. II. inf. ذو الرياستين et inferius د (in Mus. Asiat.)
a. 198. A. II. inf. ذو الرياستين (in Mus. Asiat.)
a. 199. A. II. id. (in Mus. As.)
a. eod. A. II. absq. h. tit. (in Mus. quond. Adl. Berol. v. Tychs. Add. p. 24.)
a. 201. A. II. inf. ذو الرياستين (in Mus. Univ. Rostoch. v. Adler. II, N° XXII.)

„Mamun Chalifa Dei."
&
„Emirus Rifza, Wely Fæderis Muslimorum, Ály filius Musæ de posteris Ályi filii Abu-Talibi."

a. 203. A. I. inf. المشرق } (in Mus. Nejelow. v. Mémoires de
A. II. inf. ذو الرياستين } l'Acad. T. IX, p. 614. p. m. 52.)

(Mamun.)

absque hoc nomine

a. 204. (in Mus. Zosim.)

B) Numi Tahiridici.

„Mutewekkil - 'al' - allah."

&

„Abu - Ábd - ullah."

a. 238. (in Mus. Sprewitziano. vid. sup. N° 15.)
a. 240. (in M. Pflug. v. Beitr. p. 34.)

„Mutewekkil - 'al' - allah."

&

„Mu'tess - billah."

a. 243. (in Mus. Asiat. — Pflug. v. Beitr. p. 35. — Muenter. v. Tychs. de Def. p. 86.)

—

a. 246. (in Mus. Sprew. v. infr. N° 17.)

—

„Musta'in - billah."

? a. 248. (in Mus. Pflug. v. Beiträge p. 48.)

„Musta'in - billah."

&

„Ábbas fil. Emiri Fid."

a. 249. (in Mus. Muenteriano. v. Tychs. de Def. p. 87.)

C) Numi Samanidici.

„ *Muktedir - billah.* “

&

„ *Abu'l-Abbas fil. Emiri Fid.* “

a. 310. A. II. inf. „*A'hmed ben-Aly.*“ (in Mus. Hallenb. v. Hall. I, p. 158, II, p. 89. vid. me et infr. p. 506.)

„ *Muktedir - billah.* “

&

„ *Nafr ben - A'hmed.* “

a. 315. A. I. inf. „*Mu'hammed ben-Aly.*“ (in M. Mus. sol. Imp. Petrop. v. Mém. de l'Ac. T. IX, p. 576. p. m. 14. v. et infr. p. 507.)

Aur. a. 317. (in Mus. Asiat. v. inf. p. 507.)

D) Numi Buweihidici.

„ *Mu'ti - lillah.* “

&

„ *Rukn - el - daula Abu - Aly Buweih.* “

a. 345. (in Mus. Romanzow.)

a. 355. (in Mus. Asiat.) (*)

(*) Notandum est, in hoc conspectu numorum Mu'hammediæ nomine insignitorum, ut annorum notationes in numis quibusdam aliorum curâ editis minus recte habentes a me tacito emendatæ sunt, ita omissos esse quotquot a b. Tychsenio per litteras nimis leviter mihi indicati erant, et ejectos, quoscunque ab editoribus Mu'hammediæ parum certo adscriptos vel quoad annum dubios deprehendebam, veluti numum Marsdenianum XXXII. quem potius Bafræ cusum esse mihi videri supra pag. 490 monui; item num. Adleri quondam Berolinensis a b. Tychsenio descriptum in Addit. p. 17, quem ex Afrikiæ urbis officinâ monet. profectum (et ولى pro pessimo ابن exhibere) numus simillimus in Mus. Asiat. asservatus me docuit; item numum Hallenbergii ab ipso descriptum in

Hic, quantum video, postremus numorum est, in quibus Rey nomen habet Mu'hammediæ. Nec, si recte memini, urbs hæc sub ipso vero nomine suo deinceps mihi in numis oblata est; unum rarissimum, qui in Mus. As. asservatur, si excipiam numum Alp-Arslani, Sultani de Seldschukidarum in Iran dynastiâ, cusum in el-Rey (*) a. 455 vel 465.

Circa hos autem numos etsi permulta inquirendi observandique mihi locus sit, hîc tamen nonnullas duntaxat eorum caussas paullisper excutere, ut licet, ita sufficiet.

1) Videmus numos fidem firmare auctoribus a Mehdyo cognomen Mu'hammediæ inditum Reyæ esse tradentibus; in ipsius enim Mehdyi numis primum id comparet. Sin autem jam inde ab a. 148 in iis invenitur, id non est quod auctoribus iisdem ædificationi a Mehdyo in urbe Reyâ cœptæ a. demum 158 summam manum impositam esse referentibus repugnare existimes. At auctorem του مجمل التواريخ *Mudschmil-el-tawarich* opus hoc a Mehdyo a. demum 152 inceptum narrantem (**) falsum esse probant numi nostri; quamquam idem alio loco initium ejus ad a. 142 rectius fortasse rejecit; certe numos Mehdyi in الري *el-Rey* cusos jam a. 146 esse vidimus, ita ut suspicari liceat, hanc urbem, nonnullis demum annis post inceptum novæ ædificationis opus elapsis, nomen Mu'hammediæ indeptam esse

2) Numus ille, qui Amini Chalifæ nomini inscriptus et Mu'hammediæ cusus a. 194 est, sed magis etiam, qui a. 195, turbare nos

---

NN. OO. I, p. 82, qui Aghlebidicus est et in ipsâ etiam Afrikiâ, ut videtur, cusus (v. supra p. 450); it. num. Mus. Mediolanensis XXIII, quem non a. 162, sed 192 potius tribuendum dixi in Jen. Ergänz. 1822. N° 57. &c.

(*) quæ hujus principis sedes regia erat. Inde eidem inducias petenti Romanus imperator Græcus, apud Abulf. in Hist. Dyn. p. 346=227, respondet: لا اهادنه الا بالري *non nisi in ipsâ Rey cum eo inducias sum facturus.*

(**) Journal des Savans. 1823, Mars, p. 135.

et in dubitationem adducere potest, quia ex Chondemiro (*) scimus Reyam sub Mamuni ditione Chorasanicâ fuisse, ex Ibn-el-'Amido autem et Sojutyo, Mamunum a. 194, post orta inter ipsum et Aminum fratrem dissidia funesta, hujus Chalifæ regnantis nomen ex precatione publicâ et monetâ exclusisse, et ipsum Imami titulum assumsisse, insequenti vero anno post partam illam de 'Aly ben-'Isa victoriam insignem etiam Chalifam salutatum esse. (**) Quod ad priorem quidem numum, non esse videtur, quod nos impediat, quominus eum paullo ante, quam hoc dissidium inter fratres dicto anno erupisset, Reyæ cusum esse, prout ante hunc annum alii numi cum ejusdem Amini, heredis Chalifatùs, nomine ibidem cusi sunt, conjiciamus. Ad alterum autem numum, cusum illum a. 195, quod attinet, is sane iis, quæ Ibn-el-'Amid et Sojuty ll. ll. memoriæ prodiderunt, parum consentaneus esse videtur; at idem cum Abu'l-fedâ stat ejusque auctoritate tegitur. „Anno 195 (inquit Abu'l-feda) Aminus Ma„muni nomen omitti porro jubebat in precibus publicis e fanorum „suggestibus recitandis. *Ad cum* enim *annum* utrumque nomen in „votis publicis junxerant oratores, ex quo Harun Chalifatum testa„mento legaverat Amino simulque huic successorem futurum subje„cerat Mamunum.“ (***) Atque sane videmus Mamunum, ceu *Chalifam*, anno demum 196 in numis suis comparere, antea autem, et ipso adhuc a. 194, junctos titulos *Emiri* et *Filii Emiri Fidelium* et *Wely Fœderis Fidelium* satis habuisse, quamquam in uno Samarkandensi, quem extremo hoc anno cusum esse existimo, *Emiro* jam *Imamum* substitueret; atque hoc posteriore titulo (*Imam*) unâ cum ceteris duobus (*Fil. Em. Fid.* et *Wely Fœd. Fid.*) etiam in numis a. 195 Balchæ & *Mu'hammediæ* cusis usum esse, in aliis tamen hoc eodem anno, haud dubie *post* gloriosam illam victoriam ex A'ly ben-'Isa reportatam, cusis jam ulterius progressum, ab-

(*) v. supr. p. 471.

(**) v. Ibn-el-'Amid p. 125 et Sojuty apud Adler. in Mus. Cuf. Borg. T. II, p. 34.

(***) v. Abulf. Annales T. II, p. 97 sq.

jectis etiam binis illis titulis *Fil. Em. Fid.* & *Wely Fœd. Musl.*, solum titulum *Imami* servàsse, et huic tandem anno 196 titulum dignitati Chalificæ proprium *Emiri Fidelium* addidisse. Quum itaque ex ipsis Mamuni numis efficiatur, eum anno adhuc 195 *Wely Fœderis Muslimorum* seu heredem Chalifatûs sese dixisse et, licet titulo *Imami* (qui quidem solus dignitatem Chalificam non involvebat) affectato, auctoritatem Chalifatûs Amini nondum rejecisse, patet, primo certe dimidio a. 195 Reyæ potuisse, præter numos Mamùni illis titulis auctos, alios etiam nomine Amini Chalifæ cudi, etsi hi postremi fuerint, quos hujus nomine hæc officina protulerit. Nam Tahir, postquam 'Alyum sæpe memoratum, qui med. mense sexto a. 195 Baghdado Reyam castra moverat (*), infestis armis in ditionem Reyensem penetrâsse intellexisset, edixit, ne Aminum porro, sed Mamunum, pro Chalifà haberent, quo facto copiis suis in hostem eductis pugnam illam commisit, quam momentum habuisse ad totius belli eventum constat. (**)

3) De Tahiridicis numis Mu'hammediæ cusis redi ad ea, quæ supra horum Emirorum numis prælusi. Ad tres autem numos *Samanidicos* Mu'hammediæ cusos quod attinet, eorum caussam atque naturam paullo accuratius explorare par est. Reyam cum aliis urbibus magis adhuc ad Occidentem vergentibus jam ab initio hujus dynastiæ sub ditione Isma'ilis I. fuisse auctor antiquus disertis verbis refert. (***) Subpræfectorum autem curæ, ut tunc, ita postea commissa erat. Verum in turbis motibusque, quibus tunc temporis maris Caspii littoralia meridionalia iisque conterminæ regiones ab 'Alidis maxime agitabantur, fieri non potuit, quin remota provincia Reyensis non semper salva et integra permaneret Emiris Samanidis.

(*) v. Sojuty l. c. p. 34.

(**) v. Abulf. Annal. T. II, p. 99.

(***) The Oriental Geogr. transl. by Ouseley p. 122. add. Mirchond. ed. Wilk. p. 18 sq. Malcolm the History of Persia. T. I, p. 296.

Sic (ad tempora numis nostris proxima ut statim me convertam) a. 303 & 304 (*), quo tempore ipsi Chalifæ subjecta fuisse videtur (**), Reyam cum adjacentibus occupaverat Emirus Jusuf ben-Abi'l-Sadsch (***), eam vero deinde ad conditiones a Munes, Chalifæ duce bellico, latas accedens huic dedidit. Ab hoc cui commissa fuerit urbis præfectura, etsi indicatum non inveniam, illum tamen, qui se nobis offert in numo Hallenbergiano anni 310, *Ahmedem filium Ålyi* (ut recte censuit legendum Castiglioni (****)), vix puto esse alium, quam احمد بن على اخو صعلوك السامانى *A'hmedem filium Ålyi fratrem Sa'luki* (*****) *Samanidæ*, quem a. 307 ab urbe Abhar signa movisse junctisque cum Munesio copiis ad Jusufum filium Abu'l-Sadschi fugandum contribuisse, deinde autem

---

(*) Ita Tarich Manfury. Dschemal-el-din 'Haleby (v. Lokmani Fab. et plura loca &c. ed. Freytag p. 35) ad a. 305 referre videtur.

(**) v. Freytag. l. c. inf.

(***) Jusuf ben-Abi'l-Sadsch nomen in rerum Arabicarum illius ævi historiâ percelebre est. Operæ igitur pretium esse puto, hac oblatâ occasione hujus Emiri strenuissimi de parvâ et sub ipso maxime florente *Dynastiâ Sadschianâ* (الدولة الساجية) indicare numum unicum, quod sciam, sed qui hucusque, ut duumviros præstantissimos, qui edidere, ita reliquos rei numariæ Mu'hammedanæ peritos latuit. Descriptus est in Mœlleri de numis OO. in numophyl. Gothano asservatis Com. I, p. 41, N° XIV et in Tychsenii Com. de Defect. p. 88. Cusus a. 291 in Ardebil, sede Emirorum hujus dynastiæ (v. Freyt. l. c. p. 37.), in A. II. Chalifæ Muktefi nomini subjecta offert nomina legenda hæc يوسف بن ديوداد *Jusuf, filius Diwdadi.* Diwdad (quod nomen ab editoribus ll. cc. minus recte دنوكان *Danukad*, vel كيوكاد *Kiwkad* transscriptum) idem est cum illo, qui vulgo hyionymico suo audit ابو الساج *Abu'l-Sadsch*, a quo nomen traxit hæc dynastia, cujus fatorum et rerum gestarum enarrationem, brevem illam quidem sed maximi faciendam, ex Dschemal-el-dino edendo doctissimus Freytag permagnam gratiam iniit ab omnibus, qui historiæ Arabicæ accuratiore cognitione delectantur. Quod restat, numus hic gemma eorum est, quos ex Museo Gothano cura cel. Mœlleri ad numophilorum notitiam produxit.

(****) Monete Cuf. del Mus. di Milano p. 32.

(*****) De hoc Sa'luk consule 'Hamsam Ifpahan. apud Reisk. ad Abulf. Annal. T. II, not. 279. et Mirchond. ed. Wilken p. 30. 42. 44.

ultimo mense a. 311 ab hoc ipso Sadschide inter Abhar & Sendschan cladem accepisse Dschemal-el-din (*) auctor est. Hunc A'hmedem Samaniden Reyæ subpræfectum nomine Nafri II. fuisse, mihi perquam credibile est. (**)

A. 313 Reya a Fatik, quondam armigero Jusufi filii Abi'l-Sadschi, occupata fuerat, sed mox Nafr II. Emirus Samanides, qui a Muktediro Chalifà vocatus eo castra moverat, urbem usurpatore ejecto recuperabat (***). Nafrus ei Simdschurum Dawaty præficiebat; cui posthac revocato *Mu'hammedem ben-Sa'luk* (محمد بن صعلوك) substituebat. Hic Mu'hammed hoc ipso anno (?) morbo correptus 'Hasano ben-Kasim 'Alidæ et Makan ben-Kaki ex Tabristano advocatis provinciam suam cedebat, nec ita multo post fato perfunctus est. 'Alide 'Hasano aliquamdiu post (mense 9 a. 316 (****)) occiso, *Asfar ben-Schirweih* (اسفار بن شيرويه) *Reyam* unâ cum provinciis vicinis occupabat. Is ab initio quidem in Chutbâ publice Nafro Emiro fidem promittere, sed mox rebus novis studere et summam Muktediri Chalifæ pariter atque Nafri Emiri auctoritatem detrectare. Quo motus Samanides hic a. 317 contra eum movebat, nec tamen *Reyam* perveniebat, nam, re amice compositâ, sub conditione annui tributi solvendi in provinciâ occupatâ confirmatus est *Asfar*. (*****) Quæ quum ita sint, *Mu'hammed ben-Âly*, qui a. 315 *Mu'hammediæ* cudit numos cum Chalifæ et Nafri Samanidæ nominibus tum suo ipsius nomine auctos, idem esse videtur atque *Mu'hammed ben-Sa'luk* Mirchondi, nec diversus ab illo

(*) v. Freytag l. c. p. 37. 38.

(**) Accedit, quod numus ipsius Nafri II. Samanidæ nomen gerens hoc eodem a. 310 Mu'hammediæ cusus b. Tychsenio innotuisse videtur.

(***) Id (si huc, ut opinor, referendum est, quod de Nafri itinere Reyam suscepto narrat Abu'l-feda in Annall. T. II, p. 350) factum est a. 314.

(****) v. 'Hamsa l. c. not. 279 & 291.

(*****) v. Mirchond. ed. Wilk. p. 44 sq.

Mu'hammede ben-Äly ben-Sa'luk, qui ab Ibn-Abi'l-Sadscho a. 303 *Reyâ* exturbatus esse in Taricho Mansury traditur et qui deinceps fortasse in provinciam suam restitutus est. Fuit ergo et ipse Samanides, et Emiri Nasri subpræfectus. Alterum autem numum, aureum quidem, quem a. 317 *Mu'hammediæ* cum nominibus Chalifæ et Emiri Samanidæ signatum esse vidimus, ab *Asfaro ben-Schirweih* (*) in homagii signum cusum et de numero eorum esse existimo, quos hic Nasro in tributum annuum præstare tenebatur.

4) Jam ad quartum et postremum numorum Kuficorum Mu'hammediæ cusorum genus, *Buweihidicos*, transeamus. Scimus Merdawidschum, occiso Asfaro (a. 319), ejus ditionibus omnibus, in quibus et *Reya* erat (**), potitum esse (***), et, ipso etiam de medio sublato (a. 323), de iisdem cum Waschmegiro ejus successore 'Emadum Buweihiden multum ac diu contendisse. (****) At interea *Reya* quidem Waschmegiro ab Abu-'Aly, duce copiarum Nasri II. Samanidæ, a. 329 erepta est. (*****) Scimus porro ex Mirchondo (ad a. 332 sqq.), quot deinde imperii vices hæc urbs subierit, ut quæ jam Rukno Buweihidæ, jam Emiro Samanidæ, jam aliis usurpatoribus parere cogebatur; (******).

(*) Erat de familiâ τῶν وروداداوندان (?) v. 'Hamsa l. c. not. 291.

(**) v. Ibn-el-'Amid p. 191. Abulf. Ann. T. II, p. 352.

(***) Præ se ferebat obedientiam (Samanidæ), Chorasanæ, nomine Chalifæ, Præfecti اقام بها (يعنى بمملكته) مظهرا طاعة عامل الخليفة بخراسان inquit Ibn-el-'Amid p. 192 sup. ubi male Erpenius: „Fuerat in Tabristanâ *Mutahhar Ataas* Præfectus Chorasanæ; nomine Chalifæ.“ Nehilum quidem hîc subolui b. Diezio in Buch des Kabus p. 37.

(****) v. Abulf. Ann. T. II, p. 394.

(*****) v. ib. p. 414.

(******) Hîc ne quem turbet locus Mas'udyi ex vers. cl. Habichtii (in cl. Klaprothii Beschreib. der Russ. Provinzen &c. p. 257), ubi, qui c. a. 332 *Reyam* aliasque 'Irakæ Pers. regiones tenebat, *Adschum Dawan* dicitur, moneo hoc utrum-

sed a. certe 314 *Ruknum* possessionem ejus tenuisse, eâque quum eum movere moliretur 'Abd - ul - melik I. Samanides, rem bonâ cum gratiâ inter ambos esse compositam. (*) Similiter *Ruknum* a. 356 *Reyam* tenuisse, eamque ab eo recuperare quum denuo tentâsset Samanides (Mansur I.), certis conditionibus pace inter ipsos compositâ (a. 361) ab armis cessatum esse, idem Mirchondus nos docet. (**) Jam in horum posteriorum annorum intervallum bini illi incidunt, quos supra commemoravimus, numi *Mu'hammediæ* a *Rukno Buweihide* cusi, alter a. 345, alter a. 355. Quo pacto de urbe Reyâ in numis etiam Buweihidarum obviâ dubitare neutiquam liceat. Sed quid multa? „Reya est hac nostrâ memoriâ, inquit „Ibn - 'Haukal, summum 'Irakæ Persicæ Diwanum sedesque Emira- „tûs; nam ejus rex Abu-'Aly 'Hasan ben - Buweih ('Emad - el - daula) „in eâ sibi familiæque suæ sedem ac domicilium constituit. Tota „ipsi paret provincia &c." (***) Nec non Dschems - el - din Dimeschky (****): „Reya sedes imperii Buweihidarum fuit."

Hæc (spero) ad sententiæ meæ, quâ Mu'hammediam numorum Kuficorum non esse aliam urbem quam Reyam asserui, veritatem probandam sufficient. Mirari autem subit, hoc hujus urbis cognomen, etsi tritum olim et pervulgatum fuerit et in numis Kuficis per duo sæcula obtinuerit, deinceps adeo in desuetudinem non solum sed in oblivionem etiam abiisse, ut, quemadmodum supra vidimus, vel ipsum Jakutum, hominem litteratissimum et cum primis in libris geographicis & historicis versatum, diu fugere potuerit, et

que nomen haud dubie corruptum esse ex سيمجور دواتى *Simdschur Dawaty*, quod in Arabicis quidem fieri poterat ut pro دوان عجوم haberetur. De hoc autem Simdschuro adi Mirchond. Hist. Samanidarum.

(*) v. Mirch. ed. Wilk. p. 70.

(**) ed. Wilk. p 76 sq. coll. Abulf. Ann. T. II, p. 512.

(***) v. Uylenbroek l c. p. 8 = 10.

(****) ib. p. 53 = 102.

Ibn-Challekano, doctissimo illi vitarum excellentium virorum scriptori, ignoratum mansisse videatur. Nam locus in extremâ vitâ Ibn-Farisi apud ipsum obvius, qui ita habet : توفى سنة تسعين وثلثماية بالرى وقيل انه توفى فى صفر سنة خمس وسبعين بالمحمدية والاول اشهر et cui de Reyâ quidem notissima nonnulla, sed de Mu'hammediâ ne verbulum quidem subtexuit, satis superque prodit, eum et ipsum in hujus nominis ignoratione versatum esse. Tales autem si hæc Reyæ appellatio fugere potuerit, minus miraberis, si eandem nec apud Edrisyum, Kaswinyum, Ibn-el-Wardyum, Abu'l-fedam, 'Hamd-ullahum, Bakuwyum similesque nec apud ullum Europæorum recentiorum, qui de Persiæ geographiâ scripserunt (veluti Wahlium, Kinneirium, Ouseleyum, ingentem aliorum turbam ut taceam) deprehendas.

Jam restare video, ut ejus, quæ de illâ appellatione, quasi Baghdadum ipsam vel ejus certe partem aliquam indicet, hucusque obtinuit, sententiæ levitas demonstretur. Sed hoc quidquid est negotii piget me suscipere. Suscipiat, cui magis, quam mihi nunc quidem, vacat.

Nec ipsius Reyæ fata hîc persequi et enarrare consilii mei ratio fert; quamquam vellem existeret, qui urbis hujus ut antiquissimæ ita nobilissimæ historiam a summâ inde memoriâ repetitam ad novissima tempora, quæ ruinis dudum sepultam viderunt, pertextam ex scriptoribus Orientalibus maxime et itineratoribus recentioribus singulari libro exponeret. Digna profecto quæstio est, quæ vel post ill. Ouseleyi curas (*) accurate et diligenter pertractetur. Equidem iis, quæ supra de cognomine Mu'hammediâ exposui, hîc non addo, nisi paucula de aliis nonnullis nominibus, quæ huic urbi fuisse auctores Mu'hammedani tradunt (**), parum illis, ut video, in vulgus notis.

(*) v. Travels in various countries of the East T. III, p. 174 — 199.

(**) Ex scriptoribus Græcis constat, eam præter Ραγα (Ραγαι, Ραγεια) etiam Ευρωπος & Αρσακη (Αρσακεια) appellatam fuisse. — Ipsi nomini

Quorum 1) primum est رام فيروز *Ram - Firus*, quo eam a Firus filio Jesdedscherdi, qui condiderat, appellatam esse refert 'Amrany (العمرانى) (*), et ex quo ام فيروز *Omm - Firus* (**) corruptum esse puto (***) 2) Dscha'far filio Mu'hammedis Rasy auctore (****), كانت الرى تدعى فى الجاهليته ازادى „Reya tempore της αγνοιας s. ante „Islamismum ortum *Asadi* vocabatur." Sed orthographia hujus nominis num recte habeat, in medio relinquo. 3) In simili ambiguæ scripturæ caussâ versatur nomen بورانجير (vel بوزانجير), quod eidem antiquissimo tempore fuisse, et deinceps in بهورند mutatum esse Ibn-el-Kelby (apud eund. Jakut.) refert. 4) 'H. Chalfa in Dschihan-numa p. 291, „Mehdy Chalifa, inquit, sub Manfuri pa- „tris Chalifatu præfectus Reyæ aliquot annos hac in urbe com- „morans eandem restauravit novisque auxit structuris. Ibidem quum „ipsi natus esset filius Raschid (*****), huic urbi tunc temporis no- „men *Mehdiæ* (مهديه) imposuere." At hîc vereor ne quid erratum sit a Turcâ doctissimo, et vocabulum Mu'hammedia cum Mehdia male permutatum; quamquam in *Mehdy - Abad*, quod supra p. 495 apud Abu-Sa'adûm deprehendimus, fortasse habeat, quo se tueatur.

Nec id ad extremum silentio transibo, quod, si Ibn-el-Fakiho (******) aurem præbes, Reyæ etiam in Veteri Testamento Ebræ-

---

الرى *el - Rey* notionem *pulchritudinis* subesse (ومعنى الرى الحسن), Schems-el-din Dimeschky l. c. ait.

(*) Apud Jakut. in Lex. geogr. maj.

(**) Apud Schems-el-dinum Damascenum. v. Uylenbr. l. c. p. 83 = 102.

(***) Ab Eutych. (Ann. II, p. 110) *Ram - Firus* hæc in كسكر *Kesker*, qui nomus Wasitanus, non, ut Herbelotio visum, regio Cosgar in Turkistaniâ est, collocatur. In Tarichi Fenay fol. 28 invenio inter urbes ab hoc Firuso conditas *Firus - Ara* (فيروز ارا) *in tractu Reyensi*. In Dschihan-Ara (v. Ouseleys' Epitome p. 52) est *Firus - Behram*.

(****) Apud Jakut. l. c.

(*****) Ultimo mense a. 148.

(******) Proprie A'hmed ben-Mu'hammed Hamadany, scriptor antiquus, ut qui med. sæc. IV. H. floruisse videtur. Supra p. 493 male (puto) audiebat *Mu'h. b. A.*

orum mentio facta sit. Ita quidem Jakutus in Lex. sæpe laudato: مكى ابن الفقيه عن بعض العلماء وقال فى التورية مكتوب الرى باب من ابواب الارض واليها منجر الخلق „Ibn-el-Fakih ex auctoritate alicu„jus viri docti narrat, in Pentateucho scriptum esse: „„Rey una „„de portis terræ est, ad eamque tanquam ad scopum undique „„tendunt homines.““

16.

Rarissim. notab. cus. بمدينة ماه الكوفة سنة : : : مايتين *in urbe Mah-el-Kufâ* (vid. Tab.) *anno ducentesimo* : : : . (a. 240 = Ch. 854-5.)

A. I. pp. المعتز بالله *El-Mu'tess-billah.*

A. II. pp. *El-Mutewekkil-'al'-allah.*

Notationis anni non restat quidem nisi numerale centenarium, reliquâ parte prorsus deletâ; si quid tamen ex hujus spatio satis angusto judicare licet, unum duntaxat numerale intercidit, denarium scilicet, ita ut numus sit anni 240. Hujus quidem anni jam novimus numum ex Museo Pflugiano (*), sed Mu'hammediæ cusum et in inf. A. I. gerentem *Abu-Âbd-ullah*, pro quo in hoc *el-Mu'tess-billah* legitur, quo titulo hunc filium Mutewekkili postquám rei monetariæ administrandæ præfectus esset, ornatum fuisse, mihi credibile est; ita ut numus hic Sprewitzianus, etsi ejusdem anni atque Pflugianus, eo tamen paullo posterior existimandus sit. Quod autem in hoc numo primum (**) nobis se offert urbis nomen et ipsum postulat, ut in eo illustrando diligentiorem operam locemus.

(*) v. Beiträge p. 34.

(**) Recurret deinceps in numo Buweihidico N° 22.

Nomine ماه الكوفة *Mah-el-Kufa*, vel, ut plenius in hoc quidem numo est, مدينة ماه الكوفة, indicatur الدينور *Dinewar* (aliis *Deinewar*) urbs in provinciâ Dschebal s. 'Irakâ Persicâ (in hodiernâ quidem Kurdistanâ Persicâ) sita. (1) Recentiores quidem peregrinatores & geographos (2) hæc hujus urbis appellatio fugit, haud dubie quod diu obsolevit. Verum, ut in hoc tertii alioque quarti sæculi H. numo, ita in veteri Arabum historiâ comparet, veluti apud Nikbyum in provinciarum sub 'Omaro Chalifâ expugnatarum narratione (3), item apud Abu'l-fedam ad annum 299 (4). Etiam geographi Arabes &c. probe noverunt. Ibn-'Haukal Mah-el-Kufam simul et ماه البصرة *Mah-el-Bafram* memorat, licet, quas urbes hac denominatione innuat, non addiderit. (5) Jakut autem in Lexic. geogr. majore, auctor libri Merafid (6), Firusabady, Nikby, Nafir-el-din et Ulugh-Bey (7) disertis verbis nos docent, Mah-el-Kufa nomen esse urbis Dinewar, ut Mah-el-Bafra (8) vel ماه الدينار *Mah-el-Dinar* nomen urbis *Nehawend*. Abu'l-feda nomine Mah-el-Kufa non solum urbem Dinewaram, sed simul etiam ejus ditionem (هى واعمالها) comprehendit (9); nomine autem Mah-el Bafra non urbem Nehawend, sed *Hamadanam* ejusque ditionem afficit (10).

(1) Huic urbi 'Abd-ullahum Tahiriden certe a. 213 præfuisse Ibn-Challekan refert.

(2) Nominare sufficit 'H. Chalfam, Kinneirium, Ouseleyum, Hammerum.

(3) v. Notices & Extr. T. II, p. 373.

(4) v. Annal. T. II, p. 321, ubi nota ven. Adleri parum ad rem facit.

(5) v. Uylenbr. Spec. geogr. hist.

(6) ib. p. 75. 77.

(7) Binæ Tabulæ geogr. p. 15 & 47. At ibi Gravius, vertens „*Dainawarmah Alkufah*," et ipse prodit se hujus appellationis naturam parum cepisse.

(8) Habes hoc apud Abulfar. in Hist. Dyn. p. 183. t. et in Ockley's Gesch. der Saracenen. T. I, p. 388.

(9) Uylenbr. l. c. p. 54.

(10) ib. p. 57. Per imprudentiam autem factum esse puto, ut Reiske in suâ Geographiæ Abulf. versione (Tab. XIX.) utroque loco omnem hanc de hac geminâ appellatione observationem tacitam prorsus relinqueret.

Suspicari quidem posses commissum errorem, quo ad Hamadanam relatum sit, quod ad Nehawendam referri debebat; id quod per Tabularum, quæ in codicibus msptis Geogr. Abulf. obtinet, rationem facile accidere potuisset. Verum ex Jakuto et libro Merafid (*) patet, non *Nehawendam* solum, sed *Hamadanam* etiam et *Komm* nomine *Mah-el-Bafra* comprehensas fuisse. Neque tamen ibidem appellatio الماهان *el-Mahan* s. *duo Mah*, quâ plerique reliqui auctores Dinewaram et Nehawendam complectuntur, ad illas etiam urbes extendi videtur.

Caussam autem, cur urbibus Dinewar et Nehawend nomina *Mah-el-Kufa* et *Mah-el-Bafra* indita fuerint, tradunt esse hanc, quod Kufensium maxime militum ope illa, Bafrensium hæc expugnata sit, ideoque suæ singulis urbis expugnatæ cesserit tributum. (**) Auctorum laudatorum prior quidem hoc regnante Mo'awiâ Chalifâ factum esse asserit, reliquis id ad 'Omari I. Chalifatum referentibus. Atque cum his facit etiam celeberrimum Lexicon Persicum Ferheng Dschihangiry, quod quum et in narrandâ re gestâ paullulum ab illis dissideat et insuper interpretationem vocabuli *Mah* addat, totum locum ex codice ejus in Mus. As. Acad. Petrop. asservato describere haud ab re fuerit. در تاریخ طبری مسطور است که حذیفه بعد از فتح همدان چون نهاوند شهری خرد بود وانهمه سپاه برنداشت بدو نیم کرد هرچه سپاه بصره بود بنهاوند فرود امدند وانچه لشکر کوفه بود بدینور نزول نمودند چون ماه بزبان پارسی پهلوی شهر ومملکت را کویند نهاوند را

(*) Uylenbr. p. 75.

(**) v. Mobarrek ben-Sa'id apud Jakut. in Lex. maj. Auct. libri Merafid apud Uylenbr. p. 75 & 77. Golius ad Ferghan. p. 222. Ceterum simili fere ratione Arabes quibusdam urbium Hispaniæ captarum occupatarumque indidere nomina mutuata a patriis, quas in Asiâ tenuerant, sedibus, veluti urbs Jaën vocata est Kinnesrin a copiis Kisnesrinensibus, quæ ibi considebant, Hispalis vocata 'Hems (Emessa) &c. v. Casiri Bibl. II, 252 et Grangeret de la Grange in Journal Asiatique Tom. IV, p. 369.

ماه بصره ودینور را ماه کوفه می کفتند لهزا عربان این هر دو ماه را ماهین میخواندند „In Chronico Taberyi memoriæ proditum exstat, 'Hosei-„fam (*) captà Hamadanì, quum Nehawendam angustiorem, quam „quæ totum ipsius exercitum caperet, deprehendisset, in duas eum „divisisse partes, et copias Bafrenses in Nehawendâ, Kufenses in „Dinewarà collocari (jussisse). Jam quum *mah* in linguâ Persicà „Pehlwicà *urbem* et *regnum* designet, Nehawenda nomine *Mah-Ba-„fra*, Dinewara autem *Mah-Kufa* appellabatur. Ideoque Arabes hæc „duo Mah *Mahein* nuncupant.“ Cum his plane concinunt aucto-res Lexicor. Pers. Burhan-kati' (**) et Ferheng-schü'ury. (***)

Significationem Pehlwicam, *regni* quidem, etiam Nikby (l. c.) vocabulo *Mah* subjicit; Jakut autem in Lex. geogr. maj., et Samach-schary apud eundem, nec non auctor libri Merafid et Firusabady in Kamuso idem interpretantur قصبة البلد (****); at vocem قصبة, quum ambigua nec unius significationis sit, quo sensu hîc accepe-rint, dubium est; nam tum de *primariâ* s. *potiore urbis parte*, tum de *arce*, tum de *emporio*, tum de *oppidulo pagove* usurpant. (*****) In vocabulariis Pehlwicis ab Anquetilio editis (******) video p. 516 *mata*, *village*, *gros bourg*, et p. 443 *matahan*, *villages*, *gros*

(*) a. H. 21. v. Ibn-el-'Amid p. 25. coll. Abulf. Annal. T. I, p. 248.

(**) ed. Calcutt. p. 841. Constantinop. p. 749.

(***) T. II, p. 358.

(****) Samachary quidem l. c. ita scribit: اهل البصرة يسمون القصبة بماه فيقولون ماه البصرة وماه الكوفة كما يقولون قصبة البصرة وقصبة الكوفة „Bafrenses kasabam appellant *Mah*, indeque dicunt *Mah-el-Bafra* et *Mah-„el Kufa* eodem sensu ac si dicerent Kasabet-el-Bafra et Kasabet-el-Kufa.“

(*****) v. Firusab. in Kamus. Gol. ad Ferghan. p. 182. S. de Sacy ad Relation de l'E-gypte par Abd-allatif p. 434. & 573. Fundgr. d. Orients. T. I, p. 220. — Meidany in Onomastico القصبة & البيضة explicat per میان شهر *mediam partem urbis.*

(******) v. Zend-Avesta T. II.

bourgs. Censeo hoc ipsum esse, quod illi auctores innuerunt vocabulum Pehlwicum, quamvis Jakutus ماها خالصة *cum h purâ* (non punctatâ ة) scribi moneat, idemque et in Syriaco מחא *moto* et Talmudico *mata* (*locus*, *urbs*) agnosco.

Diversas autem, quas in hac voce concurrere videmus, notiones *regni*, *urbis*, *vici*, *fori*, haud scio an ita inter se concilies, ut originariam ejus vim conjicias fuisse *locum*, quæ deinceps per temporis decursum et rerum publicarum vicissitudines usu diversas illas in formas variata sit. Conferri autem velim Germanorum Ort, quod et ipsum cum ad districtum certis finibus circumscriptum (veluti die 13 Orte der Schweiz, d. i. die 13 Cantone derselben) tum ad urbem, arcem, oppidum, vicum (e. c. ein fester, ein offener Ort) designandum adhibetur, item Russ. мѣсто (mèsto, locus), quod in Biblior. versione Slawonicâ et de tractu vel regione usurpatum est, veluti Act. Apost. XXVII, 2: восхотѣвше плыти во Асійская мѣста, *μελλοντες πλειν τȣς κατα την Ασιαν τοπους*, et ejus diminutivum мѣстечко (*mèstetschko*, parvus locus) de oppidulo, vico, foro; quâ eâdem in caussâ etiam *miasteczko* apud Polonos versatur, qui præterea et ipso *miasto* (locus) de urbe vel civitate utuntur. Quid? quod hæc ipsa vocabula Slawonica cognatione teneri puto Pehlwici, quod omnino quam latissime diffusum est. Nam illa Mah-el-Kufa et Mah-el Basra, tantum abest, ut sola sint, in quibus hoc vocabulum compareat, ut etiam multa alia urbium et regionum nomina ex eodem composita deprehendantur. Sic ماه البقرة *Mah-el-Bakra* cognomen urbis Sohreward apud Nasir-el-dinum (l. c. p. 17) et ماه السند *Mah-el-Sind* (si lectio sana) apud Abulf. (Ann. II, p. 522) occurrit, atque ab 'Hamsà filio 'Hasani (apud Jakut.) commemorantur hæc: ماسبذان *Ma-sebedan* (al. Masendan, Masidan, v. supr. p. 420) in tractu Sirewan (9 mill. Arab. ab urbe Karmaschin s. Kermanschahan), ماه شهرياران *Mah-Schehrjaran* nomus, in quo oppida Tur, Metamir & Berbitia, cis 'Hulwanum, ماه نهر اذان *Mah-Nahrasan* in eodem tractu, ماه بسطان *Mah Bastan*

nomus in provinciâ Kumis, ماه هروم *Mah-Harum* nomus in Mesopotamiâ, ماه كران (contr. مكران) provincia Mokran, ماه سكان s. ماسكان *Mah-Sekan* (*) (et simpl. سكان) ead. q. Sedschistan. „Hac eâdem ratione usi, addit auctor postremo loco laudatus, Dschin i. e. Sin (Sinam) appellârunt *Mah-Dschin* “ وعلى ذلك سموا جين التى هى الصين ماه جين ايضا Quæ observatio a novitatis certe gratiâ commendatur. Ipse quidem 'Hamsa τῷ ماه *Mah*; ut in ceteris, ita hoc etiam in nomine notionem *lunæ*, quâ *mah* in linguâ Persicâ gaudet, subjecit; (**) sed insulse prorsus. Significationi hujus vocabuli Pehlwicæ hîc quoque, si utique hoc nomen ad hanc ipsam classem referre visum fuerit (***), inhærere præstat, ita ut nomen hoc, vulgo ماجين *Madschin* exaratum, vertendum sit *regnum Sinarum*. Adque ejus exemplum etiam aliud nomen famosissimum *Magog*, מגוג, ماجوج, explicare liceret *regnum Gogi* (Gog scil. nomen principis hujus

(*) Inde الفانيذ الماسكانى saccharum Masekanense. cf. Ouseley's Orient. Geogr. p. 153.

(**) Ita quidem ille hac de re sententiam suam aperit. „In Persarum terris, inquit, „multæ exstant urbes, quarum nomina cum *lunâ* composita sunt. — *Mah* „enim denotat *lunam*, quod vocabulum omni urbi in solo ubere et fertili sitæ „præfigunt, quatenus luna vim benignam habet ad rores atque aquas, omnis „ubertatis caussas.“ وكان (فى) ممالك الفرس عدة مدن مضافة الاسما الى القمر — ان ماه الذى هو اسم القمر انما يقحموه على اسم كل بلد ذى خصب لان القمر هو الموثر فى الانداء والمياه التى منها الخصب Eandem vocis potestatem retinens, sed improprie accipiens Dimeschky (*a*) nomen Mah-el-Kufa (quod quidem male Nehawendæ attribuit) per قمر الكوفة *lunam Kufæ* interpretatur urbique inditum esse vult لحسنها وعمارتها „propter ædificiorum suorum pulchritudinem et frequentiam;“ constat nimirum, lunam ad pulchrum quidque et venustum ab Arabibus transferri.

(***) Erit enim ejus etymologia potius in linguâ Sanscriticâ quærenda et *Matschin*, proprie *Maha-Tschin* vertendum *Sina Magna* (i. e. S. meridionalis). v. Deguignes Geneal. chronol. Einleit. zur Gesch. der Hunnen p. 68. Ritter's Erdkunde (ed. 1.) T. I, p. 655.

(*a*) v. Uylenbr. p. 83.

populi perhibetur (*)). Sed redeamus ad nostrum ماه, unde sumus egressi.

Supra vidimus, nomine الماهان *Mahan*, *Mahein*, s. duorum Mah, urbes Dinewar & Nehawend, vel juxta alios auctores, cum hac posteriore simul et Hamadan & Komm comprehensas fuisse. Sed amplificato sensu Ibn-'Haukal (**), „inferiora, inquit, montium (qui „ex provinciâ Dschebal in Aserbeidschanam et ultra porriguntur) „inde a tractu Schehersuræ ad tractum Kaschani finesque Chusi- „stanæ nota sunt nomine *Mahan* s. duorum Mah, Mah scil. el- „Kufæ et Mah-el-Bafræ;" idem alio loco, (***) „Dschebal provincia „comprehendit Mah-el-Kufam et Mah-el-Bafram et quidquid cum „his ambabus conjunctum et a nobis ad earum tractus (****) rela- „tum est." In his posterioribus deprehendere mihi videor الماهات *Mahat* seu reliquas *Mahas*. الماهات *Mahat* scil. numerus pluralis est, quem, observante Jakuto, Arabes ex vocabulo ماه *mah* formarunt. Hæ *Mahat* s. Mahæ apud hunc, quem modo dixi, auctorem (*****) passim occurrunt, licet propriam ejus notionem definitione non declaraverit. Etiam Mas'udy (******) *Mahat* conjuncte cum

(*) Ezech. capitt. 38. & 39. — Etiam Gesenius, vir doctissimus, *ma* hujus nominis *sedem* seu *locum habitandi* denotare conjecit. v. ej. Handwörterb. Art. מגוג et Ausführl. Lehrgebäude der Hebr. Spr. p. 513. — Moneo, in dialectis Finnicis (ut Permensium, Wogulorum) *ma* significare *terram*; in illis autem plagis Asiæ septentrionalibus, quas populi varii Finnicæ stirpis sive tenuerunt sive etiamnunc tenent, Gog et Magog Ebræorum s. Jadschudsch & Madschudsch Arabum quærere oportet. — In ipso etiam *ma* s. *me*, Mim loci, apud Arabes &c. illud *Mah* latere verisimile est.

(**) apud Uylenbrœkium V. C. l. c. p. 7 = 9.

(***) ib. p. 3 = 3.

(****) Suspicor pro اضعافوها legendum esse اصقاعها

(*****) Artt. ماهان & ماه

(******) in Notices & Extr. T. VIII, p. 160 Quæ ibi addita leguntur: ce nom designe e territoire de Cufa, celui de Bafra &c. non ad rem faciunt.

Dschebal commemorat. Nec non apud Ibn - 'Haukal offeruntur هزان واللاهات *Hamadan et Mahat.* (*) Etiam Eutychius, „Kobad „filius Firusi, inquit, urbem in finibus τῶν *Mahat* condidit, cui „'Hulwan nomen." (**) Denique 'Isa Bar - 'Aly in Lexico Syriaco-Arabico apud Michaël. ad Castelli Lexicon Syr. p. 484 : ܡܕܝܐ اهل اللاهات (sic l. pro الهات) مثل الدينور (sic leg. pro علدينور) واهل الجبال الى الاهواز (s. l. pro جل) حد „*Madojo* (s. *Medi*) sunt incolæ τῶν „Mahat, veluti Dinewaræ [quam Mah-el-Kufa audire vidimus] et „incolæ provinciæ Dschebal ad fines Ahwasæ usque." (***) Ex omnibus istis locis non sine probabilitate concludere mihi videor, *Mahat* esse ipsam provinciam Ματιανὴν (****), quam Strabo et Ptolemæus circa Atropatenen et magis etiam versus meridiem secundum montes in Armeniæ et Assyriæ finibus Orientalibus sitos porrigi dicunt (*****), ita ut fere hodiernæ utriusque *Kurdistaniæ* (Turciæ & Persicæ) finibus comprehendatur. In hac ipsâ autem, ut Dinewar et Nehawend, ambæ illæ Mah, nec non Sohreward Mah-el-Bakra dicta, ita urbes Schehersur, 'Hulwan, Mah-Schehrjaran, Mah-Nahrasan, Masebedan, quas ante commemoravimus, exstiterunt vel etiamnunc exstant; Hamadan autem et Komm, quas simul cum Nehawend nomine Mah-el-Bafræ vocari vidimus, item Kaschan, ad quam tractum Mah in porrigi Ibn-'Haukal dixit, haud adeo pro-

---

(*) apud Uylenbr. p. 8 = 10 ubi vir cl. minus recte pro اللاهان *Mahan* habuit. cf. ib. not. cl Hamakeri p. 107.

(**) Male Pocock. in indice Emendatt. اللاهان *Mahan* legendum conjecit. Sed quod in textu et versione Pocockianâ est حروان „*Harawan*", non dubito, quin corruptum eique حلوان *'Hulwan* substituendum sit. Etiam alii auctores (v. Tarichi Fenaï fol. 29. Dschihan-Ara in Ouseley's Epitome of the anc. hist. of Pers. p. 54. Lubb-el-Tawarich p. 40) 'Hulwan vocant urbem a Kobado conditam.

(***) Michaëlis, ut textum hunc mendosissime descripsit, ita vertendo parum accurate expressit.

(****) Fac memor sis τοῦ *mata* supra ex ling. Pehlwicâ et Aramæâ adducti.

(*****) v. Cellarii Notitia Orbis antiqui T. II, p. 666. Mannert's Geogr. der Griech. u. Römer T. V, P. II, p. 142 sq. 152 sq.

cui sitæ sunt in provinciâ Dschebal, s. (recentiore appellatione (1)) 'Irak 'Adschemy, quæ fere *Mediam magnam* constituit (2); *Matianam* autem provinciam huic ipsi Mediæ accensitam fuisse, ex Strabone (3) discimus. Adde, quod Stephanus Byzant. Matianam partem Mediæ vocat. Quæ quum ita sint, non mirabimur, qui jam Bar-'Alyum Medos per incolas Mahat totiusque Dschebal explicare vidimus, fieri potuisse, ut, quemadmodum alibi regna vel regiones a suarum provinciarum aliquâ nomen traxerunt (4), ita *Mahat* ad universam etiam Mediam designandam adhibitum sit. Id quidem usu venit in pluribus librorum biblicorum interpretationibus Arabicis. Sic Gen. X, 2 Sa'adjah Gaon nomen Ebraicum מדי *Madaï* (Media) reddidit ماهات *Mahat*, eodemque modo in loco parallelo 1. Chron. I, 5 is, qui versionem Syr. Peschito dictam in Arabicum sermonem transferebat, nomen Syriacum מדי *Modoï* interpretatus est; nec non Dan. V, 28. 31. VI, 8 in versione Arabicâ, quæ ex Græcâ fluxit, Græcum Μῆδες vel Μῆδοι arabice versum est ماهى *Mahy* et ماهيون *Mahyjun*, quo posteriore etiam Sa'adjah Gaon Jes. XXI, 2 ad Ebr. מדי exprimendum usus est. Quid? quod Ibn-Sina (5), arabice reddens locum Diascoridis (6), pro auctoris Græci Μηδεια posuit بلد ماه *terra Mah.* Non est igitur, quod dubites, usum loquendi, qui sæculis adhuc IX. X. & XI. obtinebat (ex hoc enim temporis intervallo sunt, quos laudavimus, 'Isa Bar-Aly (7), Sa'adjah Gaon (8), et Ibn-Sina (9)), id tulisse, ut antiquâ appellatione الماهات *Mahat*

---

(1) Tempore demum Seldschukidarum in usum venisse videtur.

(2) Male Michaëlis (Spicil. Geogr T. I, p. 36) et alii ad Schirwanam et Aserbeidschanam Mediam veterum restringunt.

(3) v. Cellar. l. c. Mannert l. c. p. 153.

(4) Veluti Ahwas passim æque late sumitur ac Chusistan, cujus illa pars est.

(5) Canon p. 222 inf.

(6) Dioscoridis Libri VIII. Parisiis 1549 fol. 171, b.

(7) Claruit circa a. Chr. 885.

(8) Floruit priore sæculi X. dimidio.

(9) Mortuus est a. H. 428 = Ch. 1036-7.

(seu ماه بلاد *terra Mah*), quæ deinceps prorsus obsolevisse videtur, *Media* designaretur. Simulque intelligitur, quo loco habenda sit conjectura de hoc nomine a Michaëlis in medium prolata (*). Is, post Bochartum qui se vocabulum *Mahat* apud Arabicos interpretes Bibliorum obvium non capere ingenue professus erat, „suspi„cor, inquit, in hoc nomine describendo errorem a librariis admis„sum esse, qui forte sensim in usum linguæ Arabicæ apud Chri„stianos immigravit, *h* pro *d* posito, quæ litteræ in libris manu„scriptis sunt nonnunquam similes. Certe, pro ماهى *mahy* Jes. „XIII, 17. Dan. VI, 12. (8.) 15. (8. 20.) inque versione ab Er„penio editâ Act. II, 9 مادى *Mady* rectius, ut opinor, scriptum „est; idemque et reliquis locis rescribendum puto. Quæ si recte „conjeci, Arabicis interpretibus cum reliquis coiit concordia, solâ li„brariorum culpâ turbata, pro Medis Mahos supponentium.“ (**) Temere tentavit optimas lectiones iisque substituit, quæ ab Arabicâ linguâ prorsus alienæ; مادى enim pro Medo non nisi Christianorum, Arabismi genuini parum peritorum, usus loquendi introduxit. (***)

Sed eidem Michaëlis, præter locum ex Bar-'Alyi Lexic. Syr. Arab. depromtum, quem supra in rem nostram convertimus, alium adhuc ex eodem auctore desumtum, brevissimum illum quidem sed

---

(*) in Spicilegio Geogr. Hebr. ext. T. I, p. 37 sqq.

(**) Etiam ven. Paulus Jes. XXI, 2 τω ماهيون *Mahyjun*, quod optime legitur apud Sa'adjam, substituendum ماديون *Madyjun* conjecit. v. R. Saadiæ Versio Jesaiæ Arab. Fascic. I, p. 113 et Fasc. II, in App. Spec. Vers. Ar. Jes. ex Cod. Hunt. exhib. p. VII.

(***) Hunc errorem a Michaëlis admissum num recentiores Bibliorum interpretes jam correxerint simulque caussam nominis *Mahat* jam explanaverint, dicere non habeo. Nec tamen fecisse videntur; certe enim neque a Rosenmuellero in Schol. ad V. T. vel in Handbuch der bibl. Alterthumskunde T. I, P. I. Cap. V. de Mediâ, neque a Vatero in Commentar üb. d. Pentateuch aliquid hac super re annotatum deprehendo.

notabilissimum, debeo (*). Peropportune enim ad caussam meam se offert. Antiquum illum auctorem ibi video memorare פרי מדינתא s. *Madaï urbem*, additâ explicatione Arabicâ مدينة ماهى *urbs Mahy*. De eâ Michaëlis quidem sententiam suam pressit. Ego vero puto, non aliam, nisi *Hamadanam* (Ekbatanam) Mediæ quondam metropolin, significari. Favet huic opinioni et R. Benjamin Tudelensis (ed. l'Empereur. p. 95 sq.) dicens: „ab illis montibus decem dierum itinere Hamadanam venitur, quæ est Madai, magna illa civitas," (**) et Abu'l-feda, quem cum aliis Hamadanam etiam nomine Mah-el-Basræ designare supra vidimus, et mos denique Arabum, nomen provinciæ vel regni in ejus urbem primariam transferendi (***). Quid? quod ex hoc ipso usu, quo nomina *Mahy* et *Hamadan* promiscue adhibebantur, explicari potest, qui factum sit, ut R. Sa'adjah Jes. XIII, 17. מדי *Madai* (Medos) reddiderit الهمذانيون *Hamadanenses*. Fatendum quidem mihi est, neminem auctorem Arabicorum &c. eorum, qui mihi ad manus sunt, urbi Hamadanæ nomen *Mahy* tribuere; quid? quod omnino id nomen frustra in iis quæsivi; quamquam de lectionis fide apud Bar-'Alyum non est, quod dubites; duos enim Musei Asiatici numos Kuficos, alterum a. H. 92. alterum a. 98 (****), cusos بماهى *in Mahy* (*****) ante oculos habeo.

(*) v. Castelli Lex. Syr. ed. Mich. p. 484.

(**) De ipsâ Hamadanâ autem loqui Judæum, inter alia testantur ea quoque, quæ statim de sepulchris Mardochai & Estheris ibi exstantibus subjicit, de quibus cf. Hammer in Wien. Jahrb. der Litt. T. VII, p. 267. Malcolm Hist. of Persia T. I, p. 260. Ker Porter's Travels T. II, p. 105 sq.

(***) cf. tritissima Andalus pro Cordovâ, Misr pro Kahirâ &c.

(****) Hujus quidem exemplum etiam in Museo servatur Societatis Æmulantium (Соревнователи), quæ Petropoli floret.

(*****) ماهى *Mahy* hoc ut habeam pro compendio scribendi nominis ماهى رويان *Mahy-rujan* (quæ Persica orthographia τϑ مهرويان est, v. 'Hamd-ullah Kaswiny p. m. 158) — est autem portus ad ostium fluvii Tab inter Faris & Chusistan — id vix a me impetro, quamvis *Maj* Geographiæ Armeniacæ apud cel. St. Martin (Mémoires sur l'Arménie T. II, p. 371) id suadere possit.

Hæc sunt, quæ in explanandâ utcunque vocabuli ماه *Mah* ejusque derivatorum involutâ caussâ post cel. Wahlium (*) periclitatus sum. Eamdem video (**) Hamakero propositum esse accuratius pertractare; quod ut peragat, vehementer opto, et mecum optabunt, quotquot viri hujus cum doctrinam exquisitam tum ingenium acerrimum mecum perspectum habent et admirantur.

Ego vero numorum, qui restant, recensione defungi propero.

17.

Cus. بالمحمدية سنة ست واربعين ومايتين *in el-Mu'hammediâ anno ducentesimo quadragesimo sexto.* (a. 246 = Ch. 860-1.)

Ut nomen in inf. A. I. evanuit, ita Partis aversæ inscriptiones prorsus deletæ sunt.

MU'HAMMED

qui patri mortuo a. 248 successit, sed abjectis administrandæ reip. curis, soli voluptati indulgens, mox sibi et Emiratui Tahiridico perniciem paravit. Aliis enim post alias provinciis amissis, ipse a Ja'kubo Soffaride captus est a. 259. Huic tres, qui proxime sequuntur, numos attribuimus, quamquam quod ad primum Ifpahani cusum, incerti, an recte.

18.

Valde attrit. cus. باصبهان سنة خمسين ومايتين *in Ifpahan anno ducentesimo quinquagesimo.* (a. 250 = Ch. 864.)

(*) v. Vorder- u. Mittel-Asien p. 534.

(**) Uylenbroekii Specim. p. 104.

Inf. A. I. العباس بن || امير المومنين El-Åbbas, filius || Emiri Fidelium.

A. II. inf. ... تعين بالله El-Musta'in-billah

19.

Vehementer attrit. cus. شاش سنة احدى ... سين ... in el-Schasch (*) anno ducentesimo quinquagesimo primo. (a. 251 = Ch. 865.)

A. I. pp. El-Åbbas, filius || Emiri Fidelium.

A. II. pp. El-Musta'in-billah.

20.

Et ipse vehementer attrit. cus. بالشاش سنة ست وخ ... in el-Schasch anno ducentesimo quinquagesimo sexto. (a. 256 = Ch. 870.)

A. II. inf. ... ال El-Muhtedi?

V.

NUMUS

EMIRI SAMANIDICI.

MANSUR I.

21.

Rar. notab. cus. سنة ثلث وستين وثلثمية ..... in ..... anno trecentesimo sexagesimo tertio. (a. 363 = Ch. 973-4.)

(*) De urbe Schasch, quam eamdem cum Taschkend esse asserui (v. Nov. Symb. p. 3 sqq. et Jenaische Ergänzbl. 1822. N° 58), quæstionem accuratam mihi in aliud tempus reservo.

In sup. A. I. علی *Åly.*

A. II. p. p. المطيع لله || منصور || بن نوح *El - Muti' - lillah.* || *Manfur* || *filius Nu'hi.*

Nomen loci perquam dubium: prior ejus pars fere evanuit, pars posterior ارست :: præ se ferre videtur. At numi alii nomine hujus Emiri Samanidici circa idem fere tempus ab eodem 'Aly cusi in راشت *Rascht* animum inclinant, ut credam, idem nomen hîc quoque latere. De hac autem urbe apud Jakutum leguntur hæc: راشت بالشين المعجمة واخره تا بلد باقصى خراسان وهو اخر حدود خراسان بينه وبين ترمذ ثمانون فرسخا وهى بين جبلين وكان منها مدخل الترك الى بلاد الاسلام للغازة (l. للغارة) عليهم فعمل الفضل بن يحيا بن خالد بن برمك هناك بابا محكما „*Rascht* urbs in extremâ Chorasanâ. Est terminus „finium Chorasanæ, inter quem et Termes octoginta incercedunt „parasangæ. Urbs hæc sita est inter duos montes. Ab eâ Tur- „cis patebat aditus ad incursandum in ditiones Mu'hammedanas; „quapropter Fafzl (*) ben - Ja'hja ben - Chalid ben - Barmek ibi „portam firmissimam construxit." Edrisy (**), hæc eadem fere de hac urbe, quam الراست *el - Rast* vocat (***), memoriæ prodens, addit: „et præsidium ad eam posuit, quod deinceps, quotquot il- „lam regionem imperio obtinuere, ibidem habere non desierunt." Rascht a Waschdschird sex parasangas abesse refert Abulfeda (****), apud quem قلعة الراسب *arx el - Rasb* vocatur. Suspicari liceret, eamdem urbem innui nomine مدينة القلعة *urbs arcis* apud Edrisyum (l. c.) et قلعة in Ousel. Orient. Geogr. (p. 277); sed hæc ex horum computatione quatuor dierum itinere a Waschdschird distabat. (*****)

(*) Hic ab a. 178 Chorasanæ præerat. v. Ibn - Challekan.

(**) p. 164. Vers Lat. p. 141.

(***) راست *Rast* etiam in Ousel. Orient. Geogr. p. 261 audit.

(****) v. Chorasmiæ et Mawaralnahræ Descript. p. 59.

(*****) vid. et præstantissimi Ritteri Erdkunde (ed. I.) T. II, p. 492 sq.

Ceterum urbem Rascht deprehendi etiam in numis aa. 357 vel 359, 360 (*), 361, 364 & 366, qui omnes, uno Pflugiano a. 360 excepto, in Mus. Asiat. Petrop. asservantur. In omnibus, si ab eo, quem a. 357 vel 359 esse dixi, discesseris, ut in Sprewitziano, præter nomen Manſuri I. Emiri Samanidici, supremâ A. I. conspicitur nomen *'Aly*, quem huic castello finibus imposito præfectum fuisse existimo.

VI.

NUMUS
EMIRI BUWEIHIDAE.

RUKN - EL - DAULA.

22.

Rariss. notab. cus. ماه الكوفة *in Mah-el-Kufa* (i. e. Dīnewar. v. sup. 513). Anni notatio prorsus deleta.

(*) v. Nov. Symb. p. 20. N° 41. ubi male existimabam legend. راسك — Liceat mihi hac occasione uti ad illustrandum aliud etiam urbis nomen, quod iisdem Symbolis p. 45 numum 'Osmanidicum a. H. 926 ex Mus. Nejelowiano edens in medio relinquebam nec ab aliis interpretibus satis intellectum video. Laudavit numum ejusdem urbis Winbomius in Diss. de recentt. Numis Arab. reg. Acad. Ups. p. 15, sed nomen perperam transscripsit سلرقيس; et nuperrime Marsdenius in opere splendidissimo Numismata OO. illustrata inscripto binos numos N. CCCXCIX & CCCCXII, unum a. H. 926, alterum a. 982 edidit, in quibus urbis nomen سندر قلسي „Sanderah-Kalesi" legit, quod explanaturus addidit, quasi plane certus: „the capital of Servia, otherwise written Senderow, Semender, and in Latin Semendria." Legendum, cum in Nejelowiano, tum in Upsaliensi, tum in Marsdenianis سدره قيسي *Sidre Kaisy* (i. e. si modo Arabicum est, lotus Kaisitæ). Hæc autem urbs est præfecturæ Thessalonicæ (Sandschak Salonik), de quâ adi Hammerum in libro: Rumeli und Bosna p. 82. Quod restat, moneo nec b. Tychsenium numos hac in urbe cusos fugisse videri, etsi vera nominis legendi ratio fugerit; nimirum quod in officinarum monetariarum indice (Introd. p. 176) memorat قلسي „Kelesi", ipsa est posterior nominis سدره قيسي pars male lecta.

In inf. A. I. مطيع الله = El-*Muti'-lillah*; in eâdem superius ad sinistram ع grossius cernitur.

A. II. p. p. ركن الدولة || ::و على || بويه = Rukn-el-*daula* || Abu-*Åly* || (filius ۲۸) *Buweih.* In eâdem superius ad sinistram nota ڪ se offert conspiciendam, quæ د incertum an ک repræsentat.

Censeo hunc numum per annorum H. 338 — 363 (= Ch. 949 — 974) intervallum cusum esse ab Rukno Emiro Supremo (امير الامراء), quia 'Emadi fratris, mortui a. 338, nomen abest.

Elenchus

numorum in binis hisce Commentationibus ex Museo Sprewitziano editorum.

I. Chalifæ Umaijadici

Hescham

1. Wasit, a. H. 110.

Merwan

2. Schamia (?), a. 131.

II. Chalifæ 'Abbasidici

Amin

3. Medinet-el-salam, a. 193.

Mamun

4. Urbs Samarkand, a. 196.
5. ib. eod. a.
6. Urbs Ifpahan, a. 201.
7. ib. eod. a.

Mutewekkil

8. Serrmenra', a. 239.
9. Medinet-el-salam, a. 242.

Mu'tess

10. Serrmenra', a. 253.

Muktedir

11. Medinet-el-salam, a. 309.

III. Emirus Aghlebides

Ibrahim I.

12. Afrikia, a. 187.

IV. Emiri Tahiridæ

Tal'ha

13. Samarkand, a. 209.

'Abd-ullah

14. ib. a. 217.

Tahir II.

15. Mu'hammedia, a. 238.
16. Urbs Mah-el-Kufa, a. 240.
17. Mu'hammedia, a. 246.

Mu'hammed

18. Ifpahan, a. 250.
19. Schasch, a. 251.
20. ib. a. 256.

V. Emirus Samanides

Manfur I.

21. Rascht (?), a. 363.

VI. Emirus Buweihides

Rukn-el-daula

22. Mah-el-Kufa, : : :

ADDENDA.

ad p. 405.

Urbium monetalium, quæ sub Chalifis Umaijadicis floruere, indici hac pag. not. **** laudato jam accessit urbs vicesima octava سوق الاهوز *Suk-el-Ahwas* s. *Forum Ahwasæ*, quæ eadem est atque الاهواز *el-Ahwas* ipsa. Eam nuperrime in binis deprehendi numis, quorum alter a. 90, alter a. 94 est. Posterior accessit Museo Sprewitziano, de quo quam exspectationem sup. p. 400 commoveram, non falsa fuit; nam denuo insigni auctum est incremento, cui quidquid novi et antehac incogniti inest, quam primum in medium proferam. Ceterum notandum est, quod hi numi hoc in nomine offerunt, orthographiæ Kuficæ matres lectionis elidere amantis novum exemplum.

ad pag. 421. not. *a*.

תימן *Teman* Ebræorum, תימנא *Taimono* Syrorum, التيمن *el-Teimen* Arabum, proprie *meridiem* s. *plagam terramve australem* indicat. Sic Mas'udy (Not. & Extr. VIII, p. 146) et Abu'l-faradsch (Hist. Dyn. p. 17) explicant: التيمن اى الجنوب Adde Gabrielem Fer'hatum, apud quem افق التيمن ضد افق الشمال Atque hoc sensu latiore usurpatum occurrit apud Abulfar. l. c. et in Chron. Syr. p. 8, quo posteriore loco legimus: „quum sub Phalego terra inter Noæ filios distribueretur, 'Hami quidem filiis cessisse universam *Taimonam* quam late ab Oriente in Occidentem patet, nimirum Indiam interiorem et australem, Cuschæam, Schabam, Aegyptum, Lybiam, Thebaidem et Africam.“ Verum et arctiore sensu, ut apud eumdem Bar-Hebræum loco supra p. 421 laudato, adhibetur. Syr. *Taimono* de provinciâ *Jemen* ibi intelligendum videri dixi. Atque sane in hanc sententiam Firusabady in Kamuso Arabicum التيمنى *el-Teimeny* quidem (formâ novâ) explicat per افق اليمن *tractum* s. *regionem Jemenæ*. Jakutus autem in Lex. geogr. maj. تيمن *Teimen* ait esse

موضع بين تبالة وجرش من مخالف اليمن *locum inter Tebalam & Dschoresch* (quæ nec nostrates geographos fugiunt) *ex nomis* s. *tractibus provinciæ Jemen;* ita ut Teimen in confinio fere provinciarum Jemenæ et 'Hedschasæ quærendum foret.

ad p. 425 not. ****

Quem ibi versu antepenult. proposui conjecturam, apud Eutych. l. c. pro فولاه legendum esse بولاية, nunc video duorum codd. Parisiensium auctoritate confirmatam. Ill. L. Baro S. de Sacy, qui, pro eà quà est humanitate singulari, id mihi petenti tribuit, ut hunc locum cum Eutychii codd. Pariss. conferret, litteris suis novissimis dat. d. 7 Jun. 1825 ita mihi scripsit: „J'ai vérifié le passage d'Eutychius Tom. II, p. 446 sur trois manuscrits: un seul porte فولاه; les deux autres dont un n'a aucun point diacritique, portent بولاية conformément à Votre conjecture."

ad p. 487.

Mu'hammedia Kermaniæ, priusquam hoc nominis a Mutewekkilo inditum accipiebat, per aliquantum temporis etiam الاساحيه ab اساح التركى audiisse videtur, quantum ex Jakuti loco aliquo sed corrupto illo elicio. Hæc autem nomina quomodo pronuntianda sint, non satis scio. Prius quidem, urbis nomen, apud Jakut. scriptum est الاتباحيه *Itba'hia* s. *Atba'hia*, alterum Turcæ ايباخ *Ibach;* quamquam unum alteri congruere deberet ita, ut vel nomen urbis الايباخيه fuerit, vel nomen Turcæ اتباح. At ne sic quidem res transacta. Nam venit mihi in suspicionem, hunc Turcam eumdem esse cum Emiro eo, qui ab a. 230 ad incunt. a. 235 Aegypti præfectus erat, per legatos tamen ejus res administrans. Hujus autem, qui antea Wasiki cubicularius fuerat, nomen in tantâ scripturæ varietate versatur, ut, quænam verior sit, non decernas. Eutychio quidem (II, 445) audit ايتاح *Ita'h*, Masudyo (N. & E. I, 280) اناح „*Ana'h*", Ibn-el-'Amido p. 147. 148) انباح „Amba'h," Auctori 78

Tarich Sali'hy اناخ *Inna'h?*) (al. l. اساح), Reiskio (ad Guthr. VI, I, p. 727) ايناج *Inadsch*, Makrisyo (v. Hamak. in Comment. ad loc. Al-Makrizii &c. p. 39 & 125) modo ايناح *Ina'h*, modo ايناج *Inadsch*, modo ايتاخ *Itach*, modo اماح *Ama'h*. Hæc utut incerta posita sint, possunt tamen fortasse facere ad certiora vestigia hujus, de quâ agitur, urbis Kermaniæ apud alios auctores animadvertenda et excipienda.

ad p. 495 l. 1.

„Abu-Sa'ad *Ony.*" Lege *Aby*, ut jam p. 492 inf. conjeceram. Est Abu-Sa'ad Manfur filius 'Huseini, Wesirus Medschd-el-daulæ Buweihidæ et celeberrimus auctor *Chronici urbis Rey*, qui quidem maxime a libro suo „Margaritarum sparsarum" (نثر الدر) nominis famam adeptus est. Is cognomen الابى *Aby* habebat ab ابة *Aba* pago agri Ifpahanensis vel secundum alios Sawatensis. Obiit a. H. 441. (Jakut in Lex. geogr. et 'H. Chalfa in Bibliogr. art. نثر)

MÉMOIRE
SUR LES
ILES ET LA COURSE
CONSACRÉES A
ACHILLE
DANS LE
PONT-EUXIN

AVEC DES ÉCLAIRCISSEMENS SUR LES ANTIQUITÉS DU LITTORAL DE LA SARMATIE ET DES RECHERCHES SUR LES HONNEURS QUE LES GRECS ONT ACCORDÉS À ACHILLE ET AUX AUTRES HÉROS DE LA GUERRE DE TROIE *

PAR

H. KOEHLER

Avec deux cartes géographiques pl. XXIII et XXIV.

Présenté à la Conférence le 31 Août 1825.

Σὺ μὲν οὐδὲ θανὼν ὄνομα ὤλεσας, ἀλλά τοι αἰεὶ
Πάντας ἐπ' ἀνθρώπους κλέος ἔσσεται ἐσθλόν, Ἀχιλλεῦ.

Hom.

Lorsque les poëtes ont chanté les exploits des héros qui s'étoient distingués dans la guerre de Troie, lorsqu'ils ont fait en-

* Ce mémoire sous le rapport géographique est terminé: il ne l'est pas dans ce qu'on y dit sur l'apothéose chez les Grecs. Il sera donc suivi d'un second mémoire qui embrassera les tems antérieurs à la guerre de Troie jusqu'à la destruction de la liberté en Grèce.

trer dans leur mythologie les principaux événemens de cette guerre, on ne peut s'étonner de les voir, avec l'armée et les différens états de la Grèce, récompenser comme d'un commun accord, les guerriers qui avoient acquis tant de gloire pour la cause des Grecs. Il faut pourtant observer que les poëmes d'Homère ne nous offrent presque pas de traces de cette libéralité. Ce n'est que du seul Ménélas que Protée dit dans l'Odyssée [1]: „*Quant à toi, o divin Ménélas, tu couleras en paix des jours heureux dans Argos, tu ne mourras point, tel est l'ordre du destin, mais les Dieux t'enverront dans les champs élysées, aux bornes de la terre, où le sage Rhadamanthe juge les humains; fortuné séjour, que ni la neige, ni la glace, ni la pluie ne flétrissent, où l'océan envoye sans cesse les douces haleines du zéphyr, pour rafraichir les hommes justes qui l'habitent.*“ Encore Ménélas ne devoit pas ce sort heureux à ses mérites qui ne pouvoient être que fort peu importans, mais au lien qui, *l'unissant à la divine Hélène, l'avoit fait gendre de Jupiter* [2]. C'est par cette raison, sans doute, que les Grecs ont supposé qu'Hélène l'avoit accompagné aux champs élysées. Quelques traditions plus anciennes que celles qui donnent à Achille, pendant son séjour dans l'île de Leucé, Hélène pour épouse, confirment cette conjecture. D'après une de ces traditions, Hélène habitoit, avec Ménélas son mari, les champs élysées [3]; d'après une autre, les îles fortunées [4]. Homère ne connoissoit point les différentes gradations que les Grecs ont inventées après lui dans l'ordre des divinités. Par conséquent les descendans des divinités de l'Olympe ne pouvoient jouir après leur décès d'un sort plus distingué et plus heureux que celui de leurs autres compagnons d'armes. Ainsi qu'Ulysse descendu au Tartare, rencontre réunis ensemble tous les héros et capitaines des siècles passés, ceux de la guerre contre Thèbes aussi bien que ceux de la guerre de Troie, et nommément Achille, Patrocle, Antiloque et Ajax; il les y voit mêlés et confondus ensemble avec toutes les ombres indistinctement [5]. Il est donc vraisemblable que la tradition du séjour de Ménélas dans l'Elysée, est

d'une origine postérieure et étrangère aux poëmes primitifs d'Homère, et qu'elle a été empruntée des systèmes établis plus tard.

Les poësies d'Hésiode, qui ne sont peut-être pas moins anciennes que celles d'Homère, ont été évidemment retouchées plusieurs siècles après que l'Iliade étoit devenue célèbre. Hésiode y fait mention [6] de *la génération divine des héros du vieux tems, demi-dieux épars sur la surface du globe.* Ce sont les fameux héros des guerres de Thèbes et de Troie [7] *qui, délivrés de tous soins, habitent aux confins de la terre les îles fortunées, sur les rives de l'Océan, séjour enchanteur, la récompense des hommes justes: la terre y fleurit trois fois, trois fois elle se couvre de fruits délicieux* [8]. Il est clair qu'Hésiode entend par *les confins de la terre, et les îles fortunées sur les rives de l'océan,* le même endroit que l'Odyssée nomme *les champs élysées aux bornes de la terre* [9].

Ibycus et Simonide [10] sont de tous les poëtes Grecs les plus anciens qui aient placé Achille dans les champs élysées, et ils sont en cela d'accord avec l'Odyssée et avec Hésiode. Les îles des bienheureux sont assignées à Achille pour lieu de séjour par Pindare [11], et l'Elysée l'est ensuite, mais long-tems après, par Apollonius de Rhodes [12]. Cependant les colonies milésiennes établies dans le Pont-Euxin, avoient dû faire connoître le séjour d'Achille dans l'île de Leucé qui lui avoit été consacrée long-tems avant Pindare. Il doit donc paroître singulier que les deux poëtes cités, Ibycus de Rhégium et Simonide de l'île de Céos, dont le premier vivoit cent ans et le second un demi-siècle environ avant Pindare, eussent conservé l'ancienne tradition du séjour d'Achille dans l'Elysée. Car si au tems de ces deux poëtes le séjour d'Achille à Leucé n'étoit pas encore répandu dans toute la Grece, il étoit surement déjà connu dans la plus grande partie de cette contrée. Callistrate, auteur d'une épigramme célèbre sur Harmodius [13], et Platon [14] parlent d'Achille comme ré-

sidant aux îles des bien-heureux. Lucien ne paroît pas s'être souvenu de toutes ces traditions lorsque, dans un de ses dialogues, il fait rencontrer Achille au Tartare par Ménippe au milieu des plus beaux hommes de l'antiquité [15]. Pindare qui, dans l'ode citée à l'instant, avoit donné à Achille les îles des bien-heureux pour séjour, assigne à ce héros dans une autre ode [16] *l'île située dans le Pont-Euxin, d'où elle répand au loin une éclatante lumière.* Quant aux autres mortels, le même poëte dans le passage suivant, leur donne, sous des conditions assez difficiles à remplir, comme dernier séjour, les îles fortunées [17] : *ceux qui ont persévéré jusqu'à la troisième période, et en conservant leur âme pure de tous forfaits, ont parcouru la route que Jupiter leur a tracée pour parvenir à la résidence de Saturne, ceux-là sont transportés dans les îles fortunées de l'océan, séjour délicieux que rafraichissent les douces haleines des zéphyrs, et où naissent des fleurs d'un éclat merveilleux.*

Enfin dans une de ses tragédies, Euripide parle [18] du séjour d'Achille à Leucé île du Pont-Euxin [19] ; mais quant à Ménélas et aux récompenses qu'il avoit reçues, il s'accorde avec l'Odyssée et Hésiode.

Trois endroits, probablement même quatre, avoient été consacrés dans le Pont-Euxin au souvenir et au culte d'Achille : trois sont nommés comme tels dans les écrits des anciens, et nous ajouterons le quatrième d'après le témoignage de monumens authentiques de l'antiquité. Tous ces lieux ont dû se trouver sous la protection de deux colonies de Milet, Istrus et Olbie. Des honneurs de cette importance n'ont été accordés qu'à Achille, héros qui par sa naissance, par sa beauté, et par ses exploits étoit regardé comme le premier de tous les héros de la Grèce. Plusieurs autres héros, ses contemporains, ont reçu, il est vrai, des honneurs publics, mais les plus favorisés n'ont eu qu'un seul en-

droit destiné à leur culte ; et aucun de ces lieux n'a jamais acquis la haute célébrité de celui d'Achille, et n'a jamais été si fréquenté. Les deux colonies de Milet que nous venons de nommer, arrivées au lieu de leur destination dans le Pont-Euxin, et trouvant chacune dans le voisinage de leur ville nouvellement fondée une île et une langue de terre, se sont empressées de profiter de ce local et de consacrer l'un et l'autre à Achille, à cet illustre héros qui jouissoit d'une si haute vénération dans toute l'Ionie, et dont le souvenir avoit été soigneusement conservé par les chants nationaux et populaires des Ioniens. Il faut observer qu'à cause de leur isolement, des îles étoient très-propres au culte exclusif d'une divinité ; l'île de Délos, celles de Diomède et d'Achille peuvent servir d'exemple. Il en est de même pour la célébration de certains mystères : une île convenoit, par exemple, pour ceux de Samothrace qui furent imités dans une des petites îles britanniques [20]. La consécration de l'ile de Leucé et de celle devant le Borysthène à Achille se distingue encore très-avantageusement des îles consacrées à quelques autres héros qui s'étoient illustrés dans la guerre de Troie, parce que la réalité de ces honneurs étoit attestée en même tems par l'existence des temples consacrés à son culte, et par les langues de terre qui étoient propres aux courses qu'on célébroit en son honneur. Au contraire plusieurs îles et endroits consacrés au souvenir d'autres héros, n'ont eu d'existence que dans l'imagination des poëtes, comme nous l'assurent les anciens eux mêmes, et le culte religieux de ces héros n'a jamais eu lieu.

Les îles et les dromes ou courses d'Achille étant situés dans le Pont-Euxin, en avoient reçu ce caractère mystérieux et miraculeux qui étoit plus ou moins propre à tout ce qui apartenoit à cette mer, et qui avoit considérablement augmenté l'intérêt que l'on prenoit dans l'antiquité pour ces lieux illustres. C'est de cette source que provenoit aussi tout ce que l'on racontoit de l'île de Leucé, prodiges qui causoient l'étonnement et portoient la terreur dans les

esprits, mais dont on ne se permettoit pas même de douter, parce que ces îles apartenoient à une mer féconde en miracles.

Il paroît que l'expédition des Argonautes n'avoit procuré aux Grecs que des connoissances générales sur les contrées qui entouroient le Pont-Euxin; et quoiqu'une partie de l'équipage de Jason fut resté dans la Colchide et devint, suivant l'opinion commune, la souche des Achéens et des Hénioches [21], il est sûr cependant que ces peuples n'avoient conservé aucune relation avec la Grèce. Il n'en auroit pas été autrement si, comme le dit une autre tradition [22], les Achéens eussent tiré leur origine des guerriers qu'un orage auroit séparés de la flotte grecque devant Troie, et jettés sur la côte de la Colchide. Ce ne fut qu'après l'établissement des colonies milésiennes dans le Pont-Euxin que cette mer et les pays qui l'entourent leur furent connus. Les anciens nous ont fait connoître assez exactement l'époque de la fondation de ces colonies. Istrus, par exemple, suivant ce qu'ils rapportent, fut fondée lorsque les Cimmériens furent chassés du Bosphore et de la Chersonèse-Taurique [23], environ 650 ans avant notre ère; la ville d'Olbie, sous le règne des rois Mèdes [24], et celle d'Odessus, sous celui d'Astyages [25], à peu près vers l'an 585 avant notre ère; Callatis, sous Amyntas, roi de Macédoine [26], vers l'an 512; la ville d'Apollonia, cinquante ans avant Cyrus [27], vers l'an 509 avant notre ère. Il résulte de ces données que la fondation des plus anciennes colonies de Milet doit être placée entre les années 650 et 500 avant notre ère.

Mais malgré les relations et le commerce que la Grèce entretenoit avec ses riches colonies du Pont-Euxin, on n'en croyoit pas moins que cette mer enfantoit sans cesse des prodiges. Tous ceux qui les entendoient raconter étoient saisis, suivant les circonstances, d'étonnement, d'épouvante, ou d'horreur. Et même la Chersonèse de Thrace et toute la côte depuis l'Hellespont jusqu'à l'embouchure du Bosphore de Thrace, furent au nombre des contrées

les plus remarquables de la terre [28]; et la côte opposée de l'Asie, ornée comme celle-là de temples célèbres, entr'autres de celui de Jupiter Urius, d'autels, d'enceintes sacrées, avoit aussi des droits à cette distinction [29]. Indépendamment des Piramydes et des autres prodiges de l'Aegypte, du Gange et de l'Euphrate, l'antiquité comptoit au nombre des objets les plus dignes d'admiration, l'île d'Achille près l'embouchure de l'Ister, les tombeaux célèbres situés sur la côte de l'ancienne Troie, ainsi que plusieurs endroits de la côte de l'Hellespont, illustrés par les noms de grands héros [30]. Les anciens prenoient pour les extrémités de la terre, ou pour ses points les plus éloignés, au couchant les colonnes d'Hercule, à l'orient le Borysthène et le Phasis [31]. L'océan et le Pont-Euxin avec son double Bosphore, et le pays qu'arrosoit le Borysthène furent regardés, à une certaine époque, comme les limites de la terre [32]. Pendant assez long-tems le lac Mèotide avoit été pour les Romains une mer extrêmement éloignée [33]. Avant que le commerce eut procuré aux anciens des connoissances plus exactes en géographie, la mer noire ou le Pont-Euxin fut pris pour une mer continue n'ayant aucune terre pour limites vers le nord. On croyoit alors que ceux qui entreprenoient un voyage dans cette mer ne s'éloignoient pas moins de leurs foyers que ceux qui naviguoient au delà des colonnes d'Hercule. Le Pont passoit déjà alors pour une mer très-dangereuse, et en même tems pour la plus grande de toutes. On lui donna par cette raison, sans autre désignation et comme étant déjà assez distinguée par son étendue, le nom de *Mer, Pontus* [34]. Les marins de retour d'un voyage du Borysthène ou du Phase se trouvoient bientôt entourés de curieux qui les engageoient à leur raconter les merveilles de ces contrées [35]: et ces derniers n'ignorant pas combien cette mer étoit féconde en prodiges, écoutoient avidement ce qu'on leur disoit des îlots ou écueils élevés et flottans à l'entrée du Pont qui, après s'être choqués avec une véhémence extraordinaire, s'éloignoient immédiatement après, pour écraser de nouveau, l'oi-

seau ou le vaisseau qui auroit osé tenter ce passage [36]. On leur parloit de la profondeur sans exemple de quelques endroits de cette mer [37]. On faisoit l'éloge d'une espèce de terre qu'on découvrit alors dans la Chersonèse-Taurique, et qui guérissoit toutes les infirmités du corps [38]. On vantoit les qualités singulières de l'eau du Phase qui ne se corrompoit jamais, et qui étant conservée devenoit d'année en année plus douce [39]. On s'extasioit sur la beauté des Faisans, ou oiseaux du Phase qui, à cause des périls de cette mer, et des prodiges de ces contrées, étoient recherchés avec le plus grand empressement par les gastronomes de l'antiquité [40]. On entendoit avec surprise, qu'en Scythie les os des animaux remplaçoient, pour faire la cuisine, le bois dont on manquoit [41], et qu'on osoit manger crue, dans la Chersonèse-Taurique, une espèce d'oignons [42]. Ce qu'on disoit des grands avantages que présentoit le Borysthène [43]; ce qu'on racontoit de quelques hommes établis sur les bords de ce fleuve et qui connoissoient l'avenir, science qui étoit aussi le privilège de quelques autres dont la demeure étoit près des colonnes d'Hercule [44]; la description qu'on faisoit des bœufs sans cornes qui paissoient sur ses rivages [45]; du froid excessif de ces contrées; et de l'existence malheureuse de ses habitans [46]; de l'Ister [47], du Tanais [48], et même de la mer, couverts de glace en hyver; des vaisseaux de cuivre brisés par la congélation des liqueurs qu'ils contenoient [49], excitoit le plus grand étonnement. On ne concevoit pas qu'en hyver on put traverser sur des chariots l'espace de mer qui sépare la ville de Phanagorie de celle de Panticapæum, de manière qu'un trajet par eau dans les tems ordinaires devenoit pendant les gelées un chemin de terre. On concevoit encore moins que Néoptolème, général de Mithradate, eut vaincu les barbares pendant l'été, dans un combat naval, sur ce même bras de mer où, pendant l'hyver, il avoit défait leur cavalerie [50]. La surprise augmentoit lorsqu'on parloit d'une peuplade des Scythes, dont tous les ans chaque individu devoit pour quelques jours être métamorphosé en loup [51]. À ces récits piquans par leur merveilleux,

ajoutons l'abstinence [52] dont on disoit qu'étoit douée une race de chevaux très-belle et distinguée chez les Scythes [53]; n'oublions pas les loups à Conopion au bord de la Mèotide qui se trouvoient en liaison avec les marins et les pècheurs de cette contrée; si les derniers donnoient aux loups une part de leur pêche, ils se conduisoient amicalement envers eux; autrement ils déchiroient et ruinoient leur filets [54]. On ne concevoit pas que les renards pussent deviner l'épaisseur de la glace de l'Ister [55], ni qu'on fit traîner par des bœufs sur le rivage, des poissons énormes que les pêcheurs avoient pris au hameçon [56]. On comprenoit encore moins que les souris qui se trouvoient sur une île consacrée à Apollon, pussent respecter tout ce qui étoit consacré à ce dieu, et même quitter l'île à l'époque de la maturité des raisins, pour ne pas toucher à un fruit qui lui apartenoit [57]. Témoignoit-on au voyageur le desir d'entendre quelques mots de la langue des Scythes? des sons tout-à-fait étrangers aux oreilles des Grecs, excitoient à l'instant le rire involontaire de tous ceux qui étoient présens [58]. Mais l'épouvante et l'horreur s'emparoit de tous, quand ils apprenoient les cruautés commises par une peuplade d'anthropophages, les Mélanchlænes [59], et ces horribles sacrifices humains en usage chez les Tauroscythes, habitans de la côte méridionale de la Tauride, et les actes de férocité qu'ils exerçoient contre ceux qui avoient été jettés sur leur côte; l'histoire nous apprend qu'on leur tranchoit la tète pour l'attacher au temple de Diane, et que leurs corps étoient jettés du haut d'un rocher dans la mer [60]. Mais rien n'étoit comparable à l'intérêt avec lequel on entendoit tout ce qui avoit rapport à l'île de Leucé, au séjour qu'y faisoit Achille, à ses occupations, et aux événemens qui jettoient l'effroi dans tous les esprits. Ceux qui, à la suite de ces récits vouloient connoître plus à fond cette mer et ses singularités, s'en procuroient des descriptions exactes, comme celles écrites par Démétrius de Callatis [61], de Ménippe [62], et d'Alexandre [63].

Parmi les particularités que l'on trouve dans les géographes anciens sur le Pont-Euxin et les contrées qui l'environnent, il en est dont la vérité seroit très-difficile à prouver, d'autres qui ne sont pas même probables. Peut-on croire, par exemple que l'Hellespont, avant que le sort de l'infortunée Hellé lui eut fait donner ce nom, étoit appelé Borysthène [64]; que la Chersonèse-Taurique a été autrefois une île [65]; que le Tanais tire son origine de la mer Mèotide, et qu'il se jette de là dans le Pont-Euxin [66]; enfin ce que Méla prétend, qu'Olbie et Borysthénes sont deux villes différentes, et non une même ville [67].

Les auteurs de l'antiquité font mention de l'île d'Achille sous plusieurs dénominations. Le plus souvent ils la nomment Leucé, c'est à dire *île blanche.* Il sera question plus bas de l'origine de ce nom, qui étoit propre à plusieurs endroits. J'observerai seulement que les anciens l'ont donné à des îles [68], des rivages de la mer [69], promontoires [70], montagnes [71], plaines [72], et villes [73], lorsque tous ces lieux vus de loin étoient blancs. Il est plus rare de trouver des lieux qui aient reçu leur dénomination des autres couleurs. On compte de ce nombre la mer rouge [74], le promontoire Milton dans le Bosphore de Thrace, ainsi nommé de sa couleur rouge [75]; le fleuve Mélas ou noir, dans la Thrace [76], et la pointe Mélæna, non loin de l'embouchure du Bosphore de Thrace [77].

En décrivant le Drome ou la course d'Achille, les anciens le comparent ou à une épée [78], ou à un diadême [79], à cause de sa forme étroite et allongée. Etienne de Byzance [80] et Eustathe [81] observent que nombre de pays, d'îles, et de lieux ont reçu leurs noms des objets avec lesquels ils paroissoient avoir quelque ressemblance. C'est ainsi qu'un port en Marmarica, fut nommé Leucaspis, à cause de sa forme et de sa couleur [82], tandis qu'un autre port dans son voisinage avoit été nommé Déris [83], qui signifie peau. C'est à une peau que les géographes ont comparé l'Allemagne [84].

Les villages dispersés et les villes des déserts de l'Afrique avoient fait comparer cette partie du monde à une peau de panthère [85]. La terre, à cause de la forme allongée qu'on lui supposoit dans l'antiquité, fut comparée tantôt à une fronde [86], tantôt à une clamyde [87]; Alexandrie en Aegypte, à la clamyde d'un guerrier [88]; la Libye, à un trapézion [89]; la basse Aegypte, à un Delta [90]; la chaîne du Taurus, à une ceinture [91] et quelques unes de ses montagnes, à une tête de taureau [92]; la Thrace, à un croissant ou à un théâtre [93]; un bras du port de Byzance, à cause de ses baies et sinuosités, à un bois de cerf [94]; l'île de Chypre, à un bouclier gaulois [95], ou à une peau de mouton [96]; l'Espagne, à une peau de bœuf [97]; deux îles dans le Bosphore de Thrace, à un disque [98]; un rocher très-élevé et escarpé en Perse sur lequel étoit situé le fort Bersabora, à un bouclier argolien [99]; le Pont-Euxin, à un arc scythique [100]; un rocher près de Tyr, à un visage [101]; un certain endroit dans le golfe Persique, à une tête d'homme [102]. Laërté, rocher élevé avec un fort en Cilicie [103], l'Itabyrius, très-haute montagne en Judée [104], et une autre près de Thèbes en Aegypte [105], à cause de leur forme conique, furent comparés à la mamelle d'une femme: Calpé, montagne de l'Espagne, à un vase pour contenir l'eau [106]. On compara aussi un rocher sur lequel se trouvoit construite la citadelle de Pergame [107], et deux rochers très-élevés, l'un nommé Dicæa, dans le Bosphore de Thrace [108], l'autre dans le Caucase, nommé Strobilus, à une pomme de pin [109]: le mont Tomæus en Messénie à une alène [110]; deux promontoires, l'un de la Tauride, l'autre de l'île de Crète, à un front de bélier [111]; un promontoire de la dernière île, nommé Lébénæum, à une tête de lion [112]. La mer Aegée avoit, disoit-on, reçu ce nom d'un écueil entre les îles de Ténos et Chios, qui ressembloit à une chèvre [113]; ou, suivant d'autres, à cause des écueils et des îles dont cette mer est parsemée et qui de loin ressemblent à des chèvres [114], observation confirmée par un voyageur moderne [115]. Près de Corcyre un écueil, à cause de sa forme, fut regardé comme un des vaisseaux d'U-

lysse [116]. Non loin d'un promontoire de l'Espagne dans la direction du Sud-Ouest, se trouvoient trois îlots que l'on croyoit ressembler parfaitement à un vaisseau [117], et un promontoire du Bosphore de Thrace avoit reçu le nom de Lembus, à cause de sa ressemblance avec un petit navire [118]. Le voyageur rencontroit dans le même Bosphore des promontoires et des rochers nommés le grand et le petit disque [119], le van [120], le chien [121], et les ciseaux [122], par ce que leur forme rappeloit l'idée de ces objets. On compara encore l'île de Sardaigne, tantôt à l'empreinte du pied d'un homme, tantôt à une semelle de soulier [123], ou au sabot d'un poulain [124], et c'est de là que cette île avoit reçu le nom de Sandaliotis, ou d'Ichnusa. Le Péloponnèse fut comparé à une feuille de platane [125], l'île de Naxos à une feuille de pampre [126], l'Italie à une feuille de chêne [127], ou de lierre [128], et une partie de ce pays à une Pelta ou bouclier amazonien [129]. Eratosthène a été un des premiers géographes de l'antiquité qui se soit servi de semblables comparaisons que l'on nommoit *Schemata* [130]; mais on ne peut pas prouver qu'il s'en soit servi le premier, comme le croyoit Dodwell [131].

II

Après Pindare, dont les divers témoignages ont été cités ci-dessus [132], Euripide est le plus ancien des poëtes grecs qui nous sont restés, qui fasse mention de l'île de Leucé. Il parle dans deux de ses tragédies des lieux consacrés à Achille, et toujours il les indique comme apartenant au Pont. Dans un de ces passages il fait mention de l'île de Leucé [133], dans l'autre, il n'en cite que les rivages blancs, et le drome ou la course d'Achille [134]. Cette mention du drome, ainsi que quelques indications que l'on trouvera dans la quatrième section de ce mémoire, font conjecturer que la tradition concernant la course d'Achille est aussi ancienne que celle de son île Leucé.

Aucun des anciens auteurs ne parle de deux îles consacrées à Achille. Car ceux qui font mention de Leucé, omettent l'île de Borysthénis, ou ne la citent pas comme un lieu consacré à Achille, et ceux qui la nomment comme telle, passent sous silence la première. Pour éviter des longueurs, on nommera *Leucé* dans ce mémoire, l'île située près de l'embouchure de l'Ister, et *Borysthénis* celle qui est à l'embouchure du fleuve Borysthène, en suivant quelques auteurs anciens, qui l'avoient nommée ainsi [135].

On doit regarder comme un fait assez singulier qu'on ait assigné à Achille, au divin, au premier [136], au plus noble de tous les héros [137], surnommé le Grand [138] et l'Incomparable [139], deux îles situées à l'embouchure des plus grands fleuves de notre continent, l'Ister ou le Danube, et le Borysthène ou le Dniè-pre [140]. Pindare et Euripide en parlant de Leucé, ne disent pas en quelle mer elle se trouve; Strabon dans son second livre n'est pas beaucoup plus détaillé en la plaçant au Pont [141]. Philostrate la cite en deux endroits: dans le premier, il la nomme l'île du Pont, séjour d'Achille [142]; dans le second, il parle du même lieu, et le place au Pont, sans dire que c'est une île [143]; mais en la mentionnant la troisième fois il observe qu'après être entré dans le Pont, on arrive à cette île en tournant à gauche [144], et cette dernière remarque, prise de Denys d'Alexandrie ou de Strabon, ne permet pas de douter qu'il parle de l'île de Leucé. Quintus de Smyrne fait aussi mention de cette même île comme appartenant au Pont-Euxin, mais il n'en donne aucun autre détail [145]. En racontant un fait qui s'étoit passé dans l'île de Leucé et qui sera rapporté plus bas, Hermias, scholiaste de Platon, nomme l'île consacrée à Achille, sans faire connoître autrement le local [146]. Etienne de Byzance [147] et Hésychius [148] ne s'expriment pas plus au long. Seulement le dernier, dans l'intention de nous expliquer l'expression Ἀχίλλειος πλάξ, prise probablement d'un ancien poëte, nous dit que l'on a voulu par là indiquer *Leucé*, l'île d'Achille. Enfin

Philostrate [149] et Priscien [150] ont commis des erreurs assez graves, le premier en rapprochant de la mer Mèotide l'île de Leucé, et le second, le drome d'Achille. On peut faire la même observation sur Ammien lorsqu'il croit que Leucé est une île de la Tauride [151].

Lycophron est le premier des auteurs de l'antiquité qui ait fixé d'une manière certaine la situation de l'île de Leucé [152]; il dit qu'on la trouve à l'embouchure du fleuve celtique, et il entend par là l'Ister qu'il nomme ainsi à cause des nations Celtes ou germaniques qui habitoient ses bords, son embouchure, et l'île de Peucé, formée par deux de ses bras [153]. Lycophron n'oublie pas de nommer à cette occasion, le drome d'Achille. On pouvoit supposer d'avance que Scylax, un des plus anciens géographes qui nous sont restés des Grecs et des Romains, avoit connu aussi exactement que Lycophron, le site de notre île. Il dit [154]: „le voyage par mer en ligne droite depuis l'Ister jusqu'à Criumétopon est de trois jours et de trois nuits; mais si l'on prend le chemin le long de la côte, et que l'on suive les contours du golfe, il est du double. Dans ce golfe est aussi l'île déserte, nommée Leucé, consacrée à Achille." C'étoit avec raison que Démétrius de Callatis avoit placé dans un ouvrage dont Scymnus de Chios nous a conservé des fragmens, l'île d'Achille, Leucé, près d'une des embouchures de l'Ister; mais il se trompoit, en croyant que cette embouchure étoit auprès de l'île de Peucé, ainsi nommée à cause du grand nombre de pins qui s'y trouvoient [155]. Ses habitans étoient nommés les Peucènes et étoient Bastarnes [156]. Mais Leucé se trouvoit plus vers le nord. Ce que Démétrius ajoute de la vue qu'on avoit sur cette île, d'où l'on n'appercevoit la terre d'aucun côté, n'est applicable qu'à Leucé, car de l'île de Borysthénis on distingue les rivages voisins prèsque de tous côtés. La dernière observation de Démétrius concernant l'île de Leucé, répétée par l'auteur anonyme du périple du Pont-Euxin [157], vient d'être plei-

nement confirmée par un voyageur moderne [158]. Strabon ne touche que rapidement l'île de Leucé [159]. Il dit: „l'île de Leucé consacrée à Achille est éloignée de 500 stades de l'embouchure." Ayant parlé précédemment du Tyras, il n'y a pas de doute que Strabon a voulu donner la distance de son embouchure à l'île de Leucé, et la correspondance parfaite des 500 stades avec les mésures modernes qui en fixent la distance à 100 verstes, le prouve évidemment. On doit donc être choqué de ce que l'auteur de la chrestomathie de Strabon, au lieu d'indiquer, comme l'a fait ce géographe, la distance entre l'embouchure du Tyras et l'île de Leucé, nous transmette celle qu'il croit exister entre Leucé et Peucé. Il l'évalue aussi a 500 stades [160] quoiqu'elle ne soit que de 290 stades, ou de 58 verstes. Cette distance est aussi inexactement rapportée par Démétrius [161] et Pline [162], puisqu'ils la supposent de 400 stades, ou de 80 verstes. Conon qui vivoit vers le commencement du règne d'Auguste, a placé Leucé aussi trop vers le nord [163], faute commise par tant d'autres écrivains séduits par les rapports inexacts des navigateurs dont il sera parlé ci-après. Il faut compter aussi parmi les auteurs qui ont donné à l'île de Leucé une situation trop rapprochée du nord, Denys d'Alexandrie, qui la place devant le Borysthène [164], et il est évident par ses remarques, qu'il parle de l'île située à l'embouchure de l'Ister.

Pline est tombé dans la même erreur: il fait mention de cette dernière île dans un passage où il avoit parlé de la ville d'Olbie et du port des Achéens non loin de cette ville, et où l'on devoit s'attendre à trouver une description de l'île de Borysthénis. Mais Pline s'est exprimé ainsi [165]: „l'île d'Achille, célèbre par son tombeau." Dans un autre endroit il dit [166]: „En face du Borysthène est située l'Achilléa susmentionnée, nommée aussi Leucé et Macaron." Pline n'y parle pas non plus de l'île de Borysthénis, comme il résulte du nom de Leucé qu'il lui donne et des distances qu'il fixe entre cette île et le Borysthène, ainsi qu'entre ce dernier et

la course d'Achille. Il évalue la première de ces distances à 140,000 pas romains, 224 verstes; la seconde à 125,000 pas, 200 verstes, et ne peut donc pas parler de la petite île de Borysthénis baignée par le liman du fleuve du même nom, et qui n'est éloignée de la course d'Achille, nommée aujourd'hui Tendéra, que de 27 verstes. Il est clair qu'il nomme l'île devant l'Ister. Solinus [167] qui suit toujours Pline, nous offre les mêmes notions, et on pouvoit s'attendre que Priscien [168] et Avien [169] ne s'éloigneroient pas de Denys d'Alexandrie, leur original, cité plus haut. Ptolémée dans sa géographie, a placé l'île de Leucé près le rivage de la Mœsie inférieure, mais si d'autres géographes s'étoient trompés en l'avançant beaucoup trop vers le nord, il est tombé dans une erreur contraire en rapprochant les deux îles, Borysthénis et Leucé, l'une de l'autre, et les plaçant près le rivage qu'on vient de nommer [170]. Mais dans la neuvième des cartes de l'ouvrage de Ptolémée, dessinées probablement d'après des originaux anciens, nous voyons nos deux îles Leucé et Borysthénis placées devant le liman du Borysthène; la dernière s'y trouve plus vers le sud que la première. Leucé, considérablement plus grande que Borysthénis, y est trois fois plus petite. Dans la huitième carte de Ptolémée, Borysthénis occupe, comme dans la neuvième, sa place devant l'embouchure du Dniepre, mais Leucé y est tout-à-fait omise. Sur la table de Peutinger, où le Borysthène ne se trouve pas, on remarque deux îles, dont l'une porte le nom de Leucé [171], l'autre en lettres abréviatives, celui d'île d'Hélène [172], car c'est ainsi et non pas *insula Helru* qu'il faut lire ce nom. La situation de la première est fausse; puisqu'elle se trouve près des Cyclades et de Sestus; mais l'île nommée Hélène est l'île Leucé d'Achille, et est située à l'embouchure de l'Ister. Les erreurs commises par Ptolémée par rapport au site des deux îles d'Achille, ont été répétées par Tzétzès [173]. Arrien ne nous indique pas la situation de Leucé d'une manière beaucoup plus précise que les autres géographes cités tout à l'heure. Car si Démétrius de Callatis étoit dans

l'erreur en rapprochant trop du sud l'île de Leucé, Arrien se trompe en la plaçant devant l'embouchure nommée *Psilon* [174], puisqu'il auroit dû la placer devant le *Kalon stoma.* Il est vrai qu'Arrien ajoute une remarque peu juste, en disant [175]: „quelques personnes nomment cette île, l'île d'Achille; d'autres le drome de ce héros; d'autres encore, l'île de Leucé, à cause de sa couleur.“ Mais il ne s'en suit pas de ces paroles qu'Arrien ait confondu l'île de Leucé avec le drome d'Achille, accusation injuste, dirigée d'abord contre lui par ses éditeurs, et trop légèrement répétée par beaucoup d'autres, jusqu'au dernier auteur qui a essayé d'écrire un livre sur les antiquités du Bosphore [176]. Car Arrien ne décide pas, il rapporte seulement les noms que les navigateurs et les marchands avoient donné à cet endroit. Des curieux qui ont visité l'île de Leucé n'y trouvant aucun lieu auquel ils pussent appliquer le nom de course d'Achille dont ils avoient entendu parler, ont cru que Leucé étoit aussi appelé drome d'Achille. Arrien s'étoit rendu de la Cappadoce, dont il étoit gouverneur, à Trapézus, pour inspecter et exercer les troupes romaines qui étoient en garnison dans les villes et places entre Trapézus et Dioscurias [177], voyage qu'il estime à 2260 stades [178], et dont la description est le seul morceau dans son périple, qu'il ait composé se trouvant sur les lieux. Les expressions dont il se sert dans le commencement de sa courte notice des bords maritimes du Bosphore-Cimmérien [179], ainsi que le reste de son livre, prouvent qu'il n'avoit pas fait lui-même le tour de cette mer, mais qu'il avoit tiré ce qu'il en dit, des descriptions faites par d'autres voyageurs. Il suit de cette remarque que ce géographe ne pouvoit avoir aucun motif pour rechercher la véritable situation du drome d'Achille. Le scholiaste de Pindare [180] a répété ce qu'il avoit trouvé dans le périple d'Arrien et dans celui de l'auteur anonyme [181]. Enfin Maxime de Tyr, dans une de ses dissertations intéressantes [182], et Pausanias [183], auteur d'une description assez détaillée de Leucé, ont placé cette île devant l'embouchure de l'Ister.

Quand on est sorti du Bosphore de Thrace et que le vaisseau tourne à gauche pour se porter vers le nord, on voit bientôt l'île de Leucé, qui dans cette direction paroît être située devant le liman du Borysthène. Mais cette proximité n'est qu'apparente, puisque la distance entre Leucé, l'embouchure du Borysthène et l'île du même nom est de 152 verstes ou 760 stades, distance inexactement évaluée à 140,000 pas, ou 1120 stades, égalant 224 verstes, par Pline [184]. Si Hérodote compte que le chemin de terre entre l'Ister et le Borysthène est de 2000 stades [185], 400 verstes, on doit peut-être supposer que pour faire le trajet des fleuves et éviter les marais produits par leurs débordemens, le voyageur se trouvoit quelquefois obligé de remonter dans l'intérieur des terres; à moins que l'on ne veuille supposer qu'Hérodote parle plutôt de l'endroit où le Borysthène se jette dans son liman que de celui où finit ce dernier. Il résulte donc de ces observations que, contre l'opinion de plusieurs auteurs anciens, l'île de Leucé se trouvoit située très-loin du Borysthène, qu'elle n'avoit rien de commun avec lui, et qu'elle appartenoit exclusivement à l'Ister, le Danube d'aujourd'hui. Un des anciens géographes ayant fait, dans un voyage de la mer noire, l'observation rapportée ici, ou l'ayant reçue d'un navigateur, l'aura insérée dans son ouvrage, et de cette manière la supposition erronée se sera propagée. À l'exception d'un petit nombre de médailles, nous ne possédons presque rien sur la ville d'Istrus. Si nous avions de cette ville autant de renseignemens, autant de monumens que nous en connoissons d'Olbie, nous aurions probablement trouvé sur ses inscriptions la preuve du respect que les Istriens portoient au temple d'Achille construit sur son île: on y auroit vu les restaurations qu'ils y avoient faites et le culte rendu à ce héros, soins sans lesquels le temple d'Achille de l'île de Leucé n'auroit pu subsister.

Examinons maintenant ce que les anciens nous ont dit de l'île d'Achille située devant le liman du Borysthène et nommée

Borysthénis. Strabon est le premier qui en fasse mention. Après avoir nommé l'île de Leucé, il dit [186]: „devant l'embouchure du Borysthène est une île avec un port.“ Il en parle une seconde fois dans les termes suivans [187]“: après l'île située devant le Borysthène, en naviguant vers l'orient on arrive au cap de la course d'Achille.“ Dans ces deux endroits l'île de Borysthénis est si clairement décrite qu'il seroit impossible de la confondre avec l'île de Leucé. Ce qu'en dit Pomponius Méla n'est pas moins remarquable [188]: „Leucé située vis-à-vis l'embouchure du Borysthène est extrêmement petite; elle est nommée Achilléa, puisqu'Achille y est enterré.“ Méla ne pouvoit pas, dans le passage cité, confondre l'île d'Achille du Danube avec l'île d'Achille à l'embouchure du Dniepre, quoique la circonstance que Méla ne fait point mention de l'île de Leucé, paroisse donner quelque probabilité à l'opinion contraire. Mais les limites étroites que ce géographe s'étoit fixées, l'ont forcé de passer sous silence et cette île et un nombre infini d'autres endroits. Ajoutons que ce que Méla nous dit de cette île, prouve qu'il ne puisoit pas dans les mêmes sources que Pline, mais dans les relations d'autres écrivains. Il faut observer encore que Méla dit que cette île est extrêmement petite. Mais aucun auteur, antérieur ou postérieur à Méla, n'a jamais dit de l'ile de Leucé qu'elle fut petite. Au contraire, les anciens ont dû la croire assez grande, et elle est réellement la plus considérable de toutes celles que l'on trouve dans le Pont-Euxin. Il résulte, soit des descriptions qu'ils en ont données, soit de ce qu'ils nous ont raconté des édifices qui y étoient élevés, et des faits qui, selon eux, s'y sont passés, soit aussi des mesures qu'ils nous en ont données, et de celles qui en ont été prises récemment et dont il sera question plus bas, que Leucé n'étoit pas petite. Mais cette épithète convient parfaitement à l'île dite Borysthénis, et c'est justement son peu d'étendue qui a été la cause qu'on en a parlé moins souvent que de l'autre. Arrien n'a point oublié de la nommer [189]; il observe qu'elle est très-petite, sans habitans et sans nom, et l'auteur

du périple anonyme en parle dans les mêmes termes[190]. Ptolémée est le premier qui lui donne le nom de Borysthénis[191] que l'on retrouve aussi dans la chrestomathie de Strabon[192], quoique Strabon lui-même ne l'ait pas nommée ainsi. Tout ce qui a été observé sur l'île de Borysthénis se trouve entièrement confirmé par un texte de Martianus Capella[193] qui, après avoir mentionné les déserts de la Sarmatie, ajoute: „non loin de là est un fleuve, un lac et une ville, qui tous portent le nom de Borysthénes et sont situés *tout près* de l'île d'Achille, célèbre par son tombeau.“ Ces trois lieux sont, le fleuve du Borysthène, son lac ou liman, et la ville d'Olbie. Nous voyons que Martianus et Méla, placent le tombeau d'Achille sur l'île de Borysthénis, qui, d'après Pline[194] et le scholiaste de Pindare[195], se trouvoit sur l'île de Leucé.

Les conquêtes des Romains en Europe et en Asie avant Auguste, avoient détruit le commerce des Grecs dans le Pont-Euxin, fait important qui entr'autres se trouve attesté par Dion Chrysostome qui florissoit sous Domitien. Ce commerce, unique source de la prospérité et des richesses de toutes les colonies grecques, ayant été d'abord affoibli par les guerres, ruiné ensuite et même anéanti lorsque les grands comme les petits états de la Grèce eurent perdu leur liberté, il étoit naturel que le petit nombre des vaisseaux qui hazardoient de porter leurs denrées dans le Pont-Euxin, pour les échanger contre les productions de ses colonies, préférassent les ports les plus proches de l'entrée de cette mer, plutôt que de s'avancer au fond de ce golfe jusque dans le port des Achéens, ou même jusqu'à Olbie située sur la rive droite de l'Hypanis. Il n'est donc pas étonnant que le périple d'Arrien[196] et celui de l'anonyme[197], qui lui est de beaucoup postérieur, ne parlent de l'île de Borysthénis que comme d'une île qui n'a point de nom. Si ces deux périples ajoutent que cette île est éloignée de 60 stades du fleuve du même nom, il faut observer que cette mésure n'est pas exacte. Car l'île de Borysthénis située immédiatement

devant le liman de ce fleuve, est éloignée de 370 stades, 74 verstes, de l'endroit où il se jette dans le liman. Si l'on croit que les deux géographes ont supposé que les eaux du fleuve et de son liman se terminoient près du cap, sur lequel étoit autrefois la forteresse d'Otchakov, éloignée de l'île un peu plus de 60 stades, ou de 12 verstes, la distance qu'ils ont donnée seroit juste. L'île de Borysthénis appartenant à la ville d'Olbie, comme il sera prouvé ci-après, lieu le plus éloigné de ce golfe, et par cette raison le moins fréquenté de ces parages par les commerçans, fut bientôt oubliée par les navigateurs. Ajoutons que l'Achilléa de l'Ister, plus grande et plus élevée que Borysthénis, et aussi beaucoup plus près de l'entrée du Pont, s'étoit toujours fait remarquer par tous ceux qui naviguoient dans cette mer. D'ailleurs Leucé paroissoit être assez grande pour avoir été le théâtre soit des événemens que l'on croyoit s'y être passés, soit du séjour et des amusemens du premier de tous les héros. Si l'île de Borysthénis ne manquoit pas entièrement de tous ces avantages, elle les possédoit dans un moindre degré.

Les dromes ou les courses d'Achille se trouvent si intimement liés à l'histoire des deux îles consacrées à ce héros, qu'il nous paroît indispensable de comparer les relations que les anciens nous ont données des premiers, avant que de continuer nos recherches sur celles-ci. Il n'est pas probable que la tradition concernant la course d'Achille soit plus ancienne que l'institution de son culte à Leucé et à Borysthénis. Malgré cela, la course doit son origine à des faits qui appartiennent au commencement de la guerre de Troie, et par cette raison il sera utile d'examiner avec soin les détails que les anciens nous en ont laissés, avant que de passer à l'histoire des deux îles. Hérodote est le plus ancien auteur de l'antiquité qui en ait fait mention, mais en passant et en peu de mots [198]. Euripide, comme il a été observé ci-dessus [199], l'appelle dans sa tragédie d'Iphigénie en Tauride *Δρέμους καλλιϛαδίους* [200]. Une très-

intéressante tradition nous a éte conservée par Lycophron. Il dit qu'Achille, lorsqu'il se trouvoit sur ce drome, avoit pleuré pendant cinq ans le malheur, de voir changée par Diane en une vieille femme sa chère Iphigénie qu'elle avoit enlevée au glaive des Grecs. Il la pleuroït parcequ'elle faisoit bouillir dans un chaudron pour servir d'alimens, les victimes humaines qu'elle avoit immolées [201]. Il est probable que Lycophron avoit emprunté ce mythe d'un poëte plus ancien, puisque dans un de ses poëmes, Alcée s'adresse déjà au fils de Thétis dans les termes suivans: *Achille! toi qui es roi de Scythie* [202]. Alcée ayant vécu peu de tems après que Milet avoit fondé ses colonies dans le Pont, est évidemment un des premiers poëtes qui aient chanté le séjour d'Achille dans le Pont-Euxin, et c'étoit peut-être son apothéose sur l'île de Leucé qui avoit fait dire qu'Achille, en cherchant Iphigénie dans la Scythie, avoit parcouru cette langue de terre devenue depuis si célèbre à cause de ce héros [203]. Peut-être aussi que cette apothéose avoit donné lieu à une narration un peu différente de la précédente, qu'Achille cherchant dans le Pont sa chère Iphigénie, avoit été le seul qui eut parcouru toute cette langue de terre qui, par cette raison, avoit reçu le nom de drome d'Achille [204]. Quelques auteurs ont voulu conclure de la phrase d'Alcée que son Achille avoit été roi de la Scythie et qu'ayant conçu une forte passion pour Iphigénie, il n'avoit pas cessé, après qu'il se fut transporté en Tauride, de la poursuivre de son amour [205]. D'autres ont prétendu que le fils de Thétis, tourmenté par sa passion pour Iphigénie, pendant son séjour en Scythie, l'avoit poursuivie jusqu'à cette langue de terre [206].

Strabon nous a donné une description détaillée de la course d'Achille, qui sera examinée plus bas [207]. Denys d'Alexandrie parle aussi de l'illustre drome d'Achille formé par une langue de terre étroite et longue [208]. Une des traditions les plus probables concernant cette course est celle de Méla; après en

avoir décrit le local, il raconte qu'un orage avoit forcé Achille d'entrer avec ses vaisseaux dans le Pont-Euxin, et qu'il s'étoit amusé à la course sur cette langue de terre, où il étoit resté pendant que le camp des Grecs se reposoit [209]. Pline compare, comme l'avoit fait Méla, cette langue à une épée et ajoute qu'elle avoit reçu le nom de drome d'Achille parce que ce héros s'y étoit exercé à la course. À la fin de son récit il donne les distances entre ce lieu et quelques autres endroits [210]. Les sources d'où Pline a tiré ses observations ne sont pas les mêmes que Méla a consultées. Ptolémée rapporte le nom de cette langue de terre, et ceux de ses deux pointes [211]. Arrien n'a point laissé de notices sur le drome: il en fait mention à l'endroit où il rapporte quelques erreurs des navigateurs concernant l'île de Leucé. Mais l'auteur du périple anonyme, après avoir recopié les mêmes erreurs, nous donne une description détaillée de cette fameuse course, ses mesures en longueur et largeur, et sa distance de plusieurs lieux [212]. Ce n'est qu'en peu de mots qu'Ammien fait mention de la course d'Achille: il répète qu'elle avoit reçu ce nom des exercices qu'y avoit faits le héros thessalien; mais il est dans l'erreur lorsqu'il croit que la Chersonèse-Taurique étoit habitée de son tems par les mêmes peuples qui s'y trouvoient avant Hérodote [213]. Priscien [214] et Etienne de Byzance [215] n'ont pas passé sous silence cet endroit, mais ils ont fait quelques erreurs. L'un prend cet endroit pour une île, l'autre l'approche de l'embouchure de la Méotide. Dans une remarque très-courte sur notre drome, Hésychius parle de plusieurs courses qui se trouvoient auprès de l'île de Leucé [216], mais on ignore quelles sont ces courses. Il n'est pas probable qu'Hésychius ait voulu indiquer les deux bras du drome d'Achille, puisque ce dernier est assez éloigné, et non auprès de Leucé; et on ne se trompera pas en supposant qu'Hésychius a extrait ce passage d'une relation sur l'île et la course d'Achille aussi inexacte qu'étoit celle que je viens de citer d'Arrien, répétée par le périple anonyme. Au reste je doute que la course

d'Achille et les habitans de sa côte, à cause de leur éloignement de l'île de Leucé, se soient jamais trouvés en relation avec cette dernière.

Des langues de terre très-longues et peu larges que l'on trouve assez souvent près des rivages peu élevés de la mer, étoient très-commodes pour servir aux anciens et nobles exercices de la course. Telles sont les très-longues langues qu'on remarque dans le canal de la mer noire connu sous le nom du Bosphore-Cimmérien, et dont aucun auteur ancien n'a parlé, ainsi que les dromes mentionnés par Marcianus d'Héraclée qui se trouvoient aux bords de l'Azanie, province de l'Aethiopie sur la côte orientale d'Afrique [217]. Un fragment de Denys Albianus [218] nous apprend que des rivages continus de la mer ont été appelés dromes d'Achille, et le scholiaste de Pindare en parlant de l'île de Leucé fait, comme Hésychius [219], mention du drome au pluriel [220]. Dans l'antiquité, les exercices gymniques, tels que la course, la lutte, le saut etc. étoient presque les seuls amusemens de la jeunesse. À peine Aenée fut-il descendu à terre à Antium que, comme il le raconte dans Virgile [221], il célébra des jeux:

Actiacaque iliacis celebramus littora ludis,
Exercent patrias oleo labente palæstras
Nudi socii.

La contrée à jamais fameuse par la course d'Achille étoit riche d'habitans. Denis d'Alexandrie les nomme Taures [222]; Pline, Taures, Scythes et Sarmates [223]. Le drome d'Achille n'a probablement jamais été habité, parce que cette langue de terre est trop basse et, par cette raison, sujette aux inondations. Ceux qui s'étoient établis sur la terre ferme au bord de la mer, vis-à-vis du drome, portoient le nom d'Achilliodromites [224]. Il est vrai que les auteurs grecs connus ne nous disent pas qu'Achille, célèbre par sa

célérité à la course [225], ait quitté quelque fois l'île de Leucé pour visiter son drome et s'y livrer à son exercice favori, entouré de ses amis. Mais il n'y a pas de doute que les Achilliodromites et les anciens poëtes n'ayent assez souvent mentionné et ses visites, et ses exercices fréquens. Dans la Chersonèse de Thrace on faisoit voir aux voyageurs les belles courses que l'on avoit établies au bord de l'Hellespont dans une vigne, entourées de fleurs, courses qui étoient consacrées à Protésilas [226], héros révéré dans ces parages, et dont la legèreté étoit si grande, qu'en courant, ses pieds ne laissoient point de trace sur le sol [227]. On ajoute que Protésilas s'y exerçoit souvent [228].

Quoique le drome d'Achille surpassât par son éclat tous les endroits consacrés à d'autres héros, on connoissoit pourtant encore quelques autres dromes très-respectés par les Grecs, et où l'on célébroit avec la plus grande solennité des exercices à la course. Ainsi on voyoit dans le voisinage de Mégare le *drome de la belle;* c'étoit le chemin qu'avoit pris, disoit-on, Inon portant son jeune fils Mélicertes pour aller se précipiter dans la mer [229]. La ville de Prusias en Bithynie, dont le nom ancien étoit Cius, célébroit une fête annuelle en honneur d'Hylas favori d'Hercule. Selon une très-ancienne tradition, les Nymphes d'un lac voisin l'avoient enlevé, et c'est de là que ce lac avoit été nommé Hylas. La fête commençoit par une course solennelle tout autour, en faisant retentir continuellement le nom d'Hylas, comme au jour où il avoit été enlevé [230]. Suivoit une course dans les montagnes voisines, et l'invocation à Hylas n'y étoit pas non plus oubliée [231].

La tradition qui existoit en Grèce qu'Achille, Protésilas, et les autres héros continuoient, après leur mort, les mêmes travaux qui les avoient occupés pendant leur vie, nous rappèle une tradition attique d'après laquelle les filles de Cécrops, Hersé, Pandrosos et Aglauros, visitoient quelquefois leur ville natale, et s'amu-

soient à des danses diverses, près la caverne de Pan où Créusé et Apollon avoient eu une entrevue [232].

Les courses dont il a été question jusqu'à présent étoient droites; c'est leur plus ancienne forme; car celles qui suivoient diverses directions [233], sont d'une origine postérieure, comme l'étoient aussi les courses à cheval, telles que celle que les Athéniens avoient instituée en l'honneur de Thésée [234], ainsi que beaucoup d'autres genres de courses et de danses, avec et sans armes.

III

À l'exception d'Hercule, Achille est le héros de la Grèce qui nous présente, depuis sa naissance, le tableau le plus riche en événemens singuliers, en faits curieux, et en honneurs distingués. Le destin ne lui avoit accordé qu'un très-petit nombre d'années [235]; ce fut aussi le sort de plusieurs hommes, illustres de leur vivant, qui reçurent des faveurs des dieux après leur mort [236]: ils les rappelèrent bientôt de ce monde, ne voulant pas qu'ils fussent entourés de tant de maux, ni que leur âme fut long-tems ensevelie dans le corps comme dans un tombeau, ou dans une prison, ni qu'ils fussent soumis au caprice des passions. Thétis avoit cru que son fils devoit avoir, après sa mort, pour séjour, une île où il existeroit libre de toutes les infirmités humaines, comme un héros ou un demi-dieu, c'est à dire, comme un être intermédiaire entre les dieux et les hommes. À sa prière, Neptune fit sortir du fond du Pont-Euxin une île [237] qu'elle remit à son fils [238]. Cette île a plusieurs noms, on l'appelle l'île d'Achille [239], *Achillea* [240], l'île dédiée [241] ou consacrée [242] à Achille, l'île de Leucé ou l'île blanche, l'île des bienheureux [243], car c'est ainsi qu'il faut expliquer le nom de Macaron que nous trouvons dans Pline, nom qui étoit probablement écrit en lettres grecques

dans le manuscrit original de cet auteur. Je prouverai plus bas [244] que cette dernière appellation ne pouvoit nullement convenir à l'ile de Leucé.

Les anciens ne sont pas d'accord sur la raison qui avoit fait donner à cette île le nom de Leucé. Quelques uns prétendent qu'elle l'avoit reçu à cause de l'écume de la mer qui entouroit ses bords [245], et par cette raison Lycophron l'a nommée φαληριῶσαν σπῖλον, *l'île couverte d'écume* [246]; d'autres, à cause de la couleur blanche du rocher dont elle est formée [247], et c'est de toutes les raisons la plus probable. Aussi Euripide parle de ses rivages blancs [248], dont Avien [249] fait également mention. Cette couleur la rend en mer très-facile à reconnoître aux navigateurs [250]. D'après une opinion différente, elle devoit avoir reçu le nom de Leucé à cause du grand nombre d'oiseaux blancs qui habitoient et couvroient ses bords [251], raison pour laquelle Euripide l'avoit nommée πολύορνις [252]. Plusieurs auteurs anciens parlent du grand nombre de ces oiseaux blancs apprivoisés [253], dont la plupart appartenoient à la mer, tels que les mouettes, les cygnes, les hérons, les cigognes [254] et autres oiseaux ressemblans aux halcyons [255]. Un voyageur moderne digne de foi nous rapporte que les oiseaux marins, dans les îles de la mer peu fréquentées, se multiplient à tel point que leurs bords paroissent couverts de neige [256]. L'île d'Achille étoit, au surplus, habitée par plusieurs animaux sauvages et apprivoisés [257], entr'autres par des chèvres, dont les voyageurs avoient fait hommage à Achille, soit en les offrant pour les sacrifices, soit en les mettant en liberté [258]. Cette multitude d'oiseaux blancs devoit produire un spectacle aussi surprenant que majestueux, et annoncer aux voyageurs la sainteté de cette île. Scymnus [259] et l'auteur du périple anonyme [260] nomment cet effet, θέαν ἱεροπρεπῆ, et Quintus de Smyrne l'île même, θεουδέα νῆσον [261]. Aucun homme n'habitoit Leucé [262].

Parmi les oiseaux que l'on nourrissoit en grand nombre dans les enceintes de plusieurs temples de la Grèce, on distinguoit les paons du temple de Junon à Samos [263], qui ont dû, dans le tems où ces oiseaux étoient rares, augmenter de beaucoup sa magnificence. Hercule et son épouse Hébé ont eu chacun un temple, dans un endroit que l'on ne nous a pas nommé : près de l'un on nourrissoit des coqs en l'honneur du premier, et dans l'autre des poules en l'honneur de Hébé. De tems en tems les coqs passoient la séparation qui les tenoit éloignés des poules, et rentroient ensuite dans leur domicile. Quand les œufs étoient éclos, on séparoit les coqs des poules pour les nourrir avec leurs semblables [264].

L'île étoit garnie d'arbres [265] et ornée de peupliers blancs et d'ormes [266]; plusieurs sources y repandoient la fraicheur [267]. Achille y habitoit un bel édifice [268]. Le temple qui lui étoit consacré avoit des autels pour recevoir les victimes qu'on lui immoloit [269]. Un oracle ajoutoit à sa célébrité [270]. On voyoit autour du temple des arbres plantés symmétriquement [271]. Philostrate nous apprend que ce temple étoit tourné du côté de la Mèotide, et il s'en suit qu'il se trouvoit sur le bord oriental de l'île [272]. Une tradition citée plus haut, portoit que Thétis avoit enterré dans cette île le corps de son fils [273], et plusieurs auteurs racontent qu'on y trouvoit son tombeau [274]; mais suivant d'autres il étoit placé dans l'île de Borysthénis [275]. On peut présumer que ce tombeau étoit, comme celui de Protésilas [276], entouré d'ormes, ou comme l'étoit de palmes sauvages celui du roi Erythras à Ogyris, île du golfe persique [277], ou bien encore de beaux arbres, comme celui de Cyrus à Pasargada. Autour de ce dernier temple couloit un ruisseau, et on y sacrifioit chaque mois un cheval [278].

Des avantages si rares et tant de monumens qui rappeloient le souvenir du premier des héros, à qui l'île de Leucé eut été consacrée, avoient fait ajouter au nom de cette île l'épithète de

πολυώνυμος [279] et μεγαλώνυμος [280], *trés-célèbre.* On la nommoit aussi, *l'île sacrée* et *inviolable*, parce qu'elle étoit un refuge hospitalier pour les mariniers [281]. Dans le temple on voyoit la statue d'Achille [282]; Pausanias en a fait aussi mention; c'étoit un travail de l'ancien style [283]. Cependant suivant le récit de Philostrate, ce furent les statues d'Achille et d'Hélène réunis par les Parques [284], dont on avoit orné ce temple; mais nous ne savons pas, si dans ce groupe les Parques étoient aussi représentées. Quant au travail, la statue d'Achille, ou même les statues qu'il y avoit à Leucé, si l'on veut croire Philostrate, l'emportoient de beaucoup sur celles qu'Arrien trouva à Trapézus [285]. Achille étoit trop révéré dans ces parages, pour qu'on eut voulu lui consacrer un ouvrage médiocre. La ville d'Apollonia ayant érigé, sur une île peu éloignée de Leucé, une statue d'Apollon si belle que Lucullus la jugea digne d'être transportée à Rome, où elle fut connue ensuite sous le nom de l'Apollon Capitolin [286], on ne se trompera pas, en supposant que les Istriens n'avoient pas fait moins pour Achille.

Philostrate, après avoir décrit le groupe du temple d'Achille, dit [287]: „ quoique les yeux soient le siège de l'amour, et que la vue, suivant les poëtes, le fasse naître, Achille et Hélène ont été les premiers qui, sans s'être vus, puisque l'un étoit devant Ilium, et l'autre en Aegypte, soient devenus amoureux l'un de l'autre par l'ouie qui leur a fait connoître leur renommée mutuelle." La même observation, concernant l'effet de la vue et de l'ouie dans l'amour, a été faite par Boccace qui dit [288]: *assai son coloro che credono, amor, solamente dagli occhi acceso, le sue saette mandare, coloro schernendo che tener vogliono, che alcuno per udita si possa inamorare.* Après la reflexion citée, Philostrate poursuit [289]: d'après la destinée, Achille et Hélène devant exister à jamais réunis ensemble, ils se sont vus et embrassés pour la première fois sur cette île, créée pour eux par Neptune à la demande de Thétis. Neptune, Amphitrite, les Néréides, et toutes les autres

divinités et démons du Pont, de la Mèotide, et des fleuves qui se jettent dans les deux mers, s'étoient rassemblés pour célébrer ces noces. Pausanias en décrivant l'île de Leucé, nomme aussi Hélène comme épouse d'Achille [290]. D'après des traditions plus anciennes, comme celles d'Ibycus de Rhégium qui vivoit au milieu du sixième siècle avant notre ère, et de Simonide de l'île de Céos, auteurs mentionnés plus haut [291], l'épouse d'Achille aux champs élysées auroit été Médée. Alcée, encore plus ancien qu'Ibycus, avoit invoqué dans un de ses poëmes, Achille qu'il nomme roi de Scythie [292]; mais nous ignorons si Médée avoit été unie à ce héros par ce poëte. Lycophron [293], Dosiade [294], et Apollonius de Rhodes [295], ont suivi Ibycus et Simonide. Mais malgré la haute antiquité de la tradition qui donne Médée à Achille pour épouse, il en existe une autre qui ne paroît pas moins ancienne que celle d'Ibycus et de Simonide, qu'Antoninus Libéralis nous a conservée, prétendant l'avoir empruntée d'un Nicandre. Suivant cette tradition, Iphigénie étoit fille de Thésée et d'Hélène, mais Clytæmnestre, sœur d'Hélène, avoit persuadé à Agamemnon qu'elle étoit son propre enfant, et qu'après avoir passé un certain tems en Tauride, elle étoit rajeunie et avoit été changée en Déesse immortelle par Diane qui lui avoit donné le nom d'Orilochia et l'avoit conduite à Leucé, où elle devint l'épouse d'Achille [296]. Cette tradition, qui s'accorde avec un fragment des poëmes cypriens conservé par Proclus [297], et à laquelle Pétrone se refere [298], paroît être la continuation de celle qui a été conservée par Lycophron, dans laquelle nous avons vu qu'Iphigénie, après avoir été enlevée du camp des Grecs et transportée en Tauride, avoit été, au grand regret de l'amoureux Achille, métamorphosée en vieille femme. Le fond du mythe de Nicandre conservé par Antonin Libéralis ne peut pas être d'une origine plus moderne que celui rapporté par Ibycus, parce que le premier est fondé sur ce que dit Agamemnon dans l'Iliade [299]: „*de retour dans le fertile pays d'Argos, Achille sera mon gendre; je l'honorerai à l'égal d'Oreste, mon fils unique,*

élevé à Argos dans l'abondance de tous biens. Trois filles habitent mon superbe palais, Chrisothémis, Laodicé et Iphianasse; qu'il choisisse celle qui lui agréera le plus, qu'il l'emmène dans le palais de Pélée son père." Les poëtes postérieurs à l'Iliade qu'Euripide avoit suivi, adoptèrent la tradition de cette promesse et c'est de là que ce poëte tragique, appuyé sur une lettre qu'Ulysse avoit supposée sous le nom d'Agamemnon, fait demander à Clytæmnestre qu'Iphigénie soit conduite en Aulide, pour être mariée à Achille [300]. C'est aussi de là que derive peut-être la passion ardente d'Achille pour la fille d'Agamemnon dans Lycophron [301], ainsi que la tradition que Néoptolème a été fils, non pas de Déidamie, mais d'Iphigénie [302]. Si dans Homère Achille rejette l'offre que lui fait Agamemnon, en disant [303]: „*le fils d'Atrée Agamemnon, ose me proposer l'hymen de l'une de ses filles! eût-elle tous les charmes de Vénus, pût-elle le disputer à Minerve dans les arts de son sexe, je ne l'épouserois pas; qu'il choisisse un autre gendre entre les enfans de la Grèce, celui qui lui agréera le plus, dont la puissance, dont l'autorité flatteront son ambition. Si les dieux me conservent la vie, s'ils permettent que je revienne dans ma patrie, Pélée mon père me choisira une épouse. Il est dans l'Elide, il est dans Phthie, des filles de Rois protecteurs des cités; l'une d'elles sera ma compagne; uni par les nœuds d'hyménée, à cette épouse chère à mon cœur, je possederai en paix les richesses que le vieux Pélée m'a acquises*;" ces mots prononcés dans un violent courroux n'ont pas empêché les poëtes de donner de la réalité au mariage d'Achille avec Iphigénie.

Hésychius [304] et autres auteurs [305] observent que l'Iphianassa d'Homère a été appelée Iphigénie par Euripide et les autres poëtes tragiques. Sophocle dans sa tragédie d'Electre, mentionne comme présente à Argos cette fille d'Agamemnon, aussi sous le nom d'Iphianassa, et son scholiaste [306] ne sait expliquer cette difficulté qu'en disant que Sophocle la suppose en Tauride. Mais il se trompe aussi bien que

Musgrave [307], qui dit que l'Iphianassa nommée par Sophocle n'est pas la même qu'Iphigénie, puisqu'Homère avoit offert la première à Achille dix ans après que la seconde avoit été immolée. La solution de ce problème que l'on chercheroit en vain dans Eustathe, nous la trouvons dans un grammairien [308] qui remarque qu'Homère parle dans le passage cité d'Iphigénie vivante à Argos, parce que son immolation et son séjour en Tauride étoient inconnus à ce poëte, et inventés par des poëtes postérieurs; observation qui explique aussi le passage cité de Sophocle. Au reste, les poëtes postérieurs à Homère et les auteurs de tragédies avoient pris la liberté de changer les noms anciens. Ils avoient donné, par exemple, à Chryséis le nom propre d'Astynomé [309], à Epicasté celui de Jocasté [310], et Cassandra avoit été nommée Alexandra chez les Lacomiens [311]. Enfin dans la suite du tems la tradition qu'Hélene partageoit avec Achille son séjour dans l'île de Leucé ayant prévalu, on s'est trouvé dans la nécessité de terminer d'une autre manière le sort d'Iphigénie. Quelques uns, entr'autres les habitans de Mégare, disoient donc qu'elle étoit décédée dans leur ville, et montroient son tombeau [312]. Les Arcadiens possédoient des traditions différentes sur l'histoire d'Hélène [313]. D'après Hésiode, Iphigénie ne mourut pas, mais devint Hécaté; c'étoit la volonté de Diane [314]. L'opinion la plus repandue a été que les Taures dans la Scythie sacrifioient à une vierge, à Iphigénie, fille d'Agamemnon, tous ceux qui avoient fait naufrage sur leurs côtes [315].

On voyoit à Leucé dans le temple d'Achille, beaucoup de présens et d'offrandes que les devots lui avoient consacrés, des tasses, vases, pierres précieuses montées en bague. On y lisoit des épigrammes ou petits poëmes grecs et latins en différens mètres, remplis de ses louanges, et quelquefois aussi de celles de Patrocle. Car tous ceux qui desiroient être agréables à Achille, n'oublioient pas de témoigner aussi leurs respects à ce héros [316]. En général les habitans des côtes plus ou moins éloignées de l'île de Leucé, ne

manquoient pas de porter de tems en tems à Achille des marques de leur profonde vénération [317]. Mais Patrocle n'étoit pas le seul qui partageât avec lui le séjour délicieux et enchanteur de cette île. Ajax, fils de Télamon qui, de même qu'Achille, appartenoit à la famille des Aeacides dont Jupiter étoit l'ayeul, Ajax fils d'Oelée, et Antiloque continuoient ici les relations d'amitié qui les avoient liés précédemment [318]. Il faut observer à cette occasion que Denys d'Alexandrie a commis une grande erreur en confondant l'île de Leucé avec celles des bienheureux [319], erreur qu'on trouve aussi dans Pline, qui dit que l'île d'Achille avoit entr'autres le nom de Μακάρων [320]. On rencontre aussi la même faute dans les imitateurs de Denys, dans Priscien [321] et Avien [322]. Eusthate, il est vrai, s'efforce de substituer au passage de Denys un autre sens, celui que Leucé étoit le séjour des âmes des guerriers célèbres, et que celles des autres hommes justes habitoient pour récompense dans les îles de l'océan situées à l'occident [323]. Mais les textes cités de Pline, de Priscien et d'Avien, prouvent que Denys s'étoit trompé, et qu'il avoit confondu le lieu destiné pour séjour à Achille avec les îles fortunées. Il ne sera pas superflu peut-être de prévenir une objection que pourroit faire naître cette description du temple d'Achille. On dira qu'il est peu vraisemblable que les offrandes précieuses et les dons offerts à Achille aient pu se conserver dans ce sanctuaire, sans une garde particulière. Nous savons, il est vrai, que dans le célèbre temple de Vénus d'Eryx en Sicile, situé sur la cime d'un rocher d'une énorme hauteur [324], on voyoit déposés et consacrés à cette déesse beaucoup d'or et d'argent, des colliers précieux et des bagues de grand prix, et que par respect pour cette divinité personne n'osoit y toucher. Mais si les habitans de la Sicile, aussi bien que les étrangers, offroient tous les jours et jusque dans la nuit des sacrifices à Vénus [325], il est donc certain que ce temple, de même que celui d'Achille à Leucé, avoit ses prêtres et ses gardiens qui le desservoient. On gardoit tout ce que les temples de l'antiquité possé-

doient en objets précieux dans une chambre attenante au temple, l'opisthodome, ou dans de petits édifices construits à côté. Si les anciens auteurs nous disent que l'île d'Achille étoit déserte et sans habitans, il ne s'en suit pas que le temple n'ait eu ni prêtres, ni gardiens.

On racontoit que le grand nombre d'oiseaux marins que l'on voyoit sur l'île de Leucé, se trouvoient au service d'Achille et desservoient son temple. Ils voloient de grand matin à la mer, y mouilloient leurs plumes et retournoient au temple dont ils arrosoient le pavé en volant aussi bas qu'il leur étoit possible, et le nettoyant ensuite de leurs ailes, dont il se servoient comme de balais [326]. Ils employoient le même procédé pour purifier l'enceinte du temple [327]. Jamais un oiseau n'osoit voler au dessus du temple d'Achille [328]. On raconte que les cygnes donnoient des preuves semblables de dévouement et de respect au temple d'Apollon, divinité qui jouissoit de la plus haute vénération chez les Hyperboréens [329]. À l'approche de la fête de ce dieu, ces oiseaux arrivoient en foule des monts Riphéens pour son service. Ils voloient autour de son temple, ils en chassoient la poussière, et ensuite se posoient à terre dans son enceinte. Lorsque les chanteurs, accompagnés du jeu des citharistes qui s'y trouvoient en très-grand nombre [330], commençoient leur chants à la louange d'Apollon, les cygnes faisoient entendre aussi leurs voix pures et harmonieuses, en accompagnant la mélodie des artistes. Le chant fini, ils s'en retournoient, après avoir participé aux cérémonies usitées dans la vénération d'Apollon, et assisté tout le jour à son culte, en chantant et en divertissant tous ceux que la fête y avoit attirés.

Les anciens nous ont transmis plusieurs autres exemples de la prédilection ou de l'aversion que des oiseaux ont témoignées pour quelques endroits. C'est ainsi que les corneilles ne s'approchoient pas de la citadelle d'Athènes [331], et en général on ne voyoit cet

oiseau que très-rarement dans les bois et enceintes qui étoient consacrés à Minerve; quelquefois même on ne l'y voyoit jamais, parce que cette déesse lui avoit interdit, comme à un oiseau babillard, l'entrée de ces lieux, pour le punir de ce qu'il lui avoit apporté le premier la nouvelle que l'on avoit découvert Erichthonius[332]. En Bœotie les perdrix ne passoient jamais, depuis l'automne jusqu'au printems, la frontière de l'Attique [333], et aucune mouche ne se posoit sur les portes du temple de Vénus à Paphos [334]. On savoit que, par horreur des cruautés qu'avoit exercé Térée, les hirondelles ne venoient jamais dans sa résidence qui étoit à Bizya dans la Thrace. On ne les voyoit pas non plus à Thèbes, et pourquoi? c'est que les murailles de cette ville avoient été prises plus d'une fois, et on croyoit que cet oiseau, doué d'une certaine prescience, évite tous les édifices qui ménacent ruine. Au reste on regardoit l'hirondelle comme un oiseau sacré que les oiseaux de proie n'osoient pas même toucher [335].

Il y avoit des loix et réglémens chez les anciens qui défendoient l'entrée des temples et des lieux sacrés à certains animaux; en quelques endroits certaines espèces étoient protégées par les divinités mêmes, contre les attaques de leurs ennemis. Aucun chien, par exemple, n'auroit pu aborder dans les îles consacrées [336], ni entrer dans les asyles et les temples [337]. A Délos, île dediée à Apollon, il étoit aussi sévèrement défendu d'avoir des chiens que d'enterrer ou de brûler des morts [338]. Ces animaux évitoient l'île de Syagros dans le golfe persique, et s'il s'en trouvoit même un seul sur ses rivages, il erroit sans cesse au bord de l'île jusqu'à ce qu'il eut cessé de vivre [339]. Aucun chien ne pouvoit se montrer dans la citadelle d'Athènes, moins à cause de l'impudence qui est un des caractères de ces animaux que, comme le croyoit Plutarque [340], parce qu'il est querelleur [341]. Des cerfs qui s'étoient sauvés de la chasse, dans la grande forêt consacrée en Chypre à Apollon, ne pouvoient plus être

poursuivis par les chiens [342]. Le pouvoir des dieux se manifestoit d'une manière encore plus sensible chez les Hénètes, dans un bois consacré à Junon Argia et à Diane Aetolis. Des loups et des cerfs y vivoient dans une paix parfaite, et se laissoient toucher sans témoigner aucune crainte. Le gibier y trouvoit un asyle; de même que dans la forêt de Chypre, les chiens ne pouvoient plus l'y poursuivre. Aulé en Arcadie, lieu consacré à Pan, offroit aux animaux poursuivis par les loups un asyle aussi inaccessible à ces derniers que les endroits cités précédemment l'étoient aux chiens [343]. On nourrissoit aussi dans l'enceinte des temples, des bêtes féroces apprivoisées. Les voyageurs qui venoient à celui de la déesse Anaïtis de la ville d'Elymaïs en Assyrie, étoient salués par des lions qui venoient à leur rencontre [344]. Mais les chiens qui étoient regardés comme des animaux impurs et qu'on repoussoit des temples et des lieux sacrés dans la plupart des villes grecques, y étoient admis dans quelques contrées comme gardiens. En voici des exemples: dans la ville d'Adranus, au pied de l'Aetna, le temple du dieu du même nom étoit gardé par plus de mille chiens d'une beauté extraordinaire et qui surpassoient les chiens molosses. De jour ils étoient doux envers les Adraniens et les étrangers qui se trouvoient au temple, ou se promenoient dans le bois sacré; pendant la nuit, en marchant devant ceux qui s'étoient ennyvrés, ou qui ignoroient le chemin, ils leur servoient de guides. Ils dechiroient les habillemens des personnes qui ne se conduisoient pas avec décence; quant à ceux qu'ils apercevoient commettant des vols, ils les mordoient sans pitié [345]. Les chiens attachés au temple de Vulcain dans la ville d'Aetna en Sicile, ne montroient pas moins d'intelligence que ceux d'Adranus: doux envers les honnêtes gens, ils étoient féroces envers les fripons; ils les mordoient et les chassoient du temple [346].

Pour completter le tableau de l'île de Leucé consacrée à Achille, il faut jetter encore un coup d'œil sur la vie qu'on y menoit

et sur les occupations de ses illustres habitans. Créée d'abord par Neptune pour servir de séjour au fils de Thétis, cette île avoit un but secondaire, celui de servir de refuge aux marins pendant les tempêtes assez fréquentes dans le Pont-Euxin, mer redoutée à cause de ses orages [347]. Elle fut, suivant un ancien auteur, rarement visitée par des curieux, et la plupart du tems, ce n'étoit que par ceux qui avoient l'intention d'offrir des sacrifices à Achille [348]. On abordoit avec le nombre nécessaire de victimes; une partie étoit offerte comme sacrifice au seigneur du pays, à Achille; une autre servoit de présent au même héros, et étoit remise en liberté. Les voyageurs qu'une tempête avoit forcés de chercher un asyle à Leucé, se rendoient au temple, demandoient une victime, et attendoient que l'oracle eut décidé si la chèvre qu'ils avoient choisie dans la prairie, étoit bonne pour être sacrifiée avec succès. Ils déposoient en même tems l'argent qui leur paroissoit convenable; si l'oracle le refusoit, ils ajoutoient au prix jusqu'à ce qu'il l'eut déclaré suffisant. Alors la victime venoit d'elle même se placer devant l'autel pour être immolée, et le sacrifice se consommoit. On croyoit que le trésor du temple d'Achille avoit accumulé de cette manière des sommes considérables [349]. On connoissoit dans l'antiquité d'autres temples où, comme dans l'île de Leucé, la victime se présentoit d'elle même devant l'autel de la divinité. Tels étoient l'autel de Rhésus sur la montagne de Rhodopé, et celui de Jupiter Acræus à Halicarnasse. On disoit que des sangliers, des chevreuils, et d'autre gibier, se présentoient volontairement devant le premier, parce que Rhésus avoit été, de son vivant, et étoit même après son décès, amateur passionné de la chasse [350]. C'étoit une chèvre qui, devant l'autel du second, le jour de la fête de Jupiter, lorsqu'on faisoit passer devant son temple un troupeau, en sortoit par un mouvement spontané et venoit devant l'autel s'offrir comme victime [351]. On racontoit la même circonstance du célèbre temple de Vénus à Eryx [352]. Il a été observé que ceux qui abordoient à l'île de Leucé, mettoient

en liberté, après le sacrifice offert à Achille, un certain nombre de chèvres destinées, comme présent, au même dieu. Pour prouver que ce n'étoit pas seulement dans l'île d'Achille que cette coûtume étoit en usage, on peut citer Cathée, île déserte et basse de la mer des Indes; les habitans des terres voisines y portoient chaque année, un certain nombre de brébis et de chèvres qu'ils offroient à Mercure et à Vénus, en leur donnant la liberté. L'île étant déserte, ces animaux, par la suite du tems, devinrent sauvages [353]. Il est très-vraisemblable que le grand nombre de chèvres sauvages, chevreuils et lièvres que l'on trouvoit à Icarus, une des îles de la mer rouge, ne provenoit que de pareilles offrandes. Si quelqu'un vouloit chasser dans cette dernière île, il devoit demander la permission à Diane, à qui l'île étoit consacrée; sans cela il ne pouvoit s'emparer d'aucune pièce de gibier, et en outre il étoit puni [354].

Les marins qui découvroient devant eux, au milieu d'un orage, l'île d'Achille, s'embrassoient et pleuroient de joye; ils abordoient en saluant cette terre hospitalière, et couroient au temple pour offrir à Achille leurs prières et leurs sacrifices [355]. Les bords de la côte occidentale de la mer noire étant, comme il a été observé ci-dessus, si basses dans ces parages que l'on ne les distingue pas de loin, même quand on se trouve sur l'île de Leucé [356], cette île étoit, par conséquent, un point de la plus haute importance pour les marins de l'antiquité. D'après la grandeur du vaisseau et la fortune des navigateurs, une victime de plus ou de moins de valeur se rangeoit alors devant l'autel et étoit sacrifiée [357]. Arrivoit-il qu'un vaisseau eut jetté l'ancre dans une baye, ou du nord ou du sud, et qu'un vent contraire l'empêchât d'en sortir? Achille, criant à haute voix, indiquoit aux matelots qui se trouvoient sur la proue du vaisseau, un autre ancrage, et leur ordonnoit de s'y porter [358]. On racontoit qu'il avoit paru en songe à plusieurs navigateurs; aux uns quand ils étoient déjà arrivés à l'île, aux autres quand ils s'en étoient rapprochés, et qu'il leur avoit indiqué

l'endroit le plus favorable pour y jetter l'ancre [359]. D'autres marins racontoient aussi qu'Achille et Patrocle leur avoient apparu en songe [360]. D'autres encore rapportoient qu'ils avoient vu Achille en plein jour, debout sur le grand mât, ou sur le mât d'avant, absolument comme les marins voyoient l'apparition de Castor et Pollux, avec cette seule différence que ceux-ci apparoissoient en tous lieux comme sauveurs au milieu des dangers, tandis qu'on ne voyoit Achille que lorsqu'on étoit en vue de son île [361]. Plusieurs marins, disoit-on, l'y avoient vu souvent, sous la forme d'un beau jeune homme aux cheveux blonds, portant des armes resplendissantes d'or [362]: c'est ainsi qu'il s'étoit fait voir, debout sur son tombeau, aux Grecs qui revenoient de devant Troie, et qu'il leur demanda une marque d'honneur et de reconnoissance [363]. Après son décès ce héros continua, dans l'île de Leucé, les occupations de sa vie précédente [364], et ceux qui y abordoient se trouvoient quelquefois dans une terrible épouvante, en entendant le bruit des armes, la marche des chevaux et les cris des guerriers, sans voir personne [365]. Les autres héros qui ne jouissoient pas comme Achille, Protésilas, Diomède et quelques autres, du privilège d'habiter, une île ou un endroit séparé, mais qui se trouvoient rassemblés aux îles des bienheureux, ou aux champs élysées, s'amusoient à des exercices gymniques, à des courses à cheval, en jouant au jeu d'échecs, ou en jouant de la lyre, chacun en s'abandonnant au goût qu'il avoit eu de son vivant [366]. Aenée descendu au Tartare, nous le décrit dans les vers suivans [367]:

locos lætos, et amœna vireta
Fortunatorum nemorum, sedesque beatas.
Largior hic campos æther et lumine vestit
Purpureo; solemque suum, sua sidera norunt.
Pars in gramineis exercent membra palæstris;
Contendunt ludo, et fulva luctantur arena;
Pars pedibus plaudunt choreas, et carmina dicunt.

Nec non Threïcius longa cum veste sacerdos
Obloquitur numeris septem discrimina vocum :
Iamque eadem digitis, iam pectine pulsat eburno.
Hic genus antiquum Teucri, pulcherrima proles,
Magnanimi heroes, nati melioribus annis,
Ilusque, Assaracusque, et Troiæ Dardanus auctor.
Arma procul currusque virum miratur inanes.
Stant terra defixæ hastæ, passimque soluti
Per campos pascuntur equi. Quæ gratia currum
Armorumque fuit vivis, quæ cura nitentes
Pascere equos, eadem sequitur tellure repostos.

Si Achille apparoissoit quelquefois dans toute sa beauté et orné d'une armure brillante d'or, aux étrangers arrivés à l'île de Leucé, d'autres héros, ses contemporains, faisoient de même en d'autres lieux, entr'autres Protésilas et ses guerriers [368], dont les grandes et belles figures, secouant la crinière de leurs casques, furent quelquefois apperçus par les pasteurs de la plaine de Troie [369]. Leur extérieur servoit de présage ; étoient-ils couverts de poussière ? ils annonçoient la sécheresse et de grands chaleurs. Couverts de sueur, ils indiquoient des pluies et l'inondation. Sans ces signes, ils présageoient du bonheur, et les pasteurs, par reconnoissance, leur offroient, les uns une brebis, les autres un taureau, un poulain, ou un autre animal choisi dans leur troupeau [370]. Un paysan ayant pendant long-tems et de plusieurs manières témoigné sa vénération pour Palamède, héros très-célèbre par son génie, celui-ci lui apparut et lui rendit en récompense un grand bienfait [371]. Il est fâcheux que l'on ignore les noms de beaucoup de figures héroïques qui se faisoient voir dans la plaine d'Ilium et en d'autres lieux, et qui se distinguoient toutes entre elles par leur physionomie, leur âge, et leur armure [372]. Suivant une tradition, Homère, pénetré du desir le plus ardent de voir de ses propres yeux le divin Achille, lui avoit

offert, près de son tombeau situé sur le promontoire de Sigée, des libations et des couronnes, jusqu'à ce que ce héros lui eut apparu; mais la splendeur de ses armes avoit tellement ébloui le poëte qu'il en devint aveugle [373]. Ceux qui habitoient le sol de l'antique Troie et son voisinage, assuroient qu'ils voyoient quelquefois Hector avec ses armes resplendissantes se promener dans leur plaine [374]. Ils prétendoient aussi voir, de tems en tems, Achille partager les occupations des anciens héros qu'il y rencontroit: on le distinguoit de ceux-ci à sa belle et grande taille, et à la splendeur de ses armes. Si Achille trouvoit des hommes sur son chemin, il leur parloit quelquefois. La chasse étoit son principal amusement. On croyoit avoir remarqué que sa figure aërienne étoit suivie d'un vent assez fort qui paroissoit la soutenir et la mouvoir [375], car on savoit que l'île de Leucé n'étoit qu'un lieu qui réunissoit les âmes ou les esprits des héros décédés [376]. L'idée de l'essence de ces esprits que quelques uns croyoient formés d'air et ressembler à des ombres, s'éloignoit sûrement de l'opinion plus répandue que les héros qui, après leur decès, ne cessoient pas d'exister parmi les mortels, mais dans des îles et des lieux séparés, devoient posséder des corps beaucoup plus déliés, plus purs et plus parfaits que les autres hommes et à peu près tels que Pindare se les imaginoit en les nommant εἴδωλα [377]. Cette opinion s'acordoit avec les relations que l'on recevoit de l'île de Leucé, et où l'on représentoit Achille, Hélène, et ses amis s'amusant à boire et à chanter, ainsi qu'à la tradition qu'Hélène dans cette île, avoit donné à Achille un fils nommé Euphorion [378]. Outre les petites excursions qu'Achille avoit faites de cet endroit à Ilium, il doit avoir entrepris des voyages plus lointains. Les anciens nous disent entr'autres qu'il fut présent à la bataille entre les Locriens et les Crotoniates, fait dont il sera question plus bas.

On avoit encore des idées différentes sur l'essence de l'âme des morts. D'après quelques auteurs anciens; elles séjournoient

dans l'île de Brétannie, que quelques uns croyoient être l'île des bienheureux dans l'Océan, mentionnée par Hésiode. Les Gaulois habitans du rivage opposé à la Brétannie, croyoient que les âmes ou esprits étoient invisibles aux vivans, mais qu'ils n'en jouissoient pas moins de la faculté de parler. Ils rapportoient que, retirés dans leurs maisons et ensevelis dans le sommeil, ils les entendoient les appeler par leurs noms et frapper à leurs portes. Ils sortoient alors de chez eux, voyoient des navires étrangers remplis des passagers invisibles, qui les invitoient à monter à bord et à tirer les vaisseaux à la rame. Par ces manœuvres on atteignoit promptement et comme d'un trait les bords de la Brétannie. Mais les Gaulois qui se servoient de leur propres vaisseaux et de voiles, pouvoient à peine faire la même traversée dans un jour et une nuit. Lorsque ces passagers inconnus et invisibles étoient descendus à terre, on entendoit les voix de ceux qui étoient venus à leur rencontre, et qui les appeloient de leur nom, nommoient leur tribu, disoient leur parenté, leur profession; et on entendoit de même la voix des passagers nouvellement arrivés. Remontés sur les navires, les Gaulois retournoient chez eux avec la même vitesse, mais en observant toujours que leurs vaisseaux étoient plus légers que lorsqu'ils étoient chargés de ceux qu'ils avoient transportés [379]. D'autres merveilles étoient racontées de plusieurs îles désertes dans le voisinage de la Brétannie, que l'on croyoit être habitées par des démons et des héros [380].

L'île de Leucé étant regardée comme un lieu consacré à Achille et renfermant, au moins d'après l'opinion de quelques uns, le sépulcre de ce héros, il étoit naturel qu'il fut défendu rigoureusement aux navigateurs, aussi bien qu'aux autres Grecs et Barbares, d'y faire des établissemens [381]. On croyoit qu'autour des tombeaux des anciens héros en général, il se passoit pendant la nuit beaucoup de faits qui excitoient la terreur et l'épouvante. Témoin, entr'autres, le bruit des tambours de basque, des cymbales,

et des crotales, mêlés d'éclats de rire qu'on entendoit autour du tombeau à Lipara, une des îles æoliques. Personne n'osoit, sans courir les plus grands risques, s'approcher de cette île pendant la nuit [382]. Cette même défense avoit lieu dans les deux ou trois îles situées à l'entrée de la mer méditerranée, et où se trouvoient les colonnes d'Hercule. Ces îles avoient des temples et des autels, en l'honneur de cette divinité [383]. Il étoit permis aux navigateurs d'y aborder et d'offrir à Hercule des sacrifices, mais ils devoient s'en éloigner immédiatement après [384]. Hannon, célèbre amiral des Carthaginois, ayant abordé une île déserte de la côte occidentale d'Afrique, lui et sa suite n'y trouvèrent que des forêts; mais pendant la nuit il remarqua, ainsi que ses compagnons, des feux en beaucoup d'endroits. On entendoit le bruit des flutes, des tambours, des cymbales et de mille différentes voix. L'horreur et l'épouvante s'empara de tous, et les prêtres leur ordonnèrent de quitter l'île [385]. Ajoutons encore qu'à Aegæ, île de la mer de ce nom, consacrée à Neptune, personne n'osoit y passer la nuit, à cause des fantômes hideux qu'on y voyoit [386]. On disoit encore que ceux qui commettoient l'imprudence d'y rester disparoissoient [387], et que, par cette raison, on prenoit garde de s'en approcher, en appliquant à ce lieu le vers d'un ancien poëte:

Οὐκ ἐνθάδ᾽ οἱ πλοῖ τοῖσι σώφροσι βροτῶν.

Il étoit défendu de même de passer la nuit sur le promontoire sacré de l'Espagne, parce que, disoit-on, les dieux s'y trouvoient alors: On n'y étoit pas dans l'usage d'offrir des sacrifices, et ceux qui vouloient examiner ce lieu, passoient la nuit dans un village voisin, pour s'y rendre le lendemain pourvus d'eau parce que ce promontoire en manquoit [388].

Au coucher du soleil tous les voyageurs et tous les matelots devoient se retirer de l'île de Leucé [389], ou passer la nuit à bord de leur vaisseau, si des vents contraires les empêchoient de

s'éloigner [390]. Celui qui y auroit passé la nuit, ne l'auroit fait qu'au péril de sa vie [391]. C'étoit l'heure où Achille et Hélène se mettoient à table, pour souper, et pour se divertir en buvant et en chantant. C'étoit là qu'ils faisoient retentir l'air des chants d'Homère, et d'autres chants composés en l'honneur de ce grand poëte. Car Achille avoit reçu de la muse Calliopé le talent de la poësie et de la musique, et se vouoit dans son île à ces deux arts encore plus qu'auparavant, parce qu'il y vivoit dans une paix éternelle [392], ne faisant que rarement des exercices militaires [393], et se mêlant plus rarement encore dans les batailles des Grecs où il restoit invisible [394]. On trouva que l'ode qu'il avoit composée pour célébrer Homère, étoit pleine d'un feu céleste: c'étoit le sentiment aussi de ceux qui l'entendirent chanter par Protésilas sur la Chersonèse de Thrace au bord de l'Hellespont [395]. Mais les voyageurs qui avoient visité l'île de Leucé, y avoient entendu beaucoup d'autres poëmes lyriques, dont plusieurs ont été perpétués par l'écriture, et dont on admiroit la concision [396]. Quelques uns d'entre eux avoient vu Achille sous la forme d'un jeune et bel homme blond, armé de pied en cap, se promenant dans l'île, et ils avoient entendu sa voix; d'autres ne l'avoient pas vu, mais avoient été frappés de ses chants [397].

Quoique l'ordre de quitter l'île de Leucé au coucher du soleil, ordre qui étoit de rigueur, paroisse être dur, cependant Achille étoit affable, plein de bonté, et même prévenant envers ceux qu'il rencontroit sur son domaine. Ce n'étoit pas la manière ordinaire des anciens héros décédés; on les trouvoit toujours très-irascibles, et souvent de mauvaise humeur. C'est par cette raison qu'on passoit leurs tombeaux toujours dans le silence le plus profond [398]. Pour prouver la bonté et la politesse d'Achille, on citera un ou deux exemples. Un des nombreux voyageurs qui visitèrent Leucé, épuisé de fatigue, s'y étoit endormi involontairement. Achille le vit, l'éveilla, et le conduisit dans son palais où, pendant le souper qu'il lui fit servir, en présence de Thétis et d'autres divinités, Pa-

trocle lui versoit du vin, pendant qu'Achille lui-même jouoit de la lyre [399]. Un marchand qui étoit venu souvent dans cette île, fut rencontré par Achille. Celui-ci l'entretint des événemens de la guerre de Troie, le régala fort bien et lui donna la commission de lui amener d'Ilium une jeune troienne qu'il lui désigna, ainsi que celui chez qui elle se trouvoit au service. L'étranger, fort étonné, dit à Achille: „comment peux-tu avoir besoin d'une servante troienne?" Le héros repondit: „parce qu'elle est de la famille d'Hector et de ses ayeux, rejeton du sang de Priam et de Dardanus." Le marchand persuadé qu'Achille étoit amoureux de cette fille, partit, fut l'acheter, et revint à Leucé avec elle. Achille ne manqua point de donner des éloges au marchand pour être revenu dans son île, et lui ordonna de garder à bord de son vaisseau la jeune personne, probablement, à ce que s'imaginoit le marchand, parce que l'accès de Leucé avoit été interdit à toutes les femmes, sans exception. Mais Achille l'invita à se rendre le soir dans l'enceinte du temple, pour souper avec lui et avec Hélène. Le marchand arriva à l'heure fixée, soupa, et reçut du héros une somme considérable en argent, métal pour lequel, suivant l'observation de l'ancien auteur qui nous a conservé cette anecdote, les marchands ne refusent jamais rien; Achille lui fit, au surplus, l'honneur de le déclarer son hôte pour toujours, l'assura qu'il feroit de bonnes affaires dans son négoce et qu'il auroit une heureuse navigation. Lorsque le jour fut venu, Achille lui dit: „partez à présent, prenez ces objets avec Vous, et laissez-moi sur le rivage la fille troyenne." À peine le vaisseau étoit éloigné d'un stade, ou d'un cinquième de verste, que le marchand et ses matelots entendirent les lamentations et les cris effrayans de l'infortunée qu'Achille alloit déchirer en mille pièces [400].

Si Achille faisoit quelquefois, comme il a été dit, des excursions à Ilium et même en Grèce, quoique moins fréquemment, il avoit aussi le plaisir de recevoir dans son île, ceux qui y ve-

noient pour en examiner les antiquités, et le temple qui étoit riche des présens offerts par la dévotion [401]. Il voyoit en outre les curieux et les navigateurs qu'un orage avoit forcés d'y chercher un asyle. Il recevoit encore des visites d'hommes distingués, des héros ses compatriotes, ci-devant ses compagnons d'armes devant Troie. Une descente inattendue qu'avoient faite à Leucé un grand nombre de jeunes femmes n'étoit rien moins qu'agréable à l'illustre fils de Thétis, non seulement à cause de l'infraction à son ordonnance qui interdisoit sévèrement l'entrée de l'île au beau sexe, mais parce que ces femmes étoient venues avec des intentions hostiles. Philostrate, qui nous a conservé les détails de cette audacieuse invasion des Amazones, observe qu'Achille n'avoit pas tué, ni même défait celles qui étoient venues, selon quelques poëtes, au secours de Priam; parce qu'il n'est pas vraisemblable que les Amazones eussent voulu secourir Priam contre les Grecs, ce roi leur ayant fait la guerre du tems de Mygdon, pour défendre la Phrygie. Je crois plutôt, ajoute le même auteur, que les plus belliqueuses des Amazones furent exterminées à Leucé par Achille vers l'olympiade où Léonidas de Rhodes avoit vaincu la première fois dans le stade [402]. On regrette que Philostrate ne nous ait pas dit les raisons qu'il avoit pour placer l'événement en question dans cette période, mais il suit de cette indication que la malheureuse expédition des Amazones dans l'île de Leucé se fit vers la CLIII. olympiade, l'an 168 avant notre ère [403].

En poursuivant, Philostrate nous raconte les détails de cette invasion, connue, comme il le dit, de tous ceux qui naviguent dans le Pont-Euxin. Il la raconte telle que Protésilas l'avoit communiquée à une de ses connoissances: „Des matelots et des constructeurs de navires qui achetoient les productions du Pont, pour les transporter dans l'Hellespont, avoient eu le malheur d'être jettés dans une tempête sur le rivage gauche (ou plutôt Sud-Est) du Pont, territoire des Amazones: Celles-ci les firent prisonniers, les

tinrent pendant quelque tems enchaînés à des crèches, dans l'intention de les conduire au delà de leur fleuve, chez les Scythes anthropophages. Il arriva qu'une des Amazones eut pitié d'un de ces prisonniers, jeune et très-bel homme, que ce sentiment de compassion se changea en amour, et qu'elle obtint par ses instances auprès de la reine des Amazones, sa sœur, que ces étrangers ne seroient pas vendus. Débarassés de leur chaînes, ces derniers se mêlèrent parmi les Amazones, maîtresses de ce pays, et ayant appris leur langue, ils les entretenoient de l'orage qui les avoit assaillis, des dangers de la mer, du temple d'Achille dans l'île de Leucé et de ses richesses. Les Amazones commencèrent alors à regarder ces étrangers comme une rencontre heureuse, puisqu'ils étoient constructeurs de vaisseaux et marins. Leur pays possédant des bois de construction en abondance, elles firent construire des navires pour le transport de leurs chevaux qui devoient être employés à vaincre Achille. Ces animaux leur étoient absolument nécessaires, car du moment où elles descendoient de cheval elles appartenoient au sexe féminin, et devenoient entièrement femmes. Pour se rendre propres à cette expédition, elles commencèrent à s'exercer à ramer, à conduire et à manœuvrer un vaisseau. Lorsqu'elles se crurent assez habiles dans la navigation, elles s'embarquèrent au printems sur cinquante navires, sortirent de l' embouchure du Thermodon, pour se rendre au temple d'Achille dans l'île de Leucé, éloignée à peu près de 2000 stades. Elles y arrivèrent, jettèrent l'ancre, et ordonnèrent à leurs prisonniers d'abbattre les arbres qui ornoient tout autour le temple du héros. Mais les haches, au lieu de couper les arbres, en étoient repoussées et venoient frapper les ouvriers, tantôt à la tête, tantôt à la nuque du col, et ils tomboient sans vie. Les Amazones furieuses de ce spectacle, jettèrent des cris et poussèrent leurs chevaux à toute bride contre le temple. Mais Achille alla à leur rencontre, et d'un regard terrible et ménaçant s'avançant vers elles, comme il avoit fait jadis vers le Scamandre et les Troiens, il effraya tellement leurs chevaux que

les brides perdirent toutes leurs forces. Alors ces animaux se cabrèrent, jettèrent, comme un poids inutile, les Amazones par terre, et secouant leur crinière, tombèrent sur elles comme des bêtes féroces, les frappant de leur pieds, et déchirant, comme des lions enragés, leurs bras, leurs sein et leurs entrailles. Leur rage n'étant pas encore assouvie, ils parcoururent encore l'île, et arrivés, toujours pleins de fureur, sur ses bords élevés et escarpés, ils prirent la mer pour une plaine, et s'y précipitèrent. Les navires des Amazones, n'étant point chargés, et se trouvant sans ordre et sans aucune précaution dans la baye, furent détruits par une tempête violente. Ils se choquoient les uns contre les autres comme dans un combat naval, et tous coulèrent à fond. Achille voyant que son temple étoit couvert des débris des vaisseaux que les vagues y avoient jettés, et que toute la contrée aux environs laissoit voir les corps des Amazones à moitié dévorés, mais encore vivans, il purifia son île très-promptement, en soulevant les vagues de la mer, et en les faisant passer sur le sol de son île [404]. C'est donc avec raison que les Olbiens le révéroient sous le nom d' ΑΧΙΛΛΕΥΣ ΠΟΝΤΑΡΧΗΣ [405].

Au nombre des héros, ou des hommes distingués, qui de tems en tems rendirent visite à Achille, on compte Protésilas; après la mort il avoit reçu la Chersonèse de Thrace pour y passer les jours de son immortalité, et de là il faisoit souvent par mer le voyage très-court de l'île de Leucé. Il trouva dans une de ces visites Achille extrêmement courroucé contre les Thessaliens, parce qu'ils avoient négligé de lui rendre les honneurs annuels, et de lui présenter les offrandes d'usage. Les prières de Protésilas ne pouvoient pas apaiser la colère d'Achille, ni le détourner de son projet d'infliger par mer des peines très-fortes aux Thessaliens [406]. C'étoit probablement peu de tems après cette entrevue que le fameux Apollonius de Tyane, pénétré de l'ardent desir de voir le premier des héros, et ayant obtenu ce bonheur, fut reçu par Achille

avec le discours suivant: „je suis très-content de vous voir, ayant besoin depuis long-tems d'un homme comme vous. Les Thessaliens ont, depuis plusieurs années, manqué de m'envoyer leurs sacrifices. Je n'entre point en courroux à cause de cette négligence, autrement je les rendrois plus malheureux que ceux qui jadis succombèrent devant Troie, victimes de la peste. Mais je leur conseille amicalement, de ne plus manquer aux usages reçus et de ne pas faire moins que les Troiens qui, après avoir perdu par mon bras tant de guerriers distingués, sacrifient néanmoins en mon honneur, m'offrent leurs prémices et me prient même de traiter avec eux. Cependant je n'en ferai rien, parce qu'ils sont coupables de parjure; ils m'ont trompé, et je ne permettrai jamais qu'Ilium reprenne son ancienne splendeur, ni cette prospérité apparente qu'ont acquise plusieurs villes dévastées; ils continueront d'habiter leur ville qui ne l'emportera pas sur celle qui a été prise hier. Afin donc que je ne rende pas l'existence des Thessaliens semblable à celle des Iliens, il faut que vous vous chargiez d'une mission auprès d'eux, pour leur communiquer ce que je vous ai dit." Apollonius l'accepta [407], se rendit à l'assemblée des Thessaliens, et ceux-ci qui craignoient le courroux du héros, décrétèrent qu'on observeroit dans la suite les devoirs dûs aux mânes d'Achille [408].

On raconte encore qu'Oreste avoit fait une visite à Achille dans l'île de Leucé, s'y trouvant engagé par une raison qui ne pouvoit pas être indifférente à ce fameux guerrier [409]. Le fils de ce dernier, Pyrrhus, nommé postérieurement Néoptolème, avoit, après la destruction de Troie, conduit avec soi Andromaque, fille d'Eétion, roi de Thèbes, et veuve d'Hector, [410]

ὄφρα οἱ αἰεὶ
Ἠμαλίη θεράπαινα, καὶ ἔννυχος εὐνέτις εἴη.

Mais étant devenu ensuite amoureux d'Hermioné, fille d'Hélène et petite fille de Léda, il avoit répudié Andromaque et l'avoit donnée

pour épouse à Hélénus. Oreste très-mécontent de cette réunion, parce qu'Hermioné lui avoit été long-tems promise, alla chercher Néoptolème, le rencontra dans le temple d'Apollon à Delphi, et lui passa son épée au travers du corps [411]. D'après une tradition différente qui se concilie mieux avec sa visite à Leucé, Néoptolème avoit été tué par Oreste involontairement, et Oreste ne l'avoit reconnu qu'après le meurtre. Il l'enterra à Daulis, consacra dans le temple d'Apollon l'épée dont il s'étoit servi et se rendit à Leucé pour s'excuser auprès d'Achille [412]. L'auteur d'un roman, Héliodore, nous décrit la solennité qui eut lieu à Delphi, quand les Aenianes de la Thessalie y envoyèrent une théorie, pour rendre les honneurs funèbres à Néoptolème. Ce peuple l'expédia tous les quatre ans; les sacrifices offerts à cette occasion aux divinités révérées à Delphi, ainsi que les libations dont on honoroit le tombeau de Néoptolème ont dû, selon l'auteur cité, être de la dernière magnificence [413]. On lit dans Strabon que la tour de Néoptolème se trouvoit à l'embouchure du Tyras [414], et un voyageur du seizième siècle en a vu les ruines encore existantes sur la rive gauche du même fleuve [415]. Mais il n'est pas probable que cette tour ait reçu son nom de Néoptolème fils d'Achille.

Un voyage assez lointain qu'Achille doit avoir fait dans la Grande-Grèce, fournit occasion à une visite qu'il reçut quelque tems après. Voici le motif de ce voyage. Les Locriens se trouvant en guerre avec les habitans de Croton, laissèrent, d'après une ancienne coutume, une aile de leur armée qui étoit consacrée aux héros, sans guet ni vedette, parce qu'elle se trouvoit sous la protection des héros. Il arriva qu'elle fut attaquée par Léonyme, général des Crotoniates. Dans ce conflit Léonyme fut blessé, et se retira. Eprouvant une vive douleur, il fut consulter l'oracle de Delphi, et en reçut cette reponse: „ Celui qui vous a blessé, vous guérira. “ Léonyme demandant de nouveau le nom de celui qui l'avoit blessé, l'oracle lui repondit: „ Achille. “ Léonyme résolut donc d'aller à

Leucé, pour y demander le secours du héros. Arrivé dans cette île, il se rendit à son habitation, où il le trouva conduisant dans l'appartement à coucher quelques uns des héros qui lui tenoient compagnie dans sa retraite. Achille accorda à Léonyme son rétablissement, et ce dernier, dans une conversation qu'il eut avec lui, entendit les paroles suivantes: „Rien de tout ce que vous dites et faites ne reste caché aux dieux et aux héros.“ Léonyme vit aussi Hélène à Leucé: elle le chargea de dire à Stésichore, de composer une palinodie s'il vouloit recouvrer la vue. Elle ajouta qu'Homère étoit devenu aveugle par la même raison que lui: il s'étoit exprimé sur son compte en termes inconvenans. Léonyme ayant rempli la commission d'Hélène, Stésichore composa sa palinodie et recouvra la vue[416].

La bataille en question fut livrée au bord du fleuve Sagra, peu de tems avant la LV. olympiade, ou avant l'an 560 avant notre ère. Dix mille Locriens remportèrent la victoire contre cent trente mille Crotoniates. De là est venu le proverbe: „*plus vrai que ce qui s'est passé sur la Sagra*[417]“. Mais il n'est pas difficile de trouver les causes et d'indiquer les circonstances qui expliquent cette victoire des Locriens. Observons que les Crotoniates étoient découragés par l'annonce qu'Achille ou Ajax, ou d'après une tradition différente les Dioscures, étoient venus au secours de leurs ennemis. Ensuite leur chef ayant été grièvement blessé dans le combat, par un des héros nommés, d'après une supposition très-naturelle, on ne peut s'étonner de ce qu'ils aient pris la fuite. D'après la tradition qui a été citée la première, c'étoit Achille qui étoit venu au secours des Locriens; d'après une autre, propre aux Locriens, c'étoit Ajax fils d'Oelée qui, par patriotisme, avoit aidé ses compatriotes. On racontoit que les Locriens de la Grande-Grèce engagés par leur parenté avec les Locriens d'Opus, avoient imploré, dans le commencement des hostilités, l'assistance d'Ajax, fils d'Oelée. Cette seconde tradition ajoute que Léonyme, capitaine des

Crotoniates, ayant été dangereusement blessé dans l'attaque de l'aile ennemie qui se trouvoit sous la protection des héros et qui, à ce qu'on croyoit, étoit commandée par Ajax même, se rendit à Delphi, pour consulter l'oracle. La prêtresse d'Apollon lui donna le conseil d'aller à Leucé, trouver Ajax, fils d'Oelée, l'auteur de sa blessure. Léonyme y alla, fut guéri par Ajax qui, comme on l'a dit précédemment, s'y trouvoit parmi les autres héros de la compagnie d'Achille. Le reste de cette seconde tradition ne diffère pas de la première, et répète tout ce que celle-ci nous dit de la commission donnée par Hélène à Léonyme, relativement à la palinodie de Stésichore, ainsi qu'à son rétablissement [418].

Il ne sera pas superflu d'ajouter la circonstance qui avoit donné lieu au mécontentement d'Hélène contre Stésichore. On prétendit que la maîtresse de ce poëte se nommoit Hélène, qu'elle lui fut infidèle, le quitta et s'établit chez un certain Bupalus. Stésichore, irrité de cette conduite, écrivit son poëme, dans lequel il dit qu'Hélène avoit été enlevée de son consentement [419]. Mais il est plus probable que Stésichore s'étoit peut-être exprimé avec trop de franchise et de rudesse sur les amours, l'inconstance et le caractère de cette beauté célèbre de l'antiquité. En terminant cette épisode rapportée aussi par Conon [420], j'observe que ce n'étoit que par une prévention pour leur ville, poussée trop loin, que les Crotoniates disoient que Léonyme avoit été le premier qui eut visité l'île de Leucé, parce qu'il est hors de doute que le commerce qui se faisoit dans le Pont-Euxin, y avoit attiré des curieux avant Léonyme.

Achille quittant son île pour peu de tems, doit avoir fait encore le voyage d'Athènes, où l'apparition de ce héros courroucé et celle de Minerve, devant les murailles de cette ville, la sauvèrent de l'assaut dont elle étoit menacée par le roi Alaric [421].

Toutes ces narrations sur l'île d'Achille, la plaine de Troie et ses illustres tombeaux, la Chersonèse de Thrace, ainsi que sur plusieurs autres îles et contrées célèbres par le souvenir des grands héros, dont nous nous occuperons après, sont dignes d'attention par elles mêmes, et reçoivent un intérêt nouveau et tout particulier de l'observation qu'il n'en est pas une que toute la Grèce ne crut être vraie. Rien ne prouve mieux la persuasion où l'on étoit dans l'antiquité, de la vérité de tous ces faits que l'aveu d'Arrien, un des hommes les plus savans de son siècle, qui, sous le règne d'Hadrien remplissoit les premières fonctions de l'empire et pendant quelque tems fut gouverneur d'une partie du Pont, de Cappadoce. Après nous avoir rapporté les merveilles de l'île de Leucé, qui formera une partie essentielle de notre exposé, il s'exprime en ces termes [422]: „ ce que j'ai écrit de l'île d'Achille je l'ai entendu raconter et par ceux qui y ont abordé et par ceux qui l'ont ouï dire. Je suis persuadé que ces relations méritent toute croyance. “ On feroit également grand tort à Philostrate, si on le regardoit comme l'inventeur des récits qu'il nous a laissés des anciens héros grecs et troyens, ou si on les prenoit pour de simples exercices dans l'art d'écrire. En lisant son ouvrage intitulé *les Héroiques*, on remarquera dans ce qu'il raconte d'Achille et des autres héros, par tout des événemens du même genre, par tout le même ton de couleur que nous rencontrons dans les relations de Pausanias, d'Arrien, de Maxime de Tyr et des autres auteurs qui ont parlé des mêmes personnages. Nous trouvons au surplus dans l'ancienne histoire des Grecs d'une date bien postérieure à la guerre de Troie, un grand nombre de faits non moins merveilleux que ceux que nous lisons dans Arrien et dans les *Héroica* de Philostrate. L'armée que Xerxes conduisit contre la Grèce, arrivée dans la plaine de Troie et campant aux bords du Scamandre, ne fut-elle pas pendant la nuit tellement effrayée par les vaillans guerriers qui y étoient enterrés, qu'à l'aube du jour elle quitta cette contrée [423]? Dicæus et Démarate ne

croyoient - ils pas entendre, immédiatement avant la bataille de Salamis, sortir d'un nuage de poussière qui venoit d'Eleusis, la voix de Jacchus [424]? N'étoit - on pas persuadé à Athènes qu'on entendoit chaque nuit aux champs de Marathon, les hennissemens des chevaux, le bruit des armes et le choc des combattans, et que ceux qui visitoient ces lieux par une simple curiosité, s'en retournoient fort mal traités; que ceux au contraire que le hazard y avoit conduits et qui ignoroient ce qui s'y passoit, n'étoient jamais incommodés par les démons [425]? N'étoit - on pas convaincu à Sparte que c'étoient Hélène et ses frères Castor et Pollux qui avoient apparu dans la nuit à Aristomène, pour lui défendre l'entrée de la ville [426]? Les Romains ne croyoient - ils pas que des séditions et des guerres étoient annoncées, pendant la nuit, par l'apparition de fantômes hideux et terribles; que les prophètes dans leur fureur prédisoient d'horribles calamités [427]? que dans les tems de troubles on entendoit dans l'air des voix qui disoient la vérité, et que pendant des batailles on avoit souvent distingué la voix des Faunes [428]? Ne se rappelle-t-on pas que dans le quatrième siècle de notre ère, les Athéniens étoient dans la ferme persuasion qu'Alaric avoit été empèché de prendre Athènes d'assaut, par l'apparition d'Achille courroucé, et de Minerve armée pour la défense de sa ville [429]?

D'après le sentiment de la plupart des anciens auteurs, Philostrate étoit né dans l'île de Lemnos, et un passage de ses écrits qui prouve qu'il y avoit passé sa jeunesse [430], confirme cette opinion. Lemnos étoit située très - près du théâtre de la guerre de Troie, et de la Chersonèse de Thrace. Il se trouvoit donc à la source de toutes les traditions que nous avons rapportées, et les histoires multipliées de l'apparition de ces fameux héros, de leurs actions, et de l'heureux état en général dans lequel ils se trouvoient après leur mort, ne pouvoient que difficilement être mieux connues par d'autres que par lui, ayant été à portée de faire les plus grandes recherches. Ses écrits attestent qu'il avoit recueilli avec soin toutes les

traditions. Celles qu'ils nous a données des héros de ces contrées, tels que Protésilas, Achille, Ajax fils de Télamon, et Hector, sont beaucoup plus riches en détails que celles dont les héros appartiennent à des pays plus éloignés de Lemnos. Philostrate n'étoit pas moins persuadé de la vérité de tous les faits qu'il nous raconte qu'Arrien de ceux qu'il nous a transmis. Pourroit-on en douter quand on a lu, par exemple, les raisons qui engagent Philostrate à rejeter l'arrivée des Amazones dans le camp des Troiens [431]: quand on a fait attention à la bonne foi avec laquelle il fixe le tems où les Amazones osèrent faire une invasion dans l'île de Leucé [432]: ou enfin quand on voit qu'il est convaincu de la réalité de ce qu'il nous raconte de la galanterie d'un Satyre? Ce dernier trait est assez curieux, pour mériter d'être rapporté dans les propres termes de cet auteur: „nous ne doutons pas," dit-il [433], „que les Satyres existent et qu'ils s'occupent d'amour. Car je me rappelle d'un de mes camarades à Lemnos, dont la mère, à ce qu'on disoit, recevoit des visites de l'un d'eux. Il portoit une nébride qui couvroit son dos et y étoit attachée naturellement, et les pieds de devant de cette parure naturelle, passés autour du col, tomboient sur sa poitrine. Mais c'en est assez, et on ne peut refuser croyance, ni à ceux qui ont vu le satyre, ni à moi." Le jugement qu'a porté sur Philostrate un savant du plus haut mérite, Heyne [434], doit donc, d'après les observations précédentes, être adouci et modifié.

Nous ne devons pas nous étonner de ce que les Grecs n'hésitoient pas d'ajouter foi à ces traditions et à ces récits. Les Juifs en parlant de leur capitale qu'ils attendoient voir rétablie dans la suite des siècles [435], et un voyageur moderne, le carme déchaussé Philippi, dans sa description d'une contrée en Arménie [436], ainsi que dans son rapport sur la Palæstine [437], ne racontent pas des choses moins étranges, ni des faits moins extraordinaires. Nous avons des relations sur d'autres pays qui offrent aussi autant de merveilleux, et des faits qui ne sont pas plus difficiles à croire que

ceux qui sont rapportés par Arrien et Philostrate. En voici quelques exemples. Marc Paul nous raconte, dans son voyage de la Tatarie orientale, que dans un désert par lequel il devoit passer, on entendoit la voix des démons qui appelloient les voyageurs par leurs propres noms, contrefaisans la voix de ceux qu'ils savoient être de la troupe, pour les détourner du chemin droit, et les conduire dans des précipices. Quelquefois, ajoute-t-il, on entend dans l'air des concerts d'instrumens de musique, mais plus ordinairement le son des tambourins [438]. Il rapporte encore que dans une contrée du Cathai on entendoit souvent des voix horribles des démons pendant la nuit [439]. Ce que nous lisons dans le voyage de la Tatarie du moine Rubruquis, d'un chemin dangereux entre des rochers, est encore plus merveilleux. Le guide qui conduisoit ce moine et sa suite, leur conseilla de faire quelques prières pour se garantir du danger prochain des démons qui emportent souvent les passans, dont ensuite on n'a plus de nouvelles. Il arriva une fois qu'ils enlevèrent le cheval, et abandonnèrent l'homme; une autre fois qu'ils arrachèrent les entrailles des voyageurs et laissèrent leurs carcasses toutes vuides sur le cheval [440]. On peut ajouter à ces merveilles, ce que l'arménien Hayton rapporte d'une province de la Géorgie, dont les contours sont de trois journées de marche, et qui est enveloppée partout d'une nuit si obscure qu'en aucun tems on ne peut rien apercevoir; c'est pourquoi, dit-il, personne n'ose y entrer, dans la crainte de n'en pouvoir sortir. Les habitans du pays contigu à cette contrée, assurent qu'ils entendent souvent des hurlemens d'hommes, le chant des coqs, et le hénissement des chevaux; le courant d'un fleuve qu'ils ne nomment pas et qui sort de cet endroit, indique qu'il est habité par une nation particulière. On expliquoit les ténèbres qui couvroient ce pays en racontant que des chrétiens, qui avoient refusé de sacrifier aux idoles, avoient imploré le secours de dieu; qu'à la suite de leurs prières le pays, au lieu de jour, n'eut qu'une nuit continuelle, et qu'alors ces chrétiens purent s'enfuir et échapper à la mort qui les menaçoit.

Les apostats restèrent dans ce pays d'obscurité, et ne devoient point en sortir, disoit-on, avant la fin du monde [441]. Au nombre des récits du même genre est le pouvoir attribué aux sorciers dans une île située à l'entrée de la mer rouge; ils faisoient aborder les vaisseaux à leur île, en enflant leurs voiles par le vent qui pouvoit les y amener [442]: ajoutons encore les merveilles opérées par les magiciens de la cour du grand chan de la Tatarie [443]: l'effet d'une certaine pierre que l'on attachoit au bras, et qui rendoit invulnérable celui qui la portoit [444]: la singularité que les Tatares restent plusieurs jours après être nés, sans pouvoir ouvrir les yeux, semblables en cela à la plupart des autres animaux [445], suivant ce que dit le narrateur. Quant aux difformités de la figure humaine chez des peuples et des tribus entières, Carpin nous décrit les habitans d'un désert en Tatarie, qui sont tous muets, n'ont point de jointures aux jambes, et quand ils tombent, ne peuvent se relever sans être aidés, et n'ont que fort peu l'usage de la raison [446]. Un autre voyageur rapporte que dans les provinces orientales du Cathai, il y a des hommes hauts d'une coudée, couverts de poils, et qui étant, comme les premiers, sans articulations aux jambes, ne marchoient qu'en sautant [447]. Suivant le même Carpin, on trouvoit en Arménie des monstres de forme humaine, qui n'avoient qu'un bras au milieu de l'estomac, et un seul pied; ils se mettoient deux pour tirer un arc, et couroient avec une telle légèreté, que le plus prompt cheval ne pouvoit pas les atteindre à la course. Ils couroient en sautant, et quand ils étoient las, ils alloient sur une main et sur un pied en façon de roue, rechangeant ainsi de l'un à l'autre [448]. Il y avoit en Tatarie des monstres qui ressembloient à des femmes, et les mâles avoient la figure d'un chien [449]: un peuple situé au nord des Samoiédes, avoit les pieds de bœuf, le visage de chien, ils proféroient peu de paroles, le reste n'étoit que l'aboiement d'un chien [450]: un autre aussi, dans l'île d'Angania avoit la tête d'un chien [451], et un troisième, au nord des Tatares, la bouche et l'estomac fort petits, ne mangeoient point de chair, mais

la faisoient cuire, puis en avaloient la fumée, dont ils se contentoient pour toute nourriture [452]: enfin, d'après la description de Marc Paul, on trouvoit dans de certains tems, sur une île d'un accès très-difficile près de Madagascar, un oiseau d'une grandeur extraordinaire; sa force étoit telle qu'il enlevoit un gros éléphant comme un lièvre, et ensuite du haut des airs le laissoit tomber pour le tuer et le dévorer [453]. La plupart de ceux qui ont lu ces récits dans les voyages cités, ne les ont-ils pas regardés, jusque vers le milieu du siècle passé, comme vrais et indubitables?

On a déjà observé dans ce mémoire que les plus anciens poëtes grecs avoient donné à Achille *Médée* pour épouse, lorsque ce héros avoit déjà terminé sa carrière mortelle. Les excursions que les anciens lui ont fait faire pendant la guerre de Troie, dans la Chersonèse-Taurique et dans son voisinage, ainsi que la patrie de la fameuse sorcière de la Colchide, avoient donné lieu à cette fiction. Une tradition peut-être presque aussi ancienne avoit uni par le mariage Achille et *Iphigénie*. Mais l'opinion la plus accréditée et qui devint bientôt générale, est celle qui lui donne *Hélène* pour épouse. On connoît encore plusieurs autres amours d'Achille, aux quelles il fut entrainé par sa jeunesse et une violente passion [454] qu'Arrien ne se fait pas scrupule de compter, comme Platon [455], parmi les qualités les plus distinguées de ce héros [456]. Il est donc indispensable de jetter un coup d'œil rapide sur ces connoissances du Pélide. Mais j'exposerai auparavant les principaux traits de la vie d'Hélène, et j'y joindrai quelques observations sur les honneurs accordés à sa mémoire.

De toutes les femmes d'une grande beauté dont l'histoire fait mention, il n'en est aucune dont les destinées ayent été si variées et si compliquées que celles d'Hélène; aucune qui se soit trouvée, comme elle, dans un si grand nombre de relations d'amour avec les plus illustres héros de son tems. À peine âgée de sept [457]

ou de dix ans [458], elle fut enlevée par Thésée. Duris a écrit [459] qu'elle avoit été mariée à ce héros qui avoit alors cinquante ans [460]; il eut d'elle Iphigénie [461]. Après que ses frères l'eurent délivrée de Thésée, tous ses prétendans se rassemblèrent chez Tyndare à Sparte, et leur nombre s'élevoit à trente [462], parmi lesquels se trouvoit aussi Achille [463]. Hélène, dans Euripide, le met de leur nombre [464], et l'objection de Pausanias qu'Achille ne pouvoit pas être compté parmi eux, parce qu'il appartenoit à une génération postérieure [465], n'est pas valable dans la mythologie des Grecs. C'est Ménélas suivant les uns, qui reçut Hélène de son père [466]; suivant les autres, le sort la lui donna [467], et il devint ainsi son second époux. Son troisième mari fut Pàris qui l'enleva de Sparte, et dans sa fuite se reposa pour la première fois dans l'île de Cranaë située près le promontoire de Sunium, d'où cette île devint très-célèbre [468], et reçut le nom d'Hélèna [469]: peut-être aussi ce nom lui fut donné parce qu'Hélène, en revenant de Troie, y mit pied à terre [470]. Je passerai sous silence les récits souvent contradictoires concernant un fantôme qui, au lieu d'Hélène, fut conduit à Troie, pendant qu'elle même arrivoit en Aegypte, où certaines traditions lui donnent le roi Thonis pour amant [471]. Je ne parlerai pas non plus des prédictions de la sibylle Hérophilé sur Hélène [472], ni de la nombreuse famille qu'elle avoit eu de plusieurs maris [473]: ces détails n'ont rien de commun avec l'histoire d'Achille. Après la mort de Pàris, son frère Déiphobus devint l'époux d'Hélène, à qui on l'avoit donnée en récompense de ses exploits [474], ou plutôt, comme le rapporte Euripide, par ce qu'il s'en étoit rendu maître par la force [475]. Dans la nuit où Troie fut prise, Hélène avoit introduit Ménélas dans la chambre où Déiphobus se trouvoit endormi. Ménélas le tua, après l'avoir mutilé [476], et reprit Hélène qui redevint ainsi épouse de son second mari. Sur le coffre de Cypsélus on voyoit représenté Ménélas armé d'une cuirasse, tenant une épée et s'avançant vers Hélène pour la tuer, et Pausanias ajoute que c'étoit une scène qui eut lieu après la prise de Troie [477]:

nous la trouvons décrite dans Quintus de Smyrne [478], qui s'accorde avec Euripide [479]. Ce poëte dit que les Grecs avoient remis Hélène à Ménélas pour la tuer, s'il en avoit la volonté. Le cinquième époux d'Hélène fut Achille dans l'île de Leucé [480]. Il avoit eu du vivant de Pâris un rendez-vous avec elle, ménagé par Vénus et Thétis [481]: selon d'autres, il l'avoit déjà connue pendant qu'elle étoit unie à Pâris [482]. Les frères d'Hélène, Castor et Pollux, qui avoient autrefois délivré leur sœur des mains de Thésée, lui portèrent secours, et lorsqu'Oreste voulut la tuer, ils la firent disparoître [483].

On voyoit à Thérapné dans la Laconie, les tombeaux de Ménélas et d'Hélène [484], et à Sébrium, près du tombeau d'Alcman, non loin de Sparte, on avoit consacré un temple à Hélène [485]. Ménélas fut honoré dans son temple, bâti sur une colline près de l'Eurotas et connu sous le nom de Ménélaïon, nom sous lequel on entendoit aussi et la colline, et le bourg situé au bas [486]. C'étoit probablement dans ce temple qu'on célébroit la fète solennelle de Ménélas et qu'on lui offroit les sacrifices dont parle Athénagoras [487]. Dans ces temples, Ménélas et Hélène furent adorés et honorés, non comme des héros ou demi-dieux, mais comme des dieux et des divinités protectrices de la Laconie; on avoit institué en leur honneur des sacrifices, des chants solennels, et on leur apportoit des offrandes [488]. Des fêtes pareilles avoient lieu à Tarente, ville qui se distinguoit par sa piété envers les héros [489]. Dans la Laconie on célébroit, en l'honneur d'Hélène, une grande fète nommée *Helenia*. À cette occasion toutes les jeunes filles se rassembloient et arrivoient sur des chars [490]. Les fils d'Hélène, Nicostratus et Aethiolas, ne furent pas non plus oubliés; les Lacédémoniens leur rendoient les honneurs héroiques [491]. Les Spartiates racontoient même un miracle fait par Hélène. Un enfant d'une laideur remarquable étoit devenu, par sa bienveillance, la plus belle personne de la ville. Voici comment Hérodote raconte ce prodige:

„La nourrice de cet enfant la voyant extrêmement laide, et que ses parens, gens très-riches, en étoient fort affligés, s'avisa de la porter tous les jours à Thérapné. Toutes les fois qu'elle l'y portoit, elle se tenoit debout devant la statue de la déesse, et la prioit de donner de la beauté à cet enfant. Un jour cette nourrice revenant du temple, une femme lui apparut, et lui demanda ce qu'elle portoit entre les bras; lui ayant répondu que c'étoit un enfant, cette femme la pria instamment de le lui montrer. La nourrice le refusa, parce que les parens de l'enfant lui avoient absolument défendu de le laisser voir à qui que ce fut; mais cette femme l'ayant priée avec beaucoup d'instances de le lui montrer, elle le fit d'autant plus volontiers qu'elle remarquoit en elle un desir extrême de se satisfaire. On ajoute que cette femme flatta cet enfant de la main en disant qu'elle seroit la plus belle personne de Sparte, et depuis ce jour elle changea de figure" [492].

Hélène jouissoit des honneurs divins à Ilium, ensemble avec Hector, Achille, Patrocle, Antiloque et Ajax [493]. On l'y adora sous le nom d'Hélène Adrastéa [494], et dans l'île de Rhodes sous celui d'Hélène Dentridis [495]. Son culte existoit même à Rome [496]. Lucien observe avec beaucoup de justesse qu'Hélène avoit reçu la plupart de ces honneurs à cause de sa beauté [497]. Mais outre les temples consacrés à son culte le souvenir d'Hélène étoit rappelé en Grèce de plusieurs manières. Une fontaine, par exemple, sortant d'un rocher à Cenchréæ dans les environs de Corinthe, avoit été nommée le bain d'Hélène [498]: on en montroit dans l'île de Chios une autre, où l'on prétendoit qu'elle s'étoit baignée [499]. Son séjour en Aegypte avoit probablement donné occasion de nommer Hélénion une île située vis-à-vis de l'embouchure canopienne du Nil [500]. Hélénion étoit aussi le nom d'une plante, et ce sont les larmes d'Hélène qui ont dû le lui faire donner: au reste, cette plante avoit, disoit-on, des qualités supérieures dans l'île du même nom [501]. On en composoit un cosmétique qui donnoit de

la grace [502]. D'autres disoient qu'on avoit trouvé cette plante pour la première fois à Rhodes, sous le chène auquel, suivant une tradition propre aux habitans de cette île, elle avoit été pendue, par ordre de la reine Polyxo [503]. Selon Aelien, Polydamné reine d'Aegypte, voyant qu'Hélène n'étoit pas indifférente à son époux Thonis, l'avoit envoyée dans l'île de Pharos, en lui donnant une plante pour la garantir des serpens, et c'étoit de là que cette plante avoit reçu son nom [504]. À Delphi dans le temple d'Apollon Pythien, on voyoit la chaine d'or d'Hélène que Vénus lui avoit donnée, et que Ménélas y avoit consacrée [505]. On montroit dans le temple de Pallas à Lindus, ville de l'île de Rhodes, un objet d'une singularité remarquable: c'étoit une tasse d'électrum dont Hélène s'étoit servie pour faire des libations et qui avoit exactement la forme et la périphérie d'une de ses mammelles [506]. Aesope lecteur du roi Mithradate avoit écrit l'histoire d'Hélène avec beaucoup de détails [507].

La première liaison d'Achille doit avoir été avec *Déidamie*, fille du roi de Scyros, à la cour duquel il s'étoit caché travesti en fille par sa mère [508], tradition autant postérieure à Homère que l'étoit le sacrifice d'Iphigénie en Aulide [509]. Pyrrhus avoit été le fruit de cet amour; mais d'autres rapports disent qu'Achille avoit épousé Déidamie et que Pyrrhus étoit son fils légitime [510].

Arrivé au camp des Grecs, Achille ravagea le pays à l'entour de Troie [511], et dans une de ces expéditions la fille de Brisés, célèbre par sa beauté, tomba dans son pouvoir [512]. Elle étoit de Lyrnessus, ville de la Mysie, et s'appeloit *Hippodamie* d'après les poëtes postérieurs à Homère [513]. Suivant quelques uns ce n'étoient pas les guerriers qui avoient cédé à leur chef la jeune Briséis: on reprochoit au contraire à Achille, de l'avoir cachée et, en cédant à sa passion, de se l'être appropriée, contre la coutume des Grecs de rassembler tout le butin, de l'exposer, et de

le partager ensuite entre les officiers et les soldats [514]. Dans le très-court intervalle pendant lequel Hippodamie se trouva chez Agamemnon, c'étoit la belle Diomèdé qui partageoit le lit d'Achille [515]. La fille de Brisès rendue à son maître resta auprès de lui, comme amie et servante jusqu'à sa mort [516].

Les liaisons d'Achille avec la belle *Hémithéa*, sœur de Ténès, ne furent que de très-courte durée. Ténès et sa sœur étoient enfans de Cycnus, roi de Colone dans la Troade. Il les avoit de deux épouses, Scamandrodicé et Philonomé. La dernière, nommée par d'autres Polybœa et Calycé, pour se venger de son beau-fils Ténès qui avoit été insensible à ses desirs, l'avoit accusé auprès de son mari, d'avoir voulu lui faire violence, et un joueur de flute nommé Molpus attestoit la vérité de l'accusation. Cycnus indigné, après avoir enfermé dans un coffre Ténès et sa sœur, les jetta dans la mer. Par la protection de Neptune, leur grand-père, ce coffre fut jetté par les flots sur les bords de l'île de Leucophrys, nommée ensuite Ténédos, d'après Ténès qui en fut déclaré roi par les habitans. Thétis n'avoit épargné ni prières ni remontrances à son fils, lorsqu'il se rendit à l'armée des Grecs, pour qu'il prit garde de ne pas tuer Ténès, fort estimé par Apollon; elle chargea même un des serviteurs d'Achille, de lui rappeler ses exhortations, lorsqu'il en seroit tems. Mais Achille faisant, peu après son arrivée devant Troie, une invasion dans l'île de Ténédos, y rencontra la belle Hémithéa, nommée aussi Leucothéa, la poursuivit, et tua Ténès qui étoit venu au secours de sa sœur. Achille ne sut qu'ensuite qu'il avoit ôté la vie au roi de Ténédos: il reconnut son erreur, et donna la mort à son domestique, pour avoir oublié de lui rappeler la défense de Thétis. Achille accorda les honneurs de la sépulture à Ténès, et les Ténédiens lui décernèrent, en reconnoissance de son administration, les honneurs divins: ils lui élevèrent aussi un temple dont l'entrée fut défendue à tout joueur de flute, et dans lequel le nom d'Achille ne devoit jamais être pro-

noncé [517]. Les Ténédiens placèrent sur leurs médailles les portraits de Ténès et de sa sœur [518].

Du nombre des aventures passagères et peu connues d'Achille est celle qu'il avoit eue à Monénia, ville bien fortifiée de la Troade, avec *Pedasa,* jeune fille qui, en le voyant lorsqu'il assiégeoit la ville, étoit devenue tellement éprise de sa beauté qu'elle lui livra la ville par trahison. Achille changea depuis le nom de Monénia en celui de Pédasus [519]. Un événement semblable s'étoit passé à l'île de Lesbos. Achille la ravageant trouva une résistance opiniâtre du côté de la ville de Méthymna. Mais *Pisidicé*, qui avoit vu Achille du haut des murailles, envoya sa nourrice lui offrir de livrer la ville, s'il vouloit l'épouser. Achille y consentit; mais étant devenu maître de Méthymna, il fut si irrité contre cette trahison qu'il engagea ses guerriers à lapider celle qui s'en étoit rendue coupable [520]. On ignore par quel motif Achille avoit enlevé de Tanagra la mère de Pœmandre [521].

Penthésilée, fille de Mars et d'Otrère, reine des Amazones, étoit venue, selon Arctinus [522] et les poëtes qui l'ont suivi, au secours de Priam, et pendant la bataille que les Grecs livrèrent à l'armée réunie des Troiens et des Amazones, Achille fut épris pour cette reine d'une passion violente qui eut presque en même tems son commencement et sa fin [523]. Dans cette bataille les Amazones avoient donné des preuves extraordinaires de force, de valeur, et de courage. Dans la mêlée Achille rencontra l'intrépide Penthésilée et la blessa au dessus du sein droit. L'amazone perdit connoissance, et revint bientôt à elle, lorsqu' hésitant, si elle se rendroit à discrétion à son adversaire, un second trait lui arracha la vie [524]. Achille ôta le casque à Penthésilée et fut, ainsi que tous les guerriers présens, surpris de la beauté de cette héroïne. Accablé de douleur d'avoir été la cause de sa mort, et de ne pouvoir l'emmener comme épouse dans sa patrie

à Phthia [525], des sentimens divers de desir, de compassion et d'amour s'emparèrent de son âme [526], et il fut vaincu par celle à qui il avoit ôté la vie [527]. Cette violente passion avoit donné lieu à beaucoup de reproches, la plus part injustes [528], mais qui ont été faits aussi à un autre personnage marquant, à Périandre de Corinthe [529]. Thersitès qui avoit osé blâmer trop amèrement Achille de sa foiblesse, fut tué par lui [530]. Sur la barrière qui entouroit la fameuse statue de Jupiter olympien par Phidias, Panænus frère de ce célèbre statuaire avoit peint, entre autres sujets, Penthésilée mourante dans les bras d'Achille [531], et il est très - probable que les monumens de l'antiquité sur lesquels on trouve le même sujet, sont des répétitions de l'original de Panænus. Penthésilée étoit aussi représentée dans le tableau de Polygnote dans la Lesché à Delphi. Le peintre l'y avoit figurée tenant un arc scythique, les épaules enveloppées d'une peau de panthère, jetant sur Pâris un regard plein de mépris [532]. Une tradition toute différente de celle que nous avons rapportée, suppose qu'Achille avoit eu de Penthésilée un fils nommé Caystros, dont un fleuve de la Lydie avoit reçu le nom [633]. Selon un ancien auteur, Tellès, Achille avoit été tué par Penthésilée ; mais à la prière que Thétis avoit adressée au père des dieux, il fut rendu à la vie, et tua son ennemie. Mars irrité de la mort de sa fille, se plaignit de Thétis à Neptune qui rejeta sa plainte [534].

Le dernier amour qui vit terminer la carrière mortelle d'Achille, et qui en fut même l'occasion, fut sa passion pour *Polyxène*. Philostrate observe qu'Homère a connu les circonstances qui avoient accompagné la mort de ce héros [535], et nous trouvons en effet dans l'Iliade qu'il devoit être tué par un dieu et par un homme [536], ou par Pâris et Apollon [537], ou, par Apollon seul [538]. Mais il n'est pas certain que du tems d'Homère on connut la tradition qu'une entrevue avec Polyxène avoit servi de prétexte pour attirer Achille dans le temple d'Apollon. Des traditions postérieures

nous disent qu'Achille amoureux de Polyxène avoit obtenu son consentement et celui de ses parens pour l'épouser, sous la promesse d'engager les Grecs à lever le siège de Troie. On ajoute que Polyxène l'avoit aimé, car ils s'étoient vus quand Priam étoit venu chez Achille pour racheter le corps de son fils, et dans cette occasion Achille se conduisit avec beaucoup de modération. Au lieu de garder chez lui Polyxène, il la demanda en mariage à son père, et lorsque celui-ci hésitoit de la lui accorder, il réitéra les assurances de la sincérité de ses sentimens [539]. Selon d'autres encore, Priam avoit offert sa fille en mariage à Achille, et il avoit voulu la laisser en attendant chez lui: mais Achille avoit refusé cette dernière proposition [540]. Enfin d'autres racontoient que Polyxène s'étoit jetée aux pieds d'Achille pour lui demander le corps d'Hector, en s'offrant de rester auprès de lui comme son esclave [541]. Suivant ce que disent Dictys [542], Malala [543] et Manasses [544], c'étoit à l'occasion d'une fête célébrée par les Troyens qu'Achille avoit trouvé occasion de voir Polyxène. Mais malgré toutes les promesses, malgré tous les sermens, Achille fut tué dans le temple d'Apollon Thymbréen, où il s'étoit rendu sans armes, en présence de Déiphobus et de Polyxène [545], par Pàris, favori d'Apollon, qui avoit dirigé sa flèche [546]. Polyxène, à qui cette trahison avoit été inconnue [547], prit la fuite, selon la tradition de quelques auteurs postérieurs, se retira dans le camp des Grecs, et après y avoir resté trois jours, se tua près du tombeau d'Achille [548]. La lâche trahison qui finit les jours de ce héros a été racontée de différentes manières [549]. Euripide a suivi dans sa tragédie d'Hécube des traditions plus simples et beaucoup plus anciennes; c'est ce qu'on voit par le discours que ce grand poëte fait prononcer par Polyxène avant d'être immolée [550]. On n'y voit pas la moindre trace de liaisons avec Achille. Suivant Euripide, les Grecs s'étant embarqués pour retourner dans leurs foyers, et ayant jeté l'ancre sur la côte de la Chersonèse de Thrace [551], virent Achille qui avoit retenu leurs vaisseaux et qui les avoit empêché de con-

tinuer leur route [552], debout sur son tombeau avec ses armes d'or, et leur reprochant de ce qu'ayant l'intention de partir, ils ne lui avoient pas témoigné leur respect en rendant des honneurs à son tombeau [553]. Euripide ne faisant pas demander par Achille le sacrifice de Polyxène, en a très-heureusement rejeté tout l'odieux sur les Grecs. Dans l'assemblée de leurs capitaines quelques uns avoient proposé d'offrir une victime à ce héros. Mais les fils de Thésée, Acamas et Démophon, observèrent qu'Agamemnon ayant reçu des Grecs Cassandre fille de Priam, Achille ne pouvoit être honoré qu'en recevant Polyxène; la dernière opinion fut adoptée [554]. Il est vrai qu'Hécube se plaint au commencement de la tragédie qui porte ce nom, qu'Achille ait demandé le sacrifice d'une des prisonnières de Troie [555], et que Polydore dans le prologue de cette pièce, dit qu'Achille a demandé sa sœur pour victime [556]. Mais puisque dans l'endroit principal, où sont citées les paroles mêmes d'Achille, ce héros se plaint de ce que les Grecs vouloient partir sans honorer son tombeau [557], il est clair que par les deux récits de Polydore et d'Hécube, le poëte a voulu imiter ce que l'on voit tous les jours, la vérité défigurée en passant de bouche en bouche. Des traditions différentes de la première que nous avons citée, proviennent sans doute de récits défigurés: celles par exemple que nous avons tirées d'Ovide [558] et de Sénèque [559], qui font demander à Achille le sacrifice de Polyxène; celle encore qu'Achille apparut pendant leur sommeil aux chefs des Grecs [560], ou seulement à son fils Néoptolème [561], et qu'il ordonna de lui sacrifier Polyxène. Cette princesse fut immolée sur la cîme du tombeau d'Achille; c'est Euripide qui le dit [562], et c'étoit l'endroit le plus propre à cette cérémonie. D'autres disent que ce sacrifice eut lieu auprès ou au pied du tombeau [563], et ce manque d'exactitude de l'expression se trouve également dans l'extrait que Proclus nous a laissé du poëme d'Arctinus sur la prise de Troie [564], et aussi dans un passage d'Euripide [565]. Dans la tragédie de Sénèque, Achille demande le sacrifice de Polyxène, parce qu'elle

lui a été promise en mariage [566]:

Desponsa nostris cineribus Polyxena
Pyrrhi manu mactetur, et tumulum riget.

Il la demande pour être son époux dans l'Élysée [567]:

quam tradi sibi
Cineremque Achilles ante mactari suum,
Campo maritus ut sit Elysio, iubet.

Mais quoique les poëtes racontent que l'amour d'Achille pour Polyxène fut cause de sa mort, et que par cette raison leur réunion dans l'Élysée paroisse très-naturelle; cette dernière circonstance n'est qu'une invention très-postérieure, puisqu'Euripide n'en parle pas, et qu'il a suivi des relations entièrement différentes. Il résulte plutôt de toutes les autres traditions que nous possédons sur Achille et sur les épouses qu'on lui a données, soit dans l'Élysée, soit dans l'île de Leucé, que Sénèque est l'inventeur de la réunion d'Achille avec Polyxène dans l'Élysée, ou qu'il l'a empruntée d'un autre poëte de son tems. La mort de Polyxène auprès du tombeau d'Achille, et l'héroïsme avec lequel elle la supporta, a été le sujet des tableaux qui se trouvoient dans la citadelle d'Athénes [568], à Pergamum [569] et dans plusieurs autres lieux. Elle est, comme la mort de l'amazone Penthésilée, au nombre des sujets aussi sublimes qu'intéressans, dont l'histoire des Grecs est si riche, et dont on ne retrouve presque point d'exemple dans l'histoire moderne. Sur un très-beau vase peint on voit deux figures, celle d'un jeune homme casqué tenant un bouclier, et celle d'une jeune et très-belle fille [570]. L'artiste a représenté ces deux amans dans le moment où ils se rencontrent après une longue séparation. Le sujet de cette composition, rendu avec autant de vérité que de génie, pourroit bien être pris pour la première entrevue d'Achille et de Médée dans les champs élyséens, ou d'Achille et d'Hélène sur l'île de Leucé, si ce dessin ne manquoit

pas, comme la plupart de ceux qui sont exécutés sur des vases peints, des attributs nécessaires pour en donner une explication certaine.

Quant à l'amitié entre Achille et Patrocle, nous la trouvons pure et irréprochable dans l'Iliade, et aucun motif ne pouvoit exister dans le tems où les chants divers de ce poëme furent mis par écrit, pour nous la peindre sous ces couleurs, si elle n'avoit pas été telle. Par cette raison il faut prendre tout ce que les poëtes postérieurs, principalement les tragiques des Athéniens, Aeschyle et Sophocle [571], et d'autres auteurs, comme Platon [572], Aeschine [573], Apollodore [574], Lucien [575], Sextus Empiricus [576] et Martialis [577], en ont dit, pour des inventions d'un goût corrompu et déréglé. Xenophon au contraire a observé que l'amitié d'Achille et de Patrocle est dans Homère aussi pure que celle de Thésée et de Pirithoüs, que celle d'Oreste et de Pylade [578]. Telles sont aussi les relations d'amitié entre Achille et Antiloque, quoiqu'on les trouve défigurées dans Philostrate [579]. C'est enfin de la même source que dérivent les accusations contre Achille et ses liaisons avec Troïlus, fils de Priam qu'il avoit tué dans un combat, accusations répétées par Lycophron [580], Servius [581] et Tzétzès [582].

IV

Voulant terminer dans cette section mes recherches sur les deux îles et sur le drome consacrés à Achille, je commencerai par la topographie de l'île de Leucé: celle de Borysthénis suivra la description de la course d'Achille. Je dois les précieux détails que je communiquerai au lecteur sur l'île de Leucé à l'extrême complaisance de M. l'amiral de Greig, commandant en chef la flotte de la mer noire. Les notices qu'il a eu la bonté de me communiquer sont accompagnées de cartes ou plans levés avec le plus grand soin d'après son ordre par M. le capitaine Kritzky. Ainsi

les amateurs de la géographie pourront se former une idée complette de l'état ancien et moderne des deux îles dont il est question. Le plan réduit de celle de Borysthénis se trouve gravé au bas de la carte d'une partie de la mer noire jointe à ce mémoire, rectifiée d'après les observations de M. le capitaine Gauttier; mais le plan de l'île de Leucé occupe une planche particuliére. Les remarques topographiques seront tantôt précédées tantôt suivies de quelques détails historiques et litéraires concernant les mêmes endroits, détails dont la plupart appartiennent au moyen âge. Cette section sera terminée par des recherches géographiques sur le littoral de la Sarmatie.

Les auteurs de l'antiquité ne s'accordent pas sur la grandeur de l'île de *Leucé;* tous l'ont trop exagérée. Pline lui donne 10,000 pas de circuit [583], qui font 80 stades ou 16 verstes. Pausanias, qui se rapproche plus de la vérité que les autres auteurs anciens, fixe le périple de cette île à 20 stades [584], qui font 4 verstes. Philostrate évalue sa longueur à 30 stades [585], ou 6 verstes, et sa largeur à 4, ou $\frac{4}{5}$ d'une verste. Les voyageurs modernes ont rarement parlé de cette île. M. Clarke fait exception [586]. En la passant en mer, il estime sa longueur à un mile anglois, et sa largeur à moins de la moitié. D'après le nouveau plan que je viens de citer, le circuit de Leucé est de 925 sagènes dont 500 font un verste [587]. Du Sud au Nord sa longueur prise au milieu est de 206 sagènes, et sa largeur de 194. Mais comme cette île est de forme irrégulière, si on la mesure de l'angle Sud-Ouest à celui de Nord-Est on la trouve de 310 sagènes; et de l'angle Sud-Est au Nord-Ouest, de 15 sagènes de moins. Sa latitude est de 45°. 15′. 53″; sa longitude à compter du méridien de Paris est de 27°. 46′. 14″, 5. Démétrius de Callatis fixe sa distance à la terre ferme en ligne droite à 400 stades [588], qui égalent 80 verstes; la carte ci-jointe la porte à 42 verstes. L'île de Leucé n'est qu'un seul bloc de roche calcaire; ses bords sont élevés,

escarpés et perpendiculaires en plusieurs endroits, et dans quelques uns leur élévation a jusqu'à 10 sagènes. On trouve trois abordages marqués sur le plan par les lettres A, B, C, dont le premier quoiqu'élevé est le plus commode pour y arriver avec des chaloupes. Les lettres *y y y.* indiquent le chemin de la plaine. Celui qui est marqué C offre l'endroit du rivage le moins élevé et qui est prèsque plat; les petites barques des pècheurs y relàchent; la mer n'y a pas même 2 sagènes de profondeur quoique dans le reste du contour de cette île elle en ait 8 à 10 et même 12 de profondeur. Dans une ancienne carte d'une partie de la mer noire publiée à St.-Pétersbourg et sur laquelle on a ajouté le plan de Leucé, on voit un lieu d'abordage que j'ai marqué de la lettre D sur le nouveau plan. On observe sur une carte du Pont-Euxin dessinée en 1497 par Frédutius d'Ancona et publiée par le Comte Jean Potocki [589] que notre île a du côté qui regarde la terre ferme une baye trèsprofonde, par laquelle on a voulu peut-être indiquer le lieu où les vaisseaux relàchoient alors. Pline parle d'un port de l'île de Leucé [590], mais elle n'en a point. L'erreur de l'écrivain qui avoit fourni ce renseignement à Pline provenoit, à ce qu'il semble, de ce qu'il avoit confondu avec un port, un des lieux où les navigateurs, protégés par la hauteur des bords qui entourent Leucé, se mettoient à l'abri du vent, avantage réel si l'on observoit de changer de place quand le vent commençoit à tourner. Cette remarque nous explique ce que raconte Philostrate: „arrivoit-il," dit cet auteur, „qu'un vaisseau eut jeté l'ancre dans une baye, ou du Nord ou du Sud, et qu'un vent contraire l'empechàt d'en sortir, Achille criant avec force indiquoit aux matelots un autre ancrage, et leur ordonnoit de s'y porter" [591]. Le fond de la mer est sûr et sans écueils, il a même dans l'éloignement de 100 sagènes des bords de cette île, 8 sagènes de profondeur; ce fond est au reste couvert de coquillage et par cette raison n'offre pas un bon ancrage. Depuis le sommet de ses bords escarpés le reste de Leucé n'est qu'un rocher convexe, et sa hauteur au dessus de la mer jusqu'à

la plate-forme du milieu, est de 17 sagènes. Une vue que Clarke a fait graver de cette île, confirme ces observations. La surface de Leucé n'est recouverte que d'une couche de terre d'à peine un ou deux pieds de profondeur, de sorte que presque par tout le rocher se montre à découvert. Ce n'est que dans quelques ravins que le sol a un fond de quatre pieds. Par cette raison on ne trouve sur cette île, que trois ou quatre desiatines carrées de terrain susceptibles d'être cultivées, sur une surface d'à peu près seize[592]. Elle est au reste très-fertile, avantage qu'elle doit au très-grand nombre d'oiseaux qui y font leur séjour. Ce sont des mouettes, des corbeaux de mer, des tourterelles; beaucoup d'autres espèces d'oiseaux de mer que les anciens nous disent y avoir vu, n'y existent plus. Les officiers de la marine qui se trouvoient à Leucé en 1823 y passèrent deux jours pour en lever le plan: c'étoit le tems que ces oiseaux pondent, et on ne pouvoit faire un ou deux pas sans rencontrer et même toucher quelques nids. Mais ils n'y avoit dans toute l'île ni arbres ni arbustes, pas même ces espèces de buissons qui croissent ordinairement dans les terrains pierreux. Les plantes qu'on y trouve sont le chiendent (triticum repens L.), la patte d'oie (chenopodium L.), la laîche (carex flava L.), le phléum (phleum pratense L.), et on y chercheroit en vain les plantes odoriférantes et les belles fleurs des champs. En revanche le sol est peuplé d'un grand nombre de serpens assez longs et de couleur noire; les voyageurs que je viens de citer en virent à peu près une centaine, mais aucun d'une autre espèce.

Le plateau de l'île de Leucé a du Sud au Nord 64 sagènes de longueur, et de l'Ouest à l'Est 52 de largeur. C'étoit là que se trouvoit jadis le temple d'Achille dont heureusement les ruines se sont encore conservées. Ce temple formoit un grand carré de 14 sagènes de chaque côté. Du Nord au Sud une muraille divise l'intérieur en deux parties égales, et celle du côté de l'occident est partagée encore en trois appartemens. Le corps

principal de cet édifice tourné à l'Est, a vers le Sud un appartement semblable. Ces quatre appartemens, y compris l'épaisseur du mur, ont 7 sagènes de longueur, sur 5½ de largeur: le quatrième a en longueur seulement ½ sagène de plus que les autres. En quelques endroits ces murailles ont encore la hauteur d'une archine et demie, beaucoup moins ailleurs, et quelquefois on ne peut presque plus en voir les restes. Dans le plan de l'île de Leucé les parties qui sont le mieux conservées et dont la direction est distincte, sont indiquées par des lignes, mais celles qui sont presque de niveau avec le terrain où interrompues sont marquées par des points. La partie principale de l'édifice, celle qui formoit le temple d'Achille ou le sanctuaire de ce héros, a 7½ sagènes de profondeur, sur 10 de largeur. Si, comme je le suppose, et comme on l'observoit dans la plupart des temples de l'antiquité, son entrée se trouvoit du côté de l'Est, la statue d'Achille dans l'intérieur ne pouvoit qu'être tournée à l'Est, et elle étoit alors placée de la manière la plus usitée. L'emplacement où se trouve le temple est favorable à cette supposition. Car alors la plus belle partie du plateau est précisément devant l'édifice; l'autre moins large, derrière. Au surplus, ce que dit Philostrate dans un passage que j'ai cité ci-dessus [593] que le temple d'Achille étoit tourné du côté de la Mæotide, ne laisse subsister aucun doute sur sa situation, quelqu'inexacte que soit, au reste, l'idée qu'il avoit de cette mer. Il est vrai que si l'on suppose que la porte de cet édifice se trouvoit au Sud, le sanctuaire d'Achille et son vestibule auroient de plus belles proportions. Mais il me paroît plus probable, par les raisons indiquées, que l'entrée du temple étoit du côté de l'Est. Vu l'état de dépérissement dans lequel se trouve cette ruine, il est impossible de savoir si pendant les 2325 ans à peu près que ce temple a existé, son premier plan n'a pas été changé ou modifié par les réparations que l'on avoit été dans le cas d'y faire, ou si son intérieur n'avoit pas été autrement distribué par une de ces peuplades barbares qui ont séjourné à

Leucé de tems en tems dans le moyen âge. Je crois donc qu'originairement on entroit dans le sanctuaire d'Achille qui étoit tourné à l'Est, par un vestibule; que ce sanctuaire avoit les plus belles proportions; que la distribution antique de l'intérieur n'existe plus, et que tous les murs de séparation dont on distingue actuellement les traces, ont été l'ouvrage des siècles barbares pendant lesquels le culte de ce héros avoit été totalement oublié. Le temple d'Achille ainsi que les restes des anciens édifices que l'on voit à Leucé sont construits avec de très-grands blocs d'une pierre calcaire ordinaire de couleur blanche, rudement tailiés et placés les uns sur les autres sans mortier. D'après cette dernière indication ces ruines ressemblent à celles d'un autre édifice que j'ai trouvé en Tauride dans le voisinage et à l'Ouest du couvent de St. George, et à une autre encore que Pallas cite [594] et dont il donne le plan et les dimensions. Il ne reste de cette dernière que deux couches formées par de très-gros blocs rudement taillés d'une pierre calcaire jaunâtre et dure. Je donnerai dans une autre occasion la description de plusieurs grandes ruines que l'on trouve en Tauride et qui, de même que le temple d'Achille de l'île de Leucé et les édifices que je viens de citer, sont d'une antiquité très-reculée et d'un genre que l'on comprend sous la dénomination d'architecture cyclopéenne. Lorsqu'on examine les restes du temple d'Achille, on est frappé de la grandeur de cet édifice, d'autant plus que les temples des divinités et des héros étoient ordinairement d'une assez petite dimension. Mais en élevant ce monument destiné au culte du premier des héros, on a cru devoir adopter des dimensions plus grandes, pour lui témoigner le plus haut degré de vénération; usage que l'on trouve suivi dans la construction de plusieurs autres temples de l'antiquité. On voudra bien remarquer qu'en observant que la distribution primitive de l'intérieur du temple d'Achille a été altérée dans le moyen âge, je n'ai pas voulu nier que le sanctuaire ait eu à côté et derrière, plusieurs apartemens destinés soit pour y déposer les offrandes de

prix qu'on avoit faites au dominateur de l'île, et l'or et l'argent du temple, soit pour y loger les prêtres chargés des cérémonies réligieuses, ainsi que les gardiens dont on ne pouvoit se passer sur ce rocher solitaire et isolé. Quelques pièces devoient servir de magazins pour les vivres. Dans l'antiquité le temple d'Achille étoit richement orné en marbre blanc. Ce fait est attesté par les nombreux fragmens d'une corniche bien travaillée dont quelques uns avoient plus de trois pieds; d'autres fragmens paroissent avoir fait partie du piedestal d'une statue. Les morceaux les plus considérables et un chapiteau de colonne aussi en marbre blanc, ont été enlevés en 1814 par le capitaine d'un navire italien; d'autres l'ont été plus tard, d'autres encore se trouvent dispersés sur cette île. Dans les fouilles que l'on avoit faites autour du temple et dans son voisinage, on a trouvé beaucoup de fragmens de vases en terre cuite, des anses entre'autres portant des inscriptions grecques, un morceau d'un vase de la même matière avec une inscription latine. Ces vases appartiennent aux tems anciens, lorsque le temple et le culte d'Achille étoient dans toute leur splendeur : ils ont été apportés par ceux qui venoient révérer ce héros, ou chercher un asyle dans les orages. On peut conjecturer aussi que ces vases avoient fait partie des transports de vivres destinés pour les prêtres et les gardiens du temple. Ces découvertes que des fouilles nous ont procurées, ainsi que les fragmens de marbre dont j'ai parlé, sont une preuve que les peuples barbares, qui depuis le neuvième siècle avoient de tems à autre occupé Leucé et qui avoient peut-être changé l'ordonnance intérieure du temple par de nouveaux murs qu'ils avoient substitué aux anciens, détruits ou délabrés par la vétusté, n'y ont jamais eu des établissemens permanens ou de longue durée. Car s'il en avoit été ainsi, ils y auroient construit des demeures nouvelles qui, ensemble avec les autres travaux dont ces habitans à la longue n'auroient pu se dispenser, auroient dû faire disparoitre entièrement le peu d'objets que les fouilles ont fait découvrir. En lisant dans le voyage de Clarke

que des fouilles faites à Leucé feroient découvrir beaucoup de monumens anciens, j'avois cru d'abord que si les traditions que l'on avoit dans l'antiquité du danger de passer la nuit dans cette île, et dans les derniers siècles la peur des serpens venimeux qu'on croyoit s'y trouver en grand nombre, en avoient écarté les curieux, le peu de terre qui couvre la surface de ce rocher détruisoit en partie l'espérance de ces découvertes. Cette crainte étoit fondée, comme il résulte de ce qui a été dit de ces fouilles.

Au bord du plateau vers le Nord-Est on voit taillé dans le roc un puits de 15 pieds de profondeur, et dont l'ouverture de 6 pieds qui est circulaire a un bord en pierres. Ce puits étoit destiné au service du temple et, d'après l'opinion de l'auteur du plan de notre île, il y avoit dans l'enceinte d'un mur attenant au temple et marqué de la lettre *x*, une citerne. Autour du temple on rencontre plusieurs cavités pratiquées dans le rocher et bordées d'un rang de pierres; elles ont dû servir au même usage. Du côté de l'Ouest existent encore deux puits marqués *d* et *e*, dont l'ouverture est de forme carrée avec des pierres qui la bordent. Ces ouvertures étoient obstruées lorsqu'on les découvrit; mais à peine eut-on debarassé le puits qui est marqué d'un *e* et placé dans un endroit très-concave, que l'eau commença à jaillir. L'eau de Leucé est douce et si son goût est boueux, on croit que cela provient de ce qu'on n'y puise pas. Ammien avoit donc raison de dire que l'on trouve de l'eau à Leucé [595]: il entendoit certainement par là de l'eau douce et potable, parce que dans le cas contraire sa remarque auroit été inutile. Dans les grandes chaleurs l'eau des puits n'étoit pas probablement assez abondante, et pour ne pas en manquer, les habitans y avoient suppléé par des citernes.

On rencontre encore sur l'île de Leucé les restes de trois autres constructions, semblables sous le rapport de leurs matériaux aux restes du temple qu'on vient de décrire. Elles sont marquées

des lettres *aa*, *bb*, *cc*, et ne sont que fort peu élevées au dessus du sol. La longue muraille *aa* qui suit la forme du rivage doit, d'après l'opinion assez probable de l'auteur du plan, avoir eu pour but de prévenir les éboulemens dans la mer, ce sol étant le meilleur de l'île. J'ajoute qu'on pourroit conjecturer peut-être aussi que ce mur avoit été construit pour prévenir les incursions des habitans de la terre ferme, et garantir en même tems les deux édifices carrés marqués *dd*, qui touchent la muraille *bb*, et qui servoient peut-être à enfermer le bétail nécessaire pour l'entretien des prêtres et des gardiens, et pour les sacrifices. Il est plus difficile de deviner quelle étoit la destination des murailles *cc*. Dans la mer, près des bords de l'île, on remarque plusieurs blocs et grandes pierres marqués de la lettre *z*, qui se sont écroulés et qui ont appartenu à ces édifices. C'est encore une idée de l'habile officier qui a levé le plan de l'île d'Achille que cette dernière portoit dans l'antiquité le nom de Leucé ou *île blanche*, non pas à cause de la blancheur de ses bords escarpés, puisque ces bords sont plutôt d'une couleur brune et rougeâtre, mais à cause de la blancheur de ses grandes constructions.

Les anciens auteurs du cinquième et sixième siècle de notre ère qui ont mentionné les îles et la course d'Achille, ont puisé ce qu'ils en ont dit dans les écrits de leurs dévanciers: aucun d'eux n'avoit été sur les lieux. En effet depuis que le christianisme s'étoit répandu, les traditions mythologiques attachées à beaucoup de contrées, villes et îles, s'étoient insensiblement perdues, et si on n'avoit pas encore oublié les noms des fameux héros de l'ancienne Grèce, ce n'étoit sûrement qu'un très-petit nombre de gens lettrés qui en connoissoient quelques détails historiques. Par cette raison, quand on trouve dans un géographe du dixième siècle [596] que *l'île d'Achille est située devant le Danube*, on ne doit pas croire qu'elle portât alors ce nom, mais être sûr qu'il avoit emprunté cette dénomination de livres écrits plusieurs siècles avant lui. On indi-

quera ci-après le nom sous lequel Leucé étoit connue après le neuvième siécle. La géographie de la mer noire nous indique des contrées et des peuplades qui n'ont changé leurs noms primitifs que dans des siècles peu éloignés de nous. Témoin la terre la plus rapprochée de l'île de Leucé, l'île de Peucé, qui avoit gardé son ancien nom et que nous retrouvons dans les géographes du quatrième [597], du sixième [598] et du douzième [599] siècle. Son nom étoit resté le même parce qu'il lui avoit été donné à cause des forêts de pins qui l'ombrageoient; et sans quelques événemens politiques l'île de Leucé auroit plutôt gardé ce dernier nom encore pendant des siècles que celui d'île d'Achille. La mythologie et l'histoire grecque n'étant plus cultivées sous les empereurs byzantins, nous ne pouvons pas être choqués de trouver dans leurs historiens des assertions comme celle de Léon le diacre [600], qui nous raconte qu'Achille étoit né en Scythie à Myrmécium, qu'à cause de sa cruauté il fut expulsé par les Scythes, et qu'il s'établit dans la Thessalie.

Un auteur moderne prétend que l'île de Leucé a été nommée Sélina dans le moyen âge, et que Constantin Porphyrogénète l'a appellée ainsi [601]. Cela n'est point, comme on va le prouver dans les remarques suivantes sur la route que prenoient les Russes au dixième siècle et probablement long-tems avant, pour se rendre de Kiev à Constantinople: c'est l'empereur Constantin qui nous l'a décrite. En voici un court apperçu. Les Slaves tributaires des Russes transportoient sur le Dnièpre à Kiev, dit-il, les troncs d'arbre qu'ils avoient creusés, pour les leur vendre. Les Russes s'embarquoient sur cette espèce de canots et descendoient le Dnièpre jusqu'à la première cataracte. Obligés alors de décharger leur canots pour les faire passer avec beaucoup de dangers dans des endroits peu profonds et hérissés d'écueils, ils parvenoient successivement aux autres cataractes, où il étoit nécessaire quelquefois d'enchaîner leurs esclaves, pour les empêcher de prendre la fuite.

Souvent ils tiroient leurs navires à terre et les traînoient ou les portoient sur leurs épaules ainsi que leur bagage jusqu'à l'endroit où ils pouvoient s'embarquer de nouveau. Après ce voyage pénible, pendant lequel ils avoient souvent à se défendre contre les attaques de leurs ennemis, ils étoient emportés par le courant du même fleuve jusqu'à l'île de St. Grégoire formée par quelques bras du Dnièpre avant qu'il se jette dans son liman [602], et dessinée sur la carte déjà citée de Frédutius d'Ancona de l'an 1497: elle y porte le nom d'*Isola Rosia*. Sur la carte de Gratiosus Benincasa de l'an 1480, elle est nommée *Nisi*, sur celle que dessina à Venise Baptista Januensis en 1514, *Isola rossa*, et dans deux autres cartes manuscrites, *Rubra* et *Rubea* [603]. Ces deux derniers noms ne sont que des traductions peu justes d'*isola rossa* et *rosia*, mais il résulte des autres noms que cette île étoit appellée alors *l'île Russe*, et c'est peut-être la même qui est nommée *Olesch* ou *Aleski* par les annalistes russes. Sous les Vénitiens et les Génois elle portoit le nom d'*Elice* [604], qui étoit aussi celui du Dnièpre [605], appelé encore *Elesse*, *Eresse* et *Erexe* [606]. Il faut observer que le nom d'*Elice* ou *Helice* à l'époque citée, convenoit à l'île de St. Grégoire, parce que, d'après le témoignage du voyageur Barbaro, le Dnièpre au milieu duquel elle étoit située, étoit appelé de même. Cependant le texte cité de Nicéphore paroît plutôt donner le nom d'Helice à l'île de Leucé, puisque ceux qui naviguoient vers le Nord dans le golfe occidental du Pont-Euxin, avoient cette dernière en vue, et non celle de Borysthénis, encore moins celle de St. Grégoire. On a probablement confondu quelquefois ces trois îles. Le grand nombre d'îles dont le Dnièpre est rempli, et les fréquens changemens opérés par son courant, rendent impossible de dire à présent quelle est celle qui avoit été consacrée à St. Grégoire. J'observe en passant que c'est par erreur que quelques uns, entr'autres Peyssonnel [607], nomment île de St. George l'île en question. Les voyageurs se reposoient quelques jours à l'île de St. Grégoire, offroient sous un chêne d'une grandeur extraordinaire leurs sacrifices consi-

stans en oiseaux vivans et autres objets. De là, après avoir été quatre jours à traverser le liman du Dnièpre, ils arrivoient à *l'île de St. Aethère*, située à son embouchure. C'est la même que les anciens avoient nommée Borysthénis. Ils s'y arrètoient quelque tems, radouboient leurs navires pour pouvoir entrer dans la mer et se pourvoyoient de màts et de voiles. Ensuite cottoyant le rivage ils arrivoient à un fleuve que Constantin nomme Danapris. Ce passage paroît être corrompu; car en quittant l'île de St. Aethère ils ne pouvoient plus dans leur course revoir le Dniépre. Il est plus probable que Constantin a voulu désigner le Téligoul, que de supposer qu'il a pris ce dernier pour un bras du Dnièpre. On ne peut croire non plus avec Peyssonnel que les Russes, au lieu de se diriger à l'Ouest vers le Téligoul, ayent préféré la direction au Nord pour mouiller inutilement dans le petit liman du Bérézan. Après s'être arrètés pendant quelque tems à l'embouchure du Teligoul, ils se rendoient au fleuve blanc, le Dnièstre d'aujourd'hui. Ils se reposoient et atteignoient ensuite l'embouchure de la Sélina [608] qui devoit être la première des embouchures du Danube. Elle est inconnue à présent sous ce nom, parce que le pays où ce grand fleuve se décharge dans la mer, n'a pas encore été soumis à un examen approfondi. Il y a plus, nous ne savons comment appliquer aux différentes embouchures du Danube les noms que leur assignent les géographes anciens. Au reste il est clair que l'empereur Constantin ne pouvoit pas entendre sous le nom de Sélina, la quatrieme bouche de ce fleuve nommée actuellement Soulina, quoique ce nom puisse provenir du premier. C'étoit donc par un manque total de critique et de reflexion que Peyssonnel a prétendu [609] que Constantin Porphyrogénète, qui nomme expressément un fleuve Sélina, a donné à l'île de Leucé ce nom qui n'est pas moins imaginaire qu'est absurde celui de Mélasita qu'il avoit donné à la même île d'Achille [610].

L'île de Leucé n'ayant pas été mentionnée par l'empereur

Constantin, il ne sera pas sans intérêt de rechercher le nom qu'elle portoit vers le dixième siècle, d'autant plus que personne n'a jusqu'à présent tâché d'éclaircir cette question. Un géographe de Venise qui vivoit vers l'an 1490, Marius Niger, nous dit que cette île fut appelée tantôt *Cacearia*, tantôt *Græciaria* [611]; l'espagnol Nebrissensis et plusieurs autres lui donnent le nom de *Cacearia* et de *Cacaria*. Ces noms sont tous défigurés et corrompus par la prononciation. Un très-léger changement nous donnera *Casaria:* or ce nom et celui de *Gasaria*, ou *insula Chazaria* ou *Chazariæ* devoit appartenir à Leucé déjà avant le commencement du dixième siècle, époque où le domaine des Chazares étoit si grand qu'il s'étendoit depuis le pays situé au nord de la mer caspienne jusqu'à la Bulgarie et l'Hongrie [612]. Tout ce royaume de Kaptchak s'appeloit vers l'an 1321 Gazaria [613], nom que porte aussi la Crimmée dans quelques géographes jusqu'au seizième siècle [614], quoiqu'alors les Chazares eussent depuis long-tems, si non quitté ce pays, au moins cessé d'être une nation, puisqu'ils étoient confondus avec les Tatares de la horde dorée. Chez les auteurs orientaux du dixième siècle, le Pont-Euxin se trouve toujours nommé la mer Chazare [615]. Dans la suite cette île perdit ce nom qui fut remplacé par celui de *Fidonixi* que nous trouvons dans Marius Niger et dans la carte de Frédutius d'Ancona dessinée au quinzième siècle, nom corrompu de *Phidonisi* ou *Fidonisi* composé par les Grecs modernes d'ὄφις et νῆσος et qui signifie *île des serpens;* elle porte encore ce nom aujourd'hui dans le mot turc *Ilan Adassi*. Cette île est en effet infestée par ces reptiles qui n'y sont point venimeux [616].

J'ai déjà observé que l'île de Leucé étoit un lieu très-important pour les marins de l'antiquité, puisque depuis l'embouchure du Danube jusqu'à la ville d'Odessa le rivage de la mer est si bas que l'on ne peut pas le distinguer, même quand on s'en trouve assez près. Il ne pouvoit pas non plus être indifférent aux navigateurs anciens, comme il ne l'est pas non plus aux marins d'aujourd'hui,

d'avoir passé Leucé, afin de n'être plus exposé à se perdre contre ce rocher, dans les brouillards et les nuits obscures de cette mer. J'ai observé de même que la plupart des anciens géographes ont placé cette île trop au nord; mais Clarke est dans l'erreur en prétendant que quelques uns l'avoient placée devant l'embouchure du Tyras ou du Dniestre, et qu'on l'avoit confondue avec la langue de terre de Kinbourn ou avec celle de Tentera, car il prend l'une et l'autre pour un même lieu: il ajoute que la dernière a été prise quelquefois pour l'île d'Achille [617]. Observons que ceux dont parle Arrien, qui avoient confondu Leucé avec le drome, étoient très-loin de prendre ce dernier pour l'île d'Achille; au contraire ils étoient dans l'opinion que cette île et le drome n'étoient qu'un même endroit. On est choqué de trouver dans l'ouvrage de Thornton qu'Arrien, en parcourant toutes les côtes du Pont-Euxin, n'avoit pu rencontrer l'île de Leucé [618]: cette erreur avoit été commise avant lui par Gibbon [619] et Barbié du Boccage [620], et elle provient de ce qu'ils s'étoient contentés de feuilleter le périple d'Arrien, au lieu de le lire en entier. S'ils l'avoient fait, ils auroient trouvé, comme on l'a déjà observé, qu'Arrien n'a jamais eu l'intention de visiter cette île célèbre, et par conséquent n'avoit pas été à sa recherche. Voulant éclaircir l'histoire des lieux consacrés à Achille dans le Pont-Euxin, Thornton a embrouillé cette matière par des assertions fausses et erronées, en nous disant, par exemple: „que les anciens ont placé l'Élysée dans les ténèbres cimmériennes: que Néoptolème avoit consacré à son père Achille et une île et la langue de Kinbourn, et érigé en honneur du même héros près l'embouchure du Borysthène, un cénotaphe qui ne pouvoit se trouver ailleurs que sur l'endroit occupé actuellement par la forteresse de Kinbourn" [621]. L'île de Leucé a été confondue avec le drome d'Achille par M. Mannert, qui doute même si cette île a jamais existé [622]. Enfin on ne peut s'empêcher de trouver très-légères les raisons qui avoient engagé Barbié du Boccage à douter de l'existence de Leucé. Ses

motifs sont: 1) „qu'Arrien qui a navigué le long des côtes du Pont-Euxin ne l'a point vue; 2) qu'elle n'est marquée dans aucune des cartes modernes.“ Ayant déjà prouvé le peu de fondement des remarques de M. Barbié et de plusieurs autres auteurs sur les voyages qu'ils prétendent qu'Arrien a faits dans le Pont-Euxin, et ayant aussi indiqué les sources dont il s'est servi dans la rédaction de son périple, il reste à rechercher si M. Barbié a eu raison de dire que l'île de Leucé n'est marquée dans aucunes cartes modernes. Si l'on examine les cartes géographiques qui ont été autrefois le plus en vogue, on trouve au contraire que cette île n'a pas été oubliée. Dans deux cartes dressées par de l'Isle [623], dans les deux qu'a dessinées Banduri [624], et dans d'autres publiées par le Clerc [625], Robert [626], Hubner et Homann [927], l'île de Leucé est dessinée devant l'embouchure du Danube, mais son nom ne s'y trouve pas. D'autres cartes donnent à cette île la même situation, mais elles varient dans sa dénomination; la carte de Janson, par exemple, l'appele *Fidonixi* [628], celles de Sanson [529], de Robert [530] et de Homann [531], *Ilanada*, nom corrompu d'Ilan Adassi. De l'Isle a défiguré davantage le nom de cette île, en écrivant sur sa carte *Ilanada ou Gazirenuar* [532], mot qui dérive probablement de Gazaria, comme un de ceux qu'il donne à l'île de Borysthénis: *Gerban*, provient peut-être de la mauvaise prononciation de Bérézan, nom que cette île a reçu dans les tems modernes. Mais il seroit plus difficile de dire quelle est l'origine du nom *Cazote* qu'il lui donne. L'auteur d'un Atlas qui a paru à Berlin dans le milieu du siècle passé a répété les erreurs de de l'Isle, mais ne comprenant pas le nom de Gazirenuar, il en a fait le nom propre d'un saint, et a nommé l'île de Leucé *insula S^{ti} Gazirenuar* [633], mais, malgré sa hardiesse, il n'a pas osé répéter le nom de Cazote, se contentant de porter sur sa carte celui de *insula Gerban* [634]. Si enfin ni Peyssonnel [635], ni Danville [636], n'ont oublié de reproduire dans leurs cartes la célèbre île de Leucé, les cartes modernes dans lesquelles M. Barbié du Boccage ne l'a pas trouvée, ne peuvent pas être

d'une grande importance, et cet auteur, ayant eu trop de confiance en Peyssonnel [637], s'étoit trompé en répétant son assertion dont j'ai démontré la fausseté. En terminant ces observations j'indique encore une autre méprise légère à la vérité, que l'on trouve dans la même carte du géographe cité. La langue de terre que Diodore de Sicile et Strabon appelent *la Chersonèse de la Mæotide* [638], a été nommée par lui, la Chersonèse de Zénon; or ce nom est postérieur au siècle d'Anacharsis, et Ptolémée s'en est servi le premier [639]. Dans le tems où Peyssonnel se trouvoit en Crimmée cet endroit portoit encore, suivant son témoignage, le nom de Zéniské [640], dans lequel s'étoit conservée l'ancienne appellation dont il ne reste plus de trace.

Le drome ou *la course d'Achille* n'avoit pas dans l'antiquité moins de célébrité que l'île consacrée au même héros. Il a été exactement décrit par Méla [641], et si on vouloit blâmer ce géographe d'avoir désigné comme étroite l'isthme assez large auquel tiennent les deux branches de cette langue, on pourroit l'excuser en disant qu'il ne l'a caractérisée ainsi que par rapport à sa longueur extrêmement prolongée. Mais Strabon nous a donné de cet endroit et de ses environs une description détaillée [642], et qui a eu le sort d'être fort mal interprétée. Il dit: „ après l'île située en face du Borysthène, en naviguant vers l'orient, on arrive au cap de la course d'Achille, on y trouve d'abord un lieu nu [quoique] appelé bois consacré à Achille: vient ensuite la course d'Achille, qui est une presqu'île au niveau de la mer; car elle s'étend vers l'orient comme une espèce de ruban d'environ mille stades de longueur, dont la plus grande largeur n'est que de deux stades, sa plus petite de quatre plèthres, et dont les deux extrémités sont à soixante stades du continent. Son terrain est sablonneux; et en le creusant, on y trouve de l'eau. Vers son milieu est le col de l'isthme, de la largeur d'environ quarante stades. Elle se termine au promontoire nommé Tamyrace, qui forme un port vers la terre

ferme." Parmi les autres anciens géographes qui ont parlé du drome d'Achille, l'auteur anonyme du périple du Pont-Euxin le décrit très-exactement, et sa notice est d'autant plus digne d'attention qu'on y trouve des détails qui nous font connoître l'état de ces lieux dans le quatrième siècle de notre ère, tems où ce périple fut, à ce qu'il paroît, si non composé, au moins enrichi de nouvelles observations. Cet auteur ne commence pas sa description par le promontoire consacré à Achille, mais du côté opposé [643]: „après le promontoire Tamyrace," dit-il, „suit le drome d'Achille formé par un rivage fort étendu et étroit, de mille deux cent stades ou cent soixante miles de longueur, et de quatre plèthres de largeur; ses extrémités sont deux îles. Il est éloigné de soixante stades ou de huit miles du continent, auquel il tient vers son milieu par un col ou isthme large de quarante stades, ou cinq $\frac{1}{3}$ miles. Lorsque de Tamyrace on a passé par mer le drome et qu'on est arrivé à son autre promontoire nommé le bois sacré d'Hécaté, on a alors deux cent stades ou vingt cinq et $\frac{2}{3}$ miles jusqu'au Borysthène nommé à présent Danapris, fleuve navigable." Avant que d'expliquer le texte de Strabon cité en premier lieu, il faut répéter que dans l'antiquité on avoit cru que Leucé étoit beaucoup plus rapprochée du Nord et de l'embouchure du Borysthène qu'elle ne l'est réellement. Par conséquent, si Leucé étoit située assez près de l'île de Borysthénis, le vaisseau venant de la première et se dirigeant à l'Est arrivoit au promontoire de la course d'Achille, nommé aussi le bois consacré à ce héros, appelé à présent la langue de Kinbourn. Strabon ajoute: vient ensuite la course d'Achille. Observons ici que si Strabon avoit voulu donner le nom de cap de la course d'Achille à la pointe Nord-Ouest de cette langue, il n'auroit pas manqué d'ajouter que le drome d'Achille étoit la continuation du cap nommé. Puisqu'il ne l'a pas fait, il s'en suit que le cap de la course d'Achille est le cap nommé aujourd'hui cap de la langue de terre de Kinbourn. Si Strabon avoit voulu dire que ce cap de la presqu'île étoit le cap de la course d'Achille, il s'en suivroit que ce

géographe en disant „que la presqu'île se termine au promontoire nommé Tamyrace qui forme un port vers la terre ferme," auroit nommé la pointe Sud-Est de la même langue, cap Tamyrace. Mais Tamyrace est un promontoire de la Chersonèse Taurique qui n'a rien de commun avec la course d'Achille, pas plus que le promontoire de Kinbourn. Bref, le sens du passage de Strabon est que le drome d'Achille se trouve entre les deux promontoires de Kinbourn et de Tamyrace. Isaac Vossius a donné la même explication du texte cité du périple de l'anonyme. Ce qui vient à l'appui de cette interprétation très-naturelle, c'est que le géographe se sert toujours du mot ἄκρα pour indiquer les deux promontoires, expression qu'il n'emploie pas quand il est question des deux bouts du drome; et ce qui mérite d'être observé, l'auteur anonyme du périple du Pont-Euxin distingue les mêmes promontoires en les appelant ἀκρωτήρια, des deux bouts du drome qu'il nomme ἄκρα. L'anonyme dit que les extrémités de cette course formoient deux îles; si l'on admettoit l'interprétation fausse de ce passage, comment cet auteur pourroit-il prendre pour des promontoires les îles qu'il a mentionnées? Le port qui, comme l'observe Strabon, se trouve au cap Tamyrace, est *le beau port* de Ptolémée [644], nommé actuellement port d'Akmétchet. Ceux qui supposent que les lieux désignés par Strabon comme des promontoires sont les deux bouts du drome, comment peuvent-ils croire possible l'existence d'un port ou d'un ancrage dans un endroit bas et marécageux? Ptolémée [645] a suivi des relations très-différentes de celles de Strabon et du périple anonyme, et il paroît qu'il n'a pas même connu les noms que portoient les lieux en question dans les beaux siècles de la Grèce et que les deux auteurs nommés nous ont transmis. Il nomme la pointe de Kinbourn, *cap du bois sacré d'Hécaté;* le bout de la course d'Achille tourné au Nord-Ouest, *cap sacré;* son extrémité Sud-Est, *cap Mysaris*, nom qui a été conservé seulement par Ptolémée. Ces appellations inventées par des navigateurs ignorans dans des tems postérieurs, ont été suivies

et adoptées par Danville qui y a ajouté de nouvelles erreurs [646]: suivant lui le bout de la course tourné vers le Nord-Ouest s'appelle le promontoire sacré, et du milieu de l'isthme auquel sont attachées les deux branches de la course, il fait projetter dans la mer une pointe tout-à-fait imaginaire, qu'il nomme le promontoire de Tamyrace; l'autre bout de la course tourné vers le Sud-Est reste sans nom. M. Barbié du Boccage [647] a suivi quant au dessin les cartes publiées en Russie, ainsi que celles de Danville. C'est de celui-ci qu'il a emprunté les noms de cap d'Hécaté et d'Achille, en faisant très-bien d'omettre le promontoire de Tamyrace qui avoit induit en erreur son prédécesseur. On doit regretter que M. Mannert [648] ait suivi Ptolémée en prêtant au texte de Strabon un sens qui n'est pas le sien. J'ai trouvé des erreurs plus fortes encore que celles que je viens de relever, dans une des dernières cartes d'une partie de la mer noire, où les noms anciens sont joints aux noms modernes. Dans cette carte la pointe de Kinbourn manque de son ancien nom, et les deux caps de la course d'Achille portent ceux que Ptolémée leur a donné postérieurement. Mais l'endroit sur lequel on s'est le plus trompé est un terrain à l'Est du bout Nord-Ouest du drome d'Achille qui s'appele Sary-katip ou Yagorlitskoi-kut, et que l'on a nommé *Hecatæ nemus*. L'empereur Constantin Porphyrogénète fait mention de la langue de terre qui a été si célèbre par le souvenir d'Achille [649], il la nomme *Adara*, τὰ Ἀδαρὰ, et il ajoute „que tout près on trouve un grand golfe, τὰ *Nécropyla*, qui est inaccessible," parce que dans ce golfe, anciennement nommé Tamyrace, la mer est trop basse. Le géographe de Ravenne appele le drome *Dandareon* [650]. Actuellement ce lieu est nommé Tandara ou Tentra, noms dérivés des deux précédens. Dans le commencement ces noms désignoient, comme celui qui est mentionné par l'empereur Constantin, le drome d'un bout à l'autre, mais il paroît que depuis un certain tems, on a réservé celui de Tendra pour sa branche tournée vers le Nord-Ouest, tandis qu'on a donné à celle qui est au

Sud - Est le nom de langue de Djarilgatch. L'exactitude avec laquelle Ptolémée a fait l'énumération des lieux dont on vient de parler, doit faire trouver singulier que plusieurs géographes de notre tems soient dans la persuasion que pour éclaircir la géographie ancienne il est nécessaire de faire dessiner les cartes d'une manière rude et infidèle. Les marins de l'antiquité décrivoient avec beaucoup d'exactitude les côtes des pays devant lesquels ils avoient passé : c'est ce que nous voyons par le texte cité de Ptolémée; et si les premières cartes géographiques qu'on a faites dans les siècles passés étoient remplies de fautes, s'ensuit - il que nos cartes de la géographie des Grecs le soient aussi? Ce n'est que dans fort peu de cas que les cartes pourront être dessinées d'une manière imparfaite, quoique même alors on n'évitera pas d'attribuer à l'ancien auteur dont on aura voulu rendre l'idée des erreurs et des contradictions qu'il n'a pas commises.

Strabon estime la longueur du drome d'Achille à 1000 stades [651], qui égalent 200 verstes; cette estimation a été adoptée par Tzétzès [652] et Eustathe [653]. Elle a été fixée par Agrippa à 80,000 pas, qui égalent 640 stades ou 128 verstes [654], longueur qui approche assez bien des observations nouvelles qui la font de 105 verstes. Pline qui avoit extrait la relation d'Agrippa, ajoute la distance entre le drome et l'île de Leucé qu'il dit être de 125,000 pas, mesure qui est égale à 1000 stades ou 200 verstes, et ne diffère pas beaucoup de la véritable distance qui est de 835 stades ou de 167 verstes, prise depuis Leucé jusqu'au milieu de l'isthme du drome. Ce que Strabon dit de la plus grande largeur de ce terrain étroit est fondé : les deux stades qu'il lui donne font moins d'une demi - verste ; sa plus petite largeur de quatre plèthres égale $66\frac{2}{3}$ sagènes. Mais il faut ajouter que la largeur la plus considérable de son cap tourné à l'Ouest est de 3 verstes, celle du cap tourné à l'Est, de 4. La largeur du col ou de l'isthme de cette langue, a été fixée inexactement par Strabon à 40 stades ou à 8 verstes, car elle est de 21 verstes,

mais l'éloignement de la même langue jusqu'à la terre ferme qu'il fixe à 60 stades ou 12 verstes, est à peu près juste, si on calcule la largeur entre les deux caps et les terres qui leur sont le plus rapprochées.

J'ai déjà remarqué que la course d'Achille n'a jamais été habitée, et qu'on a nommé Achilliodromites ceux qui étoient établis sur la terre ferme en arrière de ce lieu. En effet cette langue de terre est basse et par cette raison sujette aux inondations; elle est tellement rendue inhabitable par les moucherons et autres insectes ailés de tout genre, qu'on ne peut y transporter aucuns bestiaux pour tirer parti de ses pâturages. L'auteur de l'histoire du règne de Romain Lécapène nomme Dromites les Russes qui infestoient alors l'empire byzantin [655]. Ceux qui ont cru que ces Russes Dromites habitoient le drome d'Achille ou la contrée voisine de cette Chersonèse [656], ont été induits en erreur par Assemanni. Ce savant nous dit [657]: „les Russes Dromites sont les Tauroscythes qui, selon Cédrène et Zonaras, habitent la Chersonèse-Taurique. Pline et Ptolémée appellent Tauroscythes les peuples établis dans cette péninsule. Mais c'est principalement Procope qui nomme ainsi les habitans de l'île de la course d'Achille, et de là les Tauroscythes ont été appelés Dromites.“ Ce raisonnement n'est fondé que sur des erreurs; car 1: Cédrène [658] et Zonaras [659] ne parlent pas des Tauroscythes habitans de la Chersonèse-Taurique; 2: Pline et Ptolémée en mentionnant les Tauroscythes ne comprennent pas sous ce nom les peuples ainsi appellés depuis le dixième jusqu'au douzième siècles, et que Cédrène et Zonaras nomment Scythes et Taures, mais non Scythotaures; 3: le drome d'Achille n'est pas une île; 4: Procope ne parle nullement des Tauroscythes: il ne peut donc pas en faire des habitans du drome d'Achille, lieu dont il n'a même jamais parlé. Quant à Pline et Ptolémée ils ne désignent par Tauroscythes que les habitans du Sud de la Chersonèse-Taurique, peuple qui, après les exploits de Mi-

thradate Eupator, a disparu de la scène : ces deux auteurs n'ayant pu faire mention des Russes, sont inutiles comme témoins. Enfin dans le passage de Procope, cité par Assemanni comme la preuve la plus irréfragable de l'assertion que je combats, au lieu de trouver ce que cet auteur lui fait dire, on lit [660]: après les Huns établis au bord du Tanaïs, les Scythes et les Taures occupent du côté de l'Ouest toute cette contrée, dont la Chersonèse - Taurique fait jusqu'à présent partie, et où se trouvoit le temple de Diane. Assemanni, au lieu du texte de Procope qui ne prouve rien, puisque les Scythes et les Taures qu'il nomme sont des noms généraux et trop vagues pour pouvoir désigner les Russes, auroit pu pour prouver que les Russes s'étoient établis dans le dixième siècle au drome d'Achille, s'appuyer plutôt du témoignage de l'auteur de la chrestomathie de Strabon qui vivoit à la même époque et qu'Assemanni ne paroît pas avoir connu. Cette chrestomathie nomme Tauroscythie la péninsule du célèbre drome [661], et semble décider cette question en faveur de ceux qui présument que les Russes Dromites y ont habité. Dans un auteur plus ancien que celui que je viens de citer, dans Ptolémée, on trouve une remarque qui n'est pas plus juste. Il dit : que les Tauroscythes se trouvent auprès, ou à côté du drome d'Achille [662]. Il faut cependant observer que les textes de ces auteurs ne prouvent absolument rien contre l'autorité de Cédrène et de Zonaras cités dans les notes : ces auteurs placent le siège des Russes au Nord, près de la chaîne septentrionale du Taurus, et il n'est que trop probable que Ptolémée et l'épitomateur de Strabon ont puisé leurs renseignemens dans un écrivain qui, ayant entendu nommer les anciens Tauroscythes de la Chersonèse - Taurique, a cru devoir les placer sur la course d'Achille, ou dans son voisinage. D'ailleurs comment les Russes Dromites habitans de cette langue de terre, auroient - ils pu dans un endroit bas, marécageux et sujet aux inondations, posséder les moyens de mettre sur pied une flotte de dix mille navires pour attaquer Constantinople capitale de l'empire grec ? Enfin ce qui

détruit de fond en comble l'hypothèse d'Assemanni, c'est que les Russes que Léon le diacre [663], Nicétas Acominatus [664] et Ducas [665] nomment Tauroscythes, habitoient vers le Nord un pays que les auteurs cités et Cinnamus [666] nomment la Tauroscythie, dont la ville de Kiev étoit le chef-lieu. Il résulte donc des remarques que je viens de faire que les Russes Dromites ne se sont jamais trouvés dans un rapport quelconque avec la course d'Achille, d'autant moins que les Russes n'étoient pas établis dans le dixième siècle ni en Tauride, ni dans le pays situé à l'Est du drome dont il est question.

La course d'Achille se trouve actuellement dans le même état où elle étoit avant le quatrième siècle de notre ère, car son bras tourné au Nord-Ouest ne tient plus à l'isthme, et est divisé en deux parties. Il faut cependant observer que l'auteur qui nous a le premier rendu compte de l'état où l'on voyoit alors cette langue de terre, l'auteur anonyme du périple du Pont-Euxin, a commis une légère erreur, en disant que les deux bouts du drome étoient des îles, puisque celui qui est tourné vers le Sud-Est n'a jamais été détaché de ce terrain. L'auteur de la chrestomathie de Strabon qui vivoit au dixième siècle, confirme ce que le périple anonyme a dit de l'état du drome [667]. On ignore ce qui a pu faire croire à l'ancien géographe dont Etienne de Byzance nous a donné l'extrait, que la course d'Achille étoit une île [668]: il avoit peut-être confondu la course avec l'île d'Achille, comme le supposoit Valois [669]; mais c'est sans raison que le même savant, ainsi que Tschucke [670], reprochent à Euripide [671] la même méprise. Quant à Arrien, que Valois, Berkel [672] et Tschucke [673] blâment d'avoir confondu ces deux endroits, j'ai prouvé ci-dessus que leur accusation étoit sans fondement. Au reste, si plusieurs autres litérateurs modernes comme Camers [674] Isaac Vossius [675], Barnes [676], Kuster [677], Moreri [678], Assemanni [679] et Wernsdorf [680], ont confondu l'île et la course d'Achille, ce sont Charles Etienne [681]

et Hofmann [682] que Barnes a cité comme ses autorités, qui les ont entraînés dans cette erreur. Mélétius, auteur très-inexact [683], et Ferrari [684] prétendent que la course d'Achille à été nommée Fidonisi en grec moderne, et le premier s'appuie sur l'autorité de Marius Niger qui n'a jamais fait mention de cette péninsule. Malgré cela Mélétius donne aussi le nom de Fidonisi à l'île de Leucé. J'ajoute que depuis qu'on avoit confondu ces deux lieux, il étoit très-naturel de donner au drome le nom même de l'île. Tschucke est incertain si Constantin Porphyrogénète a nommé Adara tout le golfe depuis l'embouchure du Borysthène jusqu'à Tamyrace, ou s'il n'a donné ce nom qu'à l'île de Leucé [685]: assertions dont l'une est aussi fausse que l'autre. Au surplus, il confond partout, comme l'avoit fait Méla, dans son commentaire sur cet auteur, à l'exemple de Mélétius [686], de Moreri [687], de Peyssonnel [688] et d'autres écrivains, l'île de Leucé avec celle de Borysthénis. Une autre erreur plus grande encore sur la course d'Achille, paroît tirer son origine des premières cartes qu'on a données de la géographie ancienne. Sanson [689] et de l'Isle [690] dessinent assez correctement la course d'Achille quoiqu'ils placent à côté une île qui n'y est pas, et qu'ils nomment *Tandra ou Tentera*. Ces mêmes géographes [691], suivis par beaucoup d'autres [692], appellent drome d'Achille la langue de terre de Kinbourn, lieu qu'aucun ancien n'a confondu avec la célèbre péninsule que je viens de nommer. Mais aucune des cartes citées ne présente autant d'erreurs arbitraires que celle de Janson corrigée par le Clerc; le bras du drome tourné au Nord-Ouest y est appelé *Macra insula item Leuce*, le bras de Sud-Est y est une île et porte le nom de *Céphalonésus*, et la langue de Kinbourn, beaucoup trop large, y est nommée course d'Achille [693]. La plus part de ces erreurs ont été puisées dans la carte du Pont-Euxin d'Ortelius publiée en 1550 [694]. Parmi les auteurs récens qui ont confondu les deux langues de terre en question, en donnant à celle de Kinbourn le nom de course d'Achille, on remarque Peyssonnel [695], Clarke [696], Thornton [697] et Ewers [698].

Kuster avoit cru que les Ἄωοι θεοὶ mentionnés dans le glossaire d'Hésychius, sont des divinités originaires du drome d'Achille [699]. D'après le grammairien cité, leur culte doit avoir passé de là en Samothrace. Mais le texte de cet auteur est corrompu, et au lieu de οἱ ἐκ δρόμου, il faut lire οἱ ἐκ Κύπρου, comme le prouve une notice conservée dans l'étymologicum [700].

Lorsque pendant l'été de l'année 1824 on jeta les fondemens d'un phare par ordre de M. l'amiral de Greig, dont le zèle pour l'avancement des sciences et la prospérité de la navigation et du commerce s'est signalé entr'autres par l'établissement d'un observatoire à Nicolaev, on fouilla un tumulus ou sépulcre antique. On y trouva beaucoup de médailles grecques en bronze, d'autres romaines du même métal et en argent, des barbes de flèches en bronze, des boutons etc. La plus part de ces médailles sont de la plus belle conservation. Les médailles grecques appartiennent aux villes des provinces qui entouroient le Pont-Euxin et à plusieurs autres villes grecques. Un amateur très-distingué par son zèle pour l'étude de l'antiquité, a publié une notice sur cette découverte [701], assez long-tems après que M. l'amiral de Greig dans une de ses lettres avoit eu la complaisance de me donner la description des objets qui ont été trouvés dans l'intérieur du tumulus, et l'avoit accompagnée d'un nombre de médailles très-belles pour enrichir le cabinet impérial. L'auteur de la notice citée fait mention de plusieurs fragmens de bas-reliefs en marbre que l'on doit aussi y avoir trouvés et qui offrent ou la figure d'Achille, tantôt avec quelques syllabes de son nom, tantôt sans lettres, ou la figure d'autres héros. A juger d'aprés des dessins que j'en ai vu, ces bas-reliefs ne sont pas exécutés dans un fort bon goût, et appartiennent plutôt aux tems de la décadence des arts. Mais j'ai des raisons qui m'autorisent à douter que ces monumens aient été découverts dans le tumulus de la course d'Achille que l'on avoit fouillé. D'abord comment ces fragmens auroient-ils pu entrer dans le tumulus, et

quel motif auroit-on pu avoir de les y enfouir ? Il est absolument hors de doute que ni temple ni aucun autre édifice n'ont jamais été construits sur la course d'Achille. Il auroit donc fallu transporter ces bas-reliefs dans ce lieu ; supposition peu vraisemblable. Le silence que M. l'amiral de Greig a gardé sur ces objets semble appuyer mes doutes, et il est certain que cet illustre amateur de l'antiquité n'auroit pas négligé de parler de ces fragmens de bas-reliefs s'ils avoient été trouvés dans ce lieu. Je crois qu'il est très-probable que ces monumens ont été pris de l'ile de Leucé, qu'ils sont les restes d'une frise qui ornoit le temple d'Achille et que, dispersés dans l'île, ils en ont été enlevés en 1823, s'ils ne l'avoient déjà été en 1814 par le capitaine d'un vaisseau grec, Papadaki, encore vivant à Kertch et que des vents contraires avoient forcé de s'arrèter à Leucé; il descendit, fut bientôt joint par le capitaine d'un navire italien, qui, outre le chapiteau sus-mentionné, emporta cinq fragmens en marbre blanc, mais d'une petite grandeur.

Cette découverte de médailles antiques sur la course d'Achille est trop intéressante pour que je n'ajoute pas encore quelques observations au sujet de la notice citée ci-dessus. Son auteur remarque: „que cette découverte également importante pour l'histoire, la géographie ancienne et la numismatique, prouve que l'on célébroit jadis des jeux en l'honneur d'Achille dans le lieu où elle a été faite, et que cet endroit est le même qui chez les anciens portoit le nom de course d'Achille.“ Je dirai plutôt que cette découverte est intéressante pour la numismatique, mais qu'elle ne l'est nullement pour l'histoire et la géographie ancienne. Les médailles et autres objets découverts dans ce tumulus ne pourroient pas prouver que cette langue de terre est celle que les anciens ont appelée le drome d'Achille, si les anciens géographes ne nous l'avoient appris positivement. On ne peut même en tirer aucun argument pour appuyer ce fait incontestable. Des médailles grec-

ques et romaines, même des figures d'anciens héros, avec ou sans leurs noms, découvertes en Grèce, en Italie, ou en tout autre pays, ne pourroient qu'en fort peu de cas, prouver pour ou contre le nom que les endroits où ces objets ont été découverts, portoient dans l'antiquité. Je ne suis pas non plus de l'opinion de notre estimable auteur quand il dit: „il est à remarquer que presque toutes les villes désignées sur les médailles trouvées à Tendra, étoient situées près de la mer noire et de l'archipel (?), ce qui doit faire présumer que leurs habitans se réunissoient à Tendra pour la célébration des fètes en l'honneur d'Achille; ou mieux encore, cette circonstance fait connoître quelles villes et quels peuples ont fait dans l'antiquité le commerce sur la côte méridionale du Pont." Cependant je dois observer que les médailles trouvées à Tentera ne peuvent pas faire supposer qu'il y ait eu dans de certains tems une réunion des habitans de toutes les villes qui ont fait frapper ces monnoies. Ces réunions n'ayant jamais existé dans cet endroit aux beaux siècles de la Grèce, comment pourroit-on les supposer vers la fin du quatrième siècle? On seroit encore moins fondé à croire que les médailles trouvées sur le bout méridional de la langue de Djarilgatch peuvent nous donner une idée des mouvemens commerciaux de la côte septentrionale du Pont-Euxin, et on devroit demander à l'auteur, si ces monnoies doivent nous instruire du commerce qu'on faisoit dans ces parages lorsque les colonies grecques étoient dans la plus grande prospérité, ou s'ils nous donnent une idée du commerce qui s'y faisoit à la fin du quatrième siècle de notre ère. Certainement ces médailles grecques trouvées ensemble avec des médailles romaines du bas empire, ne prouvent rien à l'égard du commerce sept ou huit cents ans auparavant. Mais quoique le commerce de ces colonies, après la destruction totale de la liberté en Grèce, ne fut pas tout-à-fait anéanti sous le règne des premiers empereurs, ainsi que le prouve un décret rendu par les habitans de la ville d'Olbie en faveur de Théoclès fils de Satyrus [702], il n'en est pas moins certain, qu'à

la fin du quatrième siècle ces colonies, aussi bien que leurs métropoles, se trouvoient dans un tel dégré de dépérissement et de pauvreté qu'il ne peut plus être question de leur commerce. La conséquence de ce raisonnement est que nos médailles ne prouvent rien quant au commerce des colonies dans la mer noire au tems de leur plus grande prospérité, ni au tems où elles se trouvoient dans un état complet de misère. Si enfin l'auteur ajoute: „les plus récentes de ces médailles appartiennent au règne de Valens, et cette dernière circonstance porte à conclure que les fêtes d'Achille dans l'île de Tendra ont cessé avec l'introduction de la religion chrétienne dans la Gothie.“ Mais Tendra n'est pas une île, et la Gothie n'a rien de commun avec la course d'Achille; ensuite les fêtes régulières ou annuelles n'ont pas pu cesser par suite de la propagation du christianisme, puisque ces fêtes n'ont jamais existé. Ayant appris qu'on avoit trouvé un nombre considérable de médailles grecques dans cet endroit, l'auteur de la notice a cru qu'on les avoit découvertes dans l'étendue de la plaine de cette langue de terre: mais ce n'est point le cas, toutes ces médailles ont été tirées du tumulus, et c'étoit justement dans son intérieur qu'elles ont pu garder ce haut dégré de parfaite conservation et de beauté qu'elles ont, tandis que si elles avoient été dispersées sur la langue de Djarilgatch, elles seroient devenues méconnoissables à cause des inondations continuelles de cet endroit. Je finirai cette digression en remarquant que, quoique la plus grande partie des médailles romaines découvertes ensemble dans ce tumulus soit du bas empire et les plus récentes de la fin du quatrième siècle, on ne peut en rien conclure sur l'âge de ce monument, si non qu'il n'a pas été élevé postérieurement au quatrième siècle. Les relations que l'on a de cette fouille ne nous disent pas, si les médailles ont été trouvées au haut ou au bas du tumulus, ou si on les a tirées d'une chambre sépulcrale. On doit donc balancer entre deux cas possibles, ou que ces monnoies ont appartenu à un personnage qui est mort vers la fin du quatrième siècle; ou que ce

sépulcre est d'une antiquité beaucoup plus reculée, et qu'un possesseur de médailles y a enfoui sa collection, ou s'y est fait enterrer à la fin du quatrième siècle.

L'île que les anciens avoient nommée *Achillea*, *l'île d'Achille* et *Borysthénis*, qu'un auteur du dixième siècle appelle *l'île de St. Aethère*, porte à présent le nom d'*île de Bérézan*, du nom d'un fleuve et d'un golfe qui est vis-à-vis dans la direction du Nord. L'étymologie du nom de Bérézan que l'on a puisée dans la langue turque [703] me paroissant fort douteuse, il me semble préférable de le faire dériver de celui de *Beresansa* qui est d'après le témoignage d'Édrisi, géographe du douzième siècle [704], le nom d'un bourg ou ville de la même contrée. La latitude de l'île de Bérézan est de 46°, 35′, 30″; sa longitude, à compter du méridien de Paris, est de 28°, 57′, 17″5. Sa longueur du Sud au Nord est de 403 sagènes; sa largeur de 180 à 190; son circuit, de 2 verstes 20 sagènes, et son terrain de plus de 19 désiatines. Ses bords ne sont pas moins escarpés que ceux d'Ilan-Adassi, et l'on ne peut y descendre qu'aux endroits coupés exprès et marqués sur le plan par les lettres *a* et *b*. La distance de l'île de Bérézan à la pointe de Kinbourn est de 7 verstes; et jusqu'à Otchakov de 9. Arrien [705] et l'auteur du périple anonyme [706] observent qu'elle est éloignée du Borysthène de 60 stades qui égalent 12 verstes. D'après les dernières cartes, cette distance calculée de l'île jusqu'à la fin du liman est de 8 à 9 verstes. Dans le calcul d'Arrien et de son copiste il faut supposer aussi qu'on a compris la fin du liman, parce que la distance de cette île jusqu'au commencement du même liman, est de 330 stades, ou de 66 verstes. La côte méridionale de l'île est élevée de 56 pieds au dessus de la mer, et la côte septentrionale de 42 pieds. Cette île est formée de trois couches, dont la première est un rocher de deux sagènes de hauteur: la seconde est de la même épaisseur, et consiste en argile blanche mêlée de sable; la troisième, de quatre sagènes d'épaisseur, est d'une terre

rouge qu'on retrouve sur toute la surface de l'île. Ce terroir est le même que celui des steppes d'Otchakov et de tout le rivage septentrional qui lui est opposé. Il n'y a point d'arbres à Bérézan. Lorsque j'y étois en 1821, je n'y vis qu'un seul arbrisseau dans un enfoncement d'une sagène de profondeur, formé par l'enlèvement de la terre qui devoit servir à la construction d'une batterie. Il n'y a point non plus d'eau douce. Quelques puits d'une eau saumâtre, dont un existe encore et a 7 sagènes de profondeur, ont servi aux Turcs lorsqu'ils y étoient établis. Si pour sa défense cette île devoit être un jour habitée, elle auroit encore plus besoin de bonnes citernes que celle d'Ilan-Adassi. Maintenant huit artilleurs logés dans une caserne au côté occidental, en sont les seuls habitans. On remarque à son angle Nord-Est et à sa pointe méridionale les restes des fortifications turques, et sur cette dernière d'autres batteries d'une construction plus récente; mais au bas du rivage qui est escarpé, il existe encore une batterie turque en pierres, bien conservée. Ces fortifications sont construites pour la défense de l'île et des deux passages dont l'un du midi est entre cette île et le cap de Kinbourn; celui de l'Ouest, entre l'île et la terre ferme. On ne voit à présent dans cette île aucunes ruines antiques; tout ce qui s'étoit conservé depuis quelques milliers d'années probablement, a été démoli par les Turcs pour en employer les matériaux à d'autres constructions. Les seules preuves encore subsistantes que Bérézan étoit fréquentée dans les tems anciens sont, vers le Nord, des tertres hauts de deux ou trois pieds qui la bordent, on y trouve mêlés ensemble des charbons, des fragmens et des anses de vases de terre cuite, quelquefois des médailles de la ville d'Olbie et des morceaux de pierres avec des inscriptions de la même ville.

J'ai remarqué dans la seconde section que l'île nommée Borysthénis avoit été consacrée à Achille, mais on n'en connoissoit presque aucuns détails, les anciens géographes s'étant arrêtés de

préférence à l'île située devant les bouches du Danube. J'ai indiqué aussi que la raison en étoit qu'aucun vaisseau sorti du Bosphore de Thrace ne pouvoit entrer dans le golfe occidental du Pont-Euxin, sans passer l'île de Leucé, tandis que l'île de Borysthénis n'étoit observée que de ceux qui pénétroient jusqu'au fond de ce golfe, et que leurs affaires commerciales conduisoient à Olbie, le point le plus septentrional du golfe, où ils ne pouvoient arriver qu'après avoir passé l'île en question. L'île de Leucé doit être regardée comme le sanctuaire d'Achille, commun à toutes les villes grecques situées au bord du Pont-Euxin et que vénéroient tous ceux qui fréquentoient cette mer: mais l'île de Borysthénis étoit un établissement religieux fondé par les Olbiens et consacré par eux à Achille. Nous ignorons si les Istriens témoignoient à ce héros la même vénération que les Olbiens; mais à en juger d'après l'enthousiasme qu'on avoit pour son culte à Olbie sous le règne de Domitien, lorsque cette ville avoit perdu beaucoup de son ancienne splendeur, on ne se tromperoit peut-être pas en supposant que dans le tems où son commerce étoit le plus florissant l'île de Borysthénis ne fut pas moins fréquentée par les Olbiens et par les commerçans et curieux étrangers que l'île de Leucé. Si la situation de Borysthénis n'avoit pas été défavorable à sa renommée, et si l'île de Leucé n'avoit pas, par l'avantage de son site, absorbé l'attention et la curiosité des voyageurs, nous connoîtrions sans doute un grand nombre de détails concernant le séjour d'Achille à Borysthénis, ses occupations et les événemens merveilleux qui s'y étoient passés et qui étoient racontés à Olbie. Tous les détails historiques que nous possédons sur l'île de Leucé nous viennent du dehors, c'est à dire qu'ils nous ont été conservés par les géographes et les litérateurs de l'antiquité; car à l'exception des ruines du temple d'Achille et de quelques autres édifices, il ne nous est rien parvenu pour nous la faire connoître et aucuns détails ne nous ont été laissés ni par des inscriptions, ni par des relations tirées de l'histoire de la ville d'Istrus qui, par

la même prédilection qu'avoit Olbie pour Achille, doit s'être chargée du soin de son temple et des cérémonies religieuses. Nous observons tout le contraire par rapport à l'île de Borysthénis: car à l'exception de sa consécration à Achille que nous ont apprise les anciens géographes, tout ce que nous savons du culte de ce héros, résulte des inscriptions qu'on y a trouvées, ou d'un fragment de l'histoire d'Olbie écrit par Dion Chrysostome. J'examinerai d'abord ce fragment, et ensuite les marbres écrits.

Dion Chrysostome, rhéteur et philosophe très-distingué, étoit né à Prusa en Bithynie, et appartenoit à une famille des plus considérées de cette ville. Ses ayeux avoient fait pour le bien public de grands sacrifices. Son père et sa mère, ses frères et ses autres parens avoient reçu des honneurs publics et on leur avoit érigé des statues; plusieurs même étoient si distingués qu'ils furent ensevelis aux frais de l'état, et qu'on célébra des jeux gymniques à leurs funérailles. La ville de Prusa avoit élevé un temple en mémoire de sa mère [707]. Dion s'étoit chargé de la gestion d'emplois civils qui exigeoient de très-grandes dépenses [708], et il jouissoit de l'honneur d'être chevalier romain [709]. Quand Domitien persécuta les philosophes et les hommes de lettres, les exilés, après avoir changé d'habit pour n'être pas reconnus, cherchèrent un asyle, quelques uns dans la Gaule, d'autres en Lybie, ou dans les déserts de la Scythie [710]. Dion étoit du nombre de ces derniers; désirant se mettre en sureté il entreprit un voyage vers le Nord chez les Gètes pour aller à Olbie. Philostrate remarque que Dion n'étoit pas un fuyard, car il n'étoit pas condamné par une sentence des juges; il ne se mit pas non plus en route comme un voyageur ordinaire, puisqu'il ne sortit pas publiquement de Prusa, mais qu'il s'en retira secrétement [711]; il ne voyageoit ni en marchand, ni en commissaire pour avoir soin d'une armée, ni comme un envoyé chargé de négocier une alliance défensive ou de remplir une mission de cérémonie [712].

Dion dans ce voyage, qui dans sa situation n'étoit pas sans danger [713], n'avoit point de domestique, et n'étoit accompagné que de son fils [714]. Quoique sa famille ne fut pas des plus riches à Prusa [715], cependant il avoit de la fortune et ne manquoit d'aucun des moyens nécessaires pour voyager avec agrément. S'il gagnoit sa vie pendant la route en travaillant la terre, en plantant, en portant de l'eau dans les bains et dans les jardins potagers [716]; il ne supporta ces fatigues que pour n'être pas découvert. En revenant, après la mort de Domitien, il quitta l'habillement de journalier [717]. Dans sa route, le Phædon de Platon et la harangue de Démosthène sur une mission mal remplie, furent ses délassemens. Revenu à Prusa, il récita publiquement sa harangue Borysthénique [718], nommée aussi *les Gétiques* [719], fruit de son voyage. Elle a été citée par un ancien sophiste en preuve du talent de Dion pour l'histoire [720]. Elle est du plus haut intérêt pour nous, parce que nous ne trouvons dans aucun autre ouvrage des détails sur la ville d'Olbie.

Malgré l'obscurité du texte de Dion dans les passages où il est question de son voyage d'Olbie [721], il n'est pas difficile d'entrevoir qu'après avoir passé la mer et abordé la Thrace, il fit son voyage par terre au travers de la Scythie et du pays des Gètes ou Mysiens, arriva à l'Istre et s'y embarqua pour Olbie. Alors et du tems de Strabon les différentes peuplades de ces contrées s'étoient déjà plus ou moins confondues. Strabon, par exemple compte, parmi les Scythes les Mélanchlænes [722], qu'Hérodote dit expressément n'être pas Scythes [723]. Il dit encore que les Gètès et les Mysiens ou Mœsiens s'étoient déjà mêlés avec les Thraces, qu'ils habitoient les bords de l'Istre et s'établissoient tantôt sur l'une de ses rives, tantôt sur l'autre [724]: c'étoit leur pays que Dion avoit passé pour se rendre à l'Istre, le Danube d'aujourd'hui. Arrivé à Olbie il ne balança pas de reprendre le manteau de philosophe [725]. Notre rhéteur observe qu'Homère étoit dans cette ville

en une telle vénération qu'elle ressembloit presque à un culte [726]. Les habitans ne connaissoient aucun autre poëte que lui [727], et l'Iliade leur étoit si familière qu'ils la savoient par coeur [728]; dans les combats ils s'encourageoient en récitant ses vers [729]. Cette prédilection des Olbiens pour Homère, datoit de leur émigration de l'Ionie: transplantée dans leur nouvel établissement, elle s'y étendit et se conserva d'autant plus que menacés sans cesse par les peuples barbares qui les entouroient, ils vivoient dans un état permanent de guerre [730]. Cet enthousiasme pour le premier des poëtes mérite notre attention, puisque dans le tems où Dion visita Olbie, cette ville étoit déjà beaucoup déchue de sa prospérité par la ruine de son commerce [731]. Cyrène n'avoit point fait comme elle: quoique beaucoup moins éloignée du foyer de toutes les connoissances et de la civilisation, cette ville avoit tellement négligé la culture des lettres qu'au quatrième siècle, au tems de Synésius, ses habitans étoient dans la ferme persuasion qu'Agamemnon règnoit encore à Argos et que son ami Ulysse venoit de rendre aveugle le cyclope Polyphème [732]. Mais rien n'égala le respect qu'avoient les Olbiens pour Achille qui fut, à ce qu'il paroît, leur première et principale divinité [733]. Selon Dion Chrysostome, ce héros avoit un temple dans l'enceinte de la ville, et un autre lui avoit été consacré sur une île *nommée l'île d'Achille* [734]. Dans l'endroit de sa harangue où il parle de la réception amicale qu'il avoit reçue chez les Olbiens, Dion fait encore mention de la même île d'Achille; les habitans lui dirent, „*il nous paroît qu'Achille même vous a envoyé ici de son île*" [735]. Tous les Grecs que le commerce ou la curiosité attiroient à Olbie, n'y arrivoient que par mer: ainsi les Olbiens ne se doutoient pas que Dion avoit traversé le Pont, et passé l'île de Borysthénis pour se rendre chez eux. Personne, je l'espère, ne s'imaginera que dans les deux passages que je viens de citer Dion ait voulu désigner sous le nom d'île d'Achille, l'île connue sous le nom de Leucé. Car d'abord les géographes anciens cités dans la seconde section, ont placé d'une manière incon-

testable devant le liman du Borysthène une île qui n'est pas celle de Leucé. 2: Si Dion avoit voulu parler de l'île d'Achille devant les bouches du Danube, il l'auroit sûrement appelée Leucé. 3: Il faut répéter ici ce que j'ai dit dans une autre occasion [736] que les villes grecques, par un certain amour propre, négligéoient entièrement les divinités, les héros et les lieux qui leur étoient consacrés, lorsque ce n'étoient pas les leurs et qu'ils appartenoient à d'autres républiques. Comment les Olbiens auroient-ils pu avoir la volonté de construire un temple en honneur d'Achille sur une île éloignée de plus de 950 stades ou de 190 verstes de leur ville [737]? Quelles peines auroient-ils dû supporter, s'il leur avoit fallu passer une mer si orageuse, et aller à Leucé chaque fois qu'ils vouloient présenter une offrande à leur héros chéri! Leucé peu éloignée d'Istrus devoit se trouver sous la surveillance de cette ville, et les Istriens n'auroient pas permis aux Olbiens d'élever un temple sur l'île de Leucé, de même que ceux-ci n'auroient pas permis aux premiers d'en bâtir sur l'île de Borysthénis. Cette dernière étoit si avantageusement située pour les Olbiens qu'en s'embarquant le matin dans leur port qui touchoit la ville, ils pouvoient porter l'hommage de leur dévotion au héros révéré à Borysthénis, et revenir à Olbie avant le soir.

Examinons maintenant les anciennes inscriptions qui attestent le culte d'Achille établi à Borysthénis. Des trois marbres que je produirai ici, j'ai déjà publié le premier dans une copie correcte [738]: le second l'avoit été par le comte Jean Potocki [739]: le troisième est inédit. On ne pourroit pas hésiter de croire que ces trois inscriptions, ainsi qu'un nombre de fragmens portant, outre quelques syllabes du nom d'Achille Pontarchès, d'autres lettres faisant partie des noms des magistrats, et que j'ai cru devoir omettre, ont appartenu au temple d'Achille à Borysthénis, si nous ne savions pas par le témoignage de Dion Chrysostome qu'un autre temple étoit consacré à ce héros dans l'enceinte de la ville d'Ol-

bie, et que par cette raison les marbres en question ont pu appartenir à ce dernier sanctuaire. Au défaut de notions précises sur le lieu où ces marbres ont été découverts, des traditions avérées nous donnent la certitude que la première inscription a été découverte dans l'île de Borysthénis. C'est M. de Ribas, propriétaire d'une campagne située vis-à-vis et au Nord-Ouest de l'île de Bérézan, qui la fit transporter de cette île, et la céda ensuite à M. de Blaremberg. Plusieurs officiers établis depuis long-tems dans les environs de Bérézan [740] m'ont raconté, pendant mon dernier voyage dans le gouvernement d'Ékatérinoslav et en Crimmée, qu'ils avoient vu, il y a plusieurs années, dans cette île trois ou quatre tables de marbre avec des inscriptions, récit qui porte à croire que les deux autres inscriptions en l'honneur d'Achille proviennent aussi de l'île de Bérézan. On en sera persuadé quand on remarquera qu'il n'a jamais pu exister dans cette île de monumens qui ne fussent consacrés à Achille. Beaucoup d'inscriptions d'Olbie adressées à Apollon ou à d'autres divinités, étant gravées sur des grès, et celles en l'honneur d'Achille sur le marbre, rendent très-probable que ces monumens ont été tous sans exception découverts dans l'île de Bérézan.

Voici la première inscription; les lacunes et les lettres qui sont indistinctes sur l'original, sont indiquées dans la copie en petits caractères:

ΑΓΑΘΗΙΤΥΧΗΙ
ΑΧΙΛΛΕΙΠΟΝΤΑΡΧΗΙ
ΟΙΠΕΡΙΑΝΑΞΙΜΕ
ΝΗΝΣΩΚΡΑΤΟΥΣ
ΤΟ·Δ·ΑΡΧΟΝΤΕΣ
ΠΟΥΡΘΑΙΟΣΠΟΥΡ
ΘΑΙΟΥΔΗΜΗΤΡΙΟΣ
ΑΧΙΛΛΕΟΣΕΥΡΗΞΙ

ΒΙΟΣΑΔΟΟΥΑΓΑΘΟ
ΦΟΜΑΡΟΣΕΥΡΗΣΘΕ
ΟΥΥΠΕΡΕΙΡΗΝΗΣΚΑΙ
ΠΟΛΥΚΑΡΠΙΑΣΚΑΙΑΝ
ΔΡΑΓΑΘΙΑΣΤΗΣΠΟΛΕ
ΩΣΚΑΙΤΗΣΕΑΥΤΩΝΥΓΕΙ
ΑΣ

ΠΟΥΡΘΑΙΟΣΠΟΥΡΘΑΙ
ΟΥΑΡΧΟΝΤΕΥΩΝΕΝΔΕΚΑ
ΤΟΝΚΑΙΔΙΣΚΟΥΕΥΡΗΞΙΒΙΟΣ
ΑΔΟΟΥΑΡΧΟΝΤΕΥΩΝΕΝΔΕΚΑ
ΤΟΝ ΔΡΟΜΩΠΑΙΔΗΜ

Ἀγαθῇ Τύχ[η.
Ἀχ]ιλλεῖ Ποντ[άρχα
οἱ] περὶ Ἀναξι[μέ-
ν]ην Σωκράτ[ους
τὸ δʹ ἄρχον[τες,
Πουρθαῖος Πο[υρ-
θαίου, Δημήτρ[ιος
Ἀ]χιλλέως, Εὐρ[ηξί-
βιος Ἀδόου, Ἀ[γαθο-
φόμαρος Εὐρησ[θέ-
ου, ὑπὲρ εἰρήνης [καὶ
πολυκαρπίας καὶ [ἀν-
δραγαθίας τῆς π[όλε-
ως καὶ τῆς ἑαυτ[ῶν ὑγεί-
ας.

Πουρθαῖος Πουρθαί-
ου ἀρχοντεύων ἑνδέκα-
τον καὶ δίσκου, Εὐρηξίβιος
Ἀδόου ἀρχοντεύων ἑν[δέκα-
τον] δρόμῳ παιδικῷ

Avec la bonne Fortune! À Achille Pontarque (maitre du Pont), Anaximénès fils de Socratès, et ses Archontes élus pour la quatrième fois, Pourthæus fils de Pourthæus, Démétrius fils d'Achille, Euréxibius fils d'Adoüs, Agathophomarus fils d'Euresthеus; pour la paix de la ville; la valeur (de ses habitans), la fertilité (de ses environs) et pour leur propre santé. — Pourthæus fils de Pourthæus, archonte pour la onzième fois, — et du disque; Euréxibius fils d'Adoüs, archonte pour la onzieme fois — et de la course des garçons.

Puisque cette inscription ne mentionne pas l'objet que l'on avoit consacré à Achille, il est probable qu'elle appartenoit ou au

piédestal d'une statue de ce héros, ou à un édifice qu'on lui avoit consacré.

Il faut observer qu'il ne s'en suit pas que Pourthæus élu archonte pour la onzième fois, l'ait été sept ans après avoir eu cet honneur pour la quatrième fois ; car nous ne savons pas si pendant les onze fois qu'il avoit été revêtu de cette dignité, il n'étoit pas rentré une ou plusieurs fois dans la classe des citoyens hors du service public. De chaque côté de l'inscription qui est en petits caractères est représenté un oiseau sur une branche garnie de fleurs.

L'inscription gravée après celle qui est en grandes lettres, quoique très-mal rédigée, comme je l'ai déjà observé dans un autre mémoire, où j'ai indiqué la cause de son imperfection [741], peut pourtant recevoir une explication fort probable. Je crois que le rédacteur de ces lignes a voulu dire que Pourthæus étant archonte pour la onzième fois, s'étoit chargé aussi de la fonction de corège, et avoit fourni aux frais des jeux du disque. Le ΚΑΙ qui précède ΔΙΣΚΟΥ rend probable l'omission du mot ΔΡΟΜΟΥ ou ΠΑΛΗΣ par le lapidaire, et que Pourthæus avoit pourvu aussi aux dépenses pour la célébration des jeux de la course, ou de la lutte, ou de quelqu'autre exercice athlétique. Quant à l'autre magistrat, Euréxibius, les mots ΔΡΟΜΩ ΠΑΙΔΩΝ, auxquels je n'ai changé que les deux dernières lettres mal gravées, signifient que cet archonte avoit eu le même mérite auprès de ses concitoyens, en faisant célébrer les jeux de la course des petits garçons. D'après cette conjecture, je traduis ces quatre lignes comme suit : *Pourthæus fils de Pourthæus étant archonte pour la onzième fois*, (*a dirigé les jeux de la course*) *et du disque : Euréxibius nommé archonte pour la onzième fois*, (*a présidé aux jeux*) *de la course des jeunes garçons.* J'observe encore que, puisque ces quatre lignes sont si mal rédigées, il n'est pas impossible qu'on ait voulu désigner par le mot barbare ἀρχοντεύω, non

pas la dignité d'archonte, mais celle d'agonothète. Ce qui vient à l'appui de ces remarques, c'est un ancien monument exécuté à Olbie et qui prouve évidemment que des jeux gymniques de petits garçons ont été célébrés dans cette ville. À l'exception du marbre représentant Manthéus offrant à Jupiter l'hommage de sa reconnoissance [742], le relief olbien est le seul monument que l'on connoisse sur lequel on voit une scène relative à ces jeux. C'est une ardoise de quatre pouces huit lignes de longueur, mesure angloise, sur deux pouces trois lignes de largeur qui est conservée au musée de l'école des pilotes à Nicolaev: on ignore si cette pierre a été trouvée à Olbie ou à l'île de Bérézan. Elle représente quatre enfans dans un berceau ombragé de feuillage. Deux qui exercent la fonction de juges sont assis, suivant la prérogative de leur dignité, depuis les siècles héroïques des Grecs [743] jusqu'aux Romains [744] et aux tems modernes: par cette raison les mots ἀρχαὶ, *magistratures* et ἕδραι, *sièges*, étoient synonymes [745]. Après les deux juges on distingue un troisième garçon tenant une palme; les deux juges l'ont chargé de la remettre à un quatrième enfant qui est debout, comme récompense de la victoire qu'il a remportée. Le nom du vainqueur est gravé dans l'exergue:

ΑΘΔΕΓΟΣΛΥΠΡΕΝΟΥ

Athdégus fils de Lyprène, et ces deux noms étant du latin et du grec scythisé, attestent l'origine olbienne de cette pièce. Le nom d'Athdégus n'est que le nom romain Attéius défiguré par la prononciation des Olbiens [746], et celui de Lyprène est dérivé de l'adjectif λυπηρὸς. D'après la forme des lettres cette pierre paroît avoir été gravée dans le tems des premiers empereurs romains. Entre les deux derniers enfans on remarque un objet qui ressemble à un vase, et qui est probablement celui qui servoit à faire tirer au sort les noms de ceux qui disputoient le prix, ou les numeros d'après lesquels ils devoient entrer en lice. Les exercices gymni-

ques des jeunes garçons avoient été institués dans la très-haute antiquité [747]. Les courses pendant la fête de Junon célébrées tous les ans à Olympie par les jeunes filles divisées d'après leur âge en trois classes, ont dû être instituées par Hippodamie fille de Pélops [748]. La course et la lutte des jeunes garçons le furent dans la XXXVIe olympiade; dans la XLIe le combat du ceste [749], et dans la CXLV^e^ celui du pancrace [750], exercice composé de la lutte et du ceste. Pindare, Pausanias et les anciennes inscriptions font souvent mention des jeunes garçons qui dans les combats entre leurs semblables remportèrent la victoire de la course [751], de celle du double stade [752], de la lutte [753], du ceste [754], du pentathle [755], au jeu de la flute, et dans la conduite du chant [756]. Les athlètes les plus fameux n'oublioient pas de porter dans la liste de leurs succès les victoires qu'ils avoient remportées dans leur jeune âge, témoin les exemples de Pisidorus, Hellanicus, Gnathon, Lycinus [757] et Nicias [758]. Clément d'Alexandrie parle des couronnes données aux jeunes garçons vainqueurs dans les jeux, comme d'une récompense non moins commune que celle qu'obtenoient des hommes faits [759]. Callixenus rapporte que dans les jeux donnés par Ptolémée Philadelphe à Alexandrie le trépied destiné pour récompense au corège des jeunes garçons étoit haut de neuf aunes, et celui du corège des athlètes de douze [760]. D'après les observations que je viens de faire, il y avoit chez les anciens deux classes admises dans la célébration des jeux gymniques, l'une d'enfans, l'autre d'hommes dans l'âge viril. Une troisième classe distincte des deux précédentes et que je trouve oubliée par les auteurs qui ont traité cette matière, sont les éphèbes ou les jeunes hommes arrivés à l'âge de puberté, c'est à dire, à la dix-huitième année, dont les jeux, il est vrai, sont mentionnés rarement par les anciens; mais ils n'en constituent pas moins une classe tout-à-fait distincte des deux autres. Tels étoient les jeux athlétiques et ceux de la course exécutés par les éphèbes de l'île de Zacynthe dans la fête d'Aphrodite fondée par Aenée lorsqu'il s'y arrêta dans son

voyage de Troie en Italie [761]. Dans les oschophories, nom d'un jour de fête de Minerve à Athènes, les éphèbes portant des ceps de vigne avec leurs grappes exécutèrent le jeu de la course [762]. En Arcadie dans une fête annuelle instituée en l'honneur de Bacchus, des garçons se livrèrent aux jeux admis pour cet âge qu'on célébroit dans d'autres solemnités, mais les éphèbes se distinguoient dans ceux qui sont propres aux hommes faits [763].

Je passe à la seconde inscription consacrée à Achille par les Olbiens. Après beaucoup de recherches, je l'ai retrouvée en 1817 dans le jardin de Tultchin. Elle est gravée sur un marbre blanc et sa conservation est parfaite. La voici :

ΑΧΙΛΛΕΙΠΟΝΤΑΡΧΗΙ
ΟΙΠΕΡΙΝΕΙΚΗΡΑΤΟΝ
ΝΕΙΚΗΡΑΤΟΥ·ΝΕΩ
ΤΕΡΟΝΑΡΧΟΝΤΕΣ
ΙΕΡΟΣΩΝΕΠΙΚΡΑΤΟΥΣ
ΣΩΚΡΑΤΗΣΑΝΤΙΦΩΝΤΟΣ
ΕΥΡΗΣΙΒΙΟΣΣΤΡΑΤΩΝΟΣ
ΠΕΛΔΙΟΣΥΠΑΝΕΟΣ
ΧΑΡΙΣΤΗΡΙΟΝ
ΙΕΡΑΤΕΥΟΝΤΟΣ
ΜΟΥΚΟΥΝΑΚΥΡΟΥΤΟ Δ

Ἀχιλλεῖ Ποντάρχῃ,
οἱ περὶ Νεικήρατον
Νεικηράτου νεώ-
τερον ἄρχοντες,
Ἱεροσῶν Ἐπικράτους,
Σωκράτης Ἀντιφῶντος,
Εὐρησίβιος Στράτωνος,
Πέλδιος Πανέος,
χαριστήριον·
ἱερατεύοντος
Μούκου Νακύρου τὸ δ΄.

À Achilles Pontarque ont consacré Nicératus fils de Nicératus et ses archontes nouvellement élus, Hiéroson fils d'Épicratés, Socratés fils d'Antiphon, Eurésibius fils de Straton, Peldius fils de

Panes, cet hommage de reconnoissance, Moucus fils de Nacyrus remplissant la fonction de prêtre pour la quatrième fois. Le comte Jean Potocki avoit remarqué que l'on trouve sur ce marbre après les dernières lignes encore huit lignes indistinctes. J'avois d'abord supposé que ces huit lignes avec les deux précédentes devoient peut-être former une seconde inscription qui n'appartenoit pas à l'inscription en grandes lettres. Mais en voyant le marbre original dont les lettres sont gravées avec le dernier soin, j'ai trouvé que la dixième et la onzième ligne appartiennent à l'inscription précédente, et que les huit lignes indistinctes qui les suivent, sont les restes d'une inscription plus ancienne que l'on avoit effacée pour y graver la nouvelle.

Le nom de Nicératus que porte le premier archonte ainsi que son père, se trouve répété sur une inscription de quatre palmes de longueur, écrite en très-grandes lettres. Elle est gravée sur le couvercle d'un sarcophage de pierre calcaire découvert à Olbie: le possesseur actuel de cette pierre m'est inconnu. La voici:

ΝΕΙΚΗΡΑΤΟΣ · ΝΕΙΚΗΡΑΤΟΥ · ΟΚΑΙΟΜΨΑΛΜΟΣ

Nicératus fils de Nicératus nommé aussi Ompsalmus. Ce Nicératus est peut-être le même que nous fait connoître la seconde inscription comme un des archontes éponymes d'Olbie. Les noms de Nicias et de Nicératus ont été assez souvent en usage à Athènes, métropole de Milet et par cette raison la grande mère d'Olbie dont la dernière a répété le type de ses médailles, le hibou. Nous voyons par les marbres écrits à Olbie que ces deux noms qui étoient de bon augure, n'y étoient pas rares. Nicias, homme très-riche qui avoit commandé les Athéniens dans l'expédition contre Syracuse [764], avoit un fils nommé Nicératus qui par sa fortune, son affabilité et sa libéralité étoit le citoyen le plus considéré d'Athènes [765], quoiqu'il fut, ainsi que son père, du nombre de ceux

qui favorisoient l'aristocratie [766]. Il étoit au reste assez commun chez les Grecs de donner aux fils des noms qui ressembloient à celui de leurs pères, ou en les allongéant de quelques lettres, ou en les diminuant. Les petits-fils recevoient souvent le nom du grand-père et ainsi deux noms se répétoient long-tems dans une famille. Un autre Nicératus fils de Dadatus, premier archonte d'Olbie, est mentionné dans la troisième inscription.

Dans la seconde inscription l'offrande des archontes est nommée ΧΑΡΙΣΤΗΡΙΟΝ; un fragment inédit d'une autre inscription d'Olbie qui se trouvoit autrefois à Tultchin [767], remarquable parce qu'on y trouve mentionnés un ou plusieurs Olbiopolites, se sert dans une semblable occasion du mot d'ΕΥΧΑΡΙΣΤΗΡΙΟΝ. Cette même expression se trouve gravée sur une tablette votive en marbre de cinq pouces de hauteur sur six de largeur, découverte dans la Chersonèse de Thrace vers la fin du siècle passé. Voici l'inscription qu'elle porte :

ΚΑΜΙΣΛΟΣΥΠΕΡΤΟΥ
ΥΙΟΥΑΛΕΞΑΝΔΡΟΥΔΙΙ
ΟΛΒΙΩΕΥΧΑΡΙΣΤΗΡΙΟΝ

Κάμισλος ὑπὲρ τοῦ υἱοῦ Ἀλεξάνδρου Δΐ ὀλβίῳ εὐχαριστήριον. Camislus consacre à Jupiter Olbios cet hommage de sa reconnoissance, pour le salut de son fils Alexandre. Ce monument est très-intéressant par la mention de Jupiter Olbios, qui étoit inconnu jusqu'à présent. Il n'y a pas de doute que Jupiter surnommé Soter, Génétor, Patrios [768], Polieus [769] et Poliarchès révéré à Olbie a été souvent invoqué; mais il n'est pas moins sûr que Jupiter Épidotès [770], Ctésios [771] et Olbios, surnoms qui caractérisent ce dieu comme distributeur des biens et des richesses, a été beaucoup plus importuné par les prières des mécontens de leur sort. Ceux qui désireroient voir Jupiter Ctésios représenté sur un monument de l'antiquité, le trouveront sur une sardoine qui appartenoit autrefois à

François Vettori, et qui porte la herme de ce dieu placée dans un magazin et entourée d'amphores de vin et d'huile, de cruches, de pots, de plats, de tasses et d'ustensiles de toutes sortes [772]. Selon Libanius, Jupiter Ctésios étoit révéré avec Hermès Kerdoos, dans un temple qui leur étoit commun [773].

On observe que dans la seconde inscription on a omis l'invocation à la Bonne Fortune très-usitée dans la plus-part de pareils monumens d'Olbie. Cette formule ἀγαθῇ Τύχῃ que les Romains exprimoient par *quod bonum faustum felixque sit*, étoit employée par les Grecs non seulement au commencement des décrets et actes publics comme l'observe Plutarque [774], mais aussi en toute autre occasion: ξὺν Τύχῃ [775], σὺν ἀγαθαῖς Τύχαις [776], et ἐπὶ τύχῃ χρηστῇ [777], étoient des expressions équivalentes, et prouvent la haute vénération dont jouissoit dans l'antiquité cette divinité, maîtresse de nos destinées, et qu'on honoroit dans les temples qui lui étoient consacrés [778]. Remarquons encore que les décrets du sénat et du peuple olbien ne portent jamais l'invocation de la fortune, mais on la trouve toujours dans les inscriptions par lesquelles, après la nomination à leur nouvelle dignité, les différens magistrats ont consacré des offrandes aux divinités de la ville. Il est d'autant plus singulier que dans notre second marbre en l'honneur d'Achille, cette invocation initiale ait été omise.

La troisième inscription adressée à Achille étoit aussi à Tultchin, mais en 1817 elle ne s'y trouvoit plus, ainsi que d'autres marbres d'Olbie dont j'avois reçu, par la complaisance du comte Jean Potocki, des copies dessinées avec la plus grande exactitude. Ces marbres avoient eu le sort de certains autres qui faisoient partie de la fameuse collection d'Arundel; déposés dans une cour ils s'étoient perdus, et avoient été détruits par les ouvriers et les maçons. Voici cette inscription d'Olbie:

ΑΓΑΘΗΙΤΥΧΗΙ
ΕΠΙΑΡΧΟΝΤΩΝΤΩΝ
ΠΕΡΙΝΕΙΚΗΡΑΤΟΝ
ΔΑΔΑΤΟΥ . . ΩΓΑΣ
ΣΤΕΦΑΝΟΝΙΕΡΑΤΕΥ
ΣΑΣΤΟΔΕΥΤΕΡΟΝ
ΑΧΙΛΛΕΙΠΟΝΤΑΡΧΗΙ

Ἀγαθῇ Τύχῃ.
Ἐπὶ ἀρχόντω[ν τῶν
περὶ [Νεικήρ]ατον
Δαδάτου . . ωγας
στέφανον ἱερατεύ-
σας τὸ δεύτερον,
Ἀχιλλεῖ Ποντάρχῃ.

Avec la Bonne Fortune! Sous Nicératus fils de Dadatus et ses archontes, . . ogas remplissant la seconde fois la charge de prêtre, a consacré une couronne à Achilles Pontarque.

Le surnom de ΠΟΝΤΑΡΧΗΣ que porte Achille dans ces trois inscriptions d'Olbie rappelle le titre fastueux donné à un empereur romain par un marbre conservé à Taman [779]: ΤΟΝ ΠΑΣΗΣ ΓΗΣ ΚΑΙ ΠΑΣΗΣ ΘΑΛΑΣΣΗΣ ΑΡΧΟΝΤΑ, et celui dans une inscription de l'île de Philæ [780]: ΚΑΙΣΑΡΙ ΠΟΝΤΟΜΕΔΟΝΤΙ ΚΑΙ ΑΠΕΙΡΩΝ ΚΡΑΤΕΟΝΤΙ. Sur un marbre du musée d'Oxford, on trouve un particulier de Sébastopolis nommé Julius Pontarchès, fils de Timothéus surnommé Ponticus: Pontarchès n'est ici qu'un surnom [781]. Les prêtres mentionnés dans la seconde et la troisième inscription ne peuvent être que ceux d'Achille. Nous voyons par ces monumens que les prêtres ainsi que les dignitaires civils d'Olbie étoient élus pour un an, et pouvoient être réélus. Rien ne prouve mieux la vénération extraordinaire que les Olbiens avoient pour Achille, et la préférence qu'ils lui accordoient sur d'autres divinités de cette ville, que la circonstance que les archontes dont la dignité étoit la plus éminante dans cette république [782], présentèrent leurs offrandes à Achille, et que les magistratures inférieures, comme les stratèges et les

agoranomes, consacrèrent les leurs à Apollon Prostates, ou à celui surnommé Ithyporus, ou à Hermès Agoræus. À Athènes, de certaines couronnes avec lesquelles on avoit récompensé ceux qui avoient bien mérité de l'état, ne devenoient pas leur propriété, mais on les consacroit dans le temple de Minerve. Il est probable que cette coutume s'observoit aussi à Olbie et que par cette raison le prêtre d'Achille a offert à cette divinité la marque de distinction que la ville lui avoit accordée. On rencontre dans la plupart des monumens d'Olbie des noms grecs mêlés aux noms des barbares qui étoient revêtus des charges publiques : cette ville entourée de peuplades scythiques avoit été obligée par les circonstances de permettre à plusieurs de ses voisins de s'établir dans ses murs. Orontas un de ses citoyens les plus distingués [783], en est un exemple très-marquant : il portoit un nom grec, mais il étoit d'extraction barbare, puisque son père l'étoit, ce que prouve son nom d'Ababus [784]. Un ancien auteur observe un fait pareil : en lisant à Naples les décrets publics, il trouva dans les plus anciens les noms des démarques tous grecs; et dans les moins anciens des noms grecs mêlés de campaniens [785].

Les preuves qui ont été tirées de Dion Chrysostome et des monumens trouvés à l'île de Bérézan, mettent hors de doute que cette île avoit été consacrée au culte d'Achille, et viennent à l'appui des anciens géographes dont les rapports trop concis sur cette île ont été confondus quelquefois avec ceux sur l'île de Leucé. Ces preuves sont si convaincantes que même si les relations des géographes sur Borysthénis n'existoient pas, ou si quelques savans ne vouloient pas admettre l'interprétation que j'en ai donnée et qui me paroît la seule admissible, l'île de Borysthénis n'en seroit pas moins une île célèbre par le culte d'Achille.

Le promontoire de la course d'Achille, ou *le bois sacré d'Achille*, nommé par Ptolémée *cap du bois sacré d'Hécate* [786], et

appelé par les Turcs *Kil-bournou, le cap d'Achille*, aujourd'hui *Kinbourn*, n'étoit pas fort éloigné de la ville d'Olbie. Les Olbiens devoient passer cet endroit toutes les fois qu'ils se rendoient à l'île d'Achille. Il faut observer que cette île étant dans l'antiquité beaucoup plus rapprochée de la langue de Kinbourn qu'elle ne l'est à présent, il est très-probable que dans les fêtes publiques les Olbiens célébroient les courses en l'honneur d'Achille sur cette langue de terre, et non pas dans l'île de Borysthénis, dont le sol étant plus élevé de 14 pieds du côté du Midi que de celui du Nord, ne se prêtoit pas à cet exercice. Comme on l'a déjà observé, les géographes modernes ont eu tort de donner à ce lieu le nom de course d'Achille, puisqu'ils l'ont confondu avec Tendéra: mais c'est avec raison qu'on le regardera comme la course consacrée à Achille par les Olbiens, tandis que Tendéra l'a été au même héros du consentement unanime de toute la Grèce. La langue de Kinbourn, à compter depuis la forteresse que les Turcs y ont construite, jusqu'à sa pointe, a une verste et demie de longueur, sur dix-huit sagènes de largeur; à l'endroit où est bâti le fort la largeur est de 50 sagènes, et va en augmentant. Dans l'antiquité elle avoit donc assez d'étendue pour servir au jeu de la course, depuis sa pointe jusqu'au liman du Borysthène. Lorsque les Turcs étoient maîtres de ce lieu, cette langue étoit beaucoup plus longue du côté de l'île de Bérézan, comme des gens dignes de foi me l'ont assuré, et comme je l'ai remarqué en passant de Kinbourn à cette île. La mer y ayant peu de profondeur, on peut distinguer au fond des eaux la langue qui se continue très-loin, et quand on cesse de l'appercevoir, l'effet des vagues de la mer sur sa surface indique qu'elle se prolonge encore à une grande distance. Ainsi il est vraisemblable que cette langue de Kinbourn, aussi bien qu'une autre près du golfe de Bérézan, qui sera décrite plus bas, s'étendent sous mer jusqu'à l'île même. Une batterie que les Turcs avoient placée sur cette pointe, a disparu avec le terrain qui la supportoit, après la conquête de ce pays par les armées de l'impératrice Catherine II. En 1820

le 31 d'Octobre, à 7 heures du matin, un violent ouragan soufflant du côté de la terre, enleva toute la surface de cette langue qui étoit couverte de gazon, de manière qu'on n'y voit plus que des sables. On prétend même qu'elle étoit plus large avant cette tempête qui fut très-funeste aux habitans de Kinbourn; des maisons avec leurs habitans furent jettées dans la mer.

Strabon nomme ce cap *un lieu nu* quoiqu'il portât le nom de *bois consacré à Achille*, et ce passage nous apprend que ἄλσος n'indique pas toujours un bois sacré [787], mais souvent un lieu dédié à une divinité. On a remarqué ci-dessus que les deux îles consacrées à Achille par l'antiquité ont été assez souvent confondues ensemble: on a démontré encore que dans les tems anciens et modernes on a quelquefois confondu ces mêmes îles avec le drome d'Achille, et ce drome avec les îles. Une autre erreur a été commise par Thornton: il a confondu le cap de la course d'Achille de Strabon, nommé aujourd'hui la langue de Kinbourn, avec les îles d'Achille mentionnées par Méla et Pline. Il prétend que le tombeau d'Achille se trouvoit là où est actuellement construite la forteresse [788].

Ayant examiné dans les recherches précédentes l'histoire des deux îles et de la course d'Achille, je ne crois pas pouvoir mieux traiter ce qui me reste encore à éclaircir qu'en commençant par la ville d'Olbie, terme septentrional de cette chorographie. Ceux qui ont parlé de cette ville et en ont donné des plans, ont oublié que le terrain sur lequel on découvre à présent ses restes, n'est qu'une très-petite partie du sol de l'ancienne Olbie, telle qu'elle étoit vers les derniers tems de son existence. Sans vouloir chercher dans ce petit emplacement la vaste enceinte du palais d'un roi Scythe orné de sphynxs et de griffons, telle qu'Hérodote l'a décrite [789]: en admettant même d'après le témoignage de Dion Chrysostome, que les fréquentes incursions et rapines des peuples

barbares d'alentour, avoient réduit de beaucoup la grandeur de la ville, il est certain cependant que le quartier autour du marché ou de la place publique qui avoit la vue sur le port [790], n'a jamais cessé d'être habité aussi long-tems que la ville a existé; et on ne peut pas douter non plus que la grande et spacieuse enceinte du temple de Jupiter où les Olbiens se rassembloient [791], ait subsisté encore après le règne de Septime Sévère et de sa famille, puisque nous voyons la statue de ce dieu représentée sur les médailles de ces tems. Jupiter en effet étoit une des principales divinités d'Olbie, comme le prouve le surnom de Poliarque qu'il porte dans une inscription inédite, et son temple ne pouvoit se trouver que près du rivage de l'Hypanis; car partout où le site des villes le permettoit, ces édifices occupoient l'emplacement le plus avantageux. La difficulté apparente de concilier les localités décrites avec le petit espace où se trouvent aujourd'hui les fossés que remplissoient encore il y a à peu près trente ans les restes des fondemens des maisons, disparoît lorsqu'on remarque que la partie la plus considérable d'Olbie se trouve actuellement ensévélie sous le Boug, qui a dans cet endroit sept verstes de largeur. En effet des dalles, de gros blocs taillés et des fragmens d'architecture en marbre gissent au fond de ce fleuve, dans une largeur considérable et une étendue de plus d'une verste vers l'est. Il est donc certain que les plus intéressantes découvertes pour l'histoire de la ville d'Olbie et de ses environs peuvent se faire sous les eaux de l'Hypanis. Le zèle dont est animé le possesseur actuel de cette propriété, M. le comte Kouchéleff-Besborodko, pour l'avancement des lettres et l'accroissement de toutes les connoissances utiles, ne permet pas de douter que des recherches seront faites pour en faire dans peu jouir le monde savant. Nous connoissons si bien la suite des médailles qu'Olbie a fait frapper, que tout ce que nous donneront encore des découvertes nouvelles ne sera pour la plupart que des pièces ayant des accessoires et des noms de magistrats différens, pour completter des classes de médailles déjà très-nombreuses

dans les collections indigènes. Celles en bronze que les éboulemens ont jetées dans le fleuve seront devenues méconnoissables, mais on doit s'attendre à pouvoir retirer des eaux des inscriptions du plus haut intérêt.

On connoît le grand commerce que les Grecs faisoient avec les Olbiens et avec les autres colonies du Pont - Euxin ; mais ce nous dit Hérodote des relations de ses habitans avec les nations les plus éloignés du Nord [792], n'est pas moins intéressant. Les Olbiens connoissoient entr'autres les Mélanchlænes, peuple dont ils étoient éloignés de vingt journées de marche, ou de 800 verstes, et qui avoient reçu des Grecs ce nom à cause de la couleur noire de leurs vêtemens. Quelque barbare que fut le costume de ce peuple [793], il ne pouvoit que convenir au pays froid qu'il habitoit ; les Olbiens l'avoient adopté [794]. Les Mélanchlænes parloient une langue qui leur étoit propre ; ils n'étoient point Scythes, mais ils avoient imité leurs mœurs, et c'est peut - être par cette raison qu'au tems de Dion ils passoient pour Scythes [795]. Il n'est pas improbable que les Olbiens eurent des liaisons de commerce avec les Mélanchlænes ; mais rien ne le prouve, et ne nous autorise à supposer qu'ils ayent acheté des pelléteries de ces peuples du Nord, pour les revendre.

Dion Chrysostome observe dans sa harangue Borysthénique qu'il a vu à Olbie un petit nombre de tours dont étoient flanqués les murs de la ville et qui n'étoient pas proportionnées à l'état de médiocrité où elle se trouvoit alors [796]. Dans le décret en l'honneur de Protogène fils de Satyrus, citoyen très - distingué, il est fait mention de six de ces tours, dont *deux* se trouvoient aux côtés de la *grande porte* de la ville, une troisième étoit nommée *tour du Kathégétor*, une quatrième *tour du grand chemin*, une cinquième *tour de l'Épidaurium*, et une sixième *tour de Posis* [797]. Une inscription antique qui a eu plusieurs possesseurs et qui est pas-

sée enfin dans le cabinet de M. le comte Koucheleff-Besborodko, nous fait connoître une septième tour dite *la tour de Zeus Poliarque*, avec les noms de ceux qui la lui avoient consacrée. Voici cette inscription :

ΕΓΙΑΡΧΟΝ
ΤΩΝΤΩΝΓΕΡΙ
ΣΩΣΙΓΑΤΡΟΝ
ΝΙΚΗΡΑΤΟΥ
ΑΝΑΞΙΜΕΝΗΣ
ΓΟΣΙΔΗΟΥΜΕ
ΤΑΤΩΝΑΔΕΛ
ΦΩΝΕΓΟΙΗΣΕΝ
ΤΟΝΓΥΡΓΟΝΔΙΙ
ΓΟΛΙΑΡΧΗΚΑΙΤΩ
ΔΗΜΩΕΓΕΥΤΥΧΙ
Α

Ἐπὶ ἀρχόν-
των τῶν περὶ
Σωσίπατρον
Νικηράτου,
Ἀναξιμένης
Ποσιδήου με-
τὰ τῶν ἀδελ-
φῶν, ἐποίησεν
τὸν πύργον Διῒ
Πολιάρχῃ καὶ τῷ
δήμῳ ἐπ' εὐτυχί-
ᾳ

Sous Sosipater fils de Nicérate et ses archontes, Anaximène fils de Posidée avec ses frères, ont consacré cette tour à Jupiter Poliarque et au peuple, en faisant des vœux pour son bonheur. Dans cette inscription le I du datif n'a pas été gravé, selon une coutume qui a prévalu dans quelques villes, comme l'a observé un auteur de l'antiquité [798]. Cette table écrite quelques siècles après celle de Protogène et de Théoclès a dû se trouver autrefois attachée à la tour de Jupiter Poliarque. À Syracuse, on lisoit de même sur les tablettes faites de différentes espèces de pierre, attachées aux tours qui défendoient le petit port de cette ville, le

nom d'Agathocle qui avoit construit ces tours [799]; et des renseignemens semblables se sont probablement trouvés aux tours nombreuses du mur de la même ville [800], et à celles d'Agyrina bâtie sous Hiéron et dignes d'attention par leur belle exécution [801]. Les tours étoient la principale partie de la défense des murs de circonvallation; chacune avoit son nom, et les anciens nous en ont conservé plusieurs, entr'autres celui d'une tour d'Ephèse nommée *le traitre* [802], et les noms de quelques unes de Jérusalem, appelées Pséphina, Hippicos, Phasaël, Mariamné [803], Alexandre [804] et Baris [805], nommée après Antonia [806]. Des inscriptions semblables à celle que je viens de publier, se trouvoient autrefois attachées aux tours de l'ancienne ville de Cherson et à celles de Constantinople: elles appartenoient au tems des empereurs Grecs et on y lisoit les noms de ceux sous qui elles avoient été construites, ainsi que ceux des chefs qui les avoient élevées. On en voyoit aussi à Théodosie avant qu'on eut démoli au commencement du siècle courant, les tours qu'on auroit dû laisser subsister: ces inscriptions et celles que l'on voit encore à Balaclava datent du tems de la domination des Génois, et mériteroient d'être soigneusement copiées pour les communiquer au public. Au reste, la plupart des tours d'Olbie, à en juger d'après les traces encore subsistantes, étoient de forme carrée.

Le surnom de *Poliarque*, ou de *maître* ou *chef de la ville* que les Olbiens avoient donné à Jupiter et sous lequel ils lui avoient consacré un temple, car on peut supposer avec certitude que celui de Jupiter mentionné par Dion Chrysostome n'étoit autre que celui de Jupiter surnommé Poliarque, ce surnom, dis-je, a été aussi attribué à l'empereur Dioclétien par les habitans d'Alexandrie, dans l'inscription de la célèbre colonne connue sous le nom de colonne de Pompée, ils l'y appellent [807]: ΤΟΝ ΠΟΛΙΑΡΧΟΝ ΑΛЄΞΑΝΔΡЄΙΑϹ.

Dans le décret en l'honneur de Protogène il est fait mention d'une *contrée montueuse* [808], *παρώρεια*, appartenante à la ville

d'Olbie. Puisqu'il n'y a point de montagnes dans le pays à l'entour, on n'a pu entendre sous ce nom que le terrain élevé de dix à quinze sagènes aux côtés de deux ravins connus sous les noms de *Saitcheia balka*, qui touche immédiatement à l'Ouest le sol jadis habité de la ville, et *Chirokaia balka* au Sud-Ouest de la première.

Deux très grands tertres ou *tumuli*, dont la base de l'un est encore revêtue en pierres, se trouvent près du terrain sur lequel étoit Olbie et excitent l'attention du voyageur. L'un d'eux est peut-être le monument de Sosias cité dans le décret pour Protogène: il se trouvoit dans un endroit de la ville peu fortifié [809]. Josèphe a fait mention de même du sépulcre d'un tanneur [810], et de celui du grand-prêtre Jean [811], pour marquer quelques lieux de la ville de Jérusalem.

En quittant l'ancien emplacement de la ville d'Olbie, et en poursuivant dans la direction du Nord le chemin à côté du rivage du Boug, j'ai trouvé à peu près à quatre verstes, les traces d'un petit fort ou d'une tour qui appartenoit probablement au fauxbourg de cette ville, ou qui en étoit un avant-poste [812]. Ce fort avoit été bâti sur un terrain élevé, et à sa démolition on a trouvé beaucoup de médailles d'Olbie d'une très-belle conservation, ayant été garanties de l'humidité par le sol qui les avoit recouvertes pendant des siècles. Ce lieu est nommé *Tchertova balka.* À une demi verste de là, j'ai remarqué l'emplacement d'une autre habitation des Olbiens; c'est au bord même du Boug une plaine d'à peu près 100 sagènes de longueur, sur 50 environ de largeur; elle est presque partout entourée de ravins et on y découvre des vestiges d'anciennes maisons. Ce lieu se nomme *Krotkova balka.* En continuant le même chemin au rivage du Boug vers le Nord, on apperçoit à la distance de dix verstes de l'ancienne Olbie, un terrain qui fait partie d'une propriété nommée *Kasirska.* Ce

plateau a du Sud au Nord 200 sagènes de longueur, sur à peu près 100 de largeur, et il est entouré de ravins de tous les côtés. On y remarque les fossés où étoient les fondemens des grands édifices, et du côté de la rivière, beaucoup de restes d'anciennes murailles, ainsi que des pierres dans les profils des trois autres côtés. Au Sud s'est trouvé un grand édifice formant un carré long. Des fouilles faites dans ce lieu pourront décider, s'il a été autrefois habité par des Olbiens, ou si les bâtimens dont on voit des vestiges sont l'ouvrage d'une peuplade barbare. Pallas parle aussi d'indices d'anciennes habitations situées encore plus vers le Nord [813]. Pour vérifier ce fait, il faudroit qu'un amateur consacrât quelques mois à ces recherches, en obtenant des propriétaires de ces campagnes la permission d'y faire des fouilles.

La ville d'Olbie est située sur la rive droite de l'ancien Hypanis, aujourd'hui le Boug, à six verstes de distance de son embouchure dans le liman du Dniépre. Le voyage depuis la mer jusqu'à cette ville a été trop agrandi par les anciens. Le périple anonyme évalue cette distance à 240 stades [814] qui donnent 48 verstes; Strabon [815] et Dion [816] à 200 stades, 40 verstes. Pline le fixe à 160 [817] qui font 30 verstes. Hérodote fait l'éloge des eaux de l'Hypanis, et il observe qu'à quatre journées elles deviennent amères par leur mélange avec une petite fontaine, nommée Exampæus [818]. Si cette observation étoit fondée du tems d'Hérodote, elle ne l'est pas à présent. Mais il est plus probable que quelque voyageur aura trouvé les eaux de l'Hypanis amères, après que le vent y avoit refoulé les vagues du liman du Borysthène, et que la tradition sur la fontaine Exampæus tire de là son origine [819]. Pline parle de petits ruisseaux qui tombent dans le Borysthène et changent le goût de ses eaux; mais puisque le même auteur ajoute que la grande masse des eaux de ce fleuve absorbe ces ruisseaux [820], il ne paroît pas qu'il ait confondu le Borysthène

avec l'Hypanis, comme avoit fait Jordanès par rapport à ces deux fleuves et à l'Istre[821]. On a emprunté dans des tems postérieurs le nom d'un lac Bucès[822], et d'un fleuve Buges[823], dont le premier est la mer morte[824] ou le Sivach d'aujourd'hui. Vers le dixième siècle ce fleuve étoit nommé Bogu[825]. Herodote compte avec raison l'Hypanis parmi les grands fleuves, mais il ne se lasse pas[826], ainsi que d'autres auteurs de l'antiquité[827], de donner au Borysthène les plus grands éloges, à cause de son eau toujours claire et limpide, toujours agréable à boire, et à cause de ses excellens poissons et de la fertilité de ses rivages. Pline[828] et Athénée[829] l'exaltent à cause de ses eaux qui sont légères: c'est en considération de la grandeur et de la beauté de ce fleuve, qu'Olbie a été nommée Borysthénes[830] ou Borysthénis[831]. En donnant ce nom à la ville la plus distinguée de la Sarmatie, on s'exprima beaucoup plus clairement que si on l'avoit appelée Olbie, puisque ce nom lui étoit commun avec au moins huit autres villes[832]. Borysthénis portoit au commencement les noms de Milétopolis et Olbiopolis, qui tombèrent bientôt en désuétude, comme le dit expressément Pline[833], et la ville ne s'est jamais donné depuis d'autre nom que celui d'Olbie; ses citoyens ne se sont jamais appelés qu'Olbiopolites: c'est un fait que mettent en évidence ses monumens publics[834]. Quant aux noms de Borysthénes et de Borysthénites ils ne furent en usage que parmi les étrangers. S'il en falloit d'autres preuves, on pourroit citer la remarque d'Hérodote[835] qui dit: que les habitans d'Olbie s'appeloient Olbiopolites, et qu'ils nommoient Borysthénites les Scythes cultivateurs, Σκύθαι γεωργοὶ, qui occupoient le pays vis à-vis de leur ville baignée au Midi par les eaux du Borysthène. Que le nom de Borysthénes ait été postérieur à celui d'Olbie, c'est un fait qui est attesté au surplus par Scymnus[836]; mais ces deux manières de désigner la ville célèbre de l'Hypanis a donné occasion à Méla[837] et à d'autres[838] d'en faire deux villes différentes.

Dion Chrysostome évalue la longueur du liman du Borys-

thène à 200 stades qui égalent 40 verstes. Cette mesure est assez juste, d'autant plus qu'on ignore où il fait commencer et finir le liman. De la pointe de Kinbourn jusqu'au point où le fleuve n'a plus d'îles, la longueur du liman est à peu près de 58 verstes. Mais c'est par erreur que Dion assure que le liman du Borysthène a aussi 200 stades de largeur [839], puisque celle-ci n'est que d'un tiers de sa longueur.

Le rivage gauche de l'Hypanis, selon Hérodote, est terminé au Sud par le *cap de Hippolaüs* [840], dont Dion a fait aussi mention [841], en disant que cette partie du pays où se joignent l'Hypanis et le Borysthène, est solide et se termine en pointe comme l'éperon d'un vaisseau. Hérodote observe que sur le cap on voyoit un *temple de la Mère des dieux.* D'après quelques manuscrits c'étoit le temple de Déméter; mais ces différentes leçons importent peu, car il est, contre le sentiment de Wesseling [842], beaucoup plus probable qu'Hérodote avoit écrit Μητρὸς, au lieu de Δήμητρος, puisque la divinité révérée dans ce temple étoit Astarté, divinité dont le culte, identifié en quelques endroits avec celui de la Mère des dieux, de Cybèle ou de Rhéa, étoit établi dans ces contrées depuis Cyzicus et le cap du drome d'Achille, nommé postérieurement cap du bois sacré d'Hécaté, jusqu'au Bosphore-Cimmérien [843] et à l'embouchure du Phasis. On célébroit à Cyzicus les fêtes les plus magnifiques en l'honneur de Cybèle [844]. Ceux qui du Pont-Euxin entroient dans le Phase avoient à gauche la statue de la déesse Phasiane, ressemblante, à ce que dit Arrien [845], à Rhéa, car elle tenoit un tambour de basque, et avoit des lions à côté de son trône: c'est ainsi qu'étoit sa statue par Phidias dans le Métroon ou temple de la Mère des dieux à Athènes. C'est par erreur que Bayer ayant placé, comme l'avoit fait Ortelius, sur la rive droite du Borysthène la ville d'Olbie, fait terminer cette même côte par le promontoire d'Hippolaüs [846], tandis que d'après les paroles expresses de Dion, ce dernier cap terminoit la côte opposée à Olbie.

Du tems de Dion les rivages du Borysthène étoient ombragés d'arbres et couverts d'herbes épaisses fort hautes[847], dont Hérodote n'a pas manqué de parler[848]. Dion ajoute que même au milieu du liman on voyoit beaucoup d'arbres qui ressembloient à des mâts, de manière que les navigateurs s'y trompoient quelquefois et se croyoient entourés de vaisseaux. Ammien a parlé aussi des rivages boisés du Borysthène[849]. Cette contrée entre le Dniepre et la Chersonèse-Taurique y compris l'isthme, a été décrite par un voyageur du seizième siècle[850], comme sablonneuse, inégale à cause de ses collines, ayant des lacs marécageux dont on exploitoit le sel pour le transporter par le Dnièpre; elle étoit garnie de buissons et d'arbustes: on y trouvoit des sangliers, des ours, des cerfs et des chevreuils en grand nombre. Actuellement il y a dans cette steppe peu de buissons, point d'arbres, ni bètes noires, ni bètes fauves. L'observateur exact que je viens de citer rapporte que sous le Khan Hadgi-Gherai, après la défaite sanglante des Tatares Nogais près de Pérécop, on avoit exhaussé la digue à côté du fossé qui coupe la Chersonèse de la terre ferme, et qu'on y avoit construit dix-sept tours en pierre[851]. Quoiqu'on sache peu de détails sur l'histoire de ce fossé et de ses fortifications, il est pourtant certain que ces derniéres ont été souvent démolies et reconstruites.

Toute la Scythie manquoit de bois[852]; une seule contrée méridionale et assez étendue du côté de la rive gauche du Borysthène, possédoit des forêts de toutes sortes d'arbres[853], et fut par cette raison nommée *Hylæa, sylvestris regio*[854], ou *contrée boisée.* Tout le pays des Sauromates, depuis la mer Mèotide jusqu'à 15 journées vers le Nord étoit sans arbres[855], et ce n'étoit que chez les Boudins, leurs voisins du côté du Nord, qu'on trouvoit le pays couvert des plus riches forêts d'arbres de toute espèce[856]. Hérodote a clairement indiqué le site d'Hylæa, en disant que ce pays est tout près de la course d'Achille[857], et en décrivant le cours de quel-

ques fleuves qui le traversoient [858]; il a été suivi par Scymnus [859] et par l'auteur du périple anonyme [860]. Pline met aussi Hylæa dans le voisinage du drome d'Achille; il appelle Hylæens les Scythes qui l'habitoient, et ajoute que la mer qui l'avoisine étoit nommée *mer d'Hylæa* [861]. Hylæa etoit donc peuplée. Mais il seroit assez difficile de prouver qu'elle avoit été pour les Scythes un point de rassemblement [862]. C'étoit dans ces forêts qu'Hercule dut faire la connoissance d'Échidna, monstre moitié femme, moitié serpent, souveraine du pays, qui devint mère et ayeule des rois de la Scythie [863].

Hérodote [864] et Dion [865] parlent de la grande quantité de sel que l'on exploitoit dans les lacs près la rive gauche du Borysthène. C'étoient sans doute les Olbiens qui s'étoient emparés de cette source de richesses, pour trafiquer avec les peuples barbares et les Scythes que Dion ne confond pas avec les premiers. De même que les Grecs, les Scythes venoient de la Chersonèse-Taurique pour se procurer cette denrée qu'ils employoient à la salaison des produits abondans de la pêche que fournissoit le fleuve qui vient d'être nommé. L'empereur Constantin rapporte que de son tems on recherchoit le sel des lacs qui se trouvent entre le Danapris ou le Borysthène, et la ville de Cherson [866]; ce sont les mêmes lacs près le rivage du Dniepre dont parle Dion, et peut-être encore ceux qui étoient dans le voisinage de la côte occidentale de la Chersonèse-Taurique.

Pline a placé dans le golfe Carcinite les îles de *Céphalonésus*, *Rhosphodusa* et *Macra* [867]. Elles doivent avoir été fort peu importantes, parce que ce golfe n'en a que de très-petites. Ammien paroît placer plus vers le Nord l'île de Céphalonésus [868]. Dans quelques unes des premières cartes de géographie ancienne, ces îles sont marquées; par exemple dans celle d'Ortelius, on voit à l'endroit où devoit se trouver la langue de Tendéra

deux îles nommées faussement Céphalonésus et Macra. C'est avec un peu plus de justesse, qu'Ortelius dans sa carte du Pont-Euxin a nommé Rhosphodusa une petite île dans le fond du golfe Carcinite, la même qu'il a nommé Rossa dans sa carte d'Europe [869]. Cette fausse position donnée aux trois îles en question a été répétée dans l'atlas de Sanson et le Clerc [870].

Une remarque faite par Pline est devenue la source de beaucoup d'erreurs. Cet auteur nous apprend „qu'une péninsule entre le Pont et la Méotide qui a 67500 pas romains de longueur, et dont la largeur ne passe nulle part deux plèthres, a été nommée *Eïone* [871]," *la côte*, ἠϊὼν. En lisant la description de ce lieu, on sera peut-être tenté de croire que c'est de la langue de terre dans le Bosphore-Cimmérien, nommée Sévernaia Cossa, que Pline veut parler, parce qu'elle se trouve entre le Pont-Euxin et la mer Méotide. Mais Pline ne peut pas y avoir pensé, car cette dernière langue n'a que 17 verstes de longueur; celle au contraire qui est nommée par les anciens tantôt la Chersonèse de la Méotide, tantôt la Chersonèse de Zénon [872], se trouve entre la dernière et un autre lac, et sa longueur est telle que Pline l'a désignée: elle est de 500 stades ou 108 verstes. Il est clair que ce savant naturaliste a parlé de la langue du Sivach, et qu'il s'est trompé en prenant la mer pourrie ou le Sivach pour une partie du Pont-Euxin. Arrien dans un passage un peu obscur, où il fait mention du golfe de Tamyrace, remarque [873] que son intérieur est un lac d'eau stagnante de peu d'étendue [874]; que de là jusqu'à l'embouchure du golfe la distance est de 300 stades qui égalent 60 verstes; et qu'ensuite jusqu'aux *Eïones* on compte 380 stades ou 76 verstes. Ainsi les Eïones ou côtes d'Arrien ne peuvent pas être la Chersonèse de Zénon qui est éloignée de l'embouchure susdite de plus de 750 stades ou de 160 verstes; mais cette distance s'accorde à peu près avec celle qui est entre le cap Tamyrace et le drome d'Achille. C'est, sans doute, ce dernier qu'Arrien a voulu indiquer sous le nom d'Eïones:

ce qui le prouveroit, c'est qu'il évalue la distance de ces mêmes Eïones au Borysthène à 150 stades ou 30 verstes, ce qui s'accorde avec les lieux. L'auteur du périple ayant fait mention du drome, on ne sait pourquoi il a préféré de donner à cet endroit une autre dénomination moins précise. On trouve encore une ville maritime de la Thrace qui, à cause de son site, avoit reçu le nom d'Eïone [875]. Il suit de ce que je viens de remarquer qu'on a donné dans l'antiquité le nom d'Eïon, côte, à quelques langues de terre dans le Pont-Euxin ainsi qu'à d'autres mers, et qu'il n'y a eu qu'une ville de la Thrace connue sous ce même nom. L'ancien auteur d'une carte de la mer noire publiée par Formaleoni [876], a donc eu tort de donner le nom d'Eïone à la Chersonèse de Zénon, et on ne peut que désaprouver ceux qui, comme Ortelius [877], le Clerc [878] et autres, ont placé entre les langues de Kinbourn et de Tendéra une ville nommée Eïone qui n'y a jamais existé.

À peu près à 4 verstes du cap de la rive droite du Boug, à l'endroit où ce fleuve se jette dans le liman du Dniépre, on trouve au bord du liman, à côté l'une de l'autre, deux collines assez élevées, dont la première a environ 50 sagènes de diamètre. Sur son plateau sont les restes d'anciens édifices et d'habitations particulières. La seconde colline est aussi près du bord du liman, et son diamètre a à peu près 20 sagènes. On voit au haut, comme dans l'autre, les fossés des fondemens de ses édifices. Il paroît qu'une partie du terrain de ces deux collines s'est éboulée dans l'anse du Dniépre. Celui de leurs plateaux recèle des fragmens et anses de vases de terre cuite et des médailles d'Olbie; et dans les tems orageux d'autres médailles de la même ville sont rejetées sur les bords du fleuve par ses vagues. Il n'y a pas de doute que ces deux endroits ont été d'anciens établissemens des Olbiens du côté du Sud, comme l'étoient ceux décrits plus haut, du côté du Nord.

En continuant le chemin vers l'Ouest, on voit bientôt le lac salé d'*Adjigol*, nom turc qui lui a été donné à cause de l'amertume de ses eaux. Du Sud au Nord il a deux verstes de longueur, sur une demi-verste de largeur. C'étoit dans le seizième siècle un endroit très-dangereux pour les voyageurs à cause des Cosaques qui s'y trouvoient en grand nombre, se faisoient la guerre, s'entretuoient, maltraitoient et pilloient ceux qui passoient dans le voisinage [779].

Dans une distance d'environ six verstes des deux collines décrites, on rencontre un endroit que les habitans du pays prennent pour le site d'une ancienne ville. C'est une terrasse au bord du liman, qui de l'Est à l'Ouest a environ 100 sagènes de longueur, sur 50 de largeur. Nulle part on ne trouve d'indices d'anciennes maisons, mais le terrain est composé de décombres mêlés de fragmens de tuiles.

Plus loin on arrive à un cap vis-à-vis de la langue de Kil-bournou ou Kinbourn, sur lequel, selon Dion Chrysostome, étoit élevé *le fort d'Alector* que l'on disoit avoir appartenu à l'épouse d'un des rois des Sauromates, et qui se trouvoit à l'endroit où les eaux de l'Hypanis et du Borysthène se jettent dans la mer [880]. Observons qu'il ne peut pas être question ici d'un des rois du Bosphore, mais d'un de ces chefs des hordes barbares qui infestoient de tems en tems les colonies grecques situées sur les bords du Pont-Euxin. Au surplus, la construction de ce fort doit avoir précédé de beaucoup l'établissement de la dynastie sauromate au Bosphore, et on auroit tort de prétendre, à cause du nom grec de la reine Alector qu'elle doit avoir été l'épouse d'un des rois grecs qui ont régné sur ce pays avant les Sauromates, et qu'il avoit reçu le titre de roi des Sauromates parce que ces derniers étoient soumis aux rois grecs. Rien en effet ne nous autorise à supposer qu'aucun roi du Bosphore ait jamais entrepris

des expéditions hors de la péninsule. Bayer n'ayant sous les yeux que des cartes fort inexactes de cette contrée, paroît croire que le fort d'Alector occupoit la place de la forteresse actuelle de Kinbourn [881]. Il est probable que les Grecs avoient un établissement sur ce promontoire, qui est si favorablement situé pour servir de clef au Borysthène et au commerce qui se faisoit le long de ce fleuve avec les nations du Nord. Par cette raison il n'y a pas de doute qu'un petit port à l'est de cette pointe est celui que Pline nomme *le port des Achæens* [882]. Dans le quinzième siècle environ, les Vénitiens, faisant avec la Valachie et la Moldavieun immense commerce [883] qu'il désiroient s'assurer et étendre vers le Nord, y construisirent un fort qui est indiqué sur presque toutes les anciennes cartes de ce tems sous le nom de *Porto de Bo*, ou *Bovo* [884], nom formé de celui de *Bogu* que portoit le Boug dans le neuvième siècle [885]. Dans la carte de Fredutius d'Ancona on lit tout à côté de ce fort le nom d'*Erexe* que portoit alors le Dniepre, et tout à côté on voit une langue de terre, la course d'Achille, contrée que les anciennes cartes et Ortelius [886] nomment *Cavo di Zagore* ou *Zagori*, ou *Agori* [887]; mais dans les auteurs de l'histoire Byzantine ces noms ont été donnés à plusieurs autres lieux. Les Turcs devenus maîtres de ce pays, ont nommé le Dniepre *Ozu*, et le fort construit sur le promontoire en question *Odzu kaab* [888], *forteresse du Dniepre*, ou simplement *Ozu* [889]: mais déjà dans le seizième siècle, les étrangers appeloient cette forteresse Otchakov, nom qu'elle porte encore aujourd'hui. Ses fortifications étoient alors assez mal entretenues [890]. Un voyageur moderne parle de deux ports d'Otchakov [891]; c'est la rade de Bérézan qu'il prend pour le second port. Quoique Broniovski dise que le lac de Bérézan est très-profond [892], je doute que ce lieu ait été fréquenté par les commerçans, et encore plus qu'on l'ait préféré à celui d'Otchakov. Broniovski [893], Meletius [894], Peyssonnel [895], et Stritter [896], se sont trompés en croyant que la ville d'Olbie a été élevée sur le cap d'Otchakov, et un autre écrivain

en adoptant cette erreur, a avancé que les Vénitiens avoient bâti un fort à Olbie [397]. Il faut remarquer à cette occasion que le véritable lieu décrit ci-dessus, et sur lequel se trouvoit l'ancienne ville d'Olbie, n'a jamais été habité après l'extinction des Olbiens dont l'époque nous est inconnue. C'est à cette circonstance que nous devons la conservation de ses monumens enfouis sous terre.

D'Otchakov jusqu'au golfe de Bérézan on ne voit aucunes indices d'anciens établissemens. À quelques verstes de distance de ce dernier, on trouve une fontaine nommée Mitilei qui du tems de la domination des Turcs étoit ornée d'une belle et élégante architecture. Arrivé à la rive gauche de l'embouchure du golfe de Bérézan, on voit s'avancer dans la mer une langue sablonneuse, fort étroite, longue d'une verste: de son extrémité le trajet à l'île de Bérézan n'est que de quatre verstes.

En décrivant en abrégé cette contrée, Pline fait mention du fleuve *Rhodé*, du *golfe Sagarique* et du *port* d'*Ordessus* [898], car c'est ainsi que lui et Ptolémée [899] nomment ce lieu qu'Arrien [900] et le périple anonyme [901] appelent Odessus. M. Mannert, suivi par plusieurs autres, croit [902] que le golfe sagarique est le golfe appelé aujourd'hui Téligoul. Cette conjecture, comme celle qui a été faite sur le fleuve Sagaris mentionné par Ovide [903] et qu'on a cru aussi être le Téligoul, ayant de la vraisemblance, je les ai adoptées dans ma carte, mais je doute que le Sagaris soit le Rhodé de Pline, car celui-ci pourroit appartenir aussi bien à tout autre fleuve de cette contrée. Le Rhodé est probablement un des ruisseaux qui coulent entre le golfe de Bérézan et l'ancien port des Istriens. Ils sont aussi insignifians que celui qui remplace actuellement le Thapsis dans la péninsule de Kertch [904]. Quoiqu'on ne puisse douter qu'il y ait eu tout près de l'embouchure du fleuve Bérézan une ville ou un établissement quelconque, néanmoins e n'y ai pas placé la ville d'Odessus, parce qu'Arrien et le péri-

ple anonyme [905] fixent la distance entre l'île de Bérézan et cette ville à 80 stades qui égalent 16 verstes, distance qui répond exactement à celle entre l'île nommée et l'embouchure du Téligoul où j'ai placé Odessus. L'intervalle entre Odessus et le port des Istriens, estimé par les deux périples à 250 stades qui égalent 50 verstes, quoiqu'il paroisse trop grand, ne l'est peut-être pas dans la réalité, si l'on compte toutes les sinuosités de la côte que les navires des anciens étoient obligés de suivre dans leurs courses. Quant au site de Niconia, d'Ophiusa nommée ensuite Tyras, j'ai suivi Strabon qui dit [906]: „en remontant le Tyras à la distance de 140 stades, on trouve sur la rive droite la ville de Niconia, et sur la gauche, celle d'Ophiusa.“ La distance de ces deux villes jusqu'à l'embouchure du Tyras est de 28 verstes; et c'est d'après cette indication que ces endroits sont marqués sur la carte.

V

De tous les lieux consacrés à Achille sur les côtes de la mer noire, les îles et les courses sont sans doute les plus célèbres. Les bords de l'Asie mineure avoient été aussi fort illustrés par son tombeau et par ceux de quelques uns de ses amis; nombre d'autres endroits dans les îles voisines de cette côte et sur le continent de la Grèce, également destinés à son culte, attestoient la haute vénération que la Grèce lui portoit, de manière que dans les tems suivans ni héros ni souverain n'a joui de tant de gloire et d'une renommée si étendue qu'Achille. L'examen de ces faits historiques, ainsi que le soin que les Grecs se sont donnés pour honorer la mémoire des autres héros devant Troie, sera le sujet de cette dernière section.

Il faut donner ici la première place, au *grand sépulcre* que les Hellènes avoient érigé à Achille au bord de l'Hellespont

selon Homère [907] et les poëtes des siècles suivans [908]. Il se trouve sur la côte escarpée du promontoire Sigée, où des rochers de granit taillés à pic, de trois cents pieds de hauteur, forment une espèce de digue qui défend la plaine de Troie contre les flots de la mer [909]. Du tems de la guerre de Troie les sépulcres des hommes distingués étoient des monticules ou masses coniques qui dans leur intérieur contenoient le corps ou les cendres du mort. Hector ayant provoqué à un combat singulier celui des guerriers grecs qui auroit le courage de se mesurer avec lui, déclare que s'il tue son adversaire, on doit lui enlever ses armes et rendre son corps, afin que les Grecs célèbrent ses funérailles et lui élèvent un tombeau sur les bords de l'Hellespont [910]. Ajax s'étant offert pour combattre Hector, Eustathe observe [911], qu'Homère paroît avoir pensé au sépulcre d'Ajax sur le promontoire Rhœtéen, et qu'il fait prédire par Hector ce qui étoit arrivé ensuite. Homère [912] et Quintus de Smyrne [913] ont décrit les cérémonies qui ont eu lieu aux obsèques d'Achille: elles étoient si magnifiques que personne n'a jamais été enterré avec autant de pompe [914]. Une stélé ou colonne fut ensuite placée sur son tombeau [915]. Mais les anciens ne sont pas d'accord sur quelques faits qui ont dû arriver à ces funérailles. Arctinus [916] dit, par exemple, que les Muses y ont été présentes; Philostrate au contraire prétend [917] qu'Achille même lui avoit dit que les Muses n'avoient pas assisté à cette cérémonie, mais bien les Néréïdes, qui pendant long-tems avoient fréquenté par intervalle son tombeau. En admettant même que les anciens poëtes ayent exagéré dans leurs descriptions la hauteur et le diamètre du sépulcre d'Achille, il est sûr néanmoins que pendant les trois mille années que ce monument a existé, la hauteur de cette colline sépulcrale exposée à l'action des vents et de la pluie a dû diminuer considérablement, tandis que le sol au bas s'est exhaussé. Avant la destruction de ce célèbre monument dont il sera question plus bas, sa hauteur perpendiculaire étoit de 20 pieds de roi sur le sol actuel [918], et de 29 sur le sol ancien,

son diamètre de 48 [919]. Si donc le tombeau d'Achille et les autres qui sont à côté, ne nous paroissent pas aujourd'hui fort élevés, nous voyons par une remarque de Lucien [920], que l'opinion des anciens ne différoit pas de la notre. Nous possédons des dessins de ce fameux tombeau donnés par Morrit [921], par Lechevalier qui a fait copier ceux du voyageur précédent [922], et aussi par Choiseul[923], et Gell qui l'a dessiné de plusieurs côtés, vu de près et de loin[924]. Dans la malheureuse fouille qu'on fit de cette colline, il y a plus de 40 années, on commença par creuser perpendiculairement un puits que l'on conduisit jusqu'au banc de granit sur lequel la tombe étoit jadis élevée et qui fait partie de la base du promontoire. On trouva d'abord au sommet, six pieds de glaise bien battue et propre par sa ténacité à retenir les terres plus légères que recouvre cette couche supérieure; ensuite une couche de glaise et de pierres amalgamées et formant un massif très-compact de deux pieds d'épaisseur, puis une troisième couche de terre et de sable mêlés ensemble, d'environ quatre pieds six pouces d'épaisseur, et enfin une dernière couche de sable très-fin. Au centre de cette couche qui est un peu plus bas que le niveau du terrain actuel, on trouva sur les fragmens d'une grande pierre plate de 4 pouces d'épaisseur, qui s'étoit enfoncée dans un petit caveau carré qu'elle recouvroit, une assez grande quantité de charbon. Ce caveau de 4 pieds dans un sens, sur 3 dans l'autre, étoit formé par de petits murs assez mal construits [925] et avoit été pratiqué sur l'ancien sol ou sur le granit.

C'est de ce monument que Sinon dut donner aux Grecs, à l'aide d'un flambeau ardent, le signal du retour [926]. Il est plus intéressant de savoir que les Iliens ne cessoient pas d'offrir à Achille près de son tombeau les prémices de leurs produits, et qu'ils se sont donnés toutes les peines possibles pour se reconcilier avec lui, malgré qu'il leur eut fait beaucoup de tort, et qu'il leur eut tué leurs héros les plus marquans [927]. Ils témoignoient à

Patrocle, à Antiloque et à Ajax les mêmes marques de respect[928]. Les Thessaliens venoient déposer leurs offrandes tous les ans sur la tombe d'Achille d'après une ordre de l'oracle de Dodone qui leur avoit commandé de lui offrir des sacrifices comme à un dieu, et de lui rendre les honneurs dus aux héros[929]. Pour satisfaire à la volonté de Jupiter Dodonéen, un vaisseau à voiles noires transportoit annuellement sur les bords troiens quatorze théores ou prêtres, deux taureaux dociles, l'un blanc l'autre noir, et, pour n'avoir rien à faire venir de Troie, du bois des forêts du mont Pélion, du feu allumé en Thessalie et, pour les libations, de l'eau du fleuve Sperchius. C'est à cette occasion que les Thessaliens donnèrent les premiers l'exemple de porter dans le deuil des couronnes d'amaranthe, afin que, si les vents étoient contraires, elles arrivassent sur le bord de l'Hellespont sans être fanées. La même plante, nommée aussi Hélichrysum, servoit aussi à cause de sa constante verdure, à couronner les statues des divinités[930]. Le vaisseau devoit entrer dans le port pendant la nuit, et avant de toucher le rivage l'équipage adressoit un hymne à Achille[931]. Arrivés à la tombe, les marins frappoient leurs boucliers, comme dans la guerre, couroient autour du tombeau nus et armés en appelant Achille à grands cris. Après avoir couronné le lieu de sa sépulture et creusé une fosse, ils immoloient le taureau noir aux mânes du héros, et pour lui plaire l'invitoient à assister au repas. Après le sacrifice ils redescendoient au rivage, immoloient à Achille le taureau blanc, lui offroient comme à un Dieu avec les cérémonies usitées, une partie de l'animal, et retournoient à bord du vaisseau avant le lever du soleil, en emportant avec eux les animaux sacrifiés, pour ne pas faire un repas dans un pays ennemi. Cette ancienne et respectable coutume fut négligée pendant le règne des tyrans qui gouvernèrent la Thessalie après les Aeacides; quelques villes envoyoient leur contingent, d'autres ou ne remplissoient pas ce devoir, ou promettoient de le faire l'année suivante, et ne tenoient pas leurs engagemens. La Thessalie fut alors frappée de

stérilité, et l'oracle ordonna de rendre à Achille les honneurs qui lui étoient dus. Mais les Thessaliens, au lieu de le révérer comme un dieu, expliquèrent les paroles de l'oracle comme s'il avoit indiqué seulement les honneurs héroïques, et lui sacrifièrent les objets que le hazard leur offroit. Lorsque Xerxès fit son irruption dans la Grèce, ils suivirent son parti, mais ils avoient alors totalement négligé le culte d'Achille; ils y avoient été d'autant plus engagés, qu'un vaisseau portant les descendans d'Aeacus étoit venu d'Aegine à Salamis au secours des Grecs. Dans la suite Alexandre le grand, après la conquête de la Thessalie, ayant consacré Phthia à Achille, et declaré lorsqu'il marchoit contre la Perse qu'Achille étoit son allié; la cavalerie thessalienne arrivée au pied de la tombe de son illustre compatriote, en fit le tour dans une marche solennelle, et donna ensuite le spectacle d'un combat simulé de cavalerie en demandant au héros son secours contre les Persans. Après la défaite de Darius et pendant qu'Alexandre étoit aux Indes, les Thessaliens envoyèrent à Achille une brebis noire. Mais soit que cet envoi n'arrivât pas à sa destination, soit que le sacrifice ne fut pas offert comme il auroit dû l'être, pendant la nuit, Achille courroucé s'en vengea dans plusieurs circonstances, entr'autres à l'occasion de la pêche de la pourpre: on les avoit condamnés probablement à une forte amende, et comme ils ne purent la payer on vendit leurs maisons, leurs terres et toutes leurs propriétés, ce qui reduisit les habitans à la plus grande pauvreté [932].

Aucun homme distingué ne passoit les rivages de la Troade sans se rendre au tombeau d'Achille et à ceux des héros ses amis, en témoignage de vénération. Xerxès arrivé à Ilium, ayant examiné le palais de Priam et les autres antiquités de cette ville célèbre, offrit à Athène Iliade mille bœufs, et les mages de sa suite ne manquèrent pas d'offrir sur la tombe des guerriers illustres les honneurs héroïques [933]. Lors de son expédition contre

la Perse, Alexandre couronna le tombeau d'Achille, et Héphæstion celui de Patrocle [934]. Selon Plutarque, Alexandre avoit offert à Ilium un sacrifice à Athène, répandu de l'huile sur la colonne sépulcrale d'Achille et, comme c'étoit la coutume, étoit allé ensuite, accompagné de ses amis, faire une course autour du tombeau avant de le couronner [935]. Ste. Croix suppose qu'Alexandre vouloit par ces marques de respect renouveller les coutumes religieuses que les Thessaliens avoient cessées depuis si long tems [936]. Il faut cependant remarquer, que les cérémonies observées par les Thessaliens en l'honneur d'Achille, paroissent n'avoir rien de commun avec les sacrifices offerts par Alexandre de Macédoine. Ce dernier, grand admirateur d'Homère, étoit naturellement porté à honorer les cendres d'Achille, puisque du côté de sa mère il descendoit du fils de Thétis, et que du côté de son père il regardoit Hercule comme son aïeul [937]. Arrien rapporte qu'Alexandre ne négligea jamais, durant son expédition, d'offrir aux divinités de riches sacrifices et de célébrer en leur honneur des jeux aussi variés que magnifiques [938]. Il se faisoit par cette raison accompagner par les artistes les plus distingués dans toute la Grèce [939]. Ainsi l'on ne peut révoquer en doute ce que les anciens auteurs nous ont dit des fêtes religieuses qu'il donna pendant son expédition, quoiqu'Arrien n'en parle que par tradition. Beaucoup de détails sur les fêtes et sacrifices solennels donnés par Alexandre à Ilium, aux divinités, aux héros, et principalement à Achille, ont été perdus avec un ouvrage de Dicéarque intitulé: *des sacrifices offerts par Alexandre à Ilium* [940]. Si Alexandre avoit pu exécuter son plan de traverser le Pont-Euxin après avoir terminé son expédition dans l'orient, et se rendre en Scythie [941], alors il n'auroit surement pas manqué de donner à son aïeul Achille, dans l'île de Leucé et sur le drome des témoignages de sa vénération.

On raconte que Jules-César, dans sa poursuite de Pompée, étoit descendu sur les rivages de Troie, pour y examiner les anti-

quités d'Ilium et les lieux célèbres par les noms des héros [942]. Mais il n'est pas vraisemblable que, dans la situation où il se trouvoit alors, il ait eu le tems nécessaire pour voir ces curiosités, et cette tradition ne paroît être qu'une épisode inventée par Lucain [943]. Au nombre des hommes marquans qui s'étoient rendus sur ces côtes, appartenoit aussi le philosophe Apollonius de Tyane. On disoit qu'Achille lui avoit apparu en personne et qu'il lui avoit répondu sur plusieurs questions qu'il lui avoit adressées [944]. Ce n'étoit pas sans un grand danger que l'empereur Caracalla se trouvant en Thrace traversa l'Hellespont; il examina à Ilium les restes de ses antiquités, honora le tombeau d'Achille en lui offrant les sacrifices usités et, armé de toutes pièces, fit des courses autour de son tombeau suivi de tous ses guerriers [945]. Il orna ensuite la tombe de couronnes de feuilles et de fleurs [946], et érigea au héros une statue de bronze [947].

Les anciens auteurs s'accordent à placer le tombeau d'Achille au promontoire de Sigée, mais ils placent son âme dans une île du Pont-Euxin, qui par là acquit une grande célébrité [948]. Il faut observer à cette occasion que si Méla, puisant dans un géographe qui nous est inconnu, raconte [949] qu'Achille avoit été enterré dans une île près de l'embouchure du Borysthène; si Pline [950] et le scholiaste de Pindare [951] ont adopté la même opinion à laquelle les Olbiens avoient peut-être ajouté foi; cette tradition avoit été puisée dans la petite Iliade de Leschès, car c'est lui qui fait transporter le corps d'Achille à Leucé [952], île qui trop souvent a été confondue avec celle de Borysthénis. C'est par erreur encore qu'un écrivain prétend que la tradition avoit transféré à Leucé le tombeau d'Achille qui étoit au promontoire de Sigée [953]; puisque chacun de ces deux lieux a eu ses droits particuliers sur le Pélide, et cette tradition se trouvoit démentie par le fameux tombeau d'Achille érigé sur le promontoire de Sigée, et c'étoit là que reposoient ses cendres, monument que Petrarque [954] et Marino [955] ont

si bien chanté; mais de ses exploits

— *vivit totum quæ gloria compleat orbem* [956].

On croyoit depuis des milliers d'années que les trois collines au promontoire de Sigée étoient les tombeaux d'Achille, de Patrocle et d'Antiloque, et que le plus grand et le plus rapproché du rivage étoit celui d'Achille. L'auteur du voyage pittoresque de la Grèce a rejetté cette opinion. On ne peut pas cependant enlever au sépulcre qu'on a cru jusqu'à présent être le tombeau d'Achille, l'honneur de renfermer les cendres de ce héros, et prétendre que ce tombeau est celui de Festus, favori de Caracalla [957]. L'éditeur du même voyage a déjà démontré l'inadmissibilité de cette nouvelle opinion, et très-bien observé qu'aucun historien ne dit que Caracalla ait fait élever un tumulus à son favori [958], et que s'il accorda cet honneur à son affranchi, ce doit être le tombeau que l'on voit encore aujourd'hui dans cette plaine et que l'on appelle Stamboul-Douk. C'est, ajoute-t-il, le plus grand de tous ceux de la Troade et son immensité répond assez bien aux idées gigantesques de l'empereur [959]. M. de Choiseul, mécontent du résultat des fouilles faites dans le tombeau d'Achille, fâché surtout qu'on n'y eut point trouvé, comme il l'esperoit, des antiquités d'une date très-ancienne, a attribué le tombeau d'Achille à des tems postérieurs. Mais on auroit pu lui objecter que si les monumens, qu'on prétend y avoir découverts, ne peuvent pas appartenir aux tems de la guerre de Troie, il est sûr aussi que dans un tombeau fait sous Caracalla on n'auroit pas trouvé des objets semblables à ceux qu'on a tirés de cette prétendue excavation. D'ailleurs, pouvoit-on être sûr que les objets qu'on prétend avoir trouvés dans l'ancien tumulus d'Achille y ont été réellement découverts? Lechevalier n'avoit-il pas dit d'abord qu'il avoit soigné lui-même les excavations en question [960]? et cependant lorsque leur résultat se fut montré nul, il dit qu'elles avoient été dirigées par l'agent de France Gormezzano [961]. Les rapports faits par de voyageurs postérieurs [962], ne rendent-t-ils pas ces décou-

vertes fort suspectes? n'est il pas évident que ceux qui travailloient à ces fouilles avoient un intérêt particulier d'en tirer des objets curieux, et en cas que l'intérieur du tumulus n'en fournit point, comme c'étoit probablement le cas, de s'arranger pour produire comme y ayant été trouvés des morceaux supposés, pour tromper même ceux qui dirigeoient cette opération. Il n'est pas vraisemblable que la grande pierre plate qui couvroit le caveau se soit brisée, ayant cédé à l'effort de la masse qu'elle soutenoit [963]; cette circonstance fait plutôt soupçonner que ce tumulus avoit déjà été fouillé antérieurement. Achille néanmoins ne pouvant pas être sans tombeau, puisque tant d'auteurs anciens lui en donnoient un, M. de Choiseul-Gouffier lui en a attribué un autre très-bas et très-insignifiant dans l'estampe qu'il donne [964], et qui l'est encore plus dans celle de M. Gell [965]; il est situé près le pont du Menderé, se trouve presque anéanti, et sa masse circulaire est devenue un cimetière turc. Pour donner à sa nouvelle hypothèse plus de probabilité, le même auteur prétend avoir trouvé autour de ce tumulus quelques vestiges du temple consacré aux mânes de ce héros [966]; assertion qui ne prouve rien, parce que les contrées très-peuplées dans les tems anciens, offrent partout des fragmens semblables. Mais des argumens plus forts s'opposent à cette prétendue découverte du véritable tombeau d'Achille. Sans vouloir répéter ce que j'ai dit de la futilité des raisons que l'on a mises en avant pour prouver que le tumulus que l'antiquité avoit unanimement nommé le tombeau d'Achille, ne l'étoit pas, mais bien celui de Festus, j'observe que le tumulus nouvellement baptisé tombeau d'Achille, se trouve dans un endroit trop-éloigné de ceux de Patrocle et d'Antiloque, et que par cette raison la colline en question ne peut absolument pas être la tombe d'Achille. Secondement, le monument d'Achille a dû nécessairement occuper l'endroit le plus apparent, et tel étoit celui qui jusqu'à sa destruction avoit porté ce nom. Au reste l'invention d'une mauvaise hypothèse, quoiqu'elle ne soit pas tout-à-fait

indifférente, puisqu'elle a peut-être induit en erreur quelques érudits, doit être excusée, tout en regrettant la légéreté avec laquelle on a traité cet antique monument, et la curiosité qui a causé sa destruction totale. Après avoir creusé perpendiculairement le puits, on douta que la fouille eut été bien faite et on la recommença: par suite, le tombeau a été entièrement détruit, de manière qu'il n'offre plus aujourd'hui qu'une légère élévation de terrain, servant de sépulture à une famille particulière [967]. Comme il n'y a pas de doute que celui qui avoit ordonné cette fouille, en avoit suffisamment dédommagé l'entrepreneur [968], on auroit dû veiller à ce que le puits aussi bien que l'excavation horizontale du bas [969] fussent de nouveau remplis de terre pour prévenir une destruction totale. Espérons qu'un voyageur loyal se chargera bientôt de faire rétablir ce respectable monument des tems les plus anciens.

Dans la très-haute antiquité Archæanax avoit construit sur le promontoire de Sigée, non loin du monument d'Achille, la ville de Sigéum pour les Mitylénæens, en se servant des pierres de l'antique ville d'Ilium [970]. Hors de la ville on avoit érigé un temple à Achille [971], mais on ne nous a pas dit s'il étoit situé dans la plaine, ou au sommet du tumulus de ce héros. Les temples des anciens étant ordinairement fort petits, le haut du sépulcre paroît avoir été une place très-convenable. M. Gell observe avoir trouvé au haut du cône les restes d'un temple de forme ronde, et plusieurs grandes pierres qui appartenoient à ses fondemens [972] Choiseul-Gouffier ne dit rien de ce temple; tout ce qu'il remarque relativement au tombeau d'Ajax et aux fondemens du temple sur son hauteur, n'est pas opposé à l'observation citée de M. Gell, et il résulte du rapport du dernier et de celui de Lechevalier, ainsi que de ce que j'ai dit plus bas du temple de Protésilas, que les deux temples d'Achille et d'Ajax ont été construits au haut de leurs tombeaux. Mais leur architecture appartenoit aux siècles postérieurs à Homère, elle avoit été plus d'une fois restaurée. Les Mitylénæens

avoient enlevé ce terrain aux Aeoliens [973]. Dans cette guerre au sujet du territoire d'Achilléum possédé par les Athéniens, Pittacus commandoit l'armée des Mitylénæens, et celle des Athéniens l'étoit par Phrynon. Pittacus resolut de livrer au général Athénien un combat singulier; il cacha sous son bouclier un filet, dont il enveloppa Phynon, qui ne se tenoit pas sur ses gardes, et l'ayant tué, il conserva le territoire de cette ville. Dans la suite il y eut de nouveaux différens entre ces peuples au sujet de ce même territoire: Périandre ayant été pris pour arbitre, l'adjugea aux Athéniens [974]. Le poëte Alcée avoit participé à cette guerre, et la belle inscription en l'honneur du roi Antiochus, où il est fait mention du temple de Minerve Iliade et des jeux solemnels que la ville de Sigéum lui avoit consacrés [975], nous prouve l'état de prospérité de cette ville. Athènes resta long tems dans la possession de Sigée, ce que prouvent entr'autres les médailles de Sigée portant un hibou. Mais à la fin cette ville fut ruinée par les Iliens qui du tems de Strabon étoient possesseurs de toute la côte jusqu'à Dardanus [976].

Il est probable que les Mitylénæens construisirent peu de tems après la fondation de Sigée, le petit établissement voisin et fortifié d'*Achilléum* [977], dont s'étoient emparés ensuite les Athéniens [978]. Dans leur guerre avec les Mitylénæens, les villes d'Achilléum et de Sigée leur servoient de places d'armes, d'où ils faisoient de fréquentes courses sur le territoire les uns des autres [979]. Etienne de Byzance décrit Achilléum comme une petite ville; selon lui ce lieu appartenoit aux Mitylénæens du tems où il servoit de place d'armes [980]. Toute cette côte sur laquelle se trouvoit le tombeau d'Achille, fut nommée *la contrée Achilléenne*, Ἀχιλλεῖτις χώρα. Au tems de Méla, de Strabon et de Pline, Sigée et Achilléum étoient tout-à-fait ruinés [981].

Achille avoit à Sigée dans le temple qui lui étoit dédié, sa

statue qui portoit une boucle d'oreille [982]. On ignore par quelle raison on lui avoit donné cet ornement de femme dont Homère a déjà fait mention [983], et qui pour les hommes n'étoit d'usage que chez les peuples de l'orient, chez les Lydiens et les Phrygiens [984].

Comme on l'a déjà observé, les habitans d'Ilium rendoient tous les ans à Achille les honneurs héroïques, malgré les maux qu'il leur avoit causés [985]. Il est possible que les Grecs qui étoient resté à Ilium après la prise de Troie, eussent commencé de rendre à Achille cette marque de vénération, qui dans la suite fut adoptée par tous les habitans de la ville.

Un petit fort nommé *Achilléum* étoit situé non loin des villes de l'Ionie, Priène et Smyrne. Xenophon [986] et Etienne de Byzance [987] en ont fait mention.

Sur la rive orientale du Bosphore - Cimmérien à l'endroit où la Mèotide se jete dans ce canal, se trouvoit un bourg nommé *Achilléum*, où l'on voyoit un temple d'Achille [988]. Ptolémée nomme cet endroit Ἀχίλλειον ἐπὶ τοῦ στόματος [989], *Achilléum sur l'embouchure*. Etienne de Byzance [990] et le voyageur anonyme [991] en ont fait aussi mention, et selon le premier, les habitans de ce lieu étoient nommés Achilléotes ou Achillites. Vis-à-vis de ce fort sur la rive droite, ou sur la côte d'Europe, étoit situé un bourg nommé Parthénium [992], il devoit être sur le cap le plus proéminent vers l'Est de cette côte, nommé actuellement Fanari si, comme Strabon le dit, ce bourg se trouvoit à l'endroit où le détroit étoit le plus rétréci, et n'avoit qu'environ 20 stades ou 4 verstes de largeur. Mais Fanari ne peut pas occuper l'ancien emplacement de Parthénium, car alors il ne seroit pas opposé à Achilléum. En effet pour que ces deux endroits, Achilléum et Parthénium, fussent situés au point où le canal du Bosphore est le plus étroit, et pour que leur distance ne fut que d'environ 20 stades ou 4 verstes, Achil-

léum auroit dû être construit sur la langue de terre nommée Sévernaia Cossa, lieu trop bas et par cette raison exposé à des inondations continuelles et sur lequel aucun établissement n'a jamais pu être formé. Il faut par cette raison rapprocher du nord les deux endroits, et Parthénium a dû être placé sur un cap, non loin d'une fontaine indiquée sur la grande carte de la Crimmée et située un peu plus vers le Nord que ce même cap. Achilléum doit se trouver sur le premier cap vers le Nord de la Sévernaia Cossa. La distance de ces deux lieux que Strabon avoit marquée, contre son ordinaire, d'une manière un peu vague, en disant qu'elle est environ de 20 stades ἢ καὶ πλειόνων, est de 50 stades ou de 10 verstes. En examinant les côtes du Bosphore d'Europe et d'Asie, je n'ai pas trouvé d'autres restes d'antiquités à ces deux endroits. Seulement sur le terrain de l'ancienne Achilléum j'ai vu des traces des batteries de terre ou des retranchemens faits par les Génois ou les Turcs. Peyssonnel n'ayant jamais fait de voyages géographiques en Crimmée et se fiant à ses mauvaises cartes, a prétendu [993], mais à tort, que Parthénium étoit sur l'emplacement qu'occupe aujourd'hui le village de Kazandip, situé très-loin et hors du Bosphore.

Achille jouissoit du culte le plus distingué dans l'île d'Astypalæe [994], et il n'est que trop probable que si l'on vouloit continuer les recherches de Villoison [995], on y trouveroit des inscriptions consacrées à ce héros.

Dans la Laconie on donna à Achille les marques de la plus haute vénération. En quittant Sparte et prenant le chemin de l'Arcadie, on rencontroit un temple qui lui étoit dédié, et qui n'étoit ouvert que pour ceux qui, d'après l'usage reçu, venoient dans la forêt des platanes pour s'exercer dans les jeux gymniques, et qui offroient d'avance un sacrifice à Achille. On disoit que ce temple avoit été élevé par Prax, petit-fils de Pergamus qui étoit

fils de Néoptolème [997]. À Brasiæ Achille possédoit un temple où l'on célébroit tous les ans une fête en son honneur [998]. Il étoit réellement adoré comme un dieu par les Laconiens, suivant un fragment d'Anaxagore [999]. Au promontoire de Tænare les mariniers rencontroient *le port d'Achille* [1000], et si Étienne de Byzance mentionne un port et un bourg nommé *Achilléon* comme situés sur la côte des Messéniens [1001], c'est qu'il pensoit au port du promontoire de Tænarum, la proximité de la côte messénienne lui ayant probablement donné lieu de croire que ce port appartenoit à la Messénie.

À Elis dans le gymnase on n'avoit pas érigé d'autel à Achille, mais selon l'ordre d'un oracle, un monument qui portoit le nom de *tombeau d'Achille* [1002]. Au commencement de la fête en son honneur, vers le coucher du soleil, les Eléennes célébroient plusieurs rites, dont un consistoit à se frapper le sein, ce qui étoit l'indice de la plus grande tristesse [1003].

Parmi les offrandes précieuses que les républiques grecques, les villes et des particuliers avoient présentées à l'Apollon de Delphi, se trouvoit la statue d'Achille monté à cheval, accompagné de Patrocle qui étoit à pied, offrande des Pharsaliens [1004]. Il faut ajouter qu'il est très-vraisemblable que Néoptolème avoit érigé à son père un autel à Delphi, et que près de cet autel Oreste avoit tué Néoptolème [1005].

Le même Néoptolème, suivi d'un nombre considérable de Thessaliens, avoit fait une invasion dans l'Épire, et s'en étoit rendu maître. Depuis ce tems Achille avoit reçu dans le pays les honneurs divins, et avoit été appelé *Aspetos*, *l'incomparable* [1006].

Achille fut révéré aussi aux environs de Corinthe, dans un endroit consacré aux Néréides [1007].

À Tarente il étoit adoré dans un temple qu'on lui avoit consacré. Cette ville se distinguoit parmi toutes les autres de la Grèce, par les grands honneurs qu'elle rendoit aux héros, qui s'étoient rendu célèbres devant Troie. À des jours fixés, ses habitans célébroient des fêtes solennelles en l'honneur d'Agamemnon, de Ménélas, d'Ajax fils de Télamon, de Diomède, d'Ulysse, et leur rendoient les honneurs héroiques [1008].

En mémoire d'Achille on avoit donné à plusieurs lieux le nom d'*Achilléum*. Il y avoit, par exemple, à Tanagra en Bœotie, hors de la ville, un lieu séparé nommé ainsi, et qui lui avoit été consacré par Pœmandre. Ce dernier ayant tué Polycritus, c'étoit Achille qui l'avoit conduit chez Elpénor à Chalcis, pour le faire purifier [1009].

Un fort près de Smyrne nommé *Achilléum* a été cité plus haut [1010]; un autre fort en Sicile portoit le même nom [1011]. On faisoit voir aux voyageurs près d'Adramyttium en Mysie, un ancien retranchement dont Achille avoit été l'auteur [1012]. À Milet une fontaine dont l'eau étoit très-douce, mais le sédiment salé, portoit aussi le nom d'*Achilléum*. Achille s'étoit purifié dans cette fontaine après avoir tué le roi des Lélèges Trambélus [1013], fils de Télamon et frère d'Ajax [1014]. *Achilléa* étoit le nom d'une île de la côte d'Ionie [1015].

Byzas fondant Byzantium avoit élevé un autel à Achille sur un lieu où étoient placés postérieurement à Constantinople *les thermes d'Achille* [1016].

Lorsque sous l'empereur Valens la Grèce fut dévastée par un tremblement de terre, toute l'Attique, Athènes comprise, ne souffrit point de ce fléau, ce qu'on attribuoit à la bienveillance d'Achille. On racontoit que l'hiérophante Nestorius avoit eu un songe dans lequel

il lui fut ordonné d'accorder à ce héros des honneurs publics et que, par ce moyen, Athènes seroit garantie de tout malheur. Le magistrat d'Athènes informé de ce songe crut d'abord que l'hiérophante, homme très-avancé en âge, radotoit, et n'exécuta rien. Cependant Nicostrate, ayant réfléchi sur cet événement et étant d'ailleurs très-religieux, fit faire une cassette dans laquelle il enferma l'image d'Achille qu'il plaça dans le Parthénon, au bas de la statue de Minerve. Il croyoit avoir, de cette manière, témoigné à cette déesse la vénération qui lui étoit due, et en même tems rendu au héros les honneurs que le songe avoit prescrits. Par là il garantit la ville d'un désastre imminent. On ajoutoit que la vérité de ce fait étoit attestée par un hymne du poëte Syrianus [1017]. Achille doit avoir sauvé Athènes une seconde fois, sous le règne d'Arcadius et Honorius, lorsqu'elle fut ménacée par Alaric. On disoit que ce dernier avoit vu Minerve se promenant sur les murs de la ville, prête à attaquer l'armée ennemie, et qu'on avoit remarqué devant les murs Achille courroucé, comme Homère le dépeint lorsqu'il vengeoit la mort de Patrocle [1018].

Au nombre des marques extraordinaires de vénération que l'on prodiguoit à Achille on doit compter son portrait que l'empereur Alexandre-Sévère avoit fait placer dans son laraire, parmi ceux d'autres grands hommes [1019]. On ne doit pas oublier non plus le grand nombre de ses statues ainsi que les sujets tirés de sa vie que les artistes de l'antiquité avoient représentés. Par exemple le bas-relief qui ornoit le trône d'Amyclée et représentoit l'éducation d'Achille confiée à Chiron; un autre, le combat d'Achille avec Memnon [1020]. Sur l'un des frontons du temple de Minerve Aléa à Tégée, on voyoit le combat d'Achille avec Télèphe dans la plaine du fleuve Caycus [1021]. Un tableau d'Athénion de Maronée représentoit Achille travesti en fille et découvert par Ulysse [1022], sujet que l'on retrouve assez souvent dans les bas-reliefs antiques. Un tableau de Parrhasius sur lequel on voyoit figurés Achille,

Télèphe, Agamemnon et Ulysse [1023], représentoit probablement la guérison de Télèphe opérée par la lance d'Achille. Dans le temple d'Astarté à Hiérapolis on remarquoit une statue d'Achille [1024]; une autre du même héros étoit faite par Silanion [1025]. Pline fait mention d'un ouvrage de Silanion, probablement un bas-relief, qui représentoit un trait de l'histoire d'Achille [1026]: tous ces monumens avoient une grande célébrité.

Achille étant de tous les héros grecs le premier et le plus distingué, on ne peut pas être étonné de voir que certaines statues dont la beauté appartenoit à un idéal intermédiaire entre celui des divinités et la forme humaine et qui étoient nues, furent nommées *achilléennes* [1027]. Cette idée s'étoit conservée très-longtems, car Procope observe d'une statue de l'empereur Justinien qu'elle avoit le costume d'Achille [1028], quoiqu'à la rigueur ce ne fut pas le sien. J'observe ici en passant que c'est une erreur d'avoir attribué à Thésée les statues et bustes donnés jusqu'à présent à Achille, tels que la statue de la collection ci-devant Borghèse [1029], maintenant au Musée royal de Paris. Ce n'est pas ici le lieu de citer toutes les raisons qui s'opposent à cette explication: je remarque seulement que si on avoit voulu représenter Thésée on l'auroit figuré plutôt barbu qu'imberbe.

Le *souhait achilléen*, Ἀχίλλειος εὐχή, étoit très-connu chez les anciens [1030]; c'est par ces mots qu'on exprimoit le désir si naturel aux hommes d'un grand mérite injustement traités, de voir arriver un tems où leurs conseils et leurs secours seroient implorés. Achille vivement outragé par Agamemnon s'écria [1031]: *un jour viendra que les Grecs redemanderont Achille, et le redemanderont en vain!*

On connoissoit aussi *l'argument d'Achille*, λόγος Ἀχιλλεύς, dont l'invention est attribuée par Aristote [1032] et Diogène Laërce [1033] à Zénon d'Elée, et par Phavorinus à Parménides [1034].

On avoit encore *le saut pélasgique*, πελασγικὸν ἅλμα[1035], qu'Achille doit avoir fait en sautant à terre le dernier de son vaisseau, après avoir entendu le malheur arrivé à Protésilas, qui ayant sauté le premier du sien, avoit été tué par les ennemis. Ce saut d'Achille avoit fait jaillir une fontaine du terrain que ses pieds avoient touché[1036]. Au reste les Thessaliens, nation à laquelle appartenoit Achille, ont été très-célèbres par leur adresse dans tous les exercices, témoin leur habileté à monter à cheval, leurs chasses des taureaux, et les fameuses danseuses thessaliennes.

Achille élevé chez Chiron avoit acquis des connaissances dans la médecine, savoir dont il a donné plus d'une preuve. Il guérit une playe de Télèphe par l'emploi de l'oxyde de cuivre[1037]: de là on a donné à ce traitement le nom *d'Achilléen*[1038]. On nomma aussi *Achilléa* une plante dont il s'étoit également servi dans le traitement des playes[1039]; et une espèce d'éponges que l'on employoit dans les maladies des yeux étoit appelée *Achilléum*[1040]; les peintres s'en servoient aussi au lieu de pinceaux[1041]. On disstinguoit encore par l'épithète d'*Achilléos* ou *Achilleïs*, une des meilleures espèces d'orge[1042], que l'on servoit à ceux qui étoient nourris aux frais de l'état, comme l'observe Aristophane en plaisantant[1043], et de laquelle on savoit préparer une espèce recherchée de gateaux, nommés *gateaux achilléens*[1044]. Sous le nom de *cheveux achilléens* on entendoit des cheveux de la plus belle couleur blonde[1045]. On compara des hommes forts et courageux avec ce héros, et on leur donna le nom d'Achille[1046]. Ainsi l'empereur Maximin, avoit été nommé, à cause de sa force, tantôt Hercule, tantôt Achille, tantôt Ajax[1047]; et Hoamer, cousin d'Ilderic roi des Vandales[1048], étoit désigné aussi par les mêmes noms.

Passons d'Achille aux autres héros grecs qui se rendirent fameux devant Troie, pour dire un mot des distinctions et des hon-

neurs qu'ils reçurent de leurs compatriotes. Le premier qu'on doit nommer est *Agamemnon*, chef de l'armée des Grecs. Observons qu'il n'est pas probable qu'on l'ait adoré à Sparte sous le nom d'Agamemnon-Zeus, comme l'ont prétendu Lycophron [1049], Athénagoras [1050] et Clément d'Alexandrie [1051]. Il est possible qu'il y eut reçu des honneurs, quoique les anciens n'en ayent point parlé, mais il est certain que ces honneurs ne pouvoient être égaux à ceux qu'on rendoit à Ménélas, et qu'il s'en falloit de beaucoup qu'ils repondissent au surnom de Zeus donné à Agamemnon, parceque ni Pausanias, ni aucun autre auteur n'en ont parlé. Pausanias n'auroit pas manqué d'en faire mention, il n'auroit pas non plus passé sous silence le temple d'Agamemnon et son culte, s'ils avoient existé à Sparte dans l'antiquité, ou même lorsqu'il y vint. Le surnom de Zeus, à ce que paroît indiquer Eustathe [1052], ne provient que de la comparaison du chef de l'armée grecque avec le chef de l'Olympe, observation qui est confirmée par un passage de Métrodore conservé dans le glossaire d'Hésychius [1053]. Si donc Cassandra, dans un autre endroit du poëme de Lycophron, prédit que Priam sera tué à côté de l'autel d'Agamemnon [1054], cela signifie qu'il sera tué à côté de celui de Zeus Hercéus. Pausanias rapporte qu'Agamemnon étoit révéré à Clazomène dans l'enceinte d'un bain [1055]. La ville florissante de Tarente qui témoignoit un si noble empressement pour la gloire des héros grecs devant Ilium, célébroit des fêtes et sacrifices héroiques en l'honneur des *Atrides* et d'*Oreste*: des fêtes pareilles avoient lieu encore en mémoire des enfans d'Agamemnon, pendant lesquelles il étoit défendu aux femmes de goûter des sacrifices [1056]. Dans l'intérieur des murs de Mycènes étoient les tombeaux d'Agamemnon et de Cassandra; ceux de Clytemnæstre et d'Aegisthe étoient hors des murs [1057]. On voyoit à Amyclæ un temple très-remarquable avec la statue de *Cassandra* fille de Priam qu'Agamemnon avoit conduite de Troie à Mycènes: on y voyoit aussi le portrait de Clytemnæstre et la statue avec le monument d'Agamemnon [1058]. Il est à remarquer que même dans ce dernier pas-

sage de Pausanias, on ne dit pas que les Amycléens rendoient un culte à Agamemnon et à son épouse.

Alexandra, nommée aussi *Cassandra*, outre le temple d'Amyclæ, en avoit un à Leuctra où l'on voyoit sa statue [1059]. Mais le culte de cette princesse se célébroit avec plus de pompe dans un autre temple que les Dauniens peuple de l'Italie orientale, et les habitans de la ville de Dardanus lui avoient élevé auprès du lac Salpé. On raconte que les jeunes filles de la contrée d'alentour, mécontentes de la laideur ou de la basse naissance de ceux qui les demandoient en mariage, s'étoient décidées à vivre dans le célibat: qu'elles se couvrirent dans ce but de vètemens noirs que retenoit une large ceinture, se colorèrent le visage en rouge, furent embrasser la statue de la déesse et se mettant sous sa protection, gardèrent pour toujours leur virginité [1060], et restèrent attachées au temple et au culte de Cassandra. On trouvera encore quelques détails sur ce sujet dans les remarques sur Ajax fils d'Oelée.

Protésilas, possédant en commun avec Philoctète et Achille, la province de Phthia dans la Thessalie [1061], étoit le plus proche voisin du dernier [1062]. La ville natale de Protésilas étoit Antron, et dans son territoire se trouvoient encore les villes de Phylacé, Alos, Larissa, Crémeste, Démétrion, toutes situées à l'Est de la montagne d'Othrys. La dernière de ces places étoit plutôt un bois sacré et un temple de Déméter; la ville n'en étoit éloignée que de deux stades, et avoit un port bien situé [1063]. À peine marié depuis quelques jours avec Laodamie fille d'Écaste, Protésilas devoit se rendre à l'armée grecque contre Troie, et fut tué le premier de tous. Les Grecs lui avoient donné la sépulture au bord de l'Hellespont vis-à-vis de Sigéum, sur la pointe de la Chersonèse de Thrace, et avoient élevé sur son tombeau un cône de terre très-élevé. Ce tumulus dont Quintus de Smyrne a fait mention [1064], a

actuellement, d'après la description des voyageurs, 35 pieds de haut. Sa base est de forme elliptique. et son grand diamètre est de 38 toises, le petit de 26. Son sommet est détruit et n'a plus que 10 pieds de longueur sur à peu près 3 de largeur [1065]. Lechevalier [1066], Choiseul [1067], Gell [1068] et Clarke [1069], en ont donné des vues et des descriptions. Les Grecs avoient ensuite construit dans le voisinage de ce tombeau la ville d'Éléusa. On avoit consacré encore à Protésilas une enceinte sacrée avec un temple qui peu à peu devint très-riche en vases d'or, d'argent et de bronze, en étoffes et autres offrandes précieuses [1070]. Sa statue le représentoit en navarque, ayant un pied posé sur une proue de vaisseau. On célébroit des sacrifices en son honneur [1071]; et tous ceux qui partoient de la Chersonèse par mer lui offroient des libations lorsqu'ils étoient à bord [1072]: Près de ce temple étoit un édifice élevé ou une tour [1073]. La courte notice que Méla nous a donnée du temple est très-intéressante parcequ'elle nous apprend que les ossemens de ce héros y furent déposés [1074]. Il suit donc de ce texte: 1° que le temple de Protésilas étoit bâti au haut de son tumulus et qu'il renfermoit les restes de ce héros: 2° que les temples déjà mentionnés d'Achille et d'Ajax aux promontoires de Rhœtée et Sigée n'étoient point construits dans la plaine, mais sur leurs tombeaux. La tour à côté du temple de Protésilas servoit peut-être d'échauguette. Chandler croyoit avoir découvert sur ces lieux un chapiteau et un autel du temple de Protésilas [1075]; mais il seroit difficile de décider, si ces deux monumens ont appartenu à un des temples qui avoient remplacé pendant plusieurs milliers d'années le temple primitif de Protésilas; ou s'ils sont les restes d'un autre édifice de la ville d'Éléusa.

Les ormes qui entouroient le tombeau de Protésilas avoient été plantés par les Nymphes. Quand ces arbres s'étoient élevés au point de se trouver en regard d'Ilium, ou, comme s'expriment les anciens auteurs, quand leurs branches pouvoient voir Troie [1076],

alors elles desséchoient, perdoient leur feuillage et rappeloient ainsi la fin précoce de Protésilas. Mais les branches du côté opposé prospéroient aussi bien que celles des autres arbres moins hautes [1077]. On racontoit que dans cette contrée qui lui étoit consacrée, Protésilas s'amusoit à des exercices gymniques, la lutte exceptée, et qu'il s'occupoit aussi à des exercices guerriers, à l'exception du tir de l'arc [1078]. La course étoit celui auquel il se livroit avec le plus de plaisir, et les habitans d'Éléusa disoient que par sa célérité il surpassoit même Achille [1079]. Les dromes arrangés pour lui dans ces environs romantiques ont été mentionnés plus haut [1080].

Protésilas n'étoit pas moins célèbre par sa tendresse pour son épouse que par sa fin précoce. L'ardent amour qu'il avoit pour Laodamie l'engagea de demander aux divinités du Tartare la permission de lui faire une visite. Il l'obtint et la trouva embrassant la statue de son époux. Avant de se retirer Protésilas la pria de ne pas différer à le rejoindre bientôt, et elle se tua d'un coup d'épée. D'autres racontent qu'après la mort de son époux elle refusa les nouveaux engagemens que lui proposa son père, qu'elle préféra de passer la nuit en conversation avec l'ombre de son mari plutôt que de se trouver avec un homme vivant. Enfin elle décéda épuisée par la force du désir [1081]. Une tradition différente rapporte que Laodamie s'étoit tuée immédiatement après avoir appris la mort de son mari [1082]. Les habitans d'Eléusa racontoient aux voyageurs curieux, entre autres particularités concernant la demeure et les occupations de ce héros, qu'il bruloit toujours du même amour pour son épouse, et qu'il s'entendoit nommer avec plaisir l'époux de Laodamie [1083]. On disoit que par une complaisance particulière des dieux, il avoit pu lui rendre une visite et retourner ensuite dans les enfers. Mais on

remarque qu'il a toujours tenu secrète l'histoire de son établissement dans le pays qui lui étoit consacré [1084]. On savoit qu'il étoit amoureux et qu'il étoit aimé; son amour étoit celui des nouveaux mariés [1085]. Il continuoit d'avoir au Tartare ses rendez-vous avec Laodamie [1086]; il la compta parmi les femmes les plus distinguées, telles qu' Alcesté épouse d'Admète, et Évadné mariée à Capanée [1087]. Protésilas donnoit de bons conseils à ceux qui le consultoient dans son temple, et guérissoit les malades [1088]. Il avoit compassion de ceux qui étoient malheureux en amour, et leur apprenoit comment ils devoient se faire aimer. L'infidélité lui étoit odieuse, parce qu'il regardoit ceux qui s'en rendoient coupables comme mettant l'amour en mauvaise réputation [1089]. Protésilas passoit son tems dans la Chersonèse, il étoit au Tartare avec Laodamie, et à Troie parmi ses anciens compagnons d'armes [1090], ou à Leucé en société avec Achille [1091]. Quelquefois il se divertissoit à la chasse au sanglier et au cerf: retourné chez-lui au milieu du jour, il se récréoit par le sommeil [1092]. Il faut rappeler ici au lecteur que tous ces détails concernant Protésilas ont dû être recueillis par Philostrate, parmi les habitans de la Chersonèse de Thrace et des environs de l'ancienne Troie, comme il a été déjà observé plus haut.

Dans la guerre contre les Grecs, Xerxès trompé par un faux rapport donna à Artaycte la ville d'Éléusa et toute la contrée. Artaycte pilla les trésors du temple, s'y amusa dans l'intérieur avec son harem, et ensemença l'enceinte sacrée du héros. Les Athéniens l'ayant pris, trouvèrent un de ses gardes qui faisoit rotir des poissons salés, et ne virent pas sans étonnement ces poissons sauter et palpiter comme des poissons qu'on venoit de prendre. Artaycte attribua ce prodige à Protésilas et termina ensuite ses jours suspendu à une croix [1093]. Les Athéniens avoient probablement rétabli le temple de ce héros, car Alexandre le Grand arrivé à Éléusa, lui

offrit des sacrifices pour obtenir un débarquement plus favorable que n'avoit été celui de Protésilas [1094].

Le promontoire illustré par le monument de ce héros, portoit aussi les tombeaux de *Polydore*, dernier fils de Priam, et d'*Hécube*. Celui du premier étoit situé près de la ville d'Aenus [1095]; et le second, connu sous le nom de Cynosséma, se trouvoit sur le promontoire Mastusien vis-à-vis de Sigée et de l'embouchure du Rhodius [1096]. On croit que le château d'Europe occupe la place de ce monument [1097].

Fort honoré dans la Chersonèse de Thrace, Protésilas ne le fut pas moins dans son temple très-fréquenté à Phylacé. Il y avoit témoigné aux Thessaliens beaucoup de bienveillance en répondant à leurs demandes. Mais il leur fit sentir son mécontentement quand il se crut oublié par eux [1098]. On célébroit en son honneur dans la Thessalie une fête nommée les *Protésiléa* [1099]. Pline a cité une statue de Protésilas [1100], qui ressembloit probablement à celle qui étoit dans son temple et dont on a lu la description.

Le monument de *Patrocle*, comme l'atteste Strabon [1101], se trouvoit tout près de celui d'Achille. On savoit, au reste, que les cendres de ces illustres amis avoient été enfermées dans un vase d'or donné par Thétis, et ensévélis dans le même tumulus [1102]. Il est aisé de concilier ces deux relations, en observant que le tumulus de Patrocle n'étoit qu'un cénotaphe [1103], ce qui est affirmé aussi par une épigramme antique [1104]. Cependant Dion Chrysostome remarque que selon Homère, Patrocle ne fut enterré avec Achille dans le même tumulus, qu'afin que personne ne fut choqué en ne trouvant pas celui de Patrocle parmi les autres tombes au bord de la mer [1105]. Mais en n'accordant pas à des remarques sophistiques plus d'importance qu'elles ne méritent, le té-

moignage de Strabon nous suffit: il dit que dans l'antiquité le tumulus le plus rapproché de celui d'Achille étoit suivant l'opinion commune, celui de Patrocle. Ce tumulus est un peu aplati à son sommet, par l'effet des eaux pluviales. Les voyageurs lui ont donné 12 à 17 pieds de hauteur perpendiculaire, comptés du terrain actuel, et 40 à 42 pieds de diamètre à sa base. On a publié des vues tantôt de ce tombeau seul [1107], tantôt ensemble avec celui d'Achille [1108]. Autrefois ces monumens se trouvoient au bord de la mer, mais l'accroissement du rivage par les alluvions les en a éloignés [1109]. C'étoit dans ce lieu que les Iliens offrirent à Patrocle les honneurs héroïques [1110]. Au reste on croyoit qu'il étoit réuni avec Achille dans l'île de Leucé, et qu'il recevoit de tous ceux qui y abordoient l'honneur des sacrifices et des poëmes où l'on chantoit ses louanges [1111].

Antiloque, au rapport de Strabon, étoit encore au nombre des héros inhumés sur la côte du promontoire de Sigée et auxquels les Iliens rendoient des honneurs solennels [1112]. Comme on vient de le dire, les cendres d'Achille mêlées avec celles de Patrocle avoient été déposés dans un vase d'or; celles d'Antiloque s'y trouvoient aussi mais séparement [1113]. Ainsi son tumulus que l'on montre à côté de celui de Patrocle [1114] n'étoit, de même que le tumulus de ce dernier, qu'un cénotaphe. Comme Protésilas, Hector et d'autres héros grecs et troyens, Antiloque paroissoit quelquefois dans la plaine de Troie. Il fut rencontré un jour par une jeune fille d'Ilium qui dirigeoit ses pas vers le Scamandre. La belle figure du héros fit sur elle une telle impression que depuis ce tems elle ne quittoit plus son tombeau [1115].

D'après d'anciennes traditions, *Pyrrhus* fils d'Achille, nommé aussi *Néoptolème*, avoit reçu, après son décès, les champs élyséens pour lieu de séjour [1116]. Il avoit tué Priam à côté du temple de Jupiter Hercæus; mais il eut un sort semblable ayant

été tué à Delphi par Oreste devant l'autel d'Achille son père [1117]. Les habitans de Delphi pleurèrent sa perte, ensévélirent son corps dans l'enceinte du temple d'Apollon et célébrèrent en son honneur tous les ans une fête accompagnée d'offrandes et de sacrifices héroïques. On raconte que dans l'invasion des Gaulois, lorsque le temple de Delphi se trouvoit dans le plus grand danger, et que le combat avoit déjà commencé, l'apparition de Pyrrhus et de Hypérochus, avec Amadocus héros des Hyperboréens, jeta l'épouvante parmi les Gaulois, et les força de prendre la fuite [1118]. Pausanias ajoute que Pyrrhus, après cet événement mémorable, reçut les honneurs héroïques à Delphi où, avant cette circonstance, son tombeau avoit été négligé [1119].

Le souvenir d'*Ajax fils de Télamon*, reconnu pour être après Achille le plus vaillant héros des Grecs devant Troie [1120], et même le plus haut de taille, nommé toujours *μέγας* [1121], ou *πελώριος* [1122], fut renouvellé pendant très-long tems par de grands honneurs. On montroit son tombeau au promontoire de Rhœtée au bord de l'Hellespont [1123], à 300 toises de distance de la mer [1124]. Les habitans d'Ilium y apportoient les marques de leur vénération et les offrandes dues aux héros [1125]. Alexandre de Macédoine n'y manqua point [1126], et plusieurs siècles après la guerre de Troie, les habitans de l'île de Rhodes construisirent, sur une hauteur au bord de l'Hellespont, une ville qu'ils nommèrent en l'honneur du héros, *Aeantéon* ou *Rhœtéon*, près de laquelle se trouvoit le temple d'Ajax orné de sa statue [1127]. Il y a beaucoup de probabilité que ce temple avoit été bâti sur le sommet du tumulus d'Ajax, si l'on se rappelle des temples d'Achille et de Protésilas. Cette conjecture paroît être confirmée et par un plan qu'a donné Lechevalier des murs d'un fondement qu'il avoit trouvé au haut de ce tumulus [1128], et par les remarques de M. Gell [1129]. Cependant l'auteur du voyage pittoresque de la Grèce doit avoir eu ses raisons pour ne faire aucune mention de

cette substruction. Ce temple a été en effet plusieurs fois restauré et rebâti, et sa dernière construction, à ce qu'on dit, étoit presque entière en 1770, lorsqu'un commendant turc en fit démolir la plus grande partie pour en employer les matériaux à bâtir un pont à peu de distance [1130]. Le diamètre de ce temple n'avoit pas plus de 9 à 10 pieds [1131]. M. de Choiseul a décrit une construction qui se trouve dans l'intérieur de ce tombeau et à laquelle on arrive après être parvenu aux deux tiers de sa hauteur. On pénètre alors dans son enceinte par une ouverture tournée vers le Sud. C'est un double caveau formé en voute, construit avec un tuf calcaire lié par un ciment très-dur. L'entrée du caveau a environ 13 pieds 6 pouces dans sa plus grande hauteur. Le premier caveau conduit à un autre plus étroit qui n'a guères que 5 pieds 4 pouces de largeur, sur environ 12 pieds de profondeur et environ 2 pieds 6 pouces de hauteur [1132]. Au haut de cette dernière voute on a pratiqué un tuyau ou canal qui est indiqué dans la coupe de ce monument donnée par Lechevalier et Lenz [1133]. Mais M. de Choiseul commet à cette occasion une très-grande erreur, en croyant que c'étoit là que reposoit le corps d'Ajax. L'antiquité conformément à la tradition ayant reconnu d'un consentement unanime les monticules coniques de l'Hellespont et du promontoire de Sigée pour être les tombeaux de quelques uns des plus célèbres héros devant Troie, comment pourroit-on croire que le sépulcre d'Ajax se seroit conservé pendant presque trois mille ans, s'il avoit été construit des matériaux peu solides que nous avons indiqués? Quel motif pouvoit-on avoir, de faire le caveau à cette hauteur, et n'auroit-il pas été mieux placé et mieux garanti de toute violation, si on l'avoit construit au bas? Il n'y a pas de doute que le sépulcre en question date du tems des Romains, ce que prouvent les voutes et les matériaux dont on s'est servi, et il est sûr que ce n'est pas celui d'Ajax, mais d'un homme inconnu qui s'y est fait enterrer bien postérieurement à la guerre de Troie. Ce tumulus peut avoir 23 pieds d'élévation per-

pendiculaire sur environ 80 de diamètre à sa base [1134]: on en trouve des vues dans les ouvrages de Morritt [1135], Lechevalier [1136], Gell [1137], Clarke [1138] et Choiseul [1139].

Marc-Antoine avoit enlevé du temple d'Ajax sa statue et l'avoit transportée en Aegypte, pour en faire présent à la reine Cléopatre, ainsi que de plusieurs monumens pris des temples célèbres par leurs richesses: mais Auguste restitua tous ces objets aux lieux d'où Marc-Antoine les avoit enlevés [1140]. L'empereur Hadrien fut un des restaurateurs du temple d'Ajax [1141], mais on ne sait pas les noms de ceux qui l'ont été après lui. Au reste la ville d'Aiantéon avoit éprouvé selon Pline le même sort que les établissemens voisins du monument d'Achille: elle fut détruite. Morritt ne se doutant pas de la fausseté d'une remarque de Lechevalier [1142], a prétendu que les cendres d'Ajax avoient été enlevées de son tumulus et transportées en Aegypte par Pompée ou par Marc-Antoine [1143].

Ajax après avoir terminé sa carrière mortelle, avoit reçu pour séjour son patrimoine qui étoit en même tems le lieu de sa naissance, l'île de Salamis [1144], nommée par cette raison *l'île d'Ajax* [1145]. D'après d'autres traditions, Ajax vivoit à Leucé dans la société d'Achille [1146]; il s'étoit fait voir quelquefois aux bords de l'Hellespont [1147], et on avoit entendu sa voix près de son temple [1148]. On supposoit peut-être qu'Ajax faisoit de tems en tems, comme l'on savoit d'Achille, des voyages et excursions dans les endroits nommés. On voyoit dans le temple d'Ajax à Salamis la statue de ce héros faite de bois d'ébène [1149]. Il y jouissoit des honneurs divins, on lui offroit des sacrifices et on y célébroit en son honneur des jeux gymniques, nommés *les Aiantéa* [1150]. On trouve mention de cette fête dans un décret donné par le sénat et le peuple de la ville de Salamis, pour récompenser Théodotus fils d'Eustrophus. Voici les lignes dont il s'agit:

ΑΝΕΙΠΕΙΝΤΟΝΣΤΕΦΑΝΟΝ
ΤΟΥΤΟΝΔΙΟΝΥΣΙΩΝΤΩΝΕΝΣΑΛΑΜΙΝΙΤΡΑΓΩΔΟΥΣΟΤΑΝ
ΠΡΩΤΟΝΓΙΝΗΤΑΙΚΑΙΑΙΑΝΤΕΙΟΙΣΤΩΓΥΜΝΙΚΩΑΓΩΝΙ

Athènes où il fut très-révéré, érigea un autel en honneur de son fils *Eurysacès* [1151]. Remarquons ici en passant que Bryant et Dusoul se sont trompés, en voulant dans les deux passages de Démosthène cités dans la note, corriger le texte pour y substituer au temple d'Aeacus, celui d'Ajax, n'ayant pour appuyer leur opinion que la mention faite par Pausanias du temple de ce dernier. *Aeacus*, grand père d'Ajax, jouissoit des honneurs divins dans son temple à l'île d'Aegine; on y célébroit des jeux gymniques, nommés *Aeacéa* [1152], et aux Aeacides Tarente donnoit des marques d'une grande vénération [1153]. À Athènes Ajax avoit reçu une distinction particulière, car une des phyles de cette république avoit été nommée *Aeantis*, du nom de ce héros, et elle possédoit le privilège que dans les jeux publics le choeur fourni par elle ne pouvoit jamais être le dernier sur la scène [1154]. Cette phyle avoit eu encore d'autres avantages. Marathon étoit, par exemple, un de ses Démus, et elle avoit été placée à l'aile droite lors de la bataille de Marathon: le polémarque Callimaque qui à la même journée s'étoit très-distingué et qui après Miltiade avoit contribué le plus à faire remporter la victoire, lui appartenoit aussi. Le décret qui consentoit à livrer bataille, fut donné le jour où cette phyle présidoit. À Platæe la même phyle se distingua par sa bravoure, et par cette raison elle fut chargée de conduire sur le Cithæron le taureau destiné à un sacrifice en action de graces, Athènes en fit toute la dépense: enfin Harmodius avoit été de la même phyle [1155]. La haute vénération que portoit Athènes aux Aeacides se manifesta lorsque quelques jours avant la bataille de Salamis, effrayés par un tremblement de terre, les Athéniens décrétèrent d'implorer le secours des dieux et

des Aeacides. À Salamis on adressa des prières à Ajax et à Télamon, et on expédia un vaisseau à Aegine pour invoquer Aeacus [1156]. Les Athéniens ayant remporté la victoire, envoyèrent à Salamis une trirème phénicienne, pour la consacrer à Ajax [1157]. En des tems plus anciens, les Thébains voulant se venger des Athéniens avoient fait demander à Aegine du secours aux Aeacides et en avoient obtenu [1158].

Byzas, fondateur de Byzance, avoit élevé dans cette ville en honneur d'Ajax un autel ou un petit temple, et c'étoit de ce dernier que tout le quartier fut nommé *Aeantéum* jusqu'à la fin de l'empire grec [1159]. Les Mégariens que Byzas y avoit conduits, en se conformant à une prédiction, rendirent de grands honneurs à Ajax, et pour célébrer sa mémoire donnèrent le nom d'*Aeantéum* à un promontoire du Bosphore de Thrace [1160].

Peu de relations que les anciens auteurs nous ont laissées sur les anciens héros, leur manière d'exister, leurs occupations et leur pouvoir dans l'état après leur décès, portent mieux le coin de la vérité qu'une relation de Philostrate, d'après laquelle les pasteurs de cette contrée attribuoient à l'influence d'Ajax toutes les maladies épizootiques qui affligeoient leurs troupeaux, disant qu'aucun pâtre ne les menoit paître près de la colline d'Ajax, parce qu'on croyoit que l'herbe dans son voisinage étoit pernicieuse et causoit des maladies [1161]. Car Ajax, dans son accès de delire, après la dispute pour les armes d'Achille, s'étoit jeté sur les troupeaux, et avoit tué des brebis les prenant pour des Grecs. Revenu à lui-même et honteux de cette folle action, il se tua avec son épée. Le sang qui coula de sa playe donna naissance à la fleur que les anciens nommoient Hiacynthe. Les lettres A I dont elle est marquée, sont en même tems les initiales du nom d'Ajax, et une exclamation qui exprime la plus forte douleur [1162].

Ajax fils d'Oelée, chef des Locriens, étoit un capitaine non moins vaillant qu'Ajax Télamonien. Quoique les poëtes grecs lui ayent imputé une conduite barbare et sacrilège envers Cassandre fille de Priam, accusation dont il sera question plus bas, une tradition différente portoit qu'Ajax avoit tiré Cassandre du sanctuaire, mais qu'il l'avoit conduite dans sa tente, sans lui faire aucune violence, qu'Agamemnon ayant vu ensuite Cassandre qui savoit donner à sa beauté native toutes les graces de l'art, en devint épris et la ravit à Ajax. Lors du partage du butin, celui-ci réclama Cassandre comme l'ayant faite prisonnière. Mais Agamemnon la retint en accusant Ajax d'impiété envers Minerve, et répandant le bruit dans l'armée des Grecs que Pallas avoit résolu de faire tomber sur eux les plus grands malheurs, jusqu'à causer même la ruine de leur armée, s'ils ne perdoient pas Ajax. Alors se rappelant qu'Agamemnon avoit fait enlever Briséis de chez Achille, et la décision injuste dans la dispute pour les armes du même héros, qui avoit perdu Ajax Télamonien, ainsi que la cabale qui avoit condamné Palamède, Ajax l'Oeléen prit la résolution de se sauver par la fuite; il s'embarqua sur un petit navire et périt dans un orage [1163]. Si l'impératrice Eudocia, dans son recueil intitulé Parterre de violettes, représente comme innocente la conduite d'Ajax [1164], pourquoi s'en étonner? entre différens récits elle a dû choisir celui dont les circonstances blessoient le moins la délicatesse de son sexe.

Mais cette relation est contredite par la tradition des faits historiques dont Aenée, Timée et Callimaque sont les garans, et que j'examinerai après avoir mentionné quelques particularités de la fin de ce héros et les honneurs qui lui ont été rendus par ses compatriotes. À la fin de l'expédition contre Troie, Ajax s'embarqua pour retourner dans sa patrie, mais arrivé dans le voisinage des îles de Téos et d'Andros, son vaisseau toucha dans un orage les écueils de Gyræ et y périt. Son corps fut rejeté sur

la terre près de Délos, ou plutôt à l'île de Myconus: il y reçut les honneurs de la sépulture [1165]. D'autres relations disent que ce fut à Trémontum sur l'île de Délos que son corps fut retrouvé [1166]. Les Locriens d'Opus deplorèrent la perte de ce héros distingué, et comme marque de leur affliction ils instituèrent une fète funèbre qui se célébroit tous les ans. Vètus d'habillemens noirs, ils mettoient le feu à une trirème dont les voiles étoient de la même couleur et qu'ils avoient chargée de toutes sortes de sacrifices et d'offrandes; abandonnée sans équipage et sans timon, elle flottoit au gré des vents afin d'ètre consumée dans la mer [1167]. Philostrate raconte que le premier vaisseau qui reçut cette destination fut celui sur lequel Ajax avoit fait naufrage. Les Locriens l'avoient fait sortir du port par un vent du soir, et ils l'avoient embrasé avec tout ce qu'il contenoit, quand au lever du soleil il se trouva en pleine mer [1168]. Au surplus, on célébroit en l'honneur d'Ajax des jeux solennels, *les Aeantéa*; les vainqueurs lui offroient des sacrifices et couronnoient ses autels de festons [1169]. Une tradition portoit qu'Ajax fils d'Oelée étoit du nombre des héros qui tenoient compagnie à Achille sur l'île de Leucé [1170].

Les faits historiques mentionnés ci-dessus, ont conservé de détails précieux appartenant aux siècles primitifs de la Grèce, et sont d'un très-grand intérèt. Les voici: après la mort d'Ajax toute la Locride fut ravagée par la peste et la famine et, suivant l'opinion commune, à cause de l'outrage qu'Ajax avoit fait à Cassandre. Cependant un oracle annonça aux Locriens qu'ils pouvoient appaiser le courroux d'Athène Ilias, en lui envoyant pendant mille années de suite deux jeunes filles qui seroient tirées au sort. Les Locriens obéirent, mais les Iliens qui attendoient en embuscade leur arrivée au bord de la mer, tuèrent celles dont ils purent se saisir. Leurs corps furent brulés avec du bois d'arbres sauvages, et leurs cendres jettées dans la mer. On envoya à Ilium d'autres jeunes filles pour remplacer les premières. Mais les Locriens

étoient devenus plus circonspects, et les Iliens, malgré leur vigilence à garder les bords de la mer et l'enceinte du temple de Minerve, ne purent pendant une longue suite d'années parvenir à défendre aux Locriennes l'entrée du temple. C'est elles qui étoient chargées d'arroser l'enceinte sacrée et de la balayer; mais il leur étoit défendu de s'approcher de la statue de la déesse et de sortir pendant le jour de l'enceinte du temple. Elles avoient la tête rasée, ne portoient qu'une seule tunique, et marchoient les pieds nus. Les vierges que les Locriens avoient envoyé les premières s'appeloient Périboea et Cléopatra. C'étoit d'abord de jeunes filles adultes, mais on les remplaça dans la suite par des enfans d'un an avec leurs nourrices. Il est probable que ce changement se fit parce qu'il étoit plus facile d'introduire dans le temple des enfans que des vierges d'un certain âge. À la fin de la guerre de la Phocide mille ans s'étoient déjà écoulés, et ce tribut cessa [1171]. Une tradition différente portoit que l'oracle n'avoit point fixé de terme à la continuation de ce tribut, mais que dans la suite des tems une des jeunes filles ayant été tuée par les Iliens et enterrée par ses compatriotes les Locriens, ceux-ci cessèrent cet envoi, croyant avoir satisfait par leurs offrandes expiatoires à la volonté de l'oracle. La même tradition ajoute qu'après avoir discontinué cette coutume, la Locride affligée de sécheresse et de famine, avoit cru devoir renouveller son tribut, mais qu'au lieu de deux jeunes filles elle n'en expédia plus qu'une, persuadée que cette offrande suffisoit pour son expiation [1172]. Remarquons enfin que Plutarque observe que ce n'étoit que depuis fort peu de tems que les Locriens avoient cessé d'envoyer à Ilium ce tribut expiatoire [1173].

L'entreprenant et courageux *Diomède* est un des capitaines grecs devant Troie qui reçurent les honneurs les plus distingués. Son épouse Aegialée, fille cadette d'Adraste, a été célébrée par Homère [1174], observe Eustathe, comme l'épouse la plus dévouée

et la plus fidèle à son mari [1175]; au contraire les poëtes postérieurs l'ont peinte avec des couleurs très-défavorables [1176]. Ils rapportent qu'après la ruine de Troie, Diomède revenu à Argos, trouva Aegialée dans une liaison d'amour avec Sthénélus fils de Comètès: Vénus, disoit-on, pour se venger de ce que Diomède l'avoit blessée dans un combat, fut l'auteur de cette intrigue. Diomède n'échappa au danger d'être tué par la trahison de son épouse qu'en se sauvant dans le temple de Junon Argolienne. La tradition conservée par Dion Chrysostome [1177], que dans cette circonstance Diomède s'étoit mis sous la protection d'Aenée, paroît tirer son origine ou des Romains, ou de ceux qui vouloient les flatter. Il est plus vraisemblable que Diomède en se retirant du temple de Junon s'enfuit chez les Dauniens, peuple barbare de l'Italie orientale, dont le roi s'appeloit Daunus. Celui-ci se trouvant assiégé par les Messapiens, lui demanda du secours sous la promesse de lui donner sa fille en mariage et une partie de son domaine. Diomède y consentit, vainquit l'ennemi et fonda ensuite la ville d'Argyrippa. On disoit que Daunus lui avoit proposé le choix, ou de prendre tout le butin fait sur les ennemis, ou le pays entier, et Alænus frère naturel de Diomède fut nommé arbitre. Alænus guidé par la passion qu'il avoit pour Evippé fille de Daunus, déclara que Daunus devoit garder le pays, et le butin être remis à Diomède. Irrité de cette décision, celui-ci chargea cette contrée d'imprécations, souhaitant qu'elle ne put jamais être ensemencée, ni jamais porter des fruits, lorsque l'ensemencement seroit fait par un de ses parens ou de ses compatriotes: il ajouta que personne ne devoit oser déplacer les bornes du domaine de Diomède [1178]. Dans la suite Diomède fut tué par Daunus, et ses compagnons qui pleurèrent sa perte furent métamorphosés en oiseaux aquatiques dont il sera fait mention plus bas [1179].

Selon Pindare [1180], Diomède par la grace de Pallas devint un dieu immortel, et d'après un fragment d'Ibycus [1181] que Heyne at-

tribue à un des poëtes cycliques [1182], Diomède qui avoit épousé Hermioné fille d'Hélène, reçut des Dioscures l'immortalité et vécut parmi eux. Une tradition différente lui assigne pour séjour les îles des bienheureux [1183]. Le domaine de Diomède étoit situé dans le pays des Dauniens dans l'Apulie, et la ville de ce héros, Argyrippa, fut dans la suite nommée Arpi [1184]. Les Umbriens et les Dauniens lui rendirent les honneurs divins, à cause des grands bienfaits qu'ils lui devoient [1185]. Son culte se repandit aussi dans toute la contrée d'alentour et jusque chez les Phæaciens, dont l'île qui fut nommée dans la suite Corcyre, avoit été délivrée par lui d'un dracon dangereux à l'aide du bouclier d'or de Glaucus, que ce monstre avoit pris pour la toison d'or [1186].

L'adoration de Diomède se répandit depuis l'Apulie jusqu'au bout du golfe adriatique, où se trouvoit son temple avec un fort beau bois dans une enceinte très-remarquable, connue sous le nom de Timavon [1187]. Il y avoit un port et sept fontaines, où selon d'autres neuf, qui réunies formoient un fleuve qui jettoit ses eaux dans la mer [1188]. La mémoire de Diomède jouissoit de la même vénération chez les Vénètes qui, en célébrant sa fête solennelle, lui immoloient un cheval blanc [1189]. Strabon observe que les îles de Diomède et toutes les traditions concernant les Dauniens, Sipus, l'Argos Hippium et Canusium, villes fondées par lui, et dont les dernières sont assises au milieu d'une plaine, prouvent que Diomède a régné dans ces contrées au bord de la mer adriatique. Dans la plaine, comme en beaucoup d'autres endroits, on voyoit des marques de sa domination sur cette contrée. Telles sont d'antiques offrandes déposées dans le temple de Minerve à Lucéria, ville très-ancienne des Dauniens [1190], des haches, des armes en bronze, et d'autres armes que Diomède et ses compagnons y avoient consacrés [1191]. Ce temple est tantôt nommé celui de Minerve Achaia [1192], tantôt celui de Minerve Ilias [1193]. À Béneventum, ville dont la fondation avoit aussi été attribuée à Diomède, on faisoit

voir les défences du sanglier de Calydon remarquables par leur grandeur, car elles avoient trois palmes de périphérie; Diomède les avoit reçues de son oncle Méléagre [1194]. Au travers des vallons fertiles de ce pays il avoit essayé de creuser un canal jusqu'à la mer, mais il ne put terminer cette entreprise, non plus que quelques autres, parce qu'il fut rappelé dans sa patrie, où il finit ses jours [1195]. Observons que Diomède doit être retourné plusieurs fois d'Argos et de l'Italie en Aetolie [1196]. On disoit même qu'il avoit visité beaucoup d'autres contrées même éloignées, et la fondation de quelques autres villes dont je ne fais pas mention ici, lui a été attribuée [1197]. D'après une seconde tradition, Diomède ne finit pas ses jours dans sa patrie, mais il resta dans la Daunie jusqu'à sa mort. Une troisième dit qu'il disparut dans son île: enfin selon une quatrième, débitée chez les Hénètes, il termina chez eux sa carrière mortelle et y fut déclaré dieu [1198]. Scymnus de Chios est de l'opinion que Diomède mourut dans son île [1199]; Lycophron [1200] et Eustathe [1201] disent qu'il disparut sur une île déserte. Etienne de Byzance a confondu les îles de Diomède avec le pays des Dauniens [1202].

Les îles de Diomède étoient situées dans la mer à peu de distance du rivage des Dauniens [1203], dont l'une habitée étoit nommée *Diomédéa*, l'autre connue sous le même nom, mais aussi sous celui de Teutria [1204]. Selon quelques auteurs de l'antiquité, on voyoit dans la première le tombeau ou monument de Diomède [1205], et le temple où il recevoit les honneurs divins [1206]. Denys d'Alexandrie [1207] et ses imitateurs [1208] ne parlent que d'une seule île de Diomède, et Ptolémée veut qu'il y en ait cinq [1209]. On prétendoit que le premier platane s'étoit montré près le monument de Diomède, que de là il avoit été transporté en Sicile, et ensuite en Italie et dans les autres pays [1210].

Les oiseaux aquatiques qui habitoient l'île de Diomède avoient

reçu une très-grande célébrité. Ils avoient été ses compagnons d'armes et, après sa mort, abattus par l'excès de la douleur, ils avoient subi cette métamorphose [1211]. Mais Virgile [1212] et Ovide [1213] racontent différemment leur histoire. Ils disent que Vénus toujours courroucée contre Diomède à cause de la blessure qu'elle en avoit reçue, avoit soulevé une horrible tempête lorsqu'il étoit en mer, se retirant d'Argos en Italie; ils ajoutent qu'irritée de quelques propos de ses compagnons, elle changea un grand nombre de ceux-ci en oiseaux de mer; les autres avec leur chef furent sauvés et arrivèrent au pays des Dauniens. Ces oiseaux étoient de couleur blanche, avoient un gros bec dentelé et les yeux rouges couleur de feu [1214]. Aimables et polis envers les Grecs qui abordoient l'île de Diomédéa, ils venoient à leur rencontre, mangeoient dans leurs mains, et se glissoient dans leurs seins. Des Barbares abordoient-ils dans cette île, ils les discernoient parfaitement des Grecs [1215] et prenoient la fuite [1216], ou selon d'autres voyageurs, ils voloient sur leurs têtes, tomboient sur eux, les blessoient et les tuoient à coup de becs [1217]. Les anciens disent qu'on ne trouve cette espèce d'oiseaux que dans l'île illustrée par le tombeau et le temple de Diomède [1218]. D'après ce qu'ils en racontent, ils vivoient presque comme des hommes, quand on considère la manière dont ils se procuroient leur subsistance, le partage qu'ils en faisoient, leur politesse et leur confiance envers les bons, et le soin avec lequel ils évitoient les méchans [1219]. Ils formoient une république: de grand matin on les voyoit voler à la mer, mouiller leurs ailes pour arroser le terrain autour du temple de Diomède, et le nettoyer ensuite [1220]. Ils alloient à la chasse, apportoient tout ce qu'ils avoient pris et le partageoient entr'eux. Quand ils n'avoient plus rien à faire, ils se couchoient autour du temple [1221]. Toujours conduits par deux chefs dont l'un voloit en avant, l'autre à la fin, pour les tenir rassemblés et accélérer leur vol. À l'aide de leurs becs ils creusoient des trous dans la terre

terre, placent par dessus une grille et la recouvrent de la terre excavée. C'est là qu'ils déposent leurs œufs. Chaque nid a deux entrées; l'une est vers l'orient et elle leur sert pour sortir et chercher leur nourriture; l'autre tournée à l'occident, est destinée pour le retour [1222]. Leurs cris sont plaintifs et rappellent à tous leur douleur d'avoir été enlevés à leur maître [1223]. On a recherché dans les tems modernes à quelle espèce ces oiseaux appartiennent [1224], et un naturaliste, Cochorella, les a observés sur l'île jadis consacrée à Diomède: il rapporte qu'on nomme à présent cet oiseau *Artena* et qu'il est un peu plus grand qu'un canard; il a le dos gris foncé et sa poitrine est blanche; sa tête ronde et grosse; ses yeux sont couleur de feu et son bec est pointu et un peu recourbé. Ils ont les cuisses courtes, les pieds couleur de safran avec du parchemin entre les doigts, et les ailes assez longues. Quoiqu'on les trouve aussi en d'autres lieux, ils sont plus nombreux sur l'île de Diomède. Ils font leurs nids dans les creux des rochers, et ne pondent qu'un seul œuf à la fois. Ils passent toute la journée en mer pour pêcher, retournent dans leurs rochers vers la nuit et pendant les nuits d'été remplissent les écueils de leurs cris lugubres qui ressemblent à ceux des enfans, de manière qu'on s'y méprendroit si l'on ne savoit pas que ce sont les artènes qui se font entendre. En automne les petits de ces oiseaux sont très-gras, et les oiseleurs les recherchent à cause de la graisse dont on se sert en plusieurs maladies, car on ne les mange pas à cause de leur odeur désagréable. On les prend au moyen de fers recourbés [1225]. Il faut observer que cette description ne suffit pas pour classer exactement cette espèce d'oiseaux, elle mérite d'être observée encore par d'habiles naturalistes.

A Tarente, Diomède jouissoit d'honneurs distingués. Mais on ne doit pas supposer que l'adoration de ce héros ait passé des Dauniens dans cette ville. Car Tarente se distinguoit, comme il a été déja observé plus d'une fois, par la vénération qu'elle témoignoit

à la mémoire des héros de la guerre de Troie, et il est sûr que Diomède occupoit la place la plus distinguée parmi les Tydides.

À Salamis, ville de l'île de Chypre, on voyoit les temples de Pallas, d'Agraulos fille de Cécrops et de la nymphe Agraulis, ainsi que celui de Diomède, tous dans une même enceinte. Tous les ans au mois Aphrodisius, on immoloit un homme, en l'honneur de ce dernier, mais dans des tems plus anciens cette offrande avoit été adressée à Agraulos. Des éphèbes conduisoient celui qui étoit destiné à ce sacrifice. On lui faisoit faire trois fois en courant le tour de l'autel, après quoi le prêtre le frappoit de sa lance dans l'estomac et le brûloit ensuite sur un bucher. Diphilus, roi de Chypre contemporain du roi Antiochus, abolit ce sacrifice, et le remplaça par un taureau[1226].

Un monument de Diomède d'un genre particulier étoit consacré dans le temple de Diane chez les Peucétins, peuple établi au Nord des Dauniens; c'étoit un collier en bronze portant l'inscription: Diomède à Diane. Il avoit été appliqué au col d'un cerf, et consacré dans ce temple par Agathocle roi de Sicile[1227].

On avoit élevé à Diomède un temple dans la ville d'Argyrippa fondée par lui, et il fut de même révéré comme un dieu à Métapontum, Thurium et Ancone[1228]. Puisque plusieurs villes d'Italie, entr'autres celles de Brundusium[1229], Bénéventum, Aequitucum, Vénusium, Garganum, Vénafrum, Sipuntum et Spina[1230], se glorifioient d'avoir été fondées par Diomède, il n'y a pas de doute que ce héros ait eu dans toutes des temples qui lui ont été consacrés.

Outre les oiseaux aquatiques qui faisoient le service du temple d'Achille dans l'île de Leucé; outre une seconde espèce dont les compagnons de Diomède subirent la métamorphose, et

encore une troisième liée à l'histoire de Memnon et dont il sera question ci-dessous, il existe une quatrième sorte d'oiseaux remarquable par son origine qui tient des siècles héroïques, les *Méléagrides*, et qui mérite d'être examinée. On racontoit qu'après le sort malheureux de Méléagre ses soeurs, en refusant toutes les consolations, s'étoient tellement abandonnées à la douleur et aux larmes que les dieux en furent touchés. Diane les changea en une espèce nouvelle de poules dont les plumes figuroient des larmes, et les transporta sur Léros, île des Sporades. On savoit que depuis nombre de siècles ces oiseaux chantoient et invoquoient leur frère Méléagre, et célébroient tous les ans en son honneur et dans un tems fixé, une fête funèbre. Tous ceux qui révéroient Diane épargnoient ces oiseaux, et ne touchoient jamais à leur chair. L'histoire des Méléagrides, observe l'auteur ancien qui nous a conservé ces détails, étoit bien connue des habitans de l'île de Léros; elle étoit même célèbre dans tous les pays du monde alors connu [1231]. Les oiseaux de proie ne les touchoient pas [1232]. Clytus de Milet un des auditeurs d'Aristote, en fait la description suivante, en disant aussi que ces oiseaux avoient pour séjour le temple de Diane à l'île de Léros. Il raconte qu'on les y élevoit dans un endroit marécageux, qu'ils ont peu d'attachement pour leurs petits et les négligent; que par cette raison les prêtres du temple à qui ils appartiennent doivent en avoir soin. Ils sont de la grandeur d'une poule de belle race; leur tête est petite en proportion de leur corps, et sans plumes; ils ont sur la tête une excrescence charnue, dure, ronde, élevée comme une cheville et couverte de peau de couleur de bois et à la machoire, là où le bec se termine, au lieu de barbe, une large pièce de chair, plus rouge que celle des coqs, mais ils n'ont pas au bec celle que quelques uns appellent la barbe. Le bec des méléagrides est plus aigu et plus grand que celui des coqs, et leur col noir est plus court et plus gros; tout le corps est d'un fond noir varié de beaucoup de tâches blanches plus grandes que des lentilles et qui se trouvent

87 *

dans des rhombes plus foncées que la couleur générale. Leurs ailes ont des raies dentées blanches. Comme les poules, ils ont les pieds sans éperons et rien ne distingue les poules des coqs; par cette raison leur sexe est difficile à discerner [1233]. Scylax observe que ce genre de poules ne se rencontre que sur la côte de l'Ouest de l'Afrique, dans un lac de l'intérieur du pays non loin du promontoire de Hermes au de-là des colonnes d'Hercule, et que c'est de là qu'on les exporte [1234]. Agatharchides prétend avoir trouvé ces oiseaux en grand nombre dans quelques îles de la mer rouge [1235]. Mnaséas rapporte qu'on les trouve en Afrique près le fleuve Crathis qui se jette dans l'Océan, et ajoute qu'on les nomme méléagrides ou pénélopes [1236]. D'après Pline, leurs oeufs sont marquetés [1237]. Il a pu se faire, au reste, que quelques auteurs ayent compté parmi les méléagrides des espèces de poules qui différoient entièrement de la description qu'en a donnée Clytus. Ce que dit Ménodote [1238] est conforme à la tradition qu'on a de la métamorphose des méléagrides et de leur patrie l'Aetolie, car les premières qu'on y ait vues y étoient peut-être arrivées d'Afrique [1239]. Varron [1240] et Columella [1241] en ont donné aussi la description et Varron avec Pline [1242] observent qu'elles viennent de l'Afrique; le premier ajouté qu'elles ont passé depuis peu de la cuisine dans la ménagerie des oiseaux exotiques à cause de leur mauvais goût. Ce n'étoit que leur rareté et par cette raison leur prix élevé qui leur avoit procuré l'honneur d'être servies sur la table [1243]. Il en fut de même des paons; dans le commencement on les montroit à Athènes pour de l'argent; à Rome on les vendoit très-cher et on les mangeoit [1244].

Le résultat que je crois devoir tirer des descriptions des anciens, diffère de celui qu'a donné M. Schneider. On ne peut pas dire que la méléagris est l'oiseau que les Romains appeloient poule de Numidie et que Columella distingue expressément de la première [1245]. Les marques distinctives de la méléagride sont: 1° l'excrescence

élevée sur la tête recouverte d'une peau, et qui pouvoit bien avoir la couleur de bois, comme s'exprime Clytus, étant d'un gris brunâtre, tel qu'étoit la teinte générale de cet oiseau; 2° l'absence de la crête; 3° une pièce de chair rouge, au lieu de barbe. Observons enfin que Varron ne parle pas de la couleur de la crête et de la barbe de la méléagride; ce n'est que Columella qui donne à cet oiseau la crête et la barbe de couleur bleue. Mais si même ce passage n'étoit pas corrompu, comme il le paroît par le mot *galea* et plusieurs autres leçons du manuscrit de Politien, Columella ne prouve rien contre l'autorité de Clytus et d'autres auteurs qui donnent à cet oiseau pour marque caractéristique une corne sur la tête, et il n'y a pas de doute que ni Clytus, ni aucun autre de ses contemporains instruits n'auroit donné, comme les Romains du tems de Columella, le nom de méléagris à la poule décrite par ce dernier, laquelle est sans corne et a la crête et la barbe bleue.

On ne peut pas passer sous silence que les méléagrides, dont on nourrissoit aussi un certain nombre dans l'acropole d'Athènes, étoient de preux champions ainsi que les oiseaux de Memnon, et qu'en Bœotie on produisoit dans le public des combats de ces oiseaux [1246]. Dans le passage de Pline qui nous apprend ces particularités, il n'est pas question de combats en corps nombreux soutenus par ces oiseaux, mais de combats qu'ils se livroient deux à deux, comme les coqs et d'autres oiseaux. Rien n'est plus évident, puisque l'auteur cité dit qu'on donnoit ces combats en Boeotie [1247], et si Pline avoit voulu parler des batailles de ces pintades, il auroit dit qu'elles se donnoient en Aetolie ou dans l'île de Léros. C'étoit donc par erreur que Saumaise croyoit que les méléades se livroient des combats en Bœotie auprès du tombeau de Méléagre [1248], puisque ce monument ne se trouvoit pas dans cet endroit.

Il est fait mention des méléagrides dans les événemens tragiques qui ont suivi la malheureuse fin de Phæthon, lorsque ses

soeurs, les Héliades, se livrantà la plus vive douleur, métamorphosées en peupliers, au bord de l'Éridanus, fleuve voisin du Pô, près duquel étoient les îles Électrides. L'ambre qui couloit sans cesse des branches de ces arbres et tomboit dans ce fleuve fut rejeté par lui sur le rivage de ces îles qui par cette raison furent nommées Électrides. Elles étoient, disoit-on, habitées par les méléagrides [1249]. Mais on regrette que rien de ce qui a été mentionné n'existe aux lieux nommés par les anciens. On n'y trouve ni l'Éridanus, ni les îles Électrides, et ceux qui pour sauver la vérité de cette narration prétendent que l'Éridanus est le Pô, se trouvent dans l'impossibilité de dire où sont les Électrides. Strabon traite de fable toute cette tradition [1250]. On voit qu'elle manque et de local et de monumens qui pourroient lui servir d'appui. Pour remédier à ce défaut quelques auteurs ont assigné l'Inde pour patrie aux oiseaux méléagrides, dont les larmes ont été l'origine de l'ambre [1251]. Pour appuyer la tradition ordinaire on a eu recours à plusieurs conjectures sans fondement [1252]; de ce nombre est celle de Fortis qui croit que les Électrides ont été dans l'antiquité englouties par la mer [1253]. Si cette révolution avoit eu lieu, les anciens auteurs qui nous ont transmis la destruction totale des villes de Bura et d'Hélicé par une catastrophe de ce genre, n'auroient pas manqué d'en faire mention.

Parmi les hommes illustres que la riche et opulente ville de Tarente, qui comptoit plus de jours de fête dans l'année que de jours de travail, distinguoit par des fêtes héroïques se trouvoit *Ulysse* [1254].

Eurypylus fils d'Evæmon, Thessalien dont le domaine n'étoit pas éloigné de celui d'Achille [1255], retournant de Troie fut jeté par les vents dans la mer près d'Aroë, y descendit à terre et arriva à Patræ, où on étoit sur le point d'immoler à Artémis Triclaria

un garçon et une jeune fille, sacrifice que d'après un oracle l'on offroit tous les ans à cette déesse pour expier un crime commis par une prètresse de Diane nommée Comætho. Las de voir ainsi périr leurs enfans, les habitans de Patræ attendoient l'arrivée d'un roi étranger qui selon la réponse de la Pythie devoit anéantir ce culte barbare, et le remplacer par un culte étranger. Eurypylus fut reconnu pour le roi promis, et le culte de Dionysus dont ce héros thessalien portoit l'idole avec soi dans une cassette, fut adopté avec transport. La ville de Patræ offroit à Eurypylus tous les ans, pendant la fète de Bacchus, les honneurs dus aux héros [1256].

Un autre capitaine célèbre au siège de Troie étoit *Philoctète:* né en Thessalie, il étoit voisin d'Achille [1257]. En retournant de Troie il arriva à Croton et se domicilia à 150 stades de cette ville. Ayant bàti le temple de Jupiter Alæus qui appartenoit à la ville de Sybaris, il y consacra l'arc d'Hercule. On disoit que dans la suite les habitans de Croton avoient enlevé cet arc, et l'avoient exposé dans leur Apollonium [1258]. Philoctète mourut, en secourant les Rhodiens qui étoient arrivés avec Tlépolémus contre les Barbares qu'on disoit être venus de Pellène. Ce héros qui fut très-révéré par les Sybarites fut enterré au bord du fleuve Sybaris, et la reconnoissance lui construisit un temple dans lequel, outre les honneurs héroïques ordinaires, on lui offrit en victimes des taureaux comme à une divinité de l'Olympe [1259].

Tlépolémus fils d'Hercule et d'Astyochéa, chef des Rhodiens, ne fut pas honoré dans cette île d'une manière moins distinguée que Philoctète, il y reçut les honneurs divins, et de grandes victimes lui étoient immolées. Sa mémoire fut célébrée par des jeux gymniques solennels, les *Tlépolémia* qui avoient lieu le 24 du mois Gorpiæus, et dans lesquels le vainqueur recevoit une couronne de peuplier [1260].

Il paroît que d'après le nom de *Palamède* fils de Nauplius natif d'Eubœe, héros célèbre autant par ses connoissances et son génie que par les intrigues d'Ulysse et d'Agamemnon qui causèrent sa perte, une ville du territoire de Troie avoit reçu le nom de *Palamédium* [1261]. Entre Méthymna et le mont Lépétymnus on voyoit son temple antique avec sa statue armée. Philostrate observe que ce temple étoit de la grandeur de ceux d'Enodia, et pouvoit contenir dix personnes. Apollonius de Tyane s'étoit chargé, d'après la volonté d'Achille, de la réparation du temple et de l'érection de la statue [1262]. Les habitans des villes situées au bord de la mer s'y rassembloient pour lui offrir des sacrifices [1263]. Une autre tradition portoit que Palamède n'étoit pas enterré à Lesbos, mais en Aeolide vis-à-vis de Méthymna [1264].

Eurysacès et son père Ajax ont été révérés de la manière la plus distinguée à Athènes, comme on l'a déjà observé plus haut à l'égard d'Ajax. J'ajoute qu'on avoit consacré à Eurysacès à Mélita dans l'Attique un temple nommé l'*Eurysacéon* [1265].

Après la guerre de Troie, *Amphilochus* et *Mopsus* avoient fondé en Cilicie la ville de Mallus. Le premier étoit retourné ensuité a Argos dans sa patrie et fut à son retour à Mallus exclu par son frère de la possession de la ville. Un duel qui devoit décider de leurs droits et de leurs prétentions, termina les jours de tous les deux, et ils furent ensévélis de manière que du tombeau de l'un on ne pouvoit appercevoir celui de l'autre. Du tems de Strabon on les montroit encore dans le voisinage de Magarsa près du Pyramus [1266], et Alexandre le grand, dans son expédition avoit visité celui d'Amphilochus, un des descendans d'Hercule et par cette raison son parent et lui avoit rendu des honneurs héroiques solennels [1267]. Il n'y a pas de doute que les habitans de Mallus ne négligeoient pas le souvenir de Mopsus, et qu'il jouissoit chez eux des mêmes distinctions qu'Amphilochus.

Les Lacédémoniens avoient jugé digne de très - grands honneurs *Talthybius* le hérault d'Agamemnon. Long tems après sa mort, il avoit annoncé aux villes d'Athènes et de Sparte le courroux des dieux, à cause des violences qu'ils s'étoient permises envers les envoyés de Xerxès. On montroit à Sparte son tombeau et son temple, où l'on célébroit sa mémoire par des distinctions héroïques [1368]. À Aegium en Achaie sur la place publique, on montroit aussi sa tombe, où il recevoit les mêmes distinctions [1369]. Il avoit cependant reçu à Sparte une marque de considération plus grande, puisque ses descendans avoient été chargés de toutes les missions publiques en pays étrangers [1370].

Les petits - fils de Minos *Idoménéus* et *Mérionès*, chefs des guerriers de l'île de Crète, étoient en grande vénération dans leur patrie. Ils avoient suivi Agamemnon avec quatre vingt vaisseaux [1371]. La guerre terminée, ils étoient rétournés chez eux, et après leur mort ils furent enterrés de la manière la plus pompeuse et honorés comme les dieux immortels. L'île de Crète donnoit à ces héros des marques extraordinaires de respect : elle faisoit en leur honneur des sacrifices solennels et imploroit leur secours dans les guerres importantes [1372].

A Témésa en Bruttium on voyoit entouré d'oliviers sauvages le temple de *Politès :* c'étoit un des compagnons d'Ulysse qui pendant ses courses s'y étoit arrêté pour quelque tems. Mais étant échauffé par le vin il fit violence à une jeune fille et les habitans le lapidèrent. Ulysse, sans ce soucier de cette perte, s'embarqua et quitta la ville. Mais le démon de Politès sans avoir égard à l'age, commença à tuer les habitans de Témésa, de sorte que ceux-ci se voyoient forcés de quitter la ville et l'Italie. Sur ces entrefaites la Pythie, prêtresse d'Apollon de Delphi, leur ordonna de rester, d'appaiser le courroux de Politès, de lui construire un temple dans une enceinte qui lui seroit consacrée, et de lui donner chaque

année la plus belle vierge de Témésa pour épouse. Ils remplirent les ordres de la Pythie, et furent délivrés des maux que leur infligeoit ce démon. Dans la suite, le hazard avoit conduit en cette ville Euthymus de Locri en Italie, fameux par sa force dont on montroit pour preuve une immense pierre que lui seul avoit portée dans la ville et déposée devant sa porte. C'étoit un athlète fameux qui avoit remporté plusieurs fois la victoire du ceste à Olympie. Il arriva dans le moment où l'on offroit au démon connu sous le nom de héros de Témésa, l'épouse qui lui étoit destinée cette année. Euthymus apprend ce qui se passe, désire entrer dans le temple et voir la jeune fille; il la voit, est touché de compassion pour son sort et devient amoureux. Elle lui jure de l'épouser, s'il la sauvoit. Euthymus fait ses dispositions, attend le démon, le défait dans un combat, le chasse du pays et il disparut en s'enfonçant dans la mer [1373]. On ajoute qu'il força ce démon de restituer tout ce qu'il avoit extorqué à la ville [1374]. Euthymus devint très-âgé, et vivoit encore du tems de Pausanias. Il ne mourut pas, dit-on, mais en passant un jour près du Cæcinus, fleuve qui coule près de Locri, il disparut. Pausanias dit avoir vu un tableau copié sur un original très ancien, sur lequel étoit représenté un jeune homme nommé Sybaris, le fleuve Calabrus, la fontaine Calyca, Junon et la ville Témésa, et entr'elles le démon de Politès de couleur noire et terrible pour faire peur, portant la peau d'un loup [1375].

Un autre des compagnons d'Ulysse, nommé *Elpénor*, très-jeune encore, peu exercé à la guerre, et rien moins que distingué par son esprit, arrivé avec son maître au palais de Circé, s'étoit retiré sur le toit, pour se reposer au frais après s'être enivré. Au bruit de ses compagnons qui se disposoient à partir, il s'éveille, et oubliant de descendre par l'escalier, il marche tout droit, tombe au bas et reste mort sur la place [1376]. Ulysse se rendant au royaume de Pluton et de Proserpine, le premier qu'il rencontre

dans le séjour des ombres, est Elpénor qui lui raconte son malheur et le supplie de ne pas lui refuser les honneurs de la sépulture [1377]. Ulysse revenu chez Circé, fit dresser un bucher, sur un bord élevé de la mer, brùla le corps d'Elpénor avec ses armes et éleva un tumulus qui fut surmonté d'une colonne: on plaça la rame à l'endroit le plus élevé du tombeau [1378]. La seule circonstance qui rendit mémorable le tombeau d'Elpénor au promontoire Circéium, fut que l'on y vit croître le premier myrte auprès de son tombeau [1379].

Le devin *Calchas* avoit été honoré d'un temple construit sur une élévation nommée Drion dans le pays des Dauniens. Après l'avoir consulté, on lui offroit un bélier noir, on couchoit ensuite sur la peau de ce bélier et on recevoit en songe les réponses de Calchas [1380].

Au pied de la même élévation à une distance de 100 stades de la mer, on avoit bâti un temple au célèbre médecin *Podalirius.* Il en sortoit un petit fleuve salutaire dans les maladies du bétail [1381]. On disoit que les Dauniens couchés dans le tombeau de Podalirius sur des peaux de bélier recevoient des réponses de ce dieu. D'autres se baignoient avec leurs troupeaux dans ce fleuve en invoquant Podalirius, et étoient guéris. De là ce fleuve avoit reçu le nom d'Althænus [1382].

Canopus, pilote de Ménélas, mourut à la côte d'Aegypte, mordu par un serpent, et y fut enterré. Ménélas construisit en son honneur, dans l'enceinte qu'il lui avoit consacrée, un temple qui bientôt devint très-célèbre, et il bâtit pour perpétuer sa mémoire, la ville de Canopus qu'il peupla des guerriers de sa suite dont il pouvoit se passer [1383].

Si l'on ne trouve mentionnés chez les anciens qu'un ou deux

endroits où l'on érigea des temples à quelques uns des capitaines devant Troie, où l'on institua des fêtes et des solennités en leur honneur, il ne s'en suit pas que ces lieux ayent été les seuls qui conservassent le souvenir de leurs exploits; on ne peut pas dire non plus que les héros dont aucunes marques d'honneur ne sont citées, ayent été totalement oubliés. Ces omissions ne sont en grande partie qu'apparentes, et proviennent de la perte d'un grand nombre d'ouvrages historiques des anciens.

Aeanès d'Opus dans la Locride, que Patrocle avoit tué, héros au reste tout-à-fait inconnu, avoit été honoré par ses compatriotes les Locriens: ils lui avoient consacré une enceinte, et une fontaine étoit appellée d'après son nom *Aeanis* [1384].

Si l'on s'étoit empressé dans toute la Grèce à honorer le souvenir des fameux héros devant Ilium; les Troiens de leur côté ne manquoient pas de donner à leurs guerriers célèbres des marques de respect [1385], et même les Grecs avoient accordé l'hommage de l'adoration à plusieurs membres de la famille de Priam. Si quelqu'un de ces derniers méritoit les honneurs de l'apothéose, c'étoit *Hector*; ils les lui rendirent, en lui offrant des sacrifices solennels [1386], en célébrant pendant ses fêtes des jeux gymniques [1387]. On ignore où se firent ces sacrifices, si c'étoit dans l'intérieur de la ville où un temple lui étoit dédié, et où se trouvoit peut-être sa statue mentionnée avec beaucoup d'éloges par Philostrate, et exposée selon lui dans un lieu très-apparent [1388]: ou si ces cacrifices et jeux gymniques se célébrèrent non loin d'Ilium à Ophrynium dans une enceinte et bois consacrés à Hector [1389]. Sans craindre de se tromper on peut supposer que dans Troie il y avoit encore un autre temple d'Hector. Il est probable qu'il y reçut les offrandes dues aux héros près de son tombeau dans l'intérieur d'Ilium. Le tumulus que les voyageurs qui ont visité cette contrée ont nommé le tombeau d'Hec-

tor, est un monceau de pierres placées sans ordre les unes sur les autres, suivant la construction qu'Homère a décrite [1390]. Le haut est couvert de terre qu'orne un bouquet de lèche. Par sa construction ce tumulus se distingue de tous les autres tombeaux qui sont sur le promontoire de Sigée. Morrit [1391], dont la gravure a été répétée par Lechevalier [1392], Dallaway [1393] et M. Gell [1394], ont donné des vues de ce monument qui, selon Clarke [1395], n'est pas le tombeau d'Hector. Ce dernier voyageur estime sa périphérie inférieure à 100 yards. Une tradition disoit que les Thebains, en se conformant à l'ordre d'un oracle, avoient ouvert ce tombeau et avoient enlevé les ossemens d'Hector pour les enterrer dans leur pays [1396]. Les habitans d'Ilium prétendoient qu'Hector orné de son armure d'or se laissoit quelquefois voir dans leurs environs [1397], qu'ils en recevoient beaucoup de bienfaits, mais qu'il punissoit de mort la témérité et la pétulance, ce qui étoit prouvé par le sort malheureux d'un jeune homme [1398]. Il est digne d'être observé qu'à Amyclæ, on avoit répresénté sur le trone d'Amyclæus les Troiens offrant à Hector des sacrifices funèbres [1399].

Les fils de *Priam*, *Pâris* et *Déiphobus*, recevoient à Therapnæ les honneurs du culte, des sacrifices et des offrandes, et étoient comptés parmi les divinités [1400]. On a cru avoir fait la découverte du tombeau de Pâris dans le territoire de l'ancienne Ilium [1401]; mais cette opinion a peu de probabilité.

Il a été question plus haut des témoignages de vénération qu'avoit reçu *Cassandra*. Quant à *Aenée*, une ancienne inscription trouvée à Ilium prouve qu'il y avoit reçu les honneurs divins [1402]. Une très-haute colline sur le territoire de la même ville est appelée sur les lieux le tombeau d'Aenée [1403], mais ce nom est mal appliqué parce que cette élévation est de basalte [1404]. Deux collines ont été mentionnées par Homère comme se trouvant dans les envi-

rons de l'ancienne Ilium, celles d'*Aesyétes* et d'*Ilus* [1405]; elles ont donné lieu à plusieurs opinions. Pococke, Chandler, Lechevalier, Dallaway, Gell et Clarke, ont cru que la première est celle qui est nommée à présent [1406] Udjek-Tépé: M. Gell, Clarke [1407] et Choiseul [1408] en ont donné des vues. Mais M. Barker Webb a produit des raisons qui empêchent d'être de cette opinion [1409]. Ce qui Choiseul dit d'une autre colline prés du Mendéré, est encore moins fondé: il croit qu'elle est le véritable tumulus d'Achille [1410].

La célébrité de *Memnon* et des honneurs qu'il avoit reçus est moins la suite des hauts faits de ce vaillant héros et capitaine que d'une circonstance qui eut lieu à ses funérailles. Memnon, prince d'un empire oriental, nommé par cette raison fils de Tithonus et d'Éos ou d'Aurore, avoit porté du secours à Priam. Arctinus [1411], Pausanias [1412], Pline [1413], Quintus de Smyrne [1414], et Tzétzès [1415] font venir Memnon de l'Aethiopie, Diodore [1416] d'Assyrie, Denys chez Strabon [1417] de Syrie, Denys d'Alexandrie et autres [1418] de Thèbes en Aegypte. Toutes ces contrées étoient situées plutôt au Sud de Troie qu'à l'orient, et c'étoit une des raisons qui avoient fait confondre le Memnon de l'orient avec Memnon roi d'Aegypte [1419]. Memnon combattant vaillamment pour Priam fut tué par Achille [1420]. D'après la tradition conservée par Quintus de Smyrne, les dieux ont fait naître, du sang qui couloit des playes de Memnon, le fleuve Paphlagonius [1421], et l'Aurore a fait transporter le corps de son fils et de ses compagnons jusqu'au rivage du fleuve Aesépus [1422]. Il faudroit donc chercher le tombeau de Memnon au bord de ce fleuve qui servoit de frontière entre la Troade et la Mysie. Là l'Aurore avoit célébré de magnifiques obsèques à son fils, et métamorphosé ses anciens compagnons d'armes en oiseaux qui, d'après le nom de leur chef, furent appelés *Memnones* ou oiseaux memnonides. En lamentant et en pleurant leur chef et leur roi, ils voloient autour de sa tombe, y repandoient de la poussière, s'attaquoient ensuite un à un avec

beaucoup de bruit, et ne terminoient le combat qu'après que dans cette sorte de duel un des rivaux avoit tué son adversaire: quelquefois tous deux succomboient [1423].

Selon Ovide, les oiseaux memnonides sont nés en grand nombre des cendres de Memnon [1424], en volant ils firent trois fois le tour du bucher, se rétirèrent ensuit et se rangèrent en ordre de bataille pour livrer le combat dont ce poëte a donné une si belle description et qu'ils renouvellent tous les ans [1425]. Pausanias avoit reçu une relation différente des habitans des bords de l'Hellespont: ils lui dirent que les memnonides fréquentoient tous les ans à des jours fixés la tombe de Memnon près du fleuve Aesépus, qu'ils arrosent de l'eau du fleuve tous les endroits qui sont sans arbres et sans gazon, et qu'ils les balayent ensuite avec leurs ailes, mais il ne fait aucune mention de leurs combats [1426], probablement parce qu'il supposoit que ce fait étoit trop connu de ses lecteurs. Au reste il observe que Memnon roi des Aethiopiens n'étoit pas venu de là, mais de Susa en Perse et du fleuve Choaspes, qu'il s'étoit soumis tous les peuples entre cette ville de Susa et Troie, enfin que les Phrygiens montroient encore de son tems le chemin par lequel Memnon avoit conduit son armée. Oppien raconte que ces oiseaux passent une partie de l'année dans la Thrace: il leur donne l'Aethiopie pour patrie, d'où ils se rendent vers le Nord pour se propager, parcequ'en Aethiopie leurs oeufs sont brûlés par l'excessive chaleur du soleil: il dit qu'ils nichent en Thrace, mais qu'après leur arrivée à l'Hellespont, ils se rendent à Troie pour se livrer un combat au tombeau de Memnon, dans lequel le battement de leurs ailes imite parfaitement le son des boucliers qui se choquent dans une bataille. Après le combat ils se lavent dans les flots de l'Aesépus, se roulent dans le sable, pour se sécher au soleil, et se posent sur le monument qui se couvre alors peu à peu de sable et de poussière. Ils prouvent de cette manière, ajoute Oppien, qu'ils n'ont pas oublié après leur métamorphose, ni le res-

pect qu'ils doivent à leur chef royal, ni leurs exercices militaires [1427]. Quant au séjour ordinaire de ces oiseaux, la relation d'Aelien ne s'éloigne que fort peu de celle des auteurs cités, et le place dans les environs de Parium et Cizycus: c'est de là, dit-il, que tous les ans en automne ils se rendent en foule au tombeau de Memnon, ils s'y divisent en deux corps, commencent un combat opiniâtre avec le plus grand acharnement et le continuent jusqu'à ce que la moitié des combattans ait péri. Alors les vainqueurs retournent chez eux. Le même auteur observe que les habitans de la Troade montrent une colline sépulcrale qu'ils disent être un monument élevé en l'honneur de Memnon, mais que le corps de ce héros, enlevé du combat et porté par sa mère Aurore au travers des airs à Susa dans les *Memnonia*, palais si renommé dans le monde, y fut enterré d'une manière digne de lui. Aelien termine cette relation en observant que les Memnonides livrent tous les ans ce combat funèbre, tandis que Pélias, Amarynceus, Patrocle et Achille n'avoient été honorés que d'une seule fête solennelle qui eut lieu à leurs funérailles [1428]. Pline ne parle pas d'un cénotaphe comme Aelien, mais il dit que les Memnonides viennent de l'Aethiopie à Ilium chaque année pour livrer entre eux une bataille près le tombeau de leur maître; il remarque encore que tous les cinq ans ils s'assemblent au palais de Memnon en Aethiopie, pour y donner un combat semblable [1429]. Solin fait aussi mention du tombeau de Memnon à Ilium, de la grande réunion que tiennent ces oiseaux tous les cinq ans au palais de Memnon en Aethiopie, où ils arrivent de tous les pays de la terre [1430]. Cette fête est différemment racontée par Isidoré: il dit que les Memnonides viennent tous les cinq ans de l'Aegypte à Ilium, et qu'après avoir continuellement volé pendant deux jours autour de la tombe de leur maître, ils commencent le combat au troisième [1431]. Philostrate suivi par Eudocia rapporte que Memnon fut roi d'Aethiopie au tems de la guerre de Troie, et que les Aegyptiens à Memphis, les Aethiopiens à Meroë lui offroient leurs adorations et leurs sa-

crifices, le matin quand le soleil avoit envoyé sur la terre son premier rayon et que la statue avoit rendu le premier son, hommage de vénération que Memnon rendoit à cet astre bienfaisant [1432]. On conservoit aussi la tradition qu'un tumulus avoit été consacré en Assyrie à Memnon [1433], et que Susa en Perse avoit reçu le nom de *ville Memnonienne* parce que ce héros y étoit révéré [1434].

Les anciens naturalistes décrivent les memnonides comme des oiseaux noirs ayant des griffes, c'étoit une espèce de vautours, ou entre le vautour et le corbeau. Leur penchant pour les combats prouve qu'ils doivent être comptés parmi les oiseaux rapaces. Il est cependant singulier qu'ils ne se nourissoient pas de chair mais uniquement de grains [1435].

Le duel entre Memnon et Achille avoit été représenté à Olympie sur un piédestal de forme demi - circulaire sur lequel étoient posées trois statues, ouvrage de Lycus fils de Myron [1436]. Dans les fameuses peintures dont Polygnote avoit orné la Lesché, on voyoit représenté Memnon parmi les héros troyens, posant sa main sur l'épaule de Sarpédon et ayant à son côté un garçon nègre. Il étoit barbu et sur la clamyde étoient représentés les oiseaux Memnonides [1437].

Remarquons que de tous les héros nommés dans ce mémoire, Memnon est le seul dont l'existence, ainsi que plusieurs particularités concernant son culte, soient douteuses.

Le roi de Thrace, *Rhésus*, étoit maître d'un pays dont la côte, illustrée par les trois tombeaux mentionnés plus haut, étoit voisine du théâtre de la guerre de Troie, guerre la plus fameuse de toutes celles dont l'histoire fait mention. Ses chevaux blancs sont devenus fort célèbres: il étoit venu au secours de Priam et jouit

après sa mort d'une très-haute vénération. On savoit que sur la montagne de Rhodopé qui étoit très-peuplée, il se passoit nombre de faits merveilleux. Rhésus y avoit une enceinte qui lui avoit été consacrée avec un autel. On disoit que les sangliers, les chevreuils et autres animaux de cette montagne se rangeoient spontanément par deux et trois devant cet autel pour être immolés à Rhésus. Ce lieu étoit entouré d'habitations et de bourgs. Les montagnards racontoient que Rhésus prenoit plaisir aux chevaux et qu'il en possédoit un grand nombre. Il s'occupoit de l'exercice des armes et de la chasse. On le révéroit comme un génie tutélaire de la montagne et qui préservoit de malheurs les habitans de Rhodopé [1438].

NOTES ET CITATIONS

1. Odyss. Δ. v. 561 — 563

Le passage cité a été donné d'après la traduction de M. Gin; on se servira de cette traduction, ainsi que de celles de Pindare et Hésiode du même auteur, quand il faudra répéter dans ce mémoire les textes de ces poëtes. Nous ajoutons ici le passage cité de l'Odyssée d'après la belle version de Voss:

Doch nicht Dir ist geordnet, du göttlicher, o Menelaos,
Im rossweidenden Argos den Tod und das Schicksal zu dulden;
Sondern einst zur elysischen Flur und den Enden der Erde
Führen die Seligen dich, wo — — —
— — mühelos die Menschen leben und ruhig,
Nimmer ist Schnee, noch tobt ein Orkan her, oder ein Regen;
Ewig wehen die Gesäusel des anathmenden Westes,
Die Okeanos sendet, die Menschen sanft zu kühlen.

Dion. Chrysost. Orat. XI. Troic. p. 361. l. 25. Ed. Reisk.

2. Odyss. Δ. v. 569.

Dionys. Halic. Art. Rhet. L. II. c. 5. p. 235. Ed. Reisk.: Μενέλεως ἀθάνατος ἐγένετο διὰ τὸν γάμον τῆς Ἑλένης.

On doit comparer avec les auteurs cités, les deux épitaphes suivantes pour Ménélas:

Aristotel. in Brunck. Anal. Vol. I. pag. 179:

Ὄλβιος ὦ Μενέλαε, σύ τ' ἀθάνατος καὶ ἀγήρως
Ἐν μακάρων νήσοις, γαμβρὲ Διὸς μεγάλου.

Auson. Epitaph. Heroum; Ep. II. p. 171. Ed. Souch:

Felix o Menelae, Deum cui debita sedes
Decretumque piis manibus Elysium,
Tyndareo dilecte gener, dilecte Tonanti:
Coniugii vindex, ultor adulterii:
Aeterno pollens ævo, æternaque iuventa,
Nec leti passus tempora, nec senii.

3. Tatian. Orat. adv. Gent. c. X. p. 252. edit. c. Iust. Martyr. Opp. Par: Ἡ Ἑλένη τὸν μὲν καρήξανθον Μενέλαον καταλιποῦσα, τῷ δὲ μιτρηφόρῳ καὶ πολυχρύσῳ Πάριδι κατακολουθοῦσα, δίκαιος καὶ σώφρων ὁ τὴν ἐκπορνεύσασαν εἰς Ἠλύσια πεδία μετατεθεικώς.

4. Ptolem. Hephæst. Hist. L. IV. p. 317. Ed. Gale.

5. Odyss. Δ. v. 465 — 469.

6. Opp. et Dies; v. 159 — 160:

ʼΑνδρῶν ἡρώων θεῖον γένος, οἳ καλέονται
Ἡμίθεοι.

Voyez sur cette matière le savant mémoire de M. Thiersch: *Ueber die Gedichte des Hesiodus, ihren Ursprung und Zusammenhang mit denen des Homer;* in den *Denkschriften der Königl. Akademie der Wissensch. zu München, für das Jahr* 1813. *Philolog. und Philos. S.* 1 — 46.

7. Hesiod. Opp. et Dies; v. 160.

8. Id. ibid. v. 162 — 165.

9. Id. ibid v. 166 — 173.

Voici ce passage d'après la version de M. Voss:

Wo sie in Nacht einhüllte die endende Stunde des Todes,
Diesen entfernt von den Menschen Verkehr und Wandel gewährend
Ordnete Zeus der Vater den Sitz am Rande des Weltalls,
Fern bei den Ewigen dort, wo Kronos übet die Herrschaft.
Und sie wohnen nunmehr, mit stets unsorgsamer Seele,
An des Okeanos tiefem Gewog', in der Seligen Inseln,
Hochbeglückte Heroen; denn Honigfrüchte zum Labsal
Bietet des Jahrs dreimal der triebsame Grund des Gefildes.

10. Ibyc. et Simonid. ap. Schol. in Apollon. Rhod. Argon. L. IV. v. 814. p. 601 — 602. et p. 301 — 302. Ed. Schæf. Lips. 1810.

11. Olymp. Od. II. v. 142 — 144. p. 40. Ed. Heyn.

12. Apollon. Rhod. Argon. L. IV. v. 811. p. 155.

13. Ap. Athen. Dipnos. L. XV. c. 50. p. 541. Ed. Schw.
Brunck. Anal. Vol. I. p. 155. ep. VII. v. 6 — 7.

14. Plat. Sympos. c. VII. §. 4. p. 24. §. 6. p. 25. Ed. Wolf.

15. Lucian. Dial. Mort. XVIII. p. 408. et
Ver. Hist. L. II. c. 19. p. 116. Ed. Reiz.

16. Pind. Nem. Od. IV. v. 79 — 81. p. 462:

ἔχει
Ἐν δ' εὐξείνῳ πελάγει
Φαεννὰν Ἀχιλλεὺς
Νᾶσον.

17. Olymp. Od. II. v. 122 — 136. p. 37 — 39.

Ce passage a été ainsi traduit par M. Thiersch:

Doch welche dreimal bestanden,
Sich in den beiden Heimaten, im Gemüthe vor dem Frevel ganz
Zu wahren, die wandelten den Weg des Zeus nach Kronos Burg
Um der Seligen Gefild — — — — wo von dem Meer
Sanft athmet das Gesäusel, Blumen wie von Gold leuchten, hier
Am Strand nieder von erhabener Gezweige Höh',
Der Quell andre weidet,
Mit deren Kränzen sie die Händ' umflechten samt dem Gelock.

Voyez les remarques de ce savant traducteur, Th. I. s. 26 — 27. Pindare a fait un tableau encore plus riche de cet endroit, dans les vers suivans:

Τοῖσι λάμπει μὲν μένος ἀελίου
Τὰν ἐνθάδε νύκτα κάτω,
Φοινικοροδίαι τε λειμῶνες
Εἰσὶ προάστειον αὐτῶν,
Καὶ λιβάνῳ σκιαρὸν
Καὶ χρυσοκάρποισι βέβριθε.
Παρὰ δὲ σφίσιν εὐανθὴς
Ἅπας τέθηλεν ὄλβος,
Ὀδμὰ δ' ἐρατὸν
Κατὰ χῶρον κίδναται αἐὶ,
Θύματα μιγνύντων πυρὶ τηλεφανεῖ
Παντοῖα θεῶν ἐπὶ βωμοῖς.

Pindar. ap. Plutarch. Consolat. ad Apollon. c. XXXV p. 472. Ed. Wyttenb.
Plutarch. an recte dict. sit latent. esse vivend. c. VI. p. 621.

18. Eurip. Androm. v. 1248 — 1251. p. 143. Ed. Glasgu. et
Eurip. Iphig. in Taur. v. 435 — 439. p. 85 — 86. Ed. Glasgu. Voy. note 133 et 134.

19. Eurip. Helen. v. 1675 — 1676. p. 602:

Καὶ τῷ πλανήτῃ Μενέλεῳ θεῶν πάρα
Μακάρων κατοικεῖν νῆσόν ἐστι μόρσιμον.

20. Strab. L. IV. §. 6. p. 63. Ed. Tschuck.

21. Strab. L. XI. c. 2. §. 12. p. 388.
Charax ap. Eustath. in Dionys. Alex. Perieg. v. 687. p. 231.
Schol. in Dionys. Alex. Perieg. p. 62. Ed. Huds.

22. Dionys. Alex. Perieg. v. 682 — 687. p. 61 — 62. Ed. Huds.
Priscian. Perieg. v. 661 — 667. p. 361 — 362. ib. Wernsd.

23. Scymn. Chii Fragm. v. 23 — 26. p. 44. Ed. Huds.
Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 12. l. 21.

Les petits géographes grecs et latins sont cités ici, les premiers d'après l'édition de Hudson, les seconds d'après celle de Wernsdorf.

24. Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 9. l. 1.

25. Scymn. Chii Fragm. v. 1 — 2. p. 43.

26. Id. ibid. v. 15 — 17. p. 44.

27. Id. ibid. v. 730 — 732. p. 42.
Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 14. l. 20.

28. Mel. de Sit. Orb. L. II. c. 2. p. 142. Ed. Gron.
Aristid. Orat. XVII. in Aeg. Pelag. p. 251. l. 12. Ed. Jebb.

Le premier nomme la Chersonèse de Thrace, *ob multa memorabilem*; le second, τὴν ἀξιοθέατον χερρόνησον.

29. Aristid. Orat. III. Isthm. in Nept. p. 21. l. 15.

Par rapport à la rive asiatique du Bosphore de Thrace, on peut consulter la description qu'en donne Denys de Byzance.

30. Maxim. Tyr. Diss. XXII. c. 6. p. 271.

31. Aristid. Orat. XLII. de concord. p. 522. l. 10.

On trouve la description des colonnes d'Hercule, dans le périple de Scylax (p. 51).

32. Platon. Phæd. c. LVIII. p. 457. Ed. Fisch.
Aristid. Orat. XIII. Panathen. p. 180.
Id. Orat. XX. Monod. de Smyrn. p. 262. l. 18. et p. 262 — 263. l. 19.
Id. Orat. XLII. de Concord. p. 519. l. 5.

33. Polyb. Hist. L. IV. c. 38. p. 97. Ed. Schw. Du tems de Polybe les Romains ne connoissoient pas même la beauté unique de la situation de Byzance, ce qui est prouvé par le passage suivant de cet historien: Ἐπεὶ δὲ παρὰ τοῖς πλείστοις ἀγνοεῖσθαι συνέβαινε τὴν ἰδιότητα καὶ τὴν εὐφυΐαν τοῦ τόπου, διὰ τὸ μικρὸν ἔξω κεῖσθαι τῶν ἐπισκοπουμένων μερῶν τῆς οἰκουμένης.

Horat. Carm. L. III. od. 10. v. 1:
Extremum Tanaim si biberes, Lyce.

34. Strab. L. I. c. 2. p. 56.

Eustath. in Hom. Odyss. A. v. 4. p. 1382. l. 56. Ed. Rom: Πόντος κυρίως τε καὶ κοινῶς, πᾶν πέλαγος, ὡς δηλοῖ κἀνταῦθα τὸ, πολλά δ' ὅγ' ἐν πόντῳ πάθεν ἄλγεα. ἰδίως δὲ, πόντος παρὰ τοῖς ὕστερον, καὶ ὁ εὔξεινος. ἐκπλήττων αὐτὸς τοὺς Ἕλληνας διὰ τὸ ἐκτοπεῖσθαι. Διό φασι τοὺς ποντικοὺς ἀνθρώπους, εἴ που φαίνοιντο, ἐκ τοῦ πολλοῦ ἥκειν πόντου, ὡς εἴπερ ἔλεγον ἐξ ὀλέθρου.

35. Aristotel. ap. Athen. Dipnos. L. I. c. 10. p. 23.

36. Strab. L. I. c. 2. p. 55. L. III. c. 2. p. 398 — 399. c. 5. p. 455.
Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 13. s. 27. p. 219. Ed. Hard.
Aristid. Orat. III. Isthm. in Nept. p. 21. l. 14.
Ammian. Marcellin. L. XXII. c. 8. p. 337. Ed. Gron.
Dionys. Alex. Perieg. v. 144 — 145. p. 14.
Eustath. in Dionys. v. c. p. 158.
Priscian. Perieg. v. 137. p. 285. v. 307. p. 306.
Avien. Descr. Orb. Terr. v. 206 — 207. p. 749.
Dionys. Byzant. de Thrac. Bosp. p. 18 — 19.

Les traditions et les poëtes ont dans la suite transporté ces rochers flottans en d'autres contrées. Voyez Denys d'Alexandrie (Perieg. v. 64. p. 6. v. 394. p. 36.) et son commentateur Eustathe (p. 125. 183), Avienus (l. c. v. 546 — 550. p. 748) et Priscien (Perieg. v. 387 — 389. p. 320).

37. Aristot. Meteor. L. I. c. 13. p. 770. A. Ed. Duv.: ἥ γε ὑπὸ τὸν Καύκασον λίμνη — ἐκδίδωσιν ὑπὸ γῆν κατὰ Κοραξοὺς περὶ τὰ καλούμενα βαθέα τοῦ Πόντου· ταῦτα δ'ἐστὶν ἄπειρόν τι τῆς θαλάττης βάθος. Οὐθεὶς γοῦν πώποτε καθιεὶς ἠδυνήθη πέρας εὑρεῖν.
Plin. Nat. Hist. L. II. c. 102. s. 105. p. 119. Ed. Hard.

38. Plin. Nat. Hist. L. II. c. 96. s. 98. p. 116.

39. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 8 — 9.

Cet auteur observe que l'eau de ce fleuve est douce près de sa superficie, mais salée dans la profondeur. À cause de la légéreté de son eau, le Phasis ne se mêle pas avec la mer à son embouchure (Purchas, Relat. de div. Voyag. Addit. à la Relat. de la Tatar. p. 46). Les maîtres de navires n'entroient point l'embouchure de ce fleuve, sans se débarasser auparavant de leur provision d'eau, pour la remplacer par celui du Phase.

L'immense quantité d'eau douce que versent de très grands fleuves dans le Pont-Euxin, rend cette mer beaucoup moins salée que ne sont d'autres mers. Par cette raison les troupeaux des habitans de ses bords y sont conduits pour être abreuvés (Arrian. l. c. p. 8. l. 20).

40. Plin. N. H. L. XIX. c. 2. s. 19. p. 162. l. 11: *Mergi enim, credo, in profunda satius est, et ostrearum genera naufragio exquiri, aves ultra Phasidem amnem peti: et fabuloso quidem terrore tutas, immo sic pretiosiores, alias in Numidiam, atque Aethiopiæ sepulcra.*

41. Herodot. L. IV. c. 61. p. 308. l. 60. Ed. Wessel.
Mel. de Sit. Orb. L. II. c. 1. p. 126. et Tschuck. Animadv. Exeget. p. 61 — 62.
Aelian. de Nat. Anim. L. XII. c. 34. p. 399. Ed. Schn.

Les bords du Borysthène et la contrée d'alentour étant riches en herbes très hautes (Herodot. L. IV. c. 53. p. 305. l. 84. Dion. Chrysost. Orat. XXXVI. Borysth.

p. 75. l. 29.) et dont on se sert actuèllement pour chauffage et pour faire la cuisine, on ignore la raison qui engagea les Scythes de se servir des os à cet effet.

42. Theophr. ap. Athen. Dipnos. L. II. c. 67. p. 247.

43. Herodot. L. IV. c. 53. p. 305. l. 79.
Mel. de Sit. Orb. L. II. c. 1. p. 126. l. 53.
Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 8. l. 19.
Dion. Chrysost. Orat. XXXVI. Borysth. p. 74. l. 11.

44. Aristot. de Divinat. per Somn. c. I. p. 107. C. Ed. Duv: τὸ γὰρ περὶ τῶν, ἐφ' Ἡρακλείαις στήλαις, ἢ τῶν ἐν Βορυσθένει προορᾷν τινὰς, ὑπὲρ τὴν ὑμετέραν εἶναι δόξειεν ἂν σύνεσιν, εὑρεῖν τούτων τὴν ἀρχήν.

45. Aristot. Anim. Hist. L. VIII. c. 27. §. 4. p. 398. Ed. Schneid.
Hippocrat. Traité des airs des eaux et des lieux; To. I. p. 93. p. 88. Ed. Cor.
Strab. L. VII. c. 3. §. 18. p. 387.

46. Dionys. Alex. Perieg. v. 668 — 669. p. 60.
Priscian. Perieg. v. 655 — 660. p. 360 — 361.

47. Aelian. de Nat. Anim. L. XIV. c. 26. p. 461 — 462.

48. Dionys. Alex. Perieg. v. 666 — 674. p. 60 — 61. et
Eustath. in Dionys. v. c. p. 229.

49. Pausan. Arcad. c. XXVIII. c. 2. p. 439. Ed. Fac.
Gell. Noct. Att. L. XVII. c. 10. p. 766.
Plutarch. de Prim. Frig. c. XII. p. 846.
Dionys. Perieg. et Eustath. ll. cc.

50. Herodot. L. IV. c. 28. p. 292 — 293.
Strab. L. II. c. 1. p. 197 — 198.
Id. L. VII. c. 3. §. 18. p. 388.

51. Herodot. L. IV. c. 105. p. 328. l. 45.
Mel. de Sit. Orb. L. II. c. 1. p. 135. ib. Pintian. et Tschuck. Animadv. p. 60 — 61.
Eustath. in Dionys. Perieg. v. 310. p. 165.

52. Aristot. Anim. Hist. L. IX. c. 34. §. 1. p. 483 — 484.
Antigon. Caryst. Hist. Mirab. Collectan. c. LIX. p. 108. Ed. Beckm.

53. Aristot. Anim. Hist. L. VI. c. 22. §. 2. p. 299.

54. Aristot. Anim. Hist. L. IX. c. 24. §. 5. p. 447 — 448. ib. Schn. not. p. 167 — 168.
Antigon. Caryst. Hist. Mirab. Colleotan. c. XXX. p. 59.
Plin. Nat. Hist. L. X. c. 8. s. 10. p. 550.
Aelian. de Nat. Anim. L. VI. c. 65. p. 216.

On se rappelle ici ce que Strabon (L. V. c. 1. §. 9. p. 111 — 112) raconte d'un homme à qui, par reconnoissance, un loup avoit conduit un troupeau de chevaux pour lui en faire présent; parce qu'il lui avoit sauvé la vie.

55. Aelian. de Nat. Anim. L. XIV. c. 26. p. 462.

56. Id. ibid. L. XIV. c. 25. p. 459 — 460.

57. Id. ibid. L. VI. c. 40. p. 200.

58. Constantin. Manass. Compend. Chron. p. 136. A. Ed. Paris:

Τριβάρβαροι, καὶ τὴν ψυχὴν βάρβαροι, καὶ τὴν γνώμην,
Καὶ σκυθογλώσσους λαλιὰς δυσφράστως λαλαγοῦντες.

59. Herodot. L. IV. c. 707. p. 329. ib. Wessel. not.

Le culte en usage chez une autre nation barbare, les Abasgues qui habitoient les contrées voisines du Phase, et qui adoroient de certains arbres qu'ils prenoient pour des dieux (Procop. Bell. Goth. L. IV. c. 3. p. 571. C.) a dû paroître fort étrange aux Grecs, ainsi qu'un culte semblable établi chez un autre peuple, les Tzanes (Id. de Aedific. Iustinian. L. III. c. 6. p. 60. A).

60. Cyrill. advers. Iulian. L. IV. p. 128. B. Ed. Spanhem.
Voyez note 201 et 315.

On comptoit parmi les autres objets dignes d'admiration dans le Pont-Euxin l'empreinte du pied d'Hercule, qui avoit deux coudées de long, et se trouvoit sur un roc près du fleuve Tyras (Herod. L. IV. c. 82. p. 329. l. 31).

61. Scymn. Chii Perieg. v. 717 — 719. p. 41.

62. Stephan. Byzant. v. Χαλδία, et v. Ἑρμώνασσα.

63. Stephan. Byzant. v. Ἄβιοι, et v. Ἴαμοι.

64. Hesych. v. Βερυθένης.
Stephan. Byzant. v. Βερυθένης.

65. Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 12. s. 26. p. 218.

Avant l'éruption des eaux du Pont-Euxin dans la mer méditerranée, événement dont Pallas (Reisen in versch. Prov. d. russ. Reichs; V. Th. s. 559 — 475) a si bien tracé l'histoire, la Chersonèse — Taurique ne pouvoit pas être une île; au contraire elle n'existoit que sous les eaux de la mer, son niveau n'étant pas plus élevé que celui des pays d'alentour. Les rochers de la chaîne montueuse de la Chersonèse étoient seuls visibles, et formoient des îles et des écueils.

66. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 19. l. 23.

67. L. II. c. 1. p. 126. l. 60.

Jordanes et l'anonyme de Ravenne ont commis la même erreur.

Iordan. de Reb. Getic. p. 84. Ed. Lindenbr.

Anonym. Ravenn. Geogr. L. V. c. 12. p. 800. ad calc. Mel. Edit. Gronov.

68. Au nombre des îles et péninsules qui, à cause de leur couleur, avoient reçu le nom de Leucé sont les suivantes: une péninsule de l'Acarnanie, nommée Leucas (Strab. L. X. c. 2. §. 7. p. 58); Leucé, vis-à-vis de Cydonia de l'île de Crète, ainsi qu'une autre Leucé située près

du promontoire Itanum de Crète (Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 12. s. 20. p. 210. ib. Hard. not. Antonin. Itinerar. p. 528); Leucophrys, nommée postérieurement Ténédos (Plin. Nat. Hist. L. V. c. 31. s. 39. p. 288. Eustath. in Il. A. v. 23. p. 33); Albion, l'ancien nom de l'Angleterre (Plin. L. IV. c. 16. s. 30. p. 222. Marcian. Heracl. Peripl. p. 57); cinq îles près de Lesbos, dont chacune portoit le nom de Leucé (Plin. Nat. Hist. L. V. c. 31. s. 39. p. 288); une île peu éloignée du rivage de l'Arabie (Arrian. Peripl. Mar. Erythr. p. 30); une autre près la côte de la Lybie (Steph. Byz. v. Διοσκόριας) et plusieurs autres de la même côte (Scyl. Peripl. p. 47).

69. Parmi les côtes et rivages de la mer à qui le nom de Leucé avoit été appliqué, on compte les suivantes: Laodicée, ville de Syrie, nommée originairement Λευκὴ ἀκτὴ (Steph. Byz. v. Λαοδίκεια); la côte près d'Halicarnasse (Mel. de Sit. Orb. L. I. c. 16. p. 91); celle de Narbonne (Mel. de Sit. Orb. L. II. c. 5. p. 203); une partie de la côte de la mer Caspienne, d'où la province d'Albanie avoit reçu son nom (Agathem. Geogr. L. II. c. 6. p. 42); enfin deux endroits, l'un de la côte de Lybie (Scyl. Peripl. p. 44. l. 17), l'autre de celle de la Propontide (Phot. v. Λευκὴ ἀκτὴ).

70. De ce nombre sont les promontoires suivans: le fameux promontoire de l'Acarnanie, Leucas (Strab. L. X. c. 2. §. 8. p. 61); un autre dans le Bosphore de Thrace (Steph. Byzant. ap. Eustath. in Dionys. Perieg. v. 76. p. 129); un autre nommé Leucopétra, sur la côte des Bruttiens (Priscian. Perieg. v. 82. p. 277. v. 357. p. 316); le promontoire méridional d'Eubœe (Strab. L. IX. c. 1. §. 22. p. 381); le promontoire blanc, ou les montagnes blanches près de Tyr (Plin. Nat. Hist. c. 19. s. 17. p. 363.); et le promontoire de la côte de Lybie (Mel. de Sit. Orb. L. I. c. 7. p. 41. Plin. Nat. Hist. L. 5. c. 4. s. 3. p. 245).

71. Par exemple, les montagnes blanches de l'île de Crète (Callimach. Hymn. in Dian. v. 41. Strab. L. X. c. 4. §. 4. p. 227.) et le mont Leucopétra, appartenant à la chaîne des Apennins (Plin. Nat. Hist. L. III. c. 5. s. 10. p. 158).

72. Entr'autres, les plaines blanches en Laconie (Strab. L. VIII. c. 5. §. 2. p. 183) et dans la Mégaride (Hesych. v. Λεύκου πεδίον).

73. On doit y rapporter, Alba, ville d'Italie (Steph. Byz. v. Ἄλβα); Leucas, ville d'Acarnanie (Mel. de Sit. Orb. L. II. c. 3. p. 178); Leucé, ville d'Ionie (Plin Nat. Hist. L. V. c. 29. s. 31. p. 280. Mel. de Sit. Orb. L. I. c. 11. p. 95); une autre près de Smyrne, nommée Leucæ (Strab. L. XIV. c. 1. §. 38. p. 564 — 565. Scyl. Peripl. p. 37. Mel. de Sit. Orb. L. I. c. 17. p. 95. l. 33); Λευκὴ ἀκτὴ, ville grecque de la Propontide (Scyl. Peripl. p. 28); Λευκὴ κώμη, ville capitale des Nabatéens de l'Arabie, célèbre par son étendue et son grand commerce (Strab. L. XVI. c. 4. §. 23. p. 446.) nommée Avara par les Syriens (Steph. Byz. h. v).

74. Agatharch. de Rubr. Mar. p. 2 — 5.
Strab. L. XVI. c. 4. §. 20. p. 438 — 439.
Plin. Nat. Hist. L. VI. c 24. s. 28. p. 328 — 329.

Quant à l'origine de cette appellation, et sur l'histoire de la mer rouge, on doit consulter les savantes recherches de M. Gosselin (Recherch. sur la Géogr. systémat. des Anc. Tom. II. p. 76).

Bredow's Untersuch. üb. einz. Gegenst. der alt. Gesch. Geograph. und Chronol. II. St. s. 121 — 127.

75. Dionys. Byzant. de Thrac. Bosp. p. 16.

76. Mel. de Sit. Orb. L. II. c. 2. p. 146. l. 103.

77. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 13. l. 3.

78. Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 13. s. 26. p. 217. l. 11.

79. Strab. L. VII. c. 3. §. 19. p. 389.

80. v. Τρινάκρια.

81. In Dionys. Alex. Perieg. v. 157. p. 140.
Voyez, Sérapis, XVII. Abhandl. s. 504. Anm. 232.

82. Ptolem. Geogr. L. IV. c. 5. p. 102.
Strab. L. XVII. c. 1. §. 14. p. 526.

83. Strab. l. c.

84. Priscian. Perieg. v. 275 — 276. p. 302.

85. Dionys. Perieg. v. 180 — 181. p. 17. ib. Schol.
Dionys. Perieg. v. 171 — 173. p. 289 — 290.
Eustath. in Dionys. Perieg. v. c. p. 143 — 144.
Piso ap. Strab. L. II. c. 4. p. 348.
Strabon est le seul qui ait indiqué justement la raison de cette comparaison.

86. Dionys. Alex. Perieg. v. 7. p. 1.
Posidon. ap. Eustath. in Dionys. Perieg. v. 8 — 13. p. 266 — 267.
Priscian. Perieg. v. 8 — 13. p. 266 — 267.

87. Strab. L. II. c. 5. p. 314.
Macrob. in Somn. Scip. L. II. c. 9. p. 167.

88. Eustath. in Dionys. Alex. Perieg. v. 157. p. 140.

89. Dionys. Alex. Perieg. v. 175. p. 17.

90. Strab. L. XVII. c. 1. §. 3. p. 480 — 481.
Ammian. Marcell. L. XXII. c. 15. p. 364.

91. Strab. L. XI. c. 1. §. 2. p. 356.

92. Dionys. Alex. Perieg. v. 641 — 643. p. 58.

93. Ammian. Marcell. L. XXVII. c. 4. p. 526.

94. Strab. L. VII. c. 6. §. 2. p. 439.
On compara Brundusium à une tête de cerf, et c'étoit à cause de cette ressemblance que la ville de Brundusium avoit reçu son nom. Car les Messapiens nommoient une

tête de cerf Brention (Steph. Byz. vv. Βρεντήσιον et Τρινάκρια). Un promontoire de l'île de Corcyre portoit par la même raison le nom de tête de chien, et une montagne en Pisidie celui de tête de loup (Procop. Bell. Goth. L. III. c. 27. p. 530. A).

95. Hygin. Fab. CCLXXVI. p. 396. Ed. Stav.

96. Agathem. Geogr. L. I. c. 5. p. 16.
Eustath. in Dionys. Perieg. v. 157. p. 140.

97. Dionys. Alex. Perieg. v. 287. p. 27.
Eustath. in Dionys. Perieg. v. c. p. 160.
Strab. L. II. c. 4. p. 339. et L. III. c. 1. p. 365.

98. Dionys. Byzant. de Thrac. Bosp. p. 21 — 22.

99. Ammian. Marcell. L. XXIV. c. 2. p. 426.

100. Dionys. Perieg. v. 156 — 162. p. 15 — 16. et Eustath. in Dionys. v. c. p. 140 — 141.
Strab. L. II. c. 4. p. 332.
Mela de Sit. Orb. L. I. 19. p. 105.
Agathem. Geogr. L. II. c. 14. p. 61.
Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 12. §. 24. p. 215. et p. 218. l. 11.
Ammian. Marcell. L. XXII. c. 8. p. 336. 338. et 342 — 343.
Priscian. Descr. Orb. Terr. v. 146 — 152. p. 286 — 287.
Avien. Perieg. v. 232 — 241. p. 752.

101. Scylac. Peripl. p. 42. l. 1.

102. Mel. de Sit. Orb. L. III. c. 8. p. 297.

103. Strab. L. XIV. c. 4. §. 3. p. 680.

104. Polyb. L. V. c. 70. §. 6. p. 365.

105. Synes. Orat. de Provid. p. 94. Ed. Petav.

106. Avien. Ora Marit. v. 348 — 349. p. 1228 — 1229.

107. Strab. L. VII. c. 6. §. 1. p. 437.
Aristid. Orat. XLII. de Concord. p. 519 — 520.

108. Dionys. Byzant. de Thrac. Bosp. p. 15.

109. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 12. l. 24.

110. Stephan. Byzant. v. Τομεύς.

111. Dionys. Alex. Perieg. v. 89 — 90. p. 9.
Eustath. in Dionys. Perieg. v. c. p 130.
Priscian. Perieg. v. 93. p. 278. v. 143. p. 285.
Avien. Descr. Orb. Terr. v. 134 — 135. p. 740. v. 230 — 231. p. 752.

112. Philostr. Vit. Apollon. Tyan. L. IV. c. 39. p. 175. Ed. Olear.

113. Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 11. s. 18. p. 207. l. 8.
Schol. Apollon. Rhod. in L. I. v. 831. p. 400. et p. 65.

114. Fest. v. *Aegeum mare.*
Varr. de Lingu. Lat. L. VI. c. 2. p. 85. Ed. Bip.
Varr. de Re Rust. L. II. c. 1. §. 8. p. 217. Ed. Schn.

Il n'est pas vraisemblable que cette mer ait reçu son nom à cause du grand nombre des vagues que l'on ait comparé à des chèvres, comme le croit Tzétzès (In Lycophr. Cassandr. v. 402. p. 49). Car, quoique le mot de αἶγες signifie les vagues de la mer, cette etymologie ne prouveroit rien pour la mer ægée, parce qu'elle seroit applicable à toutes les autres mers.

115. Chandler's Travels in Greece.

116. Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 12. s. 19. p. 207.

117. Strab. L. III. c. 1. p. 367.

118. Dionys. Byzant. de Thrac. Bosp. p. 21.

119. Id ibid. p. 22.

120. Id. ibid. p. 17.

121. Id. ibid. p. 12.

122. Ibid. p. 12.

123. Stephan. Byzant. v. Σαρδώ.
Pausan. Phoc. c. XVII. §. 2. p. 200.
Tim. et Myrsil. ap Plin. Nat. Hist. L. III. c. 7. §. 13. p. 161.
Sil. Ital. Punic. L. XII. v. 356 — 358. p. 608. Ed. Drackenb.
Claudian. de Bell. Gildon. v. 507 — 508. p. 197. Ed. Gessn.

124. Agathem. Geogr. L. I. p. 13: Σαρδὼ ἔχει σχῆμα ὡς πώλου ἴχνος μεσόκοιλον.

125. Mel. de Sit. Orb. L. II. c. 3. p. 164.
Strab. L. VIII. c. 2. §. 1. p. 17.
Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 4. s. 5. p. 191.
Avien. Descr. Orb. Terr. v. 562 — 563. p. 785 — 786.

126. Eustath. in Dionys. Alex. Perieg. v. 157. p. 140.

127. Plin. Nat. Hist. L. III. c. 5. s. 6. p. 148.

128. Eustath. in Dionys. Alex. Perieg. v. c. p. 140.

129. Plin. Nat. Hist. l. c.

130. Scymn. Ch. Orb. Descr. v. 113 — 114. p. 7.

131. Dissert. de Scymn. Ch. §. X. p. 99.

132. Voyez note 11. et 16.

133. Euripid. Androm. v. 1248 — 1251. p. 443. Ed. Glasgu.

Ἔνθεν κομίζων ξηρὸν ἐκ πόντου πόδα,
Τὸν φίλτατόν σοι παῖδ', ἐμοί τ', Ἀχιλλέα
Ὄψει δόμους ναίοντα νησιωτικοὺς,
Λευκὴν ἐπ' ἀκτὴν ἐντὸς εὐξείνου πόρου.

134. Euripid. Iphig. in Taur. v. 435 — 439. p. 85 — 86:

Τὰν
Πολυόρνιθον ἐπ' αἶαν,
Λευκὰν ἀκτὰν Ἀχιλῆος,
Δρόμους καλλισταδίους, εὔ-
ξεινον κατὰ πόντον.

135. Ptolem. Geogr. L. III. c. 10. p. 79. Voyez note 170.

Chrestomath. ex Strab. L. VII. p. 87. int. Geogr. minor. Huds. Voyez note 137.

Ptolémée nomme l'île d'Achille *Borysthénis*, nom qui n'est pas plus juste que celui de *Borysthénès* que l'on trouve dans la chrestomathie de Strabon (l. c.) et dans Tzétzès (voy. note 173). Car la ville d' Olbie, de même que l'île située devant l'embouchure du Borysthène, portoient le nom de Borysthénès. Je doute même que celui de Borysthénis ait été jamais en usage.

136. Euripid. Androm. v. 1226. p. 141:

Ἀχιλλέα — πρῶτον Ἑλλάδος.

Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 23. l. 18: Ἀχιλλέα γὰρ ἐγὼ πείθομαι, εἴπερ τινα ἄλλον ἥρωα εἶναι, τῇ τε εὐγενείᾳ τεκμαιρόμενος, καὶ τῷ κάλλει, καὶ τῇ ῥώμῃ τῆς ψυχῆς, καὶ τῷ νέον μεταλλάξαι ἐξ ἀνθρώπων, καὶ τῇ Ὁμήρου ἐπ' αὐτῷ ποιήσει, καὶ τῷ ἐρωτικὸν γενέσθαι καὶ φιλέταιρον, ὡς καὶ ἐπαποθανεῖν ἑλέσθαι τοῖς παιδικοῖς.

137. Philostr. Heroic. p. 78. l. 2. Ed. Cel. Boiss.: Τοῦτον γὰρ θειότατον τοῦ Ἑλληνικοῦ παντὸς ἡγούμεθα.

138. Virgil. Eclog. IV. v. 36. p. 112. Ed. Heyn:

Atque iterum ad Troiam magnus mittetur Achilles.

Serv. in Eclog. III. v. 79. p. 34. Ed. Masv.

Philostr. Heroic. p. 236. l. 7:

Θέτι κυανέα,
Θέτι Πηλεία,
Τὸν μέγαν τέκες υἱὸν Ἀχιλλέα.

139. Aristot. in Opunt. Rep. ap. Hesych. v. Ἄσπετος· ὁ Ἀχιλλεὺς ἐν Ἠπείρῳ. Dans le passage suivant de Servius (In Aeneid L. I. v. 34. p. 313.): *Achilles apud Cre-*

tam insulam Pemptus vocatus est, ut veteres auctores tradunt, il faut lire *Aspetus*, au lieu de Pemptus.

140. Herodot. L. IV. c. 48. p. 302. l. 98. c. 53. p. 305. l. 74.
Agathem. Geogr. L. II. c. 1. p. 48. l. 27.
Aelian. Anim. Histor. L. XIV. c. 23. p. 456.

141. Strab. L. II. c. 5. p. 332.

142. Philostr. Heroic. p. 240. l. 18.

143. Philostr. Heroic. p. 78. l. 4.

144. Philostr. Heroic. p. 244. l. 8.

145. Quint. Smyrn. L. III. v. 771—779. p. 94—95. Ed. Cl. Tychs:

Οὐ γάρ ὅγε φθιμένοισι μετέσσεται, ἀλλὰ θεοῖσιν,
Ὡς ἠὺς Διόνυσος, ἰδὲ σθένος Ἡρακλῆος.
Οὐ γάρ μιν μόρος αἰνὸς ὑπὸ ζόφον αἰὲν ἐρύξει,
Οὐδ' Ἀΐδης, ἀλλ' αἶψα καὶ ἐς Διὸς ἵξεται αὐγάς·
Καί οἱ δῶρον ἔγω γε θεουδέα νῆσον ὀπάσσω
Εὔξεινον κατὰ πόντον, ὅπῃ θεὸς ἔσσεται αἰὲν
Σὸς παῖς· ἀμφὶ δὲ φῦλα περικτιόνων μέγα λαων
Κεῖνον κυδαίνοντα θυηπολίῃς ἐρατεινῆς.
Ἶσον ἐμοὶ τίσουσι.

146. Herm. Schol. in Platon. Phædr. c. XIX. p. 99. Ed. Ast. et in Siebenkes. Anecdot. p. 60. sequ.
Leo Allat. de Patria Homer. c. VIII. p. 145 — 146.

147. Stephan. Byzant. v. Ἀχιλλέως δρόμος· ἔστι καὶ νῆσος Ἀχίλλεια, ὡς δ' ἔνιοι Λευκή.

148. Hesych. v. Ἀχίλλειον πλάκα· τὴν Ἀχιλλέως νῆσον, τὴν Λευκὴν λεγομένην.
Erotian. Lexic. Hippocrat. v. Ἀχίλλειον πλάκα.

149. Philostr. Heroic. p. 244. l. 14.

150. Peripl. v. 297—298. p. 15.

151. Ammian. Marcell. L. XXII. c. 8. p. 341. Ed. Gron: *In hac Taurica insula Leuce sine habitatoribus ullis Achilli est dedicata. In quam si fuerint quidam forte delati, visis antiquitatis vestigiis, temploque et donariis eidem heroi consecratis, vesperi repetunt naves: aiunt non sine discrimine vitae illic quemquam pernoctare. Ibi et aquae sunt, et candidae aves nascuntur halcyonibus similes.*

152. Lycophron. Cassandr. v. 188 — 193. p. 28:

Δαρὸν Φαληριῶσιν οἰκήσει σπίλον,
Κέλτου πρὸς ἐκβολαῖσι λιμναίων ποτῶν,
Ποθῶν δάμαρτα, τὴν ποτ' ἐν σφαγαῖς κεμὰς
Λαιμὸν προθεῖσα, φασγάνων ἐκ ῥύσεται.
Βαθὺς δ' ἔσω ῥηγμῖνος αὐδηθήσεται
Ἔρημος ἐν κρόκαισι νυμφίου Δρόμος.

153. Strab. L. III. c. 3. §. 15. p. 381.
Dionys. Alex. Perieg. v. 301 — 304. p. 28. ib. Schol.
Eustath. in Dionys. Alex. Perieg. v. 298. p. 162.
Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 10.

154. Scylac. Peripl. p. 29 — 30: Παράπλους εὐθὺς ἀπὸ Ἴστρου ἐπὶ Κριοῦ μέτωπον, τριῶν ἡμερῶν, καὶ τριῶν νυκτῶν. Ὁ δὲ παρὰ γῆν διπλάσιος· ἔστι γὰρ κόλπος, ἐν δὲ τῷ κόλπῳ τούτῳ νῆσός ἐστι, νῆσος δὲ ἐρήμη ᾗ ὄνομα Λευκὴ, ἱερὰ τοῦ Ἀχιλλέως.

155. Demetr. Callat. ap. Scymn. Ch. Peripl. v. 43 — 49. p. 45 — 46:

Πεύκη δὲ λέγεται διὰ τὸ πλῆθος ὧν ἔχει
Πευκῶν. μετ' αὐτὴν εἶτα πελαγία κειμένη
Ἀχιλλέος νῆσος.
Ἔχει δὲ πλῆθος χειρόηθες ὀρνέων,
Θέαν θ' ἱεροπρεπῆ τοῖς ἀφικνουμένοις.
Οὐ δυνατόν ἐστιν ἀπὸ ταύτης χώραν ἰδεῖν
Καίπερ ἀπεχούσης ἀπὸ τῆς ἠπείρου στάδια
Τετρακόσι', ὡς δὴ συγγράφει Δημήτριος.

156. Strab. L. VII. c. 3. §. 15. p. 381.

157. Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 10, l. 26.

158. Clarke's Travels in various Countr. of Eur. Asia and Afr. Vol. I. ch. 25. p. 648: *All the superstitions respecting Leuce seem to have had their origin in its importance as a land mark; the coast near the mouths of the Danube being so low, that mariners are unable to discern it, even when close in with the shore; and the island itself, obscured by the hazy atmosphere of the Black Sea, renders navigation dangerous, except when conspicuous by its white birds.* Les navigateurs qui ont souvent remarqué cette île, seront en état de juger si les oiseaux blancs peuvent rendre l'île plus facile à distinguer de loin. Clarke, faisant mention (p. 649) de la remarque de Scymnus, ajoute: *This is literally true, the land is invisible to a person much near the coast, as will appear by my subsequent description.*

159. Strab. L. VII. c. 3. §. 16. p. 383: Διέχει δὲ τοῦ στόματος ἡ νῆσος ἡ Λευκή, δίαρμα πεντακοσίων σταδίων, ἱερὰ τοῦ Ἀχιλλέως, πελαγία.

160. Chrestomath. ex Strab. L. VII. p. 86: ὅτι ἡ Λευκὴ νῆσος ἀπὸ τῆς Πεύκης ἀπέχει πρὸς ἀνατολὰς στάδια φ΄, εἰς τὸ πέλαγος, ἱερὰ Ἀχιλλέως. Ὅτι ὁ Βορυσθένης ποταμὸς εἶτα πρὸς βορρᾶν, καὶ πρὸς ἀνατολὰς ὁ Ὕπανις ποταμὸς καὶ πρὸ αὐτῶν νῆσος Βορυσθένης (Ibid. p. 87. l. 2).

161. Ap. Scymn. Ch. v. 42 — 49. p. 45 — 46.

162. Nat. Hist. L. IV. c. 13. §. 27. p. 220. l. 3.
Pline évalue cette distance à 50,000 pas, qui font 400 stades, ou 80 verstes.

163. Conon. Narrat. c. XVIII. p. 257 — 258. Ed. Gale: ἔστι δὲ αὐτὴ παραπλεύσαντι τὸν Ἴστρον ὑπὲρ τῆς Ταυρικῆς.

164. Perieg. v. 541 — 545. p. 50 — 51:

Ἔστι δὲ τις καὶ σκαιὸν ὑπὲρ πόρον Εὐξείνοιο
Ἄντα Βορυσθένεος πολυώνυμος εἰν ἁλὶ νῆσος
Ἡρώων· Λευκήν μιν ἐπωνυμίην καλέουσιν,
Οὕνεκά οἱ, τὰ πάρεστι, κινώπετα λευκὰ τέτυκται.
Κεῖθι δ᾽ Ἀχιλλῆός τε καὶ ἡρώων φάτις ἄλλων
Ψυχὰς εἱλίσσεσθαι ἐρημαίας ἀνὰ βήσσας.
Τοῦτο δ᾽ ἀριστήεσσι Διὸς παρὰ δῶρον ὀπηδεῖ,
Ἀντ᾽ ἀρετῆς· ἀρετὴ γὰρ ἀκήρατον ἔλλαχε τιμήν.

Le scholiaste fait des quatre premiers vers la paraphrase suivante: ὑπάρχει δὲ τις νῆσος ἐξεναντίας τοῦ Βορυσθένους ποταμοῦ, ὑπεράνω τοῦ Εὐξείνου πόντου, πρὸς τὰ ἀριστερὰ μέρη. Ce qu' Eustathe observe sur ce passage de Denys d' Alexandrie et ce que rapporte de l'île de Leucé Jordanes (De Reb. Getic. p. 87. Ed. Lindenbr: *ad Hypanis ostia insula est in fronte, Achillis nomine*); n'est pas plus juste.

165. Natur. Hist. L. IV. c. 12. §. 26. p. 217: *Olbiopolis et Miletopolis, antiquis nominibus. Rursus in litore, portus Achæorum. Insula Achillis, tumulo eius viri clara. Et ab ea CXXV. millibus passuum peninsula, ad formam gladii in transversum porrecta, exercitatione eiusdem cognominata Dromos Achilleos: cuius longitudinem octoginta millium passuum tradit Agrippa.*

166. Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 13. s. 26. p. 220: *Inter ostia Istri quae essent, diximus. Ante Borysthenem Achillea est supra dicta, eadem Leuce et Macaron appellata. Hanc temporum horum demonstratio a Borysthene CXL. M. ponit, a Tyra CXX. a Peuce insula quinquaginta M. Cingitur circiter decem M. passuum.*

167. Solin. Polyh. c. XIX. p. 28. C: *Ante Borysthenem Achillis insula est cum æde sacra, quam ædem nulla ingreditur ales: et quae forte advolaverit, raptim fuga properat.*

168. Priscian. Perieg. v. 557 — 561. p. 26:

Est etiam lævis Euxini partibus una,
Quam Leucen perhibent, adversa Borythenis amni,
Pascit aves quoniam multas candore nivali.
Hic animas perhibent heroum laude potentes
Degere securas, virtutis munere pulcro.

169. Avien. Descr. Orb. Terr. v. 720 — 729. p. 804:

Si quis læva dehinc Euxini marmora sulcet,
Ora Borysthenii qua fluminis in mare vergunt,
E regione procul spectabit culmina Leuces.
Leuce cana iugum, Leuce sedes animarum:
Nam post fata virum semper versarier illic,
Insontes aiunt animas; ubi concava vasto
Cedit in antra sinu rupes, ubi saxa dehiscunt
Molibus exesis, et curvo fornice pendent.
Hæc sunt dona piis: sic illos Iupiter imis
Exemit tenebris, Erebi sic inscia virtus.

Parmi les auteurs modernes qui ont confondu les deux îles d'Achille, se trouve aussi le voyageur Broniovski. Il nomme Leucé l'île devant le Borysthène que l'on remarque, dit-il, quand on est dans le liman de Bérézan; et il croit que c'est la même que Strabon observe être consacrée à Achille (Broniov. de Biezdzfedea Descr. Tartar. p. 816. int. Schwandn. Script. Rer. Hungar. Vol. I).

170. Ptolem. Geogr. L. III. c. 10. p. 79. tab. Eur. VIII. et IX. Ed. Mont: νῆσοι δὲ παράκεινται τῇ κάτω Μυσίᾳ τῷ εἰρημένῳ μέρει τοῦ πόντου, ἥ τε καλουμένη Βορυσθενὶς νῆσος, καὶ ἡ Ἀχιλλέως ἡ λευκὴ νῆσος.

171. Peuting. Tab. Itinerar. ed. Scheyb. Segm. VIII. et Index topograph. p. VII. Edit. Vindob. — p. 54. Ed. Lips.

172. Ibid. Segm. VIII. a. b. Ind. topogr. p. VII. Ed. Vindob. — p. 54. Ed. Lips.

173. Tzetz. Chiliad. XII. Hist. 396. v. 937 — 940. p. 222:

Μυσίας νῆσοι δύο
Χύσιν προς αὐτὴν ποντικὴν τεθειμέναι·
Ἀχιλέως νῆσος μὲν ἡ Λευκὴ μία,
Βορυσθένης ἄλλη τε νῆσος δευτέρα.

174. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 21. l. 8: Τὸ ψιλὸν καλούμενον στόμα τοῦ Ἴστρου — τὰ δὲ ἐν μέσῳ ἔρημα καὶ ἀνώνυμα κατὰ τοῦτο μάλιστα τὸ στόμα. ἐπ' εὐθὺ

πλέοντι ἀνέμῳ Ἀπαρκτίᾳ ἰδίως τὸ πέλαγος, νῆσος πρόσκειται (l. πρόκειται) ἥν τινα οἱ μὲν Ἀχιλλέως νῆσον, κ. τ. λ.

Bast, Lettre Crit. à M. Boissonnade; p. 23.

Dans le passage cité d'Arrien, le mot ἰδίως est corrompu et ne donne aucun sens; le texte du périple anonyme ayant, dans le même endroit, un mot inintelligible (p. 10. l. 20.) il s'ensuit que la faute dans Arrien, dont l'ouvrage a été copié par celui qui a ajouté au périple de l'anonyme plusieurs passages puisés dans des ouvrages postérieurs, est très-ancienne. Ni le changement du mot ἰδίως en ὡς, proposé par Vossius (l. c. not. 3), ni la correction du même mot en ἐναντίως, que M. Best avoit trouvé indiquée dans un manuscrit, ne paroissent admissibles.

175. Peripl. Pont. Eux. p. 21. l. 13: νῆσος — ἥν τινα οἱ μὲν Ἀχιλλέως νῆσον, οἱ δὲ Δρόμον Ἀχιλλέως, οἱ δὲ Λευκὴν ἐπὶ τῆς χροιᾶς ὀνομάζουσιν. Ταύτην λέγεται Θέτις ἀνεῖναι τῷ παιδὶ, καὶ ταύτην οἰκεῖν τὸν Ἀχιλλέα. καὶ νεώς ἐστιν ἐν αὐτῇ τοῦ Ἀχιλλέως, καὶ ξόανον τῆς παλαιᾶς ἐργασίας. ἡ δὲ νῆσος ἀνθρώπων μὲν ἐρήμη ἐστὶν, νέμεται δὲ αἰξὶν οὐ πολλαῖς· καὶ ταύτας ἀνατεθέναι λέγονται τῷ Ἀχιλλεῖ, ὅσοι προσίσχουσι.

Les éditeurs d'Arrien cités dans le texte, qui avoient dirigé contre lui cette accusation injuste, sont Stuckius (Schol. in Peripl. Pont. Eux. p. 159.) et Hudson (Animadv. in Arrian. l. c. p. 21. not. 3). Parmi les autres qui ont imputé cette erreur à Arrien, est Valois (In Ammian. Marcell. L. XXII. c. 8. p. 313. not. 9.) qui avec plus de raison en croit coupable aussi Etienne de Byzance dont le texte se trouve cité ci-dessous (note 215).

176. Antiqu. Grecqu. du Bosph. Cimmer. par M. Raoul-Rochette; p. 20 — 21.

177. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 1 — 11.

178. Id. ibid. p. 18. l.

179. Id. ibid. p. 18. l. 16.

180. Schol. Pind. in Nem. Od. IV. v. 79. p. 705. Ed. Heyn.

181. Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 10. l. 21.

182. Maxim. Tyr. Diss. XV. c. 7. p. 173. Ed. Davis: Ἀχιλλεὺς νῆσον οἰκεῖ εὐθὺ Ἴστρου κατὰ τὴν Ποντικὴν θάλατταν, Ἀχιλλέως ναὸς καὶ βωμοὶ Ἀχιλλέως· καὶ ἑκὼν μὲν οὐκ ἄν τις προσέλθῃ, ὅτι μὴ θύσων· θύσας δὲ ἐπιβαίνει τῆς νεώς.

183. Pausan. Lacon. c. XIX. §. 11. p. 418: Ἔστιν ἐν τῷ Εὐξείνῳ νῆσος κατὰ τοῦ Ἴστρου τὰς ἐκβολὰς, ὄνομα μὲν τῇ νήσῳ Λευκὴ, περίπλους δὲ αὐτῇ σταδίων εἴκοσι, δασεῖα δὲ ὕλῃ πᾶσα, καὶ πλήρης ζώων ἀγρίων καὶ ἡμέρων, καὶ ναὸς Ἀχιλλέως καὶ ἄγαλμα ἐν αὐτῇ. — Λεώνυμος — ἰδεῖν μὲν ἔφασκεν Ἀχιλλέα, ἰδεῖν δὲ τὸν

Ὀϊλέως καὶ τὸν Τελαμῶνος Αἴαντα, συνεῖναι δὲ καὶ Πάτροκλόν σφισι καὶ Ἀντίλοχον· Ἑλένην δὲ Ἀχιλλεῖ μὲν συνοικεῖν.

184. Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 13. s. 26. p. 220.

185. Herodot. L. IV. c. 101. p. 327.

186. Strab. L. VII. c. 3. §. 17. p. 383: Εἶτα Βορυσθένης ποταμὸς πλωτὸς ἐφ' ἑξακοσίους σταδίους· καὶ πλησίον ἄλλος ποταμὸς Ὕπανις· καὶ νῆσος πρὸ τοῦ στόματος τοῦ Βορυσθένους ἔχουσα λιμένα.

Un des savans éditeurs de la nouvelle traduction de Strabon, M. Gosselin, est aussi de l'opinion (To. III. ch. 3. p. 52.) que Strabon parle ici de l'île de Borysthénis. Le port que Strabon donne à cette île, s'est probablement trouvé à l'endroit marqué *a* et *b* sur le plan de l'île de Bérézan pl. XXXIII.

187. Id. ibid. c 3. §. 19. p. 389: Μετὰ δὲ τὴν πρὸ τοῦ Βορυσθένους νῆσον, ἑξῆς πρὸς ἀνίσχοντα ἥλιον, ὁ πλοῦς ἐστὶν ἐπὶ ἄκραν τὴν τοῦ Ἀχιλλείου Δρόμου.

L'auteur de l'extrait ou de la Chrestomathie de Strabon, en parlant de l'embouchure du Borysthène, ajoute une observation que nous ne trouvons pas en Strabon, tel que nous le possédons à présent. Il dit (Chrestomath. ex Strab. L. VII. p. 86 — 87): ὅτι αἱ τοῦ Βορυσθένους ποταμοῦ ἐκβολαὶ ἐν τῷ μυχῷ κεῖνται τοῦ Ταμυράκου κόλπου, καὶ ἡ Βορυσθένης νῆσος.

188. Mel. de Sit. Orb. L. II. c. 7. p. 218: *Leuce Borysthenis ostio obiecta, parva admodum et quia ibi Achilles situs est, Achillea cognomine.*

189. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 20 — 21: ἀπὸ δὲ Βορυσθένους ἐπὶ νῆσον σμικρὰν ἐρήμην καὶ ἀνώνυμον, στάδιοι ἑξήκοντα.

190. Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 9: ἀπὸ δὲ Βορυσθένους ποταμοῦ ἐπὶ νῆσον μικροτάτην, ἔρημον, καὶ ἀνώνυμον, στάδια ξ', μίλια η'. Ἀπὸ δὲ νησίου μικροτάτου ἐρήμου καὶ ἀνωνύμου, εἰς Ὀδησσὸν στάδια π', μίλια ι', β'.

191. Voyez note 170.

192. Voyez note 160.

193. Martian. Capell: *Ab Istro ad oceanum bis decies centum millium passuum est: in latitudine millibus quadringentis usque ad Sarmatiæ solitudines. Nec procul fluvius, lacus, oppidum, sub uno cuncta nomine Borysthenes, propter Achillis insulam eius sepulcro celebratam.*

194. Voyez note 165.

195. Schol. Pind. in Nem. Od. IV. v. 79. p. 705: ἔστι δέ τις ἐπὶ τοῦ εὐξείνου πόντου καλουμένη Λευκὴ νῆσος, εἰς ἣν δοκεῖ τὸ Ἀχιλλέως σῶμα ὑπὸ Θέτιδος μετακεκομίσθαι.

196. Voyez note 189.

197. Voyez note 190.

198. Herodot. L. IV. c. 55. p. 306. l. 9: Ὑπάκυρις ποταμὸς, ὃς ὁρμᾶται μὲν ἐκ λίμνης, διὰ μέσων δὲ τῶν Νομάδων Σκυθίων ῥέων, ἐκδιδοῖ κατὰ Καρκινῖτιν πόλιν, ἐς δεξιὴν ἀπέργων τήν τε Ὑλαίην καὶ τὸν Ἀχιλλήϊον καλεόμενον Δρόμον.

199. Voyez note 134.

200. Iphigen. in Taur. v. 438 — 439. p. 564.

201. Lycophr. Cassandr. v. 192 — 201. p. 28:

Βαθὺς δ' ἔσω ῥηγμῖνος αὐδηθήσεται
Ἔρημος ἐν κρόκαισι νυμφίου Δρόμος,
Στένοντος ἄτας, καὶ κενὴν ναυκληρίαν,
Καὶ τὴν ἄφαντον εἶδος ἠλλοιωμένην
Γραῖαν, σφαγείων ἠδὲ χερνίβων πέλας,
Ἅιδου τε παφλάζοντος ἐκ βυθῶν φλογὶ
Κρατῆρος, ὃν Μέλαινα ποιφύξει, φθιτῶν
Σάρκας λεβητίζουσα δαιταλουργίᾳ,
Χ' ὡ μὲν ποτήσει χῶρον αἰάζων Σκύθην
Εἰς πέντε που πλειῶνας, ἱμείρων λέχους.

Eustath. in Dionys. Alex. Perieg. v. 307. p. 165.

Eudoc. Ion. p. 391.

L'impératrice Eudocia observe que l'on y avoit tué tous les étrangers, pour les empêcher de retourner dans leur patrie, et de divulguer le séjour d'Iphigénie.

Dans la dédicace de la statue de Régille il est fait mention de la protection de Diane, au moyen de laquelle Iphigénie fut enlevée au moment où elle devoit être immolée (Salmas. Duar. Inscr. Expl. p. 82. v. 53).

Voyez note 60 et 215.

203. Id. ibid. v. c. p. 165: Τοῦτον τὸν δρόμον ὁ ἑλληνικὸς Ἀχιλλεὺς περιῆλθε, μεταδιώκων τὴν τοῦ Ἀγαμέμνονος Ἰφιγένειαν, ἐξ Αὐλίδος ἀναρπαχθεῖσαν εἰς Σκυθίαν.

204. Tzetz. in Lycophr. Cassandr. v. 193. p. 28: Ἐν Σκυθίᾳ ἐστὶν αἰγιαλὸς εἰς μῆκος διήκων χιλίων σταδίων, ὃς καλεῖται Ἀχιλλέως δρόμος. ἐπειδὴ μόνος Ἀχιλλεὺς τρέχων ἐκεῖνον διέβη.

Casaubone (In Strab. L. VII. p. 473. A. not 2.) s'est étrangement trompé quand il dit qu'Achille, amoureux d'Iphigénie, a demeuré dans l'île de Leucé, et que de là il a

visité le drome auquel son nom a été donné. Les anciens ne font jamais mention de l'île de Leucé quand ils parlent des excursions faites par Achille pour la recherche d'Iphigénie.

205. Eustath. in Dionys. Alex. Perieg. v. 306. p. 155: Ἄλλοι δὲ φασὶν ἔλεγον εἶναι τοῦτον τὸν Ἀχιλλέα παρὰ Σκύθαις, βασιλέα τῶν τόπων, ὃς ἠράσθη τε τῆς Ἰφιγενείας πεμφθείσης ἐκεῖ, καὶ ἔμεινεν ἐπιδιώκων.

206. Schol. Dionys. Alex. in Perieg. v. 306—307. p. 28—29: Τῆς γὰρ Ἰφιγενείας ἐν τῇ Αὐλίδι μελλούσης σφαγιασθῆναι τῇ Ἀρτέμιδι, ἀνήρπασεν αὐτὴν ἡ Ἄρτεμις, καὶ ἔπεμψεν εἰς Σκυθίαν· ἐκεῖ ὡς πεμφθείσης αὐτῆς, ἠράσθη παρὰ τῷ Ἀχιλλεῖ, καὶ ἐδιώχθη μέχρι τινὸς τόπου, ὅθεν ἐκλήθη Ἀχιλλέως ἀπὸ τοῦτε Δρόμος.

Schol. Pind. in Nem. Od. IV. v. 79. p. 705.

D'après ce dernier auteur, Achille avoit poursuivi Iphigénie jusque dans l'île de Leucé.

207. Voyez Section IV. de ce mémoire. Note 614.

208. Dionys. Alex. Perieg. v. 305—306. p. 28:

Ἀχιλλῆος δρόμον αἰπὺν
Στεινὸν ὁμοῦ δολιχόν τε, καὶ αὐτῆς ἐς στόμα λίμνης.

209. Mela de Sit. Orb. L. II. c. 1. p. 126: *Terra tum longe distenta excedens, tenui radice litori annectitur: post spatiosa modice, paulatim se ipsa fastigat, et quasi in mucronem longa colligens latera, facie positi ensis allecta est. Achilles infesta classe mare Ponticum ingressus, ibi ludicro certamine celebrasse victoriam, et cum ab armis quies erat, se ac suos cursu exercitavisse memoratur. Ideo dicta est* δρόμος Ἀχίλλειος.

Mela est le seul auteur de l'antiquité qui dise qu'Achille a fait des courses sur son drome, pour célébrer une victoire remportée sur les ennemis. Tous les autres auteurs ne parlent que d'une course qu'y avoit faite Achille pour son amusement.

210. Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 12. §. 26. p. 217: *Flumen Borysthenes, lacusque et gens eodem nomine, et oppidum. — Rursus in litore portus Achæorum. Insula Achillis, tumulo eius viri clara. Et ab ea CXXV. millibus passuum peninsula ad formam gladii in transversum porrecta, exercitatione eiusdem cognominata Dromos Achilleos: cuius longitudinem octoginta millia passuum tradit Agrippa.*

211. Ptolem. Geogr. L. III. c. 6. p. 75

212. Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 7—8.

213. Ammian. Marcell. L. XX. c. 8. p. 343 — 344: *Borysthenes civitas — Longo exinde intervallo pæne est insula quam incolunt Sindi ignobiles, post heriles in Asia casus coniugiis potiti dominorum et rebus: quibus subiectum gracile litus, Achilleos vocant indigenæ dromon, exercitiis ducis quondam Thessali memorabilem.*

214. Priscian. Perieg. v. 297 — 298. p. 304:

Atque Dromon Tauri retinent fortis Achilli
Angustum et longum Mæotidis ostia iuxta.

215. Stephan. Byzant. v. Ἀχίλλειος Δρόμος· νῆσος μετὰ τὴν Ταυρικήν.

216. Hesych. v. Ἀχίλλειον πλάκα· τὴν Ἀχιλλέως νῆσον, τὴν Λευκὴν λεγομένην. — Εἰσὶ δὲ καὶ Ἀχιλλέως δρόμοι περὶ ταύτην τὴν νῆσον.

217. Marcian. Heracl. p. 12. l. 16: Καὶ τὸ Βαρβαρικὸν καλούμενον πέλαγος, ἐν ᾧ κόλποι τε πλείους εἰσὶ, καὶ οἱ δρόμοι τῆς καλουμένης Ἀζανίας.

218. Ap. Schol. Apollon. Rhod. L. II. v. 658. p. 498. et 181: Τὰς δὲ εὐρέας ἠϊόνας Διονύσιος ὁ Ἀλβιανὸς Ἀχιλλέως Δρόμους φησὶ καλεῖσθαι. Les mots d'Apollonius de Rhodes qui ont donné occasion à cette remarque, sont les suivans

Τοῦ μὲν θ' ἱερὸν αἶψα, καὶ εὐρείας ποταμοῖο
Ηϊόνας.

Il n'est pas probable que dans ces vers le poëte ait pensé à des courses ou dromes.

219. V. Ἀχίλλειον πλάκα.

220. Schol. Pind. in Nem. Od. IV. v. 79. p. 705: Λευκὴ νῆσος, εἰς ἣν δοκεῖ τὸ Ἀχιλλέως σῶμα ὑπὸ Θέτιδος μετακεκομίσθαι· καὶ δρόμους τινὰς δεικνύουσι διὰ τὰ τοῦ ἥρωος γυμνάσια.

221. Virgil. Aeneid. L. III. v. 280 — 282. p. 484 — 485.

222. Dionys. Alex. Perieg. v. 306. p. 28.

223. Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 12. s. 26. p. 217. cf. Not. et Emendat. XCVII. p. 237.
Il faut observer que dans le texte les Sarmates sont nommés par erreur, au lieu des Siraci.

Dionys. Alexandr. Perieg. v. 304. p.

224. Stephan. Byzant. v. Ἀχίλλειος Δρόμος.

225. Hom. Il. N. v. 348.
Eurip. Iphig. in Aul. v. 206 — 207. p. 492:

Τὸν ἰσάνεμόν τε ποδοῖν
Λαιψηροδρόμον Ἀχιλῆα.

Homère fait mention des prix que l'on donnoit aux vainqueurs dans les courses (Il. X. v. 159).

226. Philostr. Heroic. p. 12. l. 13 — 16.

227. Id. ibid. p. 12. l. 17 — 18.

On pourroit citer comme un autre exemple de légéreté à la course, Iphiclus petit-fils de Minyas. En fait de vitesse il pouvoit le disputer aux vents, et en courant sur un champ de bled, ses pieds ne brisoient pas un seul épi (Eudoc. Ion. p. 242).

228. Id. ibid. p. 50. l. 7.

229. Plutarch. Conviv. Disp. L. V. Probl. 3. c. 1. p. 766. Ed. Wytt: Καὶ γὰρ οὐ πρόσω Μεγάρων εἶναι τόπον ὃς Καλῆς Δρόμος ἐπονομάζεται, δι' οὗ φᾶναι Μεγαρεῖς τὴν Ἰνὼ τὸ παιδίον ἔχουσαν δραμεῖν ἐπὶ τὴν θάλατταν.

230. Solin. Polyh. c. XLII. p. 52. B. C.
Eudoc. Ion. p. 213. 409 — 410.

231. Apollon Rhod. Argon. L. I. v. 1347 — 1357. p. 43.
Strab. L. XII. c. 4. §. 3. p. 160 — 161.
Suid. v. Ὕλαν κραυγάζειν.
Zenob. Parœm. Cent. VI. §. 21. p. 158 — 159.
Diogenian. Parœm. Cent. VIII. §. 33. p. 252.

232. Eurip. Ion. v. 492 — 501. p. 228 — 229.

233. Suid. v. c.
Hesych. v. Κάμπειος Δρόμος, et v. Ἀκάμπιοι Δρόμοι.
Zenob. et Diogenian. ll. cc.

234. Hesych. v. Ἱππόδρομος.

235. Hom. Il. A. v. 352.
Plat. Symp. c. VII. §. 4. p. 24.
Aeschin. Orat. in Timarch. p. 150 — 151. Ed. Reisk.
Eustath. in Hom. Il. v. c. p. 116. l. 28.
Serv. in Virgil. Aen. L. IV. v. 696. p. 649. Ed. Masv.

236. Dionys. Halic. Art. Rhet. §. 5. p. 265. Ed. Reisk.

237. Arctin. Aethiop. in Procl. Chrestomath. voy. Biblioth. der alt. Lit. und Kunst; I. St. Ined. p. 34: καὶ μετὰ ταῦτα ἐκ τῆς πυρᾶς ἡ Θέτις ἀναρπάσασα τὸν παῖδα εἰς τὴν Λευκὴν νῆσον διακομίζει.
Philostr. Heroic. p. 246. l. 6.
Quint. Smyrn. L. III. v. 771 — 780. p. 95.

238. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 21. l. 16.
Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 10 — 11.

239. Demetr. Callat. ap. Scymn. Ch. Peripl. v. 44. p. 45.
Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 12. s. 26. p. 217. l. 10.
Solin. Polyhist. c. XIX. p. 28. C.
Arrian. Peripl. p. 21. l. 14.
Hesych. v. Ἀχίλλειον πλάκα.

Tzetz. Chil. XII. hist. 396. v. 939. p. 222.

240. Steph. Byzant. v. Ἀχιλλέως Δρόμος.
Plin. Nat. Hist L. IV. c. 12. s. 27. p. 217. l. 2.
Mel. de Sit Orb. L. II. c. 7. p. 218.

241. Ammian. Marcell. L. XXII. c. 8. p. 341.

242. Scylac. Peripl. p. 30. l. 5.
Strab. L. VII. c. 3. §. 16. p. 383.
Chrestomath. ex Strab. L. VII. p. 86.

243. Plin Nat. Hist L. IV. c. 12. s. 27. p. 220.

244. Voyez note 379.

245. Tzetz. in Lycophr. Cassandr. v. 188. p. 28.

246. Cassandr. v. 188 p. 28.

247. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 21. l. 15.
Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 10. l. 23.

248. Euripid. Andromach. v. 1263. p. 439:

Λευκὴν ἐπ' ἀκτὴν ἔντος εὐξείνου πόντου.

Id. Iphigen. in Taur. v. 436. p. 564:

Λευκὰν ἀκτὰν Ἀχιλῆος.

249. Avien. Descr. Orb. Terrar. v. 723. p. 804:

Leuce cana iugum, Leuce sedes animarum.

250. Schol. Pind. in Nem. Od. IV. v. 79. p. 705. Ed. Heyn.

251. Dionys. Alex. Perieg. v. 543 — 544. p. 50:

Λευκὴν μιν ἐπωνυμίην καλέουσι,
Οὕνεκά οἱ τὰ πάρεστι κινώπετα λευκὰ τέτυκται.

Eustath. in Dionys. Perieg. v. c. p. 216.
Priscian. Perieg. v. 559. p. 26.
Etymolog. M. v. Λευκή.
Schol. Pind. in Nem. Od. IV. v. c.
Tzetz. in Lycophr. Cassandr. v. 188. p. 28.

252. Ou πολυόρνιθος.
Iphigen. in Taur. v. 435 — 436. p. 564:

Πολυόρνιθον — αἶαν,
Λευκὰν ἀκτὰν Ἀχιλῆος.

253. Demetr. Callat. ap. Scymn. Ch. in Fragm. v. 45 — 46. p. 45 — 46. et
Ap. Anonym. in Peripl. Pont. Eux. p. 10. l. 24.

Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 22. l. 1 — 4: Ὄρνιθες δὲ πολλοὶ αὐλίζονται ἐν τῇ νήσῳ, λάροι καὶ αἴθυιαι καὶ κορῶναι αἱ θαλάσσιοι, τὸ πλῆθος οὐ σταθμητοί.

Tzetz. in Lycophr. Cassandr. v. 188. p. 28.
Schol. Pind. in Nem. Od. IV. v. c.

254. Philostr. Heroic. p. 46 — 48.
Arrian. Schol. Pind. et Tzetz. in Lycophr. ll. cc.

255. Ammian. Marcell. L. XXII. c. 8. p. 342.

256. Clarke Travels in var. Countr. Vol. I. ch. 25. p. 648: *I have witnessed similar sights among the Hebrides; when the number of Solan geese, and of other birds, cause the rocks and island to appear as if copped with snow.*

257. Pausan. Lacon. c. XIX. §. 11. p. 418.

258. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 21. l. 21.
Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 10. l. 5.

259. Fragm. v. 45 — 46. p. 45 — 46:

Ἔχει δὲ πλῆθος χειροήθες ὀρνέων,
Θέαν ἱεροπρεπῆ τοῖς ἀφικνουμένοις.

260. Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 10. l. 25.

261. Paralip. L. III. v. 775. p. 95.

262. Scylac. Car. Peripl. p. 30. l. 4.
Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 21. l. 20.
Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 11. l. 3.
Ammian. Marcell. L. XXII. c. 8. p. 341.

263. Menodot. ap. Athen. Dipnos. L. XIV. c. 70. p. 383.
Varr. de Re Rust. L. III. c. 6. §. 2. p. 290. Ed. Schn.
Plin. Nat. Hist. L. X. c. 20. s. 23. p. 554.

264. Mnas. ap. Aelian. de Anim. Nat. L. XVII. c. 46. p. 562 — 563.

265. Pausan. Lacon. c. XIX. §. 11. p. 418.

266. Philostr. Heroic. p. 244. l. 13.

267. Ammian. Marcell. L. XXII. c. 8. p. 342. l. 3.

268. Euripid. Androm. v. 1262. p. 439.

269. Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 12. s. 26. p. 217.
Solin. Polyh. c. XIX. p. 29. C.
Dio Chrysost. Orat. XXXVI. Borysthen. p. 78. l. 4.
Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 21. l. 18.
Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 11. l. 2.

Maxim. Tyr. Dissert. XV. p. 173: Ἀχιλλεὺς νῆσον οἰκεῖ εὐθὺ Ἴστρου κατὰ τὴν ποντικὴν θάλασσαν.

Pausan. Lacon. c. XIX §. 11. p. 418
Philostr. Heroic. p. 244. l. 13. et p. 262. l. ult.

270. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 22. l. 25.

271. Philostr. Heroic. p. 244. l. 13. et p. 262. l. ult.

Philostrate observe qu'autour du temple les arbres étoient plantés régulièrement et dans un bel ordre, mais que dans le reste de l'île, ils se trouvoient placés au hazard.

272. Philostr. Heroic. p. 244. l. 14: Τὸ δὲ ἱερὸν ἵδρυται μὲν πρὸς τῇ Μαιώτιδι. Pris à la lettre, ce passage signifie que le temple étoit tourné vers le nord — est; mais comme on ne voit aucune raison pour ne pas avoir préféré la direction vers l'est, il devient probable que Philostrate avoit trop rapproché du sud la Mèotide.

273. Lesch. Ilias parv. ap. Procl. in Chrestomath: voyez Biblioth. der alten Litter. und Kunst; I. St. Ined. p. 34.

274. Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 12. s. 26. p. 217. et L. X. c. 29. s. 41. p. 560.

275. Mel. de Sit. Orb. L. II. c. 7. p. 218.
Martian. Capell.

276. Philostr. Heroic. p. 38. l. 3.

277. Strab. L. XVI. c. 3. §. 5. p. 584.
Plin. Nat. Hist. L. VI. c. 28. s. 32. p. 338.

Cette île a été mentionnée aussi par le géographe de Ravenna (Anonym. Ravenn. Geogr. L. V. c. 17. p. 802. ad calc. Mel. Gronov).

278. Strab. L. XV. c. 3. §. 7. p. 208.
Arrian. Exped. Alex. L. VI. c. 29. p. 470 — 471. Ed.
Eustath. in Dionys. Alex. Perieg. v. 1069. p. 280.

279. Dionys. Alex. Perieg. v. 542. p. 50.

280. Schol. Dionys. Alex. Perieg. v. c.

281. Philostr. Heroic. p. 248. l. 7: ὁσία ἡ νῆσος εἰσβαίνειν, κεῖται γὰρ ὥσπερ εὔξεινος νέων ἑστία.

282. Demetr. Callat. ap. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 21. l. 19. et
Ap. Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 11. l. 3.

283. Lacon. c. XIX. §. 11. p. 418.

284. Heroic. p. 244. l. 16: τὰ δὲ ἐν αὐτῷ ἀγάλματα, Ἀχιλλεύς τε καὶ Ἑλένη ὑπὸ Μοιρῶν ξυναρμοσθέντες.

285. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 2. l. 7.

92*

286. Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 13. s. 27. p. 219 — 220.

287. Philostr. Heroic. p. 244. l. 17: Κειμένου γὰρ δὴ ἐν ὀφθαλμοῖς τοῦ ἐρᾶν, καὶ ποιητῶν τὸν ἔρωτα ἀπὸ τούτου ἀδόντων, πρῶτον Ἀχιλλεύς τε καὶ Ἑλένη, μηδὲ ὀφθέντες ἀλλήλοις, ἀλλ' ἡ μὲν κατ' Αἴγυπτον, ὁ δὲ ἐν Ἰλίῳ ὄντες, ἐρᾶν ἀλλήλων ὥρμησαν, γένεσιν ἱμέρου σώματος ὦτα εὑρόντες.

Cf. Cel. Boissonnade not. in Philostr. l. c. p. 640.

288. Decameron; Giorn. IV. Nov. 4. p. 64. Parigi pr. Prault.

289. Philostr. Heroic. p. 246. l. 4.

290. Lacon. c. XIX. §. 11. p. 419.

291. Voyez note 10.

292. Voyez note 202.

293. Cassandr. v. 174. p. 23:

Τὸν μελλόνυμφον εὐνέτην Κυταϊκῆς
Τῆς ξεινοβάκχης.

Cf. Tzetz. in Lycophr. v. c.

294. Ara II. v. 3. in Brunck. Anal. Vol. I. p. 413. cf. Cel. Iacobs. Animadv. Vol. I. P. 2. p. 219. et

Voss. Observ. in Mel. L. II. c. 7. p. 772.

295. Argon. L. IV. v. 811 — 815. p. 155:

Εὖτ' ἂν ἐς Ἠλύσιον πεδίον τεὸς υἱὸς ἵκηται
Χρειὼ μιν κούρης πόσιν ἔμμεναι Αἰήταο
Μηδείης.

296. Antonin. Liberal. Metamorph. c. XXVII. p. 48 — 49. Ed. Teuch: Κατὰ δὲ χρόνον ἱκνούμενον ἀπῴκισε τὴν Ἰφιγένειαν εἰς τὴν Λευκὴν λεγομένην παρὰ τὸν Ἀχιλλέα, καὶ ἀλλάξασα ἐποίησεν αὐτὴν ἀγήρων καὶ ἀθάνατον δαίμονα, καὶ ὠνόμασεν ἀντὶ τῆς Ἰφιγενείας Ὀρσιλοχίαν· ἐγένετο δὲ Ἀχιλλεῖ σύνοικος.

Duris ap. Eudoc. Ion. p. 153 et 241.

Ephor. Chalcid. et Alexand. Pleuron. ap. Pausan. Cor. c. XXII. §. 7. p. 261.

Selon d'autres, Hélène doit avoir été fille d'Agamemnon et de Chryséis (Eudoc. Ion. p. 242. et 434).

297. Cypria Carmina, ap. Procl. in Chrestom. voy. Bibl. d. a. Lit. u. Kunst; II. St. s. 25.

298. Satyric. c. LIX. p. 301. Ed. Burm.

299. Homer. Il. I. v. 141 — 147.

Dict. Cret. L. II. c. 94. p. 63. l. 9.

300. Cassandr. v. 186 — 191. p. 27 — 28.

301. Cypr. Carm. ap. Procl. in Chrestomath. voyez: Biblioth. d. alt. Lit. und Kunst; I. St. Ined. p. 25.
Euripid. Iphig. in Aul. v. 100. p. 396.
Hygin. Fab. XCVIII. p. 184 — 186. ib. Munk.
Nonn. Dionys. L. XIII. p. 356. v. 31.

302. Lycophr. Cassandr. v. 183. p. 26. et
Tzetz. in Lycophr. v. c.
Eudoc. Ion. p. 240.
Isaac Porphyrog. Charact. Græc. et Troi. in Ian. Rutgers. Var. Lect. L. V. c. p. 513. l. 10.

303. Hom. Il. I. v. 398 — 399.

304. Hesych. v. Ἰφιάνασσα.

305. Ps. Didym. Schol. in Hom. Il. I. v. 145. p. 177. Ed. Schrev.

306. Triclin. in Sophocl. Electr. v. 155. p. 165. Ed Erf.

307. Animadv. in Sophocl. Electr. v. 159. p. 142.

308. Schol. Venet. in Il. I. v. 145. p. 217.
Didym. Schol. in Hom. Il. I. v. 145. p. 177.

309. Didym. Schol. in Hom. Odyss. Λ. v. 270. p. 231 — 232.
Hesych. v. Καλὴν τ' Ἐπικάστην.

310. Hesych. v. Ἀστυνόμη.

311. Hesych. v. Κασσάνδρα.

312. Pausan. Att. c. XLIII. §. 1. p. 164.

313. Apud Pausan. Att. l. c.

314. Catal. Fœmin. ap. Pausan. l. c.

315. Herodot. L. IV. c. 103. p. 327 — 328.
Pausan. Att. l. c.

316. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 21 — 22.
Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 11. l. 11.

317. Quint. Smyrn. L. III. v. 777 — 779. p. 95.

318. Pausan. Lacon. c. XIX. §. 11. p. 418 — 419.

319. Dionys. Alex. Perieg. v. 545 — 546. p. 50:

Κεῖθι δ' Ἀχιλλῆός τε καὶ ἡρώων φάτις ἄλλων
Ψυχὰς εἱλίσσεσθαι ἐρημαίας ἀνὰ βήσσας.

320. Voyez note 166.

321. Priscian. Perieg. v. 560 — 561. p. 26:

Hic animas perhibent heroum laude potentes
Degere securas, virtutis munere pulcro.

322. Avien. Descr. Orb. Terr. v. 724 — 726. et v. 29 — 30. p. 804:

Leuce cana iugum, Leuce sedes animarum:
Nam post fata virum semper versarier illic
Insontes aiunt animas.
Hæc sunt dona piis; sic illos Iupiter imis
Exemit tenebris, Erebi sic inscia virtus.

323. Eustath. in Dionys. Alex. Perieg. v. c. p. 216. l. 14.

324. Aelian. de Nat. Animal. L. X. c. 50. p. 343 — 344.

325. Diod. Sicul. L. IV. c. 83. p. 326. l. 82.

326. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 22. l. 4.
Philostr. Heroic. p. 248. l. 2.

327. Philostr. l. c.

328. Plin. Nat. Hist. L. X. c. 29. s. 41. p. 560.
Solin. Polyh. c. XIX. p. 29. C.
Antigon. Caryst. c. CXXXIV. p. 185.
Salmas. Exercit. Plin. in Solin. c. XVIII. p. 152.

Saumaise a, dans le livre cité, bien expliqué le passage de Pline, et corrigé l'erreur de Solinus.

329. Aelian. de Nat. Animal. L. XI. c. 1. 345 — 346.

330. Diodor. Sicul. L. II. c. 47. p. 158. l. 26.

331. Aristotel. ap. Aelian. Hist. Anim. L. V. c. 8. p. 145.
Ovid. Amor. L. II. el. 6. v. 35. p. 418.
Plin. Nat. Hist. L. X. c. 12. s. 14. p. 551.
Andr. ap. Apollon. Discol. c. VIII. p. 51. Ed. Teuch.
Lucret. de Rer. Nat. L. VI. v. 749 — 755. p. 326. Ed. Walkef.

332. Amelesag. ap. Antig. Caryst. Hist. Mirab. c. XII. p. 22 — 23.

333. Athen. Dipnos. L. IX. c. 43. p. 390.
Plin. Nat. Hist. L. X. c. 29. s. 41. p. 560.
Solin. Polyh. c. VII. p. 22.

334. Aristot. ap. Apollon. Dyscol. c. IX. p. 51.

335. Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 11. s. 18. p. 206. l. 5.
Solin. Polyh. c. X. p. 21. A.

La raison pour laquelle les hirondelles ne sont pas infestées par les oiseaux de proie, est leur vol en rond qui les garantit de leurs poursuites.

336. Plutarch. Quæst. Rom. c. CXI. p. 186. l. 9.

337. Xenoph. de Venat. c. V. s. 25. p. 357. Ed. Schn.

338. Strab. L. X. c. 5. §. 5. p. 324.
Callimach. ap. Schol. Ovid. in Ib. v. 479—480. p. 120. Ed. Burm. et
Callimach. Fragm. a Bentl. coll. c. IX. p. 307. Ed. Spanh.
Plutarch. Quæst. Rom. c. CXI. p. 186. l. 5.
Hygin. Fab. CCXLVII. p. 356.

339. Plin. Nat. Hist. L. VI. c. 28. s. 32. p. 339. l. 2.

340. L. c

341. Aelian. de Nat. Anim. L. X. c. 7. p. 348.

342. Strab. L. V. c. 1. §. 9. p. 111.

343. Aelian. de Nat. Anim. L. XI. c. 6. p. 348.

344. Aelian. de Nat. Anim. L. XII. c. 23. p. 391.

345. Nymphodor. ap. Aelian. de Nat. Anim. L. XI. c. 20. p. 360.

346. Aelian. de Nat. Anim. L. XI. c. 3. p. 346—347.

347. Philostr. Heroic. p. 246. l. 10.

348. Maxim. Tyr. Dissert. XV. p. 173.

349. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 22. l. 13.

350. Philostr. Heroic. p. 62. l. 5.

351. Apollon. Dyscol. c. XIII. p. 60.

352. Aelian. de Nat. Anim. L. X. c. 50. p. 344.

353. Nearch. Parapl. p. 31. l. 13.

354. Aelian. de Nat. Anim. L. XI. c. 9. p. 349.

355. Philostr. Heroic. p. 254. l. 9.

356. Clarke Travels in var. Countr. Vol. I. ch. 25. p. 648.

357. Philostr. l. c.

358. Philostr. Heroic. p. 254. l. 3.

359. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 22—23.

360. Arrian. ib. p. 23. l. 12.

361. Arrian. ib. p. 23. l. 3.

362. Maxim. Tyr. Diss. XV. p. 173. l. 13: Εἶδον ἤδη ναῦται πολλάκις ἄνδρα ἠΐθεον, ξανθὸν τὴν κόμην πηδῶντα ἐν ὅπλοις· τὰ ὅπλα χρυσᾶ.

363. Euripid. Hecub. v. 111—112. p. 9.

364. Maxim. Tyr. Diss. XV. p. 173. l. 10: Καὶ Ἀχιλλεὺς ὁπλίζεται

365. Philostr. Heroic. p. 252—254.

366. Pindar. ap. Plutarch. Consolat. ad Apollon. c. XXXV. p. 472:

Καὶ τοὶ μὲν ἱππείοις γυμνασίοις,
Τοὶ δὲ πεσσοῖς, τοὶ φορμίγγεσι τέρπονται.

Pindar. Fragm. ed. Schneid. p. 21.

367. Virgil. Aen. L. VI. v. 638 — 655. p. 250 — 255. et v. 485. p. 222:

Idæumque etiam currus, etiam arma tenentem.

Macrob. in Somn. Scip. L. I. c. 9. p. 54 — 55. Ed. Zeun.

Une ancienne inscription dans laquelle les plaisirs des îles des bienheureux sont décrits, mérite d'être rapportée ici (Grut. Corp. Inscr. p. DCCIII. Gor. Inscr. per Hetr. urb. To. II. p. 119. Brunck. Anal. To. III. p. 312. ep. 737:

ΟΥΚ ΕΘΑΝΕϹ ΠΡΩΤΗ ΜΕΤΕΒΗϹ Δ'ΕϹ ΑΜΕΙΝΟΝΑ ΧΩΡΟΝ
ΚΑΙ ΝΑΙΕΙϹ ΜΑΚΑΡΩΝ ΝΗϹΟΥϹ ΘΑΛΙΗ ΕΝΙ ΠΟΛΛΗ
ΕΝΘΑ ΚΑΤ' ΗΛΥϹΙΩΝ ΠΕΔΙΩΝ ϹΚΙΡΤΩϹΑ ΓΕΓΗΘΑϹ
ΑΝΘΕϹΙΝ ΕΝ ΜΑΛΑΚΟΙϹΙ ΚΑΚΩΝ ΕΚΤΟΣΘΕΝ ΑΠΑΝΤΩΝ
ΟΥ ΧΕΙΜΩΝ ΛΥΠΕΙ Ϲ' ΟΥ ΚΑΥΜ' ΟΥ ΝΟΥϹΟϹ ΕΝΟΧΛΕΙ
ΟΥ ΠΕΙΝΗ Ϲ' ΟΥ ΔΙΨΟϹ ΕΧΕΙ Ϲ' ΑΛΛ' ΟΥΔΕ ΠΟΘΕΙΝΟϹ
ΑΝΘΡΩΠΩΝ ΕΤΙ ϹΟΙ ΒΙΟΤΟϹ ΖΩΕΙϹ ΓΑΡ ΑΜΕΜΠΤΩϹ
ΑΥΓΑΙϹ ΕΝ ΚΑΘΑΡΑΙϹΙΝ ΟΛΥΜΠΟΥ ΠΛΗϹΙΟΝ ΟΝΤΟϹ

368. Philostr. Heroic. p. 40. l. 5.

369. Id. ibid. p. 10. l. 8.

370. Id. ibid. p. 62 — 64.

371. Id. ibid. p. 74 — 76.

372. Id. ibid. p. 74. l. 6.

373. Schol. in Platon. Phædr. p. 60 — 61. Ed. Ast. et
Hermiæ Schol. in Platon. Phædr. c. XIX. p. 98.
Leon. Allat. de Patr. Hom. c. VIII. p. 145 — 146.

374. Maxim. Tyr. Diss. XV. p. 173. l. 19.

375. Philostr. Heroic. p. 78. l. 7.

376. Dionys. Alex. Perieg. v. 542 — 543. p. 50. ib. Schol.
Avien. Descr. Orb. Terr. v. 723. p. 804.

377. Ap. Plutarch. Consolat. ad Apollon. c. XXXV. p. 472. Ed. Wytt. et in Romul. c. XXVIII. p. 142. Ed. Reisk.

Pindar. Fragm. edid. Schneid. p. 23.

Dans un autre ouvrage (Phæd. c. XXX. p. 212. Ed. Fisch.) ψυχῶν σκιοειδῆ φαντάσματα.

Cf. Wyttenb. Animadv. in Plutarch. de sera num. vind. p. 80.

Apulei. de Deo Socr. p. 684. Ed. Flor.

378. Ptolem. Hephæst. Hist. L. IV. p. 317.

379. Plutarch. ap. Tzetz. in Schol. in Hesiod. Op. et Dies; v. 169. p. 50. Ed. Plantin. et in Plutarch. Fragm. c. II. p. 764 — 766. Ed. Wyttenb.

Procope raconte le même fait: selon lui, ceux qui habitoient le rivage en face d'une île de l'océan qu'il nomme Brittia, et qu'il distingue de la Brétanie, s'étoient chargés du transport des âmes des morts. Il est sur ce point d'accord au reste avec Plutarque (Procop. Bell. Gothic. L. IV. c. 20. p. 624 — 625).

380. Demetr. ap. Plutarch. de Defect. Oracul. c. XVIII. p. 717.
Cf. Plutarch. de Fac. in Luna; c. XXVI. p. 811 — 812.

381. Philostr. Heroic. p. 248. l. 9.

382. Aristot. Mirab. Auscult. c. CVI. p. 213 — 214.

383. Avien. Ora Marit. v. 354 — 361. p. 1230 — 1231:

nuncupari has Herculis
Ait columnas; stadia triginta refert
Has distinere; horrere silvis undique
Inhospitasque semper esse nauticis.
Inesse quippe dicit ollis Herculis
Et templa et aras: invehi advenas rate,
Deo litare, abire festino pede.

Des vaisseaux chargés n'y pouvoient pas aborder, parce que la mer n'étoit pas assez profonde; mais, ajoute-t-il le poëte (v. 366 — 369. p. 1232):

Sed si voluntas forte quem subegerit
Adire fanum, properat ad Lunæ insulam
Agere carinam, eximere classi pondera,
Levique cymba sic superferri salo.

384. Artémidor. ap. Strab. L. III. c. 1. p. 367.

Artémidore qui parle ici du promontoire et non pas, comme Avien, des îles situées au-devant, dit dans ce passage qu'il n'étoit pas reçu de sacrifier en cet endroit; il prétend même qu'Éphore n'avoit pas dit la vérité en parlant d'un temple d'Hercule, qui ne s'y trouvoit pas.

385. Hannon. Peripl. p. 4 — 5: *Ἑσπέρου κέρας· ἐν δὲ τούτῳ, νῆσος ἦν μεγάλη, καὶ ἐν τῇ νήσῳ, λίμνη θαλασσώδης· ἐν δὲ ταύτῃ νῆσος ἑτέρα· εἰς ἣν ἀποβάντες, ἡμέρας μὲν, οὐδὲν ἀφεωρῶμεν, ὅτι μὴ ὕλην· νυκτὸς δὲ, πυρά τε καιόμενα, καὶ φωνὴν αὐλῶν ἠκούομεν, κυμβάλων τε καὶ τυμπάνων πάταγον, καὶ κραυγὴν μυρίαν. Φόβος οὖν ἔλαβεν ἡμᾶς καὶ οἱ μάντεις ἐκέλευον ἐκλείπειν τὴν νῆσον.*

Les feux qu'Hannon avoit observé pendant la nuit dans cette île, ainsi que les torrens de feu, *πυρώδεις ῥύακες*, dont étoit couverte pendant la nuit une montagne nommée

θεῶν ὄχημα situées non loin de l'île citée (Hann. Peripl. p. 5. Mela L. III. c. 9. p. 311—312. Plin. Nat. Hist. L. VI. c. 30. s. 35. p. 347. l. 17), et les feux nombreux de l'Atlas (L. V. c. 1. p. 24. l. 19. Martian. Capell. L. VI. p. 215.) ont peut être été l'effet de volcans. Il est probable que les bruits des flutes, des tambours, des cymbales et des différentes voix que l'on entendit sur l'île citée et dans l'Atlas, furent produits par des restes d'anciens volcans et des soupiraux souterrains, parce que des voyageurs ont entendu des sons semblables dans des îles volcaniques de la mer de Sicile. Quelques uns ont voulu expliquer ces relations en disant que c'étoient des flambeaux ou des feux allumés et des cris et bruits pour épouvanter les bêtes féroces: d'autres ont prétendu que dans ces lieux on avoit mis le feu à l'herbe sèche (Vid. Tschuck. Not. Exeget. in Mel. l. c. p. 398 — 399). Suppositions qui ne sont pas probables.

386. Nicostrat. ap. Schol. Apollon. Rhod. in Argon. L. I. v. 831. p. 65. et p. 400: αὕτη γὰρ ἱερὰ Ποσειδῶνος, ἐν ᾗ μηδένα κοιμᾶσθαι λόγος, διὰ τὰ φαντάσματα τοῦ θεοῦ, ὥς φησι Νικοστράτης.

387. Eustath. in Hom. Il. N. v. 21. p. 817. l. 38.

388. Artemidor. ap. Strab. L. III. s. 1. p. 368.

Personne n'osoit de même passer la nuit au sommet du mont Sinaï par plusieurs raisons (Procop. de Aedific. Iustin. L. V. c. 8. p. 106. C): ἀνθρώπῳ γὰρ ἐν τῇ ἀκρωρείᾳ διανυκτερεύειν ἀμήχανά ἐστιν· ἐπεὶ κτύπει τε διηνεκεῖς καὶ ἕτερα ἄττα θειότερα νύκτωρ ἀκούονται, δύναμίν τε καὶ γνώμην τὴν ἀνθρωπείαν ἐκπλήσσοντα.

389. Maxim. Tyr. Diss. XV. p. 173. l. 13.
Philostr. Heroic. p. 248. l. 11.
Ammian. Marcell. L. XXII. c. 8. p. 342. l. 2.

390. Philostr. Heroic. p. 248. l. 14.

391. Ammian. Marcell. L. XXII. c. 8. p. 342. l. 2—3.

392. Philostr. Heroic. p. 248. l. 15—22. p. 204. l. 15.
Isaac Porphyrog. Charact. Græc. et Troi. in Ian. Rutgers. Var. Lect. L. V. c. 20. p. 511: Ἀχιλλεὺς — εὐχαρής, φιλῳδὸς, καὶ καλλίφωνος.

393. Philostr. Heroic. p. 248. l. 21. p. 254 l. 1. Voyez note 353.

394. Schol. in Platon. Phædr. p. 60. Ed. Ast. et
Herm. Schol. in Platon. Phædr. c. 19. p. 99.

395. Philostr. Heroic. p. 248 — 250.

396. Philostr. Heroic. p. 250 — 252.

397. Maxim. Tyr. Diss. XV. p. 173. l. 13.

398. Alciphr. Epist. L. III. ep. 58. p. 176. l. 15. Ed. Wagn: Τρέμω ἐνδακὼν τὸ χεῖλος, ὡς οἱ τὸν σιγηλὸν Ἥρω παριόντες, μὴ κακόν τι προσλάβωμαι.

Schol. Aristoph. in Av. v. 1490. p. 429: ἥρωες δὲ δύσοργοι καὶ χαλεποὶ τοῖς ἐμπελάζουσι γίνονται· — διό μοι δοκοῦσι καὶ οἱ τὰ Ἡρῷα παριόντες σιγὴν ἔχειν.

Menandr. et Philemon. Reliqu. p. 170.

399. Maxim. Tyr. Diss. XV. p. 173. l. 16.

400. Philostr. Heroic. p. 254 — 256.

401. Ammian. Marcell. L. VIII. c. 22. p. 342. l. 1.

402. Philostr. Heroic. p. 256 — 258.

403. Olear. in Philostr. Heroic. l. c. p. 749. not. 4.

404. Philostr. Heroic. p. 256 — 266. Ed. Boiss.

405. Voyez les anciennes inscriptions rapportées dans la IV. Section de ce mémoire.

406. Philostr. Heroic. p. 240 — 242.

407. Philostr. Vit. Apollon. Tyan. L. IV. c. 16. p. 153.

408. Id. ibid. L. IV. c. 23. p. 161.

409. Pausan. Phoc. c. XXVI. p. 126.
Eudoc. Ion. p. 305.

410. Nonn. Dionys. L. XXXIV. p. 858. v. 18 — 19.

411. Virgil. Aen. L. III. v. 327 — 332. p. 491 — 492.
Pausan. Messen. c. XVII. §. 3. p. 516.
Dict. Cret. de Bell. Troi. L. V. c. 13. p. 38.
Heyn. Excurs. XII. in Virg. Aen. L. III. v. c. p. 602 — 603.

412. Eustath. in Odyss. L. XI. v. 537. p. 1696. Ed. Rom: — Νεοπτόλεμον, ὃν ἀνελών φησιν ἐν Φωκίδι Ὀρέστης ἀγνοίᾳ, ὕστερον δὲ γνούς, τάφον αὐτῷ ἐποίησε περὶ Δαυλίδα, καὶ ἀναθεὶς τὸ ξίφος ᾧ ἀνεῖλεν αὐτόν, ἀπῆλθεν εἰς τὴν Λευκὴν νῆσον ἣν ὁ Λυκόφρων Φαληρειῶταν σπῖλον καλεῖ, καὶ τὸν Ἀχιλλέα ἐξιλεώσατο.

D'après Pausanias (Phoc. c. XXIV. §. 5. p. 235.) Néoptolème avoit été enterré à Delphi, au dehors du temple d'Apollon.

413. Heliodor. Aethiop. L. II. c. 34 — 35. p. 103 — 106. L. III. c. 1 — 3. p. 107 — 112. Ed. Cor.

414. Strab. L. VII. c. 3. §. 16. p. 382.

415. Broniov. de Biezdzfed. Descr. Tartariæ; p. 819: *In ipso Tyræ seu Nestri ostio, turris lapidea existit, quam Neoptolemi nominatam esse ex Strabone liquet. Ac in eo loco Nestro traiecto, in ripa lapidei parietes ruinosi et quasi quædam ruinæ apparent, eam ruinam turrim Neoptolemi fuisse Strabo refert.*

416. Schol. in Plat. Phædr. p. 60. et
Herm. Schol. in Plat. Phædr. c. XIX. p. 99.
Isocrat. Hel. Encom. c. XXVIII. p. 218 — 219. Ed. Cor: Ἐπεδείξατο δὲ καὶ Στησιχόρῳ τῷ ποιητῇ τὴν αὑτῆς δύναμιν. Ὅτε μὲν γὰρ ἀρχόμενος τῆς ᾠδῆς, ἐβλασφήμησέ τι

περὶ αὐτῆς, ἀνέστη τῶν ὀφθαλμῶν ἀπεστερημένος· ἐπειδὴ δὲ γνοὺς τὴν αἰτίαν τῆς συμφορᾶς, τὴν καλουμένην παλινῳδίαν ἐποίησε, πάλιν αὐτὸν εἰς τὴν αὐτὴν φύσιν κατέστησεν.

Leon. Allat. de Patr. Hom. c. VIII. p. 142 — 147.
Eudoc. Ion. p. 385.
Cf. Heynii Opusc. Acad. T. II. epim. 1. ad Prolus. I. et II. et Prol. X. p. 184.

417. Strab. L. VI. c. 1. §. 10. p. 237.
Iustin. Hist. L. XX. c. 3. p. 459 — 460. Ed. Gron.
Suid. v. Ἀληθέστερα τῶν ἐπὶ Σαγρᾷ.
Heyn. ll. cc.

418. Pausan. Lacon. c. XIX. p. 418 — 419.

419. Archel. ap. Ptolem. Hephæst. Hist. L. IV. p. 320 — 321.
Dio Chrysost. Orat. XI. Troi. p. 323. l. 10.

420. Narrat. XVIII. p. 257 — 258.

421. Syriani Hymn. ap. Zosim. L. V. c. 6. §. 2. p. 407 — 408.

422. Peripl. Pont. Eux. p. 23. l. 14: Τάδε μὲν ὑπὲρ τῆς νήσου τῆς τοῦ Ἀχιλλέως, ἀκοὴν ἀνέγραψα, τῶν ἢ αὐτῶν προσχόντων, ἢ ἄλλων πεπυσμένων. Καί μοι δοκεῖ οὐκ ἄπιστα εἶναι.

423. Herodot. L. IV. c. 43. p. 531. l. 40.

424. Herodot. L. VIII. c. 65. p. 647 — 648.

425. Pausan. Att. c. XXXII. §. 3. p. 124.

426. Pausan. Messen. c. XVI. §. 5. p. 514.

427. Cicer. de Divinat. L. I. c. 11. p. 28 — 29. Ed. Hott:

Iam vero variæ nocturno tempore visæ
Terribiles formæ bellum motusque movebant:
Multaque per terras vates oracla furenti
Pectore fundebant tristis minitantia casus;
Atque ea, quæ lapsu tandem cecidere vetusto,
Hæc fore, perpetuis signis clarisque frequentans,
Ipse Deûm genitor cælo terrisque canebat.

428. Cicer. ibid. L. I. c. 45. p. 121 — 122: *Sæpe etiam et in præliis Fauni auditi; et in rebus turbidis veridicæ voces ex occulto missæ esse dicuntur. Cuius generis duo sunt ex multis exempla, sed maxima. Nam non multo ante urbem captam exaudita vox est a luco Vestæ, qui a palatii radice in novam viam devexus est;* ut muri et portæ reficerentur; futurum esse, nisi provisum esset, ut Roma caperetur. *Quod neglectum cum caveri poterat, post acceptam illam maximam cladem expiatum est. Ara enim Aio*

loquenti, quam septam videmus, exadversus eum locum consecrata est. Atque etiam scriptum a multis est, cum terræ motus factus esset: Ut sue plena procuratio fieret, *vocem ab æde Iunonis ex arce exstitisse: quocirca Iunonem illam appellatam Monetam. Hæc igitur et a diis significata, et a nostris maioribus iudicata contemnimus?*

429. Zosim. Histor. L. V. c. 6. §. 2. p. 407 — 408. Ed. Reitem: Τὸ μὲν τεῖχος περινοστοῦσαν τὴν πρόμαχον Ἀθηνᾶν, ὡς ἔστιν αὐτὴν ὁρᾶν ἐν τοῖς ἀγάλμασιν, ὡπλισμένην, καὶ οἷον τοῖς ἐπιοῦσιν ἐνίστασθαι μέλλουσαν· τοῖς δὲ τείχεσι προεστῶτα τὸν Ἀχιλλέα τὸν ἥρω τοιοῦτον, οἷον αὐτὸν τοῖς Τρωσὶν ἔδειξεν Ὅμηρος, ὅτε κατ' ὀργὴν τῷ θανάτῳ τοῦ Πατρόκλου τιμωρῶν ἐπολέμει. Ταύτην ὁ Ἀλάριχος τὴν ὄψιν οὐκ ἐνέγκων, πάσης μὲν ἀπέστη κατὰ τῆς πόλεως ἐγχειρήσεως, κ. τ. λ.

430. Philostr. Vit. Apollon. Tyan. L. VI. c. 27. p. 268. l. 13: οἶδα γὰρ κατὰ τὴν Λῆμνον τῶν ἐμαυτοῦ τινὰ ἰσηλίκων, οὗ τῇ μητρὶ κ. τ. λ.

Eudoc. Ion. p. 423.

431. Philostr. Heroic. p. 256 — 258.

432. Id. ibid. p. 258.

433. Philostr. Vit. Apollon. Tyan. L. VI. c. 27. p. 268. l. 13.

434. Excurs. XI. in Virgil. Aen. L. III. v. 321. p. 601: *Flavius Philostratus vana commenta pro fabulis antiquis apponere solitus.*

435. Iustin. Martyr. Dial. cum Tryph. c. LXXX. p. 177. Ed. Par. 1742.

436. Itinerar. Orient L. III. c. 3. p. 128 — 129: *Dico probabile esse, quod paradisus terrestris adhuc perseverat in aliqua planitie amœna montis huius Armeniæ, quem descripsimus, in qua sancti Henoch et Elias in deliciis vivunt, peculiari Dei providentia locum illum, et a frigoris rigoribus, et solis ardoribus temperante. Cum enim hi sancti prophetæ in hoc mortali solo, deliciis pene cœlestis paradisi affluentes, ad finem usque mundi præserventur, verisimile apparet, quod in paradiso terrestri, pro ipsis a Deo conservato maneant, ubi edentes fructum arboris vitæ, senectutis et infirmitatis molestias ignorant.*

Cf. Anonym. Ravenn. Geogr. L. I. c. 8. p. 742 — 744. ad calc. Mel. ed. Gron. 1742.

437. Philippi Itinerar. Orient. L. III. c. 1. p. 119. l. 23. p. 120. l. 3. L. III. c. 10. p. 148. l. 17 — p. 149. L. IX. c. 1. p. 353 — 356. p. 356 — 357. l. 24 — p. 359.

438. Viaggi di Marco Polo; L. I. c. 35. fol. 12. a. b. v. Navigaz. e Viaggi raccolt. da Ramusio; Vol. II. et dans le Recueil de Bergeron; L. I. ch. 44. p. 36 — 37.

439. Viaggi di Marco Polo: L. I. c. 50. fol. 15. f.
Recueil de Berger. L. I. ch. 62. p. 52.

440. Rubruqu. Voyage en Tatar. ch. XXIX. p. 62.

441. Hayton, Hist. Orient. ch. X. p. 13 — 14.

442. Viaggi di Marco Polo; L. III. c. 34. fol. 57. F.
Rec. de Berger. L. III. ch. 38. p. 151.

443. Viaggi di Marco Polo; L. I. c. 55. fol. 17. C. D.
Rec. de Berger. L. I. c. 45. p. 56—57.

444. Viaggi di Marco Polo; L. III. c. 2. fol. 50. C.
Rec. de Berger. L. III. c. 1. p. 126.

445. Beauplet Relat. de la Tatarie; voy. Relat. de div. Voyag. trad. par Hakluyt de Purchas; p. 25.

446. Carpin. Voy. en Tatar. ch. XVI. article 5. p. 40.

447. Rubruquis, Voy. en Tartar. ch. XXXIX. p. 90.

448. Carpin, Voy. en Tatar. ch. XVI. art. 5. p. 49.

449. Id. ibid. ch. XVI. art. 5. p. 42.

450. Id. ibid. ch. XVI. art. 5. p. 48.

451. Viaggi di Marco Polo; L. II. c. 18. fol. 53. A.
Rec. de Berger. L. III. ch. 21. p. 136.

452. Carpin, Voy. en Tatar. ch. XVI. art. 5. p. 48.

453. Viaggi di Marco Polo; L. III. c. 35. fol. 58. A.
Rec. de Berger. L. III. c. 40. p. 152.

454. Quint. Smyrn. L. I. v. 721 — 747. p. 31—32.

Thersite dans ce passage, fait à Achille de violens reproches à cause de son penchant pour le sexe, reproches qui portèrent Achille à le tuer.

455. Plat. Sympos. c. VII. §. 4. p. 24. §. 6. p. 25.

456. Peripl. Pont. Eux. p. 23. l. 18: Ἀχιλλέα γὰρ ἐγὼ πείθομαι, εἴπερ τινα καὶ ἄλλον, ἥρωα εἶναι, τῇ τε εὐγενείᾳ τεκμαιρόμενος καὶ τῷ κάλλει, — καὶ τῷ ἐρωτικὸν γενέσθαι καὶ φιλέταιρον, ὡς καὶ ἀποθανεῖν ἐλέσθαι τοῖς παιδικοῖς.

457. Hellanic. ap. Tzetz. in Lycophr. v. 513. p. 62.

458. Diod. Sic. L. IV. c. 63. p. 307. l. 58.

459. Duris ap. Tzetz. in Lycophr. v. c. et v. 851. p. 95 — 96.
Nicand. ap. Antonin. Liberal. c. XXVII. p. 48.
Pausan. Attic. c. XXXII. §. 7. p. 303.

460. Plutarch. in Thes. c. XXXI. p. 64. Ed. Reisk.
Eudoc. Ion. p. 158.

461. Duris ap. Tzetz. in Lycophr. v. c.
Eudoc. Ion. p. 103.

462. Apollod. L. III. c. 11. §. 8. p. 321 — 322.

463. Pausan. Lacon. c. XXIV. §. 7. p. 440 — 441.

463. Helen. v. 98. p. 141.

465. Lacon. l. c.

466. Apollodor. L. III. c. 10. §. 9. p. 323.

467. Tzetz. in Lycophr. v. 143. p. 19.

468. Hom. Il. Γ. v. 445.
Steph. Byzant. v. Κρανάη.
Mel. de Sit. Orb. L. II. c. 7. p. 226.

Schol. Venet. in Hom. Il. Γ. v. c. p. 106
L'île Hélène avoit eu auparavant le nom de Macris (Steph. Byz. v. Ἑλένη) à cause de sa longueur que Strabon (L. X. c. 5. §. 3. p. 317.) évalue à 60 stades (Cf. Tschucke Not. Exeg. in Mel. l. c. p. 698 — 699).

469. Eurip. Helen. v. 1672 — 1674. p. 602.
Schol. Hom. in Il. Γ. v. c.
Eustath. in Hom. Il. Γ. v. 445. p. 433. l. 21. et Il. B. cat. v. 46. p. 278. l. 34.
Eustath. in Dionys. Alex. Perieg. v. 524. p. 209.

470. Pausan. Attic. c. XXXV. §. 1. p. 134.
Steph. Byzant. v. Ἑλένη.

471. Aelian. de Nat. Anim. L. IX. c. 21. p. 287.

472. Pausan. Phoc. c. XII. p. 183.

473. Iacobs. Observ. in Tzetz. Hom. v. 441. p. 91.

474. Eudoc. Ion. p. 153.

475. Troad. v. 959 — 960. p. 686.
Tzetz. in Lycophr. Cassandr. v. 143. p. 19.
Lesch. Ilias parv. ap. Procl. in Chrestom. voy. Bibl. d. alt. L. u. K. II. St. Ined. p. 36.

476. Arctin. Il. Excid. ap. Procl. in Chrestomath. l. c. p. 38.
Virgil. Aen. L. VI. v. 523 — 530. p. 227 — 228.
Hygin. Fab. CXIII. p. 206. Ed. Stav.
Auson. Epitaph. Her. c. XIII. p. 177 — 178.

477. Pausan. El. I. c. 18. p. 79.

478. Paralip. L. XIII. v. 387 — 390. p. 332.

479. Troad. v. 873 — 874. p. 683. v. 901 — 902. p. 684. v. 905. p. 685.

480. Lycophron. Cassandr. v. 143. p. 19.

Dans l'Achilléide de Stace (L. II. v. 270 — 271. p. 871. Ed. Venh.) on trouve une allusion aux amours d'Achille et d'Hélène.

481. Cypr. Carm. ap. Procl. in Chrestomath. l. c. p. 26.

482. Lycophr. Cassandr. v. 171 — 175. p. 23:

ἐν δὲ δεμνίοις
Τὸν ἐξ ὀνείρων πέμπτον ἐστροβημένον
Εἰδωλοπλάστῳ προσκαταξανεῖ ῥέθει,
Τὸν μελλόνυμφον εὐνέτην Κυταϊκῆς
Τῆς ξεινοβάκχης.

Tzétzès donne de ces vers une longue explication (in v. 143. p. 19. et in v. 171. p. 23). Dans une autre occasion (in v. 174. p. 23.) il parle avec plus de détail des relations entre Achille et Hélène: Τοῦτο διssῶς ἱστορεῖται. Οἱ μὲν γὰρ φασὶν, ὅτι κατ' ὄναρ ὁ Ἀχιλλεὺς μιγεὶς τῇ Ἑλένῃ, ἰδεῖν αὐτὴν ἐπεθύμησεν, ἐρωτικῶς ἔχων ἀπὸ τοῦ ὀνείρου, καὶ ἠξίωσεν ἐλθεῖν ἐπὶ τῷ τείχει, ὁ δὲ ἰδὼν αὐτὴν, ἐπὶ πλείω ἔρωτι διετέθη. Οἱ δὲ οὕτως, ὅτι ἰδὼν αὐτὴν πρῶτον ἐπὶ τοῦ τείχους, ἔρωτι συνεσχέθη, καὶ ἠξίωσε τὴν μητέρα αὐτοῦ συμπρᾶξαι αὐτῷ εἰς τὸ συμμιχθῆναι αὐτῇ. ἡ δὲ κατ' ὄναρ ἐποίησεν, ὡς δοκεῖν αὐτὸν αὐτῇ συνέρχεσθαι, καὶ οὕτως παρεμυθήθη.

Schol. Euripid. in Androm. v. 228. p. 402 — 403.
Eudoc. Ion. p. 153.

483. Dio Chrysost. Orat. XI. Troi. p. 361. l. 32.
Eudoc. Ion. p. 316 — 317.

484. Pausan. Lacon. c. XIX. §. 9. p. 417.

485. Pausan. Lacon. c. XV. §. 2. p. 395.
Athenagor. Legat. pro Christian. c. XIV. p. 290. b.

486. Polyb. L. V. c. 22. §. 2 — 3. p. 255. et Animadv. Schw. p. 165.

487. Legat. pro Christian. c. XIV. p. 290. b. ed. c. Iust. Martyr. Paris. 1742.

488. Euripid. Helen. v. 1665 — 1680. p. 601. Ed. Glasgu. Orest. v. 1699 — 1706. p. 202. Ed. Pors.
Isocrat. Encom. Helen. p. 144.
Dio Chrysost. Orat. XI. Troi. p. 311. l. 41.
Aen. Gaz. Theophr. p. 42. Ed. Barth: Τὸν γοῦν Μενέλεων, καὶ, νὴ Δία, τὴν Ἑλένην μετὰ τὸν Ἀλέξανδρον, μετὰ τὸν Δηΐφοβον ἐν Θεράπναις τῆς Λακωνικῆς τοῖς θεοῖς συναριθμοῦντες, μετ' ἐκείνων ᾄδουσι, θυσίαις τε καὶ ἀναθήμασι θεραπεύοντες.

489. Aristot. Mirab. Auscult. c. CXIV. p. 234.

490. Hesych. v. Ἑλένια.
Meurs. Græc. Fer. p. 102.
Weiske Lexic. Xenophont. v. Κάναθρον.

491. Schol. Hom. in Il. Γ. v. 175.

Schol. Venet. in Hom. Il. Γ. v. 175. p. 94.
Eustath. in Hom. Il. Γ. v. c. p. 400. l. 32.

492. Herodot. L. VI. c. 61. p. 565. l. 30.

On trouve plusieurs autres traditions sur Hélène dans l'ouvrage de Ptolémée Hephæstion (L. IV. p. 317 — 322).

Pausan. Lacon. c. VII. §. 6. p. 357.

493. Eustath. in Hom. Iliad. E. v. 633. p. 590. l. 30. et in Il. H. v. 86. p. 666. l. 55.

494. Athenag. Legat. pro Christ. c. I. p. 279.

495. Pausan. Lacon. c. XIX. §. 10. p. 418.

496. Dionys. Halic. Ant. Rom. c. VII. c. 72. p. 1494. l. 10. Ed. Reisk.

497. Charidem. c. VI. p. 621. l. 20.

498. Pausan. Corinth. c. II. §. 3. p. 184.

499. Steph. Byzant. v. Ἑλένη.

500. Eustath. in Dionys. Alex. Perieg. v. 11. p. 117.

501. Plin. Nat. Hist. L. XIX. c. 10. s. 53. p. 243. l. 16.
Eustath. in Hom. Odyss. Δ. v. 230. p. 1493. l. 60.
Ptolem. Hephæst. Hist. L. IV. p. 318.

502. Plin. Nat. Hist. L. XXI. c. 21. s. 91. p. 259. l. 3.
Pausan. Lacon. c. XIX. §. 10 — 11. p. 418.

503. Ptolem. Hephæst. Hist. L. IV. p. 318.

504. Aelian. de Nat. Anim. L. IX. c. 21. p. 287. ib. Schn. p. 287 — 288.

505. Eustath. in Homer. Odyss. Λ. v. 519. p. 1697. l. 46.

506. Plin. Nat. Hist. L. XXXIII. c. 5. s. 23. p. 619. l. 10.

507. Suid. v. Αἴσωπος.

508. Lycophr. Cassandr. v. 276 — 280. p. 37:

Ὁ νεκροπέρνας, ὃς προδειμαίνων πότμον
Καὶ θῆλυν ἀμφὶ σῶμα λήσειν πέπλον
Δῦναι παρ' ἱστοῖς κερκίδος ψαύσας κρότων,
Καὶ λοῖσθος εἰς γῆν δυσμενῶν ῥῖψαι πόδα
Τὸ σὸν, ξύναιμε, κἂν ὕπνῳ πτήσσων δόρυ.

Tzetz. in Lycophr. v. c. p. 37.
Apollod. L. III. c. 13. s. 5. p. 349.
Ovid. de Art. Am. L. I. v. 697 — 706. Ed. Burm.

509. Tzetz. Chil. V. Hist. 16. p. 78. v. 996 — 1006.

510. Cypr. Carm. ap. Procl. in Chrestomath. l. c. p. 25.
Propert. L. II. el. 7. v. 54. p. 272. Ed. Burm. L. II. el. 9. v. 16. p. 98. Ed. Barth.
Philostr. Heroic. p. 208. l. 4.
Tzetz. in Lycophr. Cassandr. v. 277. p. 37.

511. Quint. Smyrn. L. XIV. v. 127 — 129. p. 346. et v. 211 — 212. p. 349.

512. Hom. Il. A. v. 184. et v. 392.
Philostr. Heroic. p. 214. l. 1.

513. Schol. Hom. in Il. A. v. 392.
Schol. Venet. in Hom. Il. A. v. c. p. 31.
Eustath. in Hom. Il. A. v. 184. p. 77. l. 29.
Tzetz. Homer. v. 350. p. 49.
Hesych. v. Ἱπποδάμεια.

Cédrénus observe (Compend. Hist. p. 126. d.) qu' Ajax avoit ravagé et pillé les contrées situées au nord de Troie, tandis qu'Achille infesta les environs de cette ville et les îles les plus proches de la côte.

514. Fragm. Troic. Uffenbach. p. 679 — 681.
Tzetz. Homer. v. 351. et v. 355. p. 49.

515. Hom. Il. Γ. v. 660 — 661.
Eustath. in Hom. Il. Γ. v. c. p. 782. l. 29.
Dict. Cret. L. II. c. 16. p. 36. l. 14. et c. 19. p. 39. l. 13.

516. Quint. Smyrn. L. III. v. 555 — 556. p. 86.
Horat. L. II. od. 1. v. 1 — 4.
Propert. L. II. el. 7. v. 47. p. 276. Ed. Burm. L. II. el. 9. v. 9. p. 97. Ed. Barth.
Tzetz. Posthom. v. 448 — 449. p. 138. et v. 542 — 544. p. 149 — 150.
Isaac Porphyrog. Charact. Græc. et Troian. in Rutgers. Var. Lect. L. V. c. 20. p. 513. l. 16.

517. Plutarch. Quæst. Græc. c. XXVIII. p. 218 — 219.
Schol. Hom. in Il. A. v. 38.
Schol. Venet. in Hom. Il. A. v. c. p. 7.
Eustath. in Hom. Il. A. v. 38. p. 33. l. 24.
Eudoc. Ion. p. 264 — 265. 392 — 393.

518. Eckhel Doctr. Num. Vet. Vol. II. p. 489.

519. Hesiod. et Demetr. ap. Schol. Hom. in Il. Z. v. 35. p. 201 — 202. et
Ap. Schol. Venet. in Il. Z. v. 35. p. 155.
Eustath. in Il. Z. v. c. p. 623. l. 15.

520. Parthen. Nicæens. Erot. c. XXI. p. 383 — 385.

521. Plutarch. Quæst. Græc. c. XXXVII. p. 225.

522. Arctin. Aethiop. ap. Procl. in Chrestomath. l. c. p. 33.

523. Quint. Smyrn. L. I. v. 55—66. p. 4.
Serv. in Virgil. Aen. L. I. v. 495. p. 581.
Tzetz. Posthom. v. 8—9. p. 99.

524. Arctin. Aethiop. l. c.
Quint. Smyrn. L. I. v. 592 — 662. p. 26—28.
Tzetz. Posthom. v. 8—9. p. 99.

525. Quint. Smyrn. L. I. v. 657—674. p. 28—29. et v. 671—674. p. 29:

Καὶ δ' Ἀχιλλεὺς ἀλίαστον ἑῷ ἐνετείρετο θυμῷ,
Οὕνεκά μιν κατέπεφνε, καὶ οὐκ ἄγε δῖαν ἄκοιτιν,
Φθίην εἰς εὔπωλον, ἐπεὶ μέγεθός τε, καὶ εἶδος
Ἔπλετ' ἀμώμητός τε, καὶ ἀθανάτῃσιν ὁμοίη.

526. Quint. Smyrn. L. I. v. 718—721. p. 30—31.
Serv. in Virgil. Aen. L. I. 495. p. 381: *Penthesilea Martis et Otreres filia fuit, quam Achilles, cum adversum se pugnantem peremisset, post mortem eius adamavit, eamque honorifice sepelivit.*

527. Iustin. Martyr. Orat. adv. Græc. p. 2. B: Ὁ Πηληϊάδης ὑπὸ Ἀμαζόνος νεκρᾶς νενίκητο.

528. Nonn. Dionys. L. XXXV. p. 866. v. 9:

Καί νύ κε νεκρὸν ἔχων πόθον ἄπνοον ὥσπερ Ἀχιλλεύς.

Schol. Sophocl. in Philoct. v. 444. p. 137. Ed. Erf.
Liban. Melet. XXVIII. p. 967. l. 8. Ed. Reisk: Οὗτος γάρ ἐστιν ὁ τῆς Ἀμαζόνος μετὰ τὸν φόνον ἐρῶν, καὶ τῇ Πενθεσιλείᾳ κειμένῃ ἐπιχυθείς. Καὶ νὴ Δία γε εἰκότως. Τῆς γὰρ αὐτῆς ψυχῆς καὶ πολεμεῖν νεκροῖς, καὶ νεκρῶν ἐρᾷν. Cf. Liban. Melet. L. et LI. p. 1026—1028.

529. Herodot. L. V. c. 92. §. 7. p. 424. l. 5.
Nicol. Damascen. Hist. L. VI. in Excerpt. Vales. p. 450.
Suid. v. Περίανδρος.

Périandre avoit tué dans un mouvement de colère son épouse Mélisse, et Wesseling (In Herod. l. c. not. 4.) avoit raison de croire que Sénèque (de Ira, L. II. c. 36.) fait allusion à cette anecdote. Sénèque dit: *Omnes denique alios affectus ira sibi subiicit: amorem ardentissimum vincit. Transfoderunt itaque amata corpora, et in eorum quos occiderant iacuere complexibus.*

530. Arctin. Aethiop. ap. Procl. in Chrestomath. l. c. p. 33.
Tzetz. in Lycophr. Cassandr. v. 999. p. 110.

Eudoc. Ion. p. 227.

Tzétzès dit qu' Achille avoit tué Thersite, ὅτι αἰσχροὺς λόγους κατ' Ἀχιλλέως ἐπέῤῥιπτεν, ὡς δῆθεν ἐρῶντος συγγενέσθαι νεκρῇ τῇ Πενθεσιλείᾳ· ou, ajoute-t-il, λέγων μίξεις ἀθέσμους καὶ ἔρωτας.

531. Pausan. El. I. c. 11. §. 2. p. 46.

532. Pausan. Phoc. c. XXXI. §. 2. p. 263.

533. Serv. in Virgil. Aen. L. XI. v 661—662. p. 1139: *Penthesilea, quæ ab Achille occisa ac mortua adamata est: ut nonnulli vero adserunt, cum Achille concubuit, et ex eo Caistrum filium edidit, ex quo flumen Lydiæ ita appellatur.*

534. Ap. Eustath. in Hom. Odyss. Λ. v. 505. p 1696. l. 52.

535. Philostr. Heroic. p. 224 — 227.

536. Hom. Il. T. v. 417.

537. Hom. Il. X. v. 358 — 361.
Schol. Eustath. in Hom. Il. X. v. 359. p. 491.
Eustath. in Hom. Il. X. v. c p. 1273. l. 52. 60. et in Odyss. Λ. v. 505. p. 1696. l. 45. Dans les vers cités de l'Iliade Hector mourant dit à Achille:

Φράζεο νῦν, μή τοι τι θεῶν μήνιμα γένωμαι,
Ἤματι τῷ, ὅτε κέν σε Πάρις καὶ Φοῖβος Ἀπόλλων,
Ἐσθλὸν ἐόντ', ὀλέσωσιν ἐνὶ Σκαιῇσι πύλῃσιν.

538. Hom. Il. Φ. v. 276 — 278.

539. Philostr. Vit. Apollon. Tyan. L. IV. c. 16. p. 153.
Id. Heroic. p. 224 — 226.
Liban. Melet. XXVIII. p. 967. l. 12.
Serv. in Virgil. Aen. L. III. v. 322. p. 532.

540. Cedren. Comp. Hist. p. 128. a. b.

541. Dict. Cret. de Bel. Troi. L. III. c. 24 p. 82.
Cedren. Comp. Hist. p. 127. d.

542. Dict. Cret. de Bell. Troi. L. III. c. 2. p. 67.

543. Ioann. Malal. Chronogr. p. 164 — 166. Ed. Chilm.

544. Constantin. Manass. Compend. Chron. p. 28 — 29. Ed. Paris.

545. Hygin. Fab. CX. p. 203.

546. Senec. Troad. v. 347. p. 413.
Eustath. in Odyss. Λ. v. 1696. l. 49.
Tzetz. in Lycophr. v. 323. p. 41.
Iustin. Martyr. Orat. adv. Græc. c. II. p. 2: Ἕκτορα χειρωσάμενος, Πολυξένης

ὁ ἥρως ἡμῶν δοῦλος ἦν· νυμφικὴν στολὴν ἐνδυσάμενος, φίλτρων θῦμα ἐγίνετο ἐν τῷ τοῦ Ἀπόλλωνος ἱερῷ.

Dante parle aussi, dans son enfer, de la mort d'Achille et de son amour pour Polyxène qui en fut l'occasion (Canto V. v. 65 — 66):

e vidi 'l grande Achille
Che con amore al fine combatteo.

547. Serv. in Virgil. Aen. L. III. v. 322. p. 532.
Eudoc. Ion. p 311.

548. Philostr. Vit. Apollon. Tyan. L. IV. c. 16. p. 153. et
Id. Heroic. p. 226. l. 7.
Tzetz. in Lycophr. v. 323. p. 40 — 41.
Id. Posthom. v. 498 — 503. p. 144 — 145.

549. Dict. Cret. de Bell. Troi. L. IV. c. 10 — 11. p. 93 — 94.
Dar. Phryg. de Excid. Troi. c. XXXIV. p. 171.

550. Hecub. v. 346 — 382. p. 25 — 27. et v. 406 — 441. p. 29 — 31. Ed. Pors. Lips. 1802.
Isaac Porphyrog. Charact. Græc. et Troi. c. XXXIV. p. 171.

551. Euripid. Hecub. v. 36. p. 8.
Ovid. Metam. L. XIII. v. 439. p. 892.

552. Eurip. in. Hecub. v. 37. p. 8. v. 94 — 95. p. 11. v. 111 — 114. p. 12.
Senec. Troad. v. 180. p. 400. v. 288. p. 409. v. 1164. p. 464.

553. Eurip. Hecub. v. 115 — 117. p. 12 — 13.

554. Id. ibid. v. 109 — 111. p. 12. v. 118 — 131. p. 13.

555. Id. ibid. v. 94 — 97. p. 11.

556. Id. ibid. v. 40 — 43. p. 8.

557. Id. ibid. v. 116 — 117. p. 12 — 13.

559. Metam. L. XIII. v. 447 — 448. p. 892.

559. Troad. v. 195 — 196. p. 401 v. 942 — 943. p. 451.

569. Quint. Smyrn. L. XIV. v. 213 — 214. p. 349.

561. Tzetz. in Lycophr. Cassandr. v. 323. p. 41: ἠτήσατο καθ' ὕπνους τοὺς ἀρίστους τῶν Ἑλλήνων, σφαγιασθῆναι αὐτῷ τὴν Πολυξένην, ὡς καὶ μετὰ θάνατον ἐρῶν αὐτῆς.

562. Hecub. v. 527 — 529. p. 35 — 36.

563. Virgil. Aen. L. III. v. 322. p. 490.
Ovid. Metam. L. XIII. v. 452. p. 892.
Senec. Troad. v. 196. p. 401. v. 943. p. 451.
Quint. Smyrn. L. XIV. v. 257. et 268. p. 351.

564. Arctin. Ilii excid. ap. Procl. in Chrestomath. l. c. p. 38.

565. Hecub. v. 225. p. 18.

C'est une grande absurdité que nous dit l'auteur de l'argument grec de la tragédie de l'Hécube d'Euripide; il croit que les Grecs se trouvant sur leur retour, avoient érigé un cénotaphe à Achille sur la Chersonèse de Thrace.

566. Senec. Troad v. 195 — 196. p. 401.

567. Senec. Troad. v. 942 — 944. p. 451.

568. Pausan. Attic. c. XXII. §. 6. p. 82.

569. Pausan. Phoc. c. XXV. p. 240.

570. Tischbein, Vases Grecs; Vol. I. pl. 19. p. 80.

571. Ap. Athen. in Dipnos. L. XIII. c. 75. p. 174. c. 79. p. 181.
Plutarch. Amat. c. V. p. 13. Ed. Wyttenb.
Brunck. in Sophocl. Dramat. Fragm. Ἀχιλλέως ἐρασταὶ p. 607.

572. Sympos. c. VIII. §. 4 — 6. p. 24 — 25. Ed. Wolf: Ἐτόλμησεν βοηθήσας τῷ ἐραστῇ Πατρόκλῳ καὶ τιμωρήσας οὐ μόνον ὑπεραποθανεῖν ἀλλὰ καὶ ἐπαποθανεῖν τετελευτηκότι.

573. Orat. in Timarch. p. 149. Ed. Reisk.

574. Biblioth. L. III. c. 13. s. 8. p. 350 — 351.

575. Amor. c. LIV. p. 457. Ed. Reiz.

576. Pyrrhon. Hypotypos. L. III. c. 24. p. 176. Ed. Fabr.

577. Epigramm. L. XI. ep. 43. v. 9 — 11. Ed. Schrev.

578. Sympos. c. VIII. §. 31. p. 214 — 215. Ed. Schneid: Ἀλλὰ μὴν καὶ Ἀχιλλεὺς Ὁμήρῳ πεποίηται οὐχ ὡς παιδικοῖς Πατρόκλῳ, ἀλλ ὡς ἑταίρῳ ἀποθανόντι ἐκπρεπέστατα τιμωρῆσαι. Καὶ Ὀρέστης δὲ καὶ Πυλάδης καὶ Θησεὺς καὶ Πειρίθους, καὶ ἄλλοι δὲ πολλοὶ τῶν ἡμιθέων οἱ ἄριστοι ὑμνοῦνται οὐ διὰ τὸ συγκαθεύδειν, ἀλλὰ διὰ τὸ ἄγασθαι ἀλλήλους, τὰ μέγιστα καὶ κάλλιστα κοινῇ διαπεπρᾶχθαι.

Schneider dans sa remarque sur ce passage, rectifie une assertion de Valkenaer (Diatribe in Eurip. Rel. c. II. p. 13.) qu'avoit adoptée Wolf (Plat Sympos. l. c.), et il corrige avec le même succès une remarque de Heyne (In Il. Λ. v. 785 — 786 p. 239 — 240.) sur le passage du banquet de Platon déjà cité. Mais il est probable qu'un vers de l'Iliade (Λ. v. 786.) avoit donné lieu à cette supposition, quelque contraire qu'elle soit aux idées du siècle d'Homère.

579. Icon. L. II. c. 7. p. 820. Ed. Olear.

580. Cassandr. v. 307 — 313. p. 39 — 40.

581. In Virgil. Aen. L. I. v. 478. p. 378.
Eudoc. Ion. p. 404.

Heyn. Excurs. XVII. ad Libr. I. Aen. v. 474 — 478. p. 211 — 212.

582. In Lycophr. Cassandr. v. c. p. 39 — 40.

583. Nat. Hist. L. IV. c. 13. s. 26. p. 220. Voyez note 166.

584. Lacon. c. XIX. §. 11. p. 418.

585. Heroic. p. 244.

586. Clarke's Travels in var. Countr. Vol. I. ch. 25. p. 647—651. pl. London, 1813. Sec. Edit.

587. La sagène a 3 archines; elle est égale à 7 pieds anglois, 6$\frac{4}{3}$ pieds de Rhin, 946,12 lignes françoises, 2,134 mètres, 500 sagènes = 3500 pieds anglois. L'archine a 28 pouces anglois.

588. Ap. Scymn. Ch. v. 48 — 49 p. 46.

589. Mémoire sur un nouv. Péripl. du Pont. Euxin; ch. I. p. 4. et pl.

590. Voyez note 165.

591. Voyez note 353.

592. La désiatine est un rectangle dont la base est de 60 sagènes, et la hauteur de 40, = 2400 sagènes carrées.

593. Voyez note 272.

594. Pallas Reisen in die südl. Statthaltersch. des russ. Reichs; II. Th. s. 68 — 69; eine Abbildung, Ebendas. s. 25.

Pallas a donné dans l'ouvrage cité (s. 61 — 66.) la description de quelques autres ruines d'édifices de même construction, qu'on trouve dans les environs de l'ancienne ville de Chersonésus.

595. Ammian. Marcellin. L. XXI. c 8. p. 341: *Ibi et aquæ sunt.*

596. Anonym. Ravenn. L. VI. c. 19. p. 803. ed. c. Mel. Gron. L. B. 1722: *Id est in colfo pontico ex ipso mari magno pertinente; dicitur insula Achillis, quæ est a fronte superius dicti Danubii maximi fluvii.*

597. Aethic. Cosmogr. p. 713.

598. Iordan. de Reb. Getic. p. 97. Ed. Lindenbr: *Galerius Maximinus Cæsar — habens Gothos et Peucenos, ab insula Peuce, quæ ostio Danubii ponto mergenti adiacet.*

599. Iul. Honor. Excerpt. p. 695.

600. Leon. Diac. Hist. L. IX. c. 6. p. 92 — 93: Ἀῤῥιανὸς γάρ φησιν ἐν τῷ περίπλῳ, Σκύθην Ἀχιλλέα τὸν Πηλέως πεφηνέναι, ἐκ τῆς Μυρμηκιῶνος καλουμένης πολίχνης, παρὰ τὴν Μαιῶτιν λίμνην κειμένης· ἀπελαθέντα δὲ πρὸς τῶν Σκυθῶν διὰ τὸ ἀπηνὲς, ὠμὸν, καὶ αὐθαδὲς τοῦ φρονήματος, αὖθις Θετταλίαν οἰκῆσαι. Τεκμήρια τοῦ λόγου σαφῆ ἥ τε τῆς ἀμπεχόνης σὺν τῇ πόρπῃ σκευὴ, καὶ ἡ πεζομαχία, καὶ ἡ πυρσὴ κόμη, καὶ οἱ γλαυκιῶντες ὀφθαλμοὶ, καὶ τὸ ἀπονενοημένον, καὶ

θυμοειδὲς, καὶ ὠμόν — Φόνῳ γὰρ εἰςέτι καὶ αἵματι τὰ νείκη Ταυροσκύθαι διακρίνειν εἰώθασιν.

Voyez Eustathe cité dans la note 202.

601. Peyssonnel, Observat. sur les Peupl. Barb. des bords du Danube; ch. XIX. p. 145.

602. Constant. Porphyrog. de Administr. Imp. c. IX. p. 59 — 61. Ed. Par.

603. Potocki, Mémoire sur un nouv. Périple; ch. II. p. 12.

604. Nicephor. Gregor. Hist. L. XIII. c. 12. §. 2. p. 427. C: εἴ τις πρὸς ἄρκτους ποιεῖσθαι τὸν ἀνάπλουν ἐθέλοι, καὶ τόν τε βόρειον πόλον καὶ τὴν Ἑλίκην ἔχειν πρὸ ὀφθαλμῶν.

605. Viaggio di Iosafa Barbaro alla Tana; vedi Navigat. et Viaggi di Ramusio; Vol. II. fol. rect. 92.

606. Viaggio di Ambrosio Contarini al Re di Persia; v. Ramusio l. c. Vol. II. fol. vers. 113.

Voyez la carte du Génois Pierre Visconti de l'an 1318, et plusieurs autres cartes anciennes citées par le Cte. Iean Potocki dans son mémoire sur un nouveau périple du Pont-Euxin, p. 19.

On ne peut pas douter que cette île ait eu de même les autres noms donnés au Dniépre et cités dans le texte.

607. Peyssonn. l. c. ch. XIX. p. 144.

Busching prétend (Das türk. Reich in Europ. s. 1935): qu'Édrisi a cité cette île sous le nom d'Aleski; mais Busching doit avoir confondu ce nom avec celui d'*Alsecca* (Geogr. Nub. Cl. VI. c. 5. p. 262.) qui n'est pas moins obscur que tant d'autres que nous trouvons dans cet auteur.

608. Constantin. Porphyrog. l. c. p. 61. B.

609. L. c. p. 145 — 146.

610. Peyssonnel, ch. XIX. p. 146 — 147.

Une erreur aussi grande, est celle qu'a commise un voyageur qui croit que dans le passage suivant de Pline (Nat. Hist. L. VI. c. 11. §. 12. p. 309): *ubi fores obditæ ferratis trabibus, subter medias amne diri odoris fluente*, les mots *diri odoris* sont le nom du fleuve.

611. Dominici Marii Nigri Geographia; Comment. X. p. 257. Basil. 1557. in Fol: *Ubi insula Leuca quæ a quibusdam Cacearia et a quibusdam Græciaria, nunc Fidonixi vocatur.*

612. Ewers Krit. Vorarb. zur Gesch. der Russen; II. B. 2. k. s. 187.

613. Ebenders. ebendas. s. 191.

614. Ebenders. ebendas. s. 191 — 192.

Meletii Geograph. L. XIV. c. 2. p. 223: αὐτὴ ἡ Ταυρικὴ χερρόνησος ἐλέγετο ὑπὸ τῶν παλαιῶν Γαζαρία.

Cf. Iosafa Barbaro. Viaggio della Tana; v. Navigat. et Viagg. di Ramusio; Vol. II. fol. rect. 92.

615. Ewers krit. Vorarb. zur Gesch. der Russ. II. 5. k. s. 223.

616. Peyssonn. l. c. ch. XIX. p. 146.

617. Clarke's Trav. in Var. Countr. Vol. I. ch. 21. p. 650 — 653: *A few have confounded this island with the neck of land lying between the mouths of the Borysthenes and the Sinus Carcinites, formerly called the Dromus Achillis, and now Kilburnu.*

618. Thornton's present state of Turkey; Vol. II. Append. p. 405: *His (Achilles's) mysterious abode eluded the search of an ancient circumnavigator, and its existence has even been questioned by modern geographers.*

619. Hist. of the Decline and Fall of the Rom. Empire; Vol. I. p. 381. not. 82. Basil.

620. Recueil de Cart. Géograph. relatives au voyage d'Anach. pl. VII. p. 62: *Mais comme Arrien, qui a navigué le long des côtes du Pont-Euxin, ne l'a point vue (l'île de Leucé), et qu'elle n'est marquée dans aucune des cartes modernes, j'ai cru devoir aouter à son nom que son existence est douteuse.*

621. L. c. p. 47. and note.

622. Geogr. der alt. Griech. und Röm. IV. Th. 4 k. s. 235 — 236. Zw. Ausg: *Alle Geographen sprechen von dieser Leuke Insula, aber ohne sie mit dem Dromos Achilleos in Verbindung zu bringen; wie konnten sie dieses, da zwischen beiden Orten, ausser der Gleichheit der Weihung, keine Verbindung statt fand? sie setzen den Ausleger in die Verlegenheit, die ganze Erzählung als mythische Angabe zu erklären.*

623. Atlas Nouv. par de l'Isle; p. CXXVIII. CXXXV. CXXXIX.

624. Banduri Orb. Roman. et Imper. Orientale; vid. Eiusd. Imp. Orient. sive antiquit. Copolit. Vol. II. et

Atlas. Nouv. par de l'Isle; pl. CXL.

625. Atlas de Robert; carte de Russie, pl. LXXXVIII.

626. Atlas antiqu. collect. a Sansonis, emendat. a Clerico; tab. LXXXVIII.

627. Hubneri et Homanni Atlas; tab. XIX.

628. Le Nouv. Théâtre du monde, ou N. Atlas; Amst. ap. Ians. 1639. Tom. III. tab. LXXVI.

629. Atlas Nouv. par Sanson; table LXXV.

630. Atlas de Robert; carte de Turquie, pl. LXXXVI.

631. Atlas über die ganze Welt von Homann; Danub. Russ. Turc.

632. Atlas Nouv. par de l'Isle; pl. LXXXIV.

633. Atlas Géographique; à Berlin. 1753. pl. 40.

634. Le même; pl. XLI.

635. Observat. sur les Peupl. Barbar. pl. III.

636. Géograph. Ancienne abrégée; Orb. Rom. pars orient.

637. L. c. ch. XIX. p. 146: *Elle n'étoit pas marquée sur les anciennes cartes de la mer noire.*

638. Serapis; XVII. Abhandl. s. 405 — 406. und 465 — 466.

639. Geogr. L. III. c. 6. p. 75.

640. Observat. sur les Peupl. Barbar. ch. XVI. p. 101.

641. Voyez note 209.

642. Strab. L. VII. c. 3. §. 19. p. 389 — 390: Μετὰ δὲ τὴν πρὸ τοῦ Βορυσθένους νῆσον, ἑξῆς πρὸς ἀνίσχοντα ἥλιον, ὁ πλοῦς ἐστὶν ἐπὶ ἄκραν τὴν τοῦ Ἀχιλλείου δρόμου, ψιλὸν μὲν χωρίον, ἄλσος καλούμενον ἱερὸν Ἀχιλλέως· εἶθ' ὁ Ἀχίλλειος δρόμος, ἀλιτενὴς χερρόνησος· ἔστι γὰρ ταινία τις, ὅσον χιλίων σταδίων μῆκος ἐπὶ τὴν ἕω· πλάτος δὲ τὸ μέγιστον, δυοῖν σταδίων· ἐλάχιστον τεσσάρων· διέχουσα τῆς ἑκατέρωθεν τοῦ αὐχένος ἠπείρου σταδίους ἑξήκοντα· ἀμμώδης, ὕδωρ ἔχουσα ὀρυκτόν· κατὰ μέσην δ' ὁ τοῦ ἰσθμοῦ αὐχήν, ὅσον τεσσαράκοντα σταδίων· τελευτᾷ δὲ πρὸς ἄκραν, ἣν Ταμυράκην καλοῦσιν, ἔχουσαν ὕφορμον, βλέποντα πρὸς τὴν ἤπειρον.

Dans le texte j'ai répété la traduction de M. Gosselin. Il faut observer que M. Mannert est aussi du nombre de ceux qui ont mal compris ce passage. Car c'est par erreur qu'il croit (Geogr. IV. Th. 5. k. s. 247 — 248.) 1° qu'une des extrêmités du drome a eu le nom de Tamyrace; 2° qu'il est possible que cette péninsule si basse et si marécageuse ait un port.

643. Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 7 — 8: Ἔσω δὲ Ταμυριάκης ἐστὶν λίμνη οὐ μεγάλη. Ἀπὸ δὲ τοῦ ἀκρωτηρίου Ταμυριάκους παρήκει ὁ Ἀχίλλειος δρόμος, ὅπερ ἐστὶν ἠών, τουτέστιν αἰγιαλὸς σφόδρα μακρά, καὶ στενή, διήκουσα τὸν πόρον ἐπὶ σταδίους ασ', μίλια ρξ'. Τὸ δὲ πλάτος ἔχουσα τετράπλεθρον τὰ δὲ ἄκρα αὐτῆς νησίζοντα ἔχει. Ἀφέστηκεν δὲ τῆς ἠπείρου στάδια ξ', μίλια η'. Κατὰ μέσην δὲ αὐτῆς αὐχὴν ἰσθμοειδής, τουτέστιν στενώδης, τῇ ἠπείρῳ ἤτοι τῇ γῇ συνάπτει, ἐπὶ στάδια μ', μίλια ε', γ, διήκων τὸ μῆκος. Ἀπὸ Ταμυριάκης τοίνυν παραπλεύσαντι τὸν προειρημένον δρόμον, ἐπὶ τὸ ἕτερον ἀκρωτήριον τοῦ Ἀχιλλέως δρόμου, ὃ καλεῖται ἱερὸν ἄλσος τῆς Ἑκάτης, εἰς Βορυσθένην τὸν νῦν Δανάπριν λεγόμενον, στάδια σ', μίλια κς'.

644. Ptolem. Geogr. L. III. c. 5. p. 72.

645. Id. ibid.

Voici comment Ptolémée nomme les lieux de cette contrée:

Βορυσθένους ποταμοῦ ἐκβολαί·
Ὑπάνιος ποταμοῦ ἐκβολαί·

"Αλσος Ἑκάτης ἄκρον·
Ὁ ἰσθμὸς τοῦ Ἀχιλλέως δρόμου·
Τὸ δυτικὸν ἄκρον τοῦ Ἀχιλλέως δρόμου,
ὃ καλεῖται ἱερὸν ἄκρον·
Τὸ ἀνατολικὸν, ὃ καλεῖται Μυσαρὶς ἄκρα·
Κεφαλόνησος· Καλὸς λιμὴν· Ταμυράκη.

646. Géograph. Ancienne abrégée. Orb. rom. pars orient.

647. Recueil de Cart. relatives au Voyage du jeune Anacharsis; No. VII.

648. Geograph. der Griech. und Röm IV. Th. 4. k. s. 235 und 237.

J'observe avec regret que les articles qui dans cet ouvrage très-utile traitent du drome et des îles d'Achille ne sont pas exemtes de méprises. Il ne sera pas superflu d'indiquer ici les passages que l'on pourroit critiquer (A. a. O. s. 234): *Denn auf dieser Landzunge war die vorzüglichste Verehrung des Achilles und der Gesellschaft wegen zugleich des Patroclus. Hier auf der langen Binde hielt der Heros bei seinem Kriegszuge nach Norden einen grossen Wettlauf, und das ganze heisst daher bei den Alten Dromos Achillis.* Rien ne prouve qu'on ait rendu à Achille et Patrocle un culte sur cette langue, et personne ne parle d'une expédition vers le Nord entreprise par Achille. — (Ebendas): *Ganz verlassen ist daher die lange Zunge Dscharilgatsch genannt; verlassen auch ehemals, und dennoch berühmt in dem Munde der Griechen.* Mais la langue de Dcharilgatch n'est qu'une partie de la course d'Achille, et tout ce que l'auteur en a dit, doit s'entendre aussi de l'autre moitié quoiqu'elle soit actuellement formée de deux îles. — Ebendas. s. 237: *Die östlichste Spitze des Dromos Achillis heisst Tamyrake, sagt Strabo. Den nemlichen Namen trägt ein Landungsplatz welcher gegen das feste Land hinblickt.* Strabon n'a pas dit ce que l'auteur lui fait dire; car 1° le cap oriental du drome n'avoit pas le nom de cap de Tamyrace; 2° le port mentionné par Strabon ne se trouvoit pas là; 3° il n'étoit pas appelé Tamyrace. — Ebendas. s 236: *Dann weit gegen Westen gestreckt die westliche Spitze des Dromos Achillis, welche die heilige Landspitze heisst Den nemlichen Namen führt der Periplus des Anonymus an, nur dass er diese Landspitze mit dem Haine der Proserpina für einerlei hält.* Il faut remarquer que le périple de l'anonyme ne fait aucune mention des noms qu'avoient les deux caps de la course d'Achille, et qu'il n'a donné que ceux des deux promontoires entre lesquels la course est située. Par cette raison l'anonyme n'a pas pu confondre le nom d'un de ces promontoires avec celui du cap occidental. Dans un autre ouvrage très-estimé et contenant de profondes recherches, on trouve quelques remarques sur le drome d'Achille qui ne sont pas justes. L'auteur nous dit, par exemple (Ewers krit. Vorarb. zur Gesch. der Russ. XIV. s. 313): *Dromos Achilleos hiess, von Herodotos bis auf den ältern Plinius, die lange spitzig zulaufende Erdzunge, die den Mündungsbusen des Dnepers südöstlich begränzt, und deren westliches Ende jetzt die Feste Kinburn trägt.* — Ebendas. c. 318, Anmerk. 8: *Die Gewissheit, dass der Name*

Dromos Achilleos eine Insel im schwarzen Meere bezeichne, genügt hier. — Ebendas: *Sie erinnert an den Mythus der die Insel Dromos Achilleos nennt, weil auf ihr der göttliche Held mit seinen abgeschiedenen Freunden im Wettlaufe sich übe.*

649. De Administr. Imp. c. XLII. p. 113. A: Ἀπὸ τὸ στόμιον ποταμοῦ τοῦ Δανάπρεως εἰσὶ τὰ Ἀδαρὰ, καὶ ἐκεῖσε κόλπος ἐστὶ μέγας, ὁ λεγόμενος τὰ Νεκρόπυλα, ἐν ᾧ τις διελθεῖν ἀδυνατεῖ παντελῶς.

650. Anonym. Ravenn. L. V. c. 11. p. 800.

651. L. c. p. 389.

652. In Lycophr. Cassandr. v. 192. p. 28.

653. In Dionys. Alex. Perieg. v. 306 — 307. p. 164 — 165.

654. Ap. Plin. Natur. Hist. L. IV. c. 12. §. 26. p. 217. Voy. not. 210.

655. C. XXXIX. int. Script. post Theophan. p. 262. C. Ed. Paris. et Symeon. Magist. et Logoth. Annal. c. XLVI. p. 490. A. Ed. Par: Κατέπλευσαν οἱ Ρῶς κατὰ Κωνσταντινουπόλεως, μετὰ πλοίων χιλιάδων δέκα, οἱ καὶ Δρομῖται λεγόμενοι.

656. Ewers krit. Vorarb. zur. Gesch. der Russ. XIV. s. 313. und s. 318. Anm. 7.

657. Kalendar. Eccles. univ. stud. et opera Assemanni; Vol. I. p. 249.

658. Cedren. Histor. Compend. P. II. p. 551. D. Ed. Paris: Ἔθνος δὲ οἱ Ῥῶς Σκυθικὸν, περὶ τὸν ἀρκτῷον Ταῦρον κατῳκημένον, ἀνήμερόν τε καὶ ἄγριον.

659. Zonar. Annal. L. XVI. c. 5. p. 162. A. Ed. Paris: Τὸ δ' ἔθνος τῶν Ῥῶς Σκυθικὸν ὂν, τῶν περὶ τὸν Ταῦρον ἐθνῶν, στόλῳ τὰ τοῦ εὐξείνου πόντου κατέτρεχε, καὶ αὐτῇ Βυζαντίδι ἐπιέναι διεμελέτα.

Il est possible que les mots imprimés à la marge de la page citée; *Russi Scytho Tauri Pontum Euxinum infestant,* aient trompé Assemanni. Dans un seul endroit et à la fin de ses annales (L. XVII. c. 24. p. 254. A.) Zonaras appele Tauro-Scythes des Russes qui séjournoient à Constantinople pour des affaires de commerce, mais il est très-loin de leur assigner la Chersonèse-Taurique ou le Drome pour patrie.

660. Procop. Bell. Goth. L. IV. c. 5. p. 576. B. Ed. Paris: Μετὰ δὲ αὐτοὺς, Σκύθαι τε καὶ Ταῦροι ξύμπασαν ἔχουσι τὴν ταύτῃ χώραν, ἥπερ μοῖρά τις Ταυρικὴ καὶ νῦν ἐπικαλεῖται· ἵνα δὴ καὶ τῆς Ἀρτέμιδος τὸν νεὼν γεγονέναι φασὶν κ. τ. λ.

661. Chrestomath. ex Strab. L. VII. p. 87. int. Geogr. min. Huds: Καὶ περιέχεται μεταξὺ τῶν δύο κόλπων τούτων ἡ Ταυροσκυθία χερρονησίζουσα, ἧς τὰ νότια μέρη εὐθεῖα ἐστιν αἰγιαλός, ὁ Ἀχίλλειος δρόμος.

662. Ptolem. Geogr. L. III. c. 5. tab. Eur. VII. p. 74: Παρὰ δὲ τὸν Ἀχιλλέως δρόμον οἱ Ταυρόσκυθαι.

Comme j'ai observé ailleurs (Mémoir. de l'Acad. Imp. des Scienc. de St. Pétersb Tom. IX. p. 660. Serapis; XVII. Abhandl. s. 410), il est évident que Mithradate Eupator, étant devenu maître du Bosphore Cimmérien, après avoir détruit les hordes barbares des Scythes, n'auroit pas pu compter de rester possesseur tranquille de la Chersonèse aussi longtems que les Tauro-Scythes habitoient la côte méridionale de cette péninsule. Je suis donc persuadé que ce grand souverain avoit chassé de la côte les Tauro-Scythes et qu'il les avoit forcés de s'établir hors de la Chersonèse. Pline, en parlant de la course d'Achille (N. H. L. IV. c. 12. s. 25. p. 217. l. 13), dit: *totum eum tractum Tauri Scythæ et Siraci tenent*; Ptolémée et l'épitomateur de Strabon ont aussi placé les Tauro-Scythes dans la même contrée. Il est très-probable par toutes ces raisons que c'étoient les descendans des Tauro-Scythes que jadis Mithradate avoit expulsés de la Chersonèse.

663. Leo Diacon. L. IV. c. 6. p. 38. D: Ἐς τοὺς Ταυροσκύθας ἐξέπεμψεν, ους ἡ κοινὴ διάλεκτος Ῥῶς εἴωθε ὀνομάζειν.

664. Nicet. Acomiat. Alex. Comnen. L. III. c. 5. p. 337. D.

665. Ioann. Duc. Histor. Byzant. c. XVI. p. 33. C.

666. Cinnam. Histor. L. V. c. 16. p. 136. D: Ἔστι δέ τις ἐν Ταυροσκυθικῇ πόλις, ὄνομα Κίαμα, ἡ πολεῶν τε ὑπερκάθηται τῶν ἄλλων, ὅσαι τῇδε ἵδρυνται, (καὶ ὅσα) καὶ μητρόπολις τῷ ἔθνει τούτῳ τυγχάνει οὖσα.

667. Chrestomath. ex Strab. l. c.

668. Steph. Byzant. v. Ἀχίλλειος δρόμος.

669. Vales. in Ammian. Marcell. L. XXII. c. 8. p. 343. not. y.

670. Not. Exeget. in Mel. L. II. c. 1. §. 5. p. 27.

671. Euripid. Iphigen. in Taur. v. 436 — 437. p. 564. Ed. Beck.

Musgrave (in Iphig. l. c. p. 419.) a voulu défendre Euripide, mais dans sa note ils est tombé dans une erreur en disant: Λευκὴ νῆσος, *teste Strabone, ostio fluvii Tyræ opposita erat.* La correction qu'il propose de faire dans le passage cité d'Euripide en substituant λευρὰν ἀκτὰν à λευκὰν ἀκτὰν est inadmissible.

672. In Steph. Byzant. v. Ἀχίλλειος δρόμος. not. 20: *Auctor peripli ponti Euxini Achillei cursum, Achillis insulam et Leucen pro iisdem habet.*

673. Not. Exeget in Mel. L. II. c. 7. §.2. p. 567. l. 5.

Dans un autre endroit de son commentaire (voy. not. 670.) cet auteur avoit mieux jugé d'Arrien et du passage dans lequel sont cités le différens noms que quelques uns ont donné à l'île de Leucé.

674. In Priscian. Perieg. v. 558. p. 456. Ed. Wernsd.

675. In Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 8. not. 1.

676. In Euripid. Iphigen. in Taur. v. 435. p. 564.

677. In Hesych. v. Ἄωοι θεοὶ. not. 1. Ed. Alb.

678. Le grand Diction. Histor. Article *Achillea: Achillée, autrement appelée Leuce, isle du Pont-Euxin, en forme triangulaire, située entre les embouchûres du Danube et du Borysthène; mais plus proche du Borysthène, vis-à-vis de la Chersonèse-Taurique. Hérodote l'appelle la course d'Achille.*

Collier's Histor. Geograph. Genealog. and Poetic. Dictionary; Art. *Achillea.*

679. Kalendar. Eccles. univ. I. p. 249.

680. In Priscian. Perieges. v. 297 — 298. p. 304 — 305. Ed. Wernsd.

681. Dictionar. Hist. Geogr. Poetic. v. *Achillea.*

682. Lexic. Univers. Histor. Geogr. Chronol. Poet. v. *Achillea.*

683. Melet. Geogr. L. XIV. c. 2. p. 226. b.

684. Phil. Ferrar. Lexic. Geograph. v. *Dromos Achillis.*

685. Not. Exeget. in Mel. L. II. c. 1. §. 6. p. 28.

686. Geograph. L. XIV. c. 2. p. 226. b.

687. L. c.

Iselin's Histor. und Geograph. Lexicon; *Achillea.*

688. Peyssonnel, l. c. ch. XIX. p. 146 — 147: *Il paroît donc manifestement que l'isle de Leucé doit être l'isle de Saint Aethère, placée, comme dit Méla, à la bouche du Borysthène. Ce qui confirme encore mon opinion, est que cette isle se trouve devant la pointe de Kilbouroun qui est l'espace auquel les anciens donnoient le nom de Dromos Achilleos.*

689. Atlas Nouveau, par Sanson; table LXXV. et LXII.

690. Atlas Nouveau, par de l'Isle; pl. LXXXIV.

691. Atlas Nouveau, par Sanson; t. c.

Atlas Nouveau, par de l'Isle; pl. CXXVIII.

Atlas Antiqu. collect. a Sansonis emendat. a Clerico; tab. LXXXVIII.

692. Kœhleri Orbis Antiqu; Scena histor. oriental. V. seculi.

693. L. c. tab. LXXXVIII.

694. Theatr. Orb. terrar. Fol. FFF; Pontus Euxinus.

695. Observat. sur les Peupl. Barbar. des bords du Danube; ch. XIX. p. 147.

696. Travels in Var. Countr. Vol. I. ch. 25. p. 650 — 651.

697. The Present State of Turkey; Vol. II. p. 406. not. *

698. Krit. Vorarb. zur Gesch. der Russ. XIV. s. 313.

699. Hesych. v. Ἄωοι. θεοὶ οἱ ἐκ Δρόμου, μετακομισθέντες εἰς Σαμοθρᾴκην. Cf. not. 23. Tom. I. p. 668. Ed. Alb.

700. Etymolog. v. Ἀῷος. ποταμὸς τῆς Κύπρου. Ἀῷ γὰρ ὁ Ἄδωνις ὠνομάζετο, καὶ ἀπ᾽ αὐτοῦ οἱ Κύπρου βασιλεύσαντες. — Τὴν γὰρ Θείαντος μητέρα οὐ Σμύρναν, ἀλλ᾽ Ἀώαν καλοῦσι. Φιλέας δὲ πρῶτον βασιλέα Ἀῷον, Ἠοῦς ὄντα καὶ Κεφάλου

ἀφ' οὗ καὶ ὄρος τε ὠνομάσθη Ἀώϊον· ἐξ οὗ β' ποταμῶν φερομένων, Σεράχου τε καὶ Πλιέως, τὸν ἕνα τούτων ὁ Παρθένιος Ἀῶον κέκληκεν.

701. Il faut relever ici une légère erreur commise par l'auteur de la notice insérée dans le Journal de St. Pétersbourg, 1825. no. CXVIII. p. 506. Il donne d'abord la copie d'une inscription découverte pendant l'été de 1824 dans les environs de Kertch qui occupe une partie de l'ancien emplacement de Panticapæum. A l'exception de deux ou trois monumens délabrés d'architecture, il n'existe point de ruines de cette dernière ville. Je ne crois pas superflu de répéter ici cette inscription; la voici:

ἱπποσΘΕΝΟΥΣΓΥΝΗ
δηΜΗΤΡΙΘΕΣΜΟΦΟΡΩΙ
ΑΡΧΟΝΤΟΣΣΠΑΡΤΟΚΟΥ
ΤΟΥΕΥΜΗΛΟΥ

L'auteur de l'article cité ajoute: *on connoît encore d'autres inscriptions qui font mention de ce roi; dans l'une d'elles, mal copiée par Waxel et Pallas, le père de Spartacus est nommé Euménes. M. Raoul-Rochette a déjà prouvé, qu'il faut corriger cette version (?) et au lieu d'* ΕΥΜΕΝΟ *lire* ΕΥΜΗΛΟΥ, *conformément au texte de Diodore. La nouvelle inscription dont nous parlons est d'autant plus intéressante quelle confirme l'opinion de M. Raoul-Rochette et le texte de Diodore.* Aucune de ces observations n'est juste. J'avois dit en 1805 (Monum. de la Reine Comosar. p. 27 — 28. not. 5.) que l'inscription du Bosphore que l'auteur de la notice a en vue, avoit été très-incorrectement publiée par Waxel, et que dans sa seconde ligne on trouve quatre fautes que j'avois corrigées. Or si j'avois corrigé en 1805 les fautes que l'on trouvoit dans la mauvaise copie de Waxel, entr'autres en substituant ΕΥΜΗΛΟΥ au mot ΕΥΜΕΝΟΥ, comment seroit-il possible que M. Raoul-Rochette eut fait le premier cette correction en 1822? Voici cette inscription telle que je l'ai publiée et corrigée en 1805:

——ΙΣΜΟΛΠΑΓΟΡΟΥΥΠΕΡΜΟΙΡΟΔΩΡΟΥ....
ΑΝΕΘΗΚΕΒΑΣΙΛΕΥΟΝΤΟΣΣΠΑΡΤΟΚΟΥΤΟΥΕΥΜΗΛΟΥ

J'observe enfin sur la notice en question que *Tchortcra balka,* dont il sera question dans le texte plus bas, n'est point un village; que le nom d'honneur que les Olbiens ont donné à Achille a été ΠΟΝΤΑΡΧΗΣ mais non pas ΠΟΝΤΑΡΧΟΣ, et que j'ai publié l'inscription de la prêtresse Aristonice (Denkschr. der Königl. Baier. Akadem. der Wissensch. VI. Band, Philolog. und Philosoph. Classe, s. 153).

Ce n'est qu'avec regret que je fais mention ici d'un autre article du même auteur inséré aussi dans le Journal de St. Petersbourg, 1826. not. 95. p. 383. Il est écrit avec fort peu de critique, et contient un grand nombre d'assertions fausses et imaginaires. Le but principal que l'auteur cité paroît avoir eu en vue en publiant ces deux derniers écrits, est de défendre deux de ses amis, dont les méprises ont été prouvées jusqu'à l'évidence. Il me paroît que l'auteur cité feroit mieux de laisser tomber

dans l'oubli les productions trop imparfaites de ses amis et de leur donner le tems d'en faire d'autres moins mauvaises.

702. Dörpt. Beiträge; Jahrg. von 1814. s. 335. und s. 345. unt.

703. On a voulu deriver le nom de Bérézan, des mots turcs *berii*, loup et *usen*, fleuve.

704. Geograph. Nubiens. Clima VI. c. 5. p. 262.

Lechevalier a donné de cette île la description suivante (Voyage de la Propont. et du Pont. Eux. 3ème Edit. Tom. II. p. 357 — 358): *L'île de Bérézen, située à l'embouchure du Niéper, dans le golfe vis-à-vis la rivière du même nom, a 4 ou 500 toises de longueur sur 120 de largeur moyenne Les Turcs qui l'occupent depuis peu de tems, y ont envoyé cette année un pacha pour y commander. Bordée dans tout son pourtour d'un escarpement de couches de terre et de rochers à pic, elle peut être regardée comme un fort construit par la nature. On y a fait cependant un mauvais retranchement, des magazins et des logemens pour les troupes. Entre cette île et le cap Adgi-Hassan il y a une bonne rade très-propre à recevoir les frégates pour intercepter les convois qui sortiroient du fleuve en tems de guerre.*

705. Peripl. Pont. Eux. p. 20 — 21.

À Otchakov on évalue la distance entre cette place et Kinbourn, à 12 Verstes; celle entre Kinbourn et l'île de Bérézan, à 16.

706. Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 9.

707. Dio Chrysost. Orat. XLIV. Dion. Gratit. p. 195. l. 11. Ed. Reisk.

708. Dio Chrysost. Orat. XLVI. de Tumult. p. 214. l. 34.

709. Id. Orat. XXXVII. Corinth. p. 113. l. 15. p. 114. l. 30.

710. Philostr. Vit. Apollon. Tyan. L. VII. c. 4. p. 282. l. 30. et Olear. not. 9. Phot. Biblioth. Cod. CCIX. p. 272. Ed. de 1701.

711. Philostr. Vit. Sophist. L. I. c. 7. §. 2. p. 488. l. 3.

712. Dion. Chrysost. Orat. XII. de Dei Cognit. p. 379. l. 13.

713. Id. Orat. XL. Dion. Gratitud. p. 159. l. 26.

714. Id. ibid. p. 159. l. 34.

715. Id. Orat. XLVI. de Tumult. p. 214 — 215.

716. Philostr. Vit. Sophist. L. I. c. 7. §. 2. p. 488. l. 10.

717. Philostr. ibid. p. 488. l. 23.

718. Dion. Chrysost. Orat. XLV. Defens. p. 202.

719. Philostr. l. c. c. 7. §. 1. p. 487. l. 19.

720. Philostr. ibid. L. I. c. 7. §. 1. p. 487. l. 18.

721. Dio Chrysost. Orat. XII. de Dei Cognit. p. 378 — 379: Καὶ γὰρ δὴ τυγχάνω μακρὰν τὴν ὁδὸν ταύτην πεπορευμένος, εὐθὺ τοῦ Ἴστρου καὶ τῆς Γετῶν χώρας, ἢ

Μυσῶν, ὥς φησιν Ὅμηρος κατὰ τὴν νῦν ἐπίκλησιν τοῦ ἔθνους. — Id. Orat. XXXVI. Borysthen. p. 74. l. 4: Βουλόμενος ἐλθεῖν, ἐὰν δύνωμαι, διὰ Σκυθῶν εἰς Γέτας, ὅπως θεάσωμαι τἀκεῖ πράγματα ὁποῖά ἐστιν.

Cf. Reisk. not. 1. in Dion. l. c. et
Casaub. Diatrib. in Dion. Chrysost. p. 467 — 468.

722. Dion. Chrysost. Orat. XXXVI. Borysthen. p. 77. l. 14.

723. Herodot. L. IV. c. 20. p. 289. l. 15.

724. Strab. L. VII. c. 3. §. 13. p. 379. §. 14. p. 380. §. 2. p. 342.
Dion. Chrysost. Orat. LXXII. de Corpor. cultu; p. 383. l. 17.
Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 12. s. 25. p. 216. l. 7.

725. Dion. Chrysost. Orat. XXXVI. Borysth. p. 81. l. 31.

726. Dion. Chrysost. Orat. XXXVI. Borysth. p. 80. l. 21: Ὁ δὲ καὶ σχεδόν τι μετὰ τοὺς θεοὺς τιμᾶται.

727. Id. ibid. p. 78. l. 4.

728. Id. ibid. p. 78. l. 45. et 9.

729. Id. ibid. p. 78. l. 34. et p. 78. l. 9. — p. 79. et p. 78. l. 34: Σχεδὸν δὲ καὶ πάντες οἱ Βορυσθενῖται περὶ τὸν ποιητὴν ἐσπουδάκασιν, ἴσως διὰ τὸ πολεμικοὶ εἶναι ἔτι νῦν· εἰ μὴ ἄρα καὶ τὴν πρὸς τὸν Ἀχιλλέα εὔνοιαν.

730. Id. ibid. p. 75. l. 5. p. 85. l. 30.

731. Id. ibid. p. 76 — 77.

732. Synes. Epist. CXLVII. p. 287 — 288. l. 30. Ed. Petav.

On a lu dans quelques journaux qu'on espère de découvrir à Cyrène des monumens de la gravure d'une grande beauté: apparemment que des voyageurs y ont donné lieu. On sait maintenant qu'un amateur y a amassé une suite assez nombreuse de pierres gravées dans laquelle, à ce qu'on dit, se trouvent plusieurs pièces belles et intéressantes.

733. Dion. Chrysost. Orat. XXXVI. p. 80. l. 20. Ὁ μὲν γὰρ θεὸς ἡμῶν ἐστιν, ὡς ὁρᾷς.

734. Id. ibid. p. 78. l. 34: Τοῦτον μὲν γὰρ ὑπερφυῶς τιμῶσι, καὶ νεὼν τὸν μὲν ἐν τῇ νήσῳ τῇ Ἀχιλλέως καλουμένῃ ἵδρυνται· τὸν δὲ ἐν τῇ πόλει.

735. Id. ibid. p. 85. l. 36: Σὲ δὲ αὐτὸς ἡμῖν ὁ Ἀχιλλεὺς ἔοικε δεῦρο ἀπὸ τῆς νήσου διαπέμψαι, καὶ σὲ πάνυ μὲν ἡδέως ὁρῶμεν.

736. Sérapis; XII. Mémoire, p. 366.

737. Voyez Sérapis; VII. Mémoire, §. 11. p. 91.

Remarques sur un ouvrage intitulé: Antiquités Gr. du Bosph. Cimmér. §. XI. p. 16.

738. Sérapis. VII. Mémoire. §. 6. p. 88.
Remarq. sur un ouvr. intitulé : Antiqu. Grecqu. du Bosph. Cimmér. §. VI. p. 12 — 13.

739. Histoire ancienne du gouvernement de Cherson; à St. Pétersbourg, 1804. p. 29 — 30.
Clarke's Travels in var. Countr. Vol. I. ch. 24. p. 621.

740. Les principaux étoient M. Jacque Séménowitch Nizincoff, major au régiment de Kozlov, dont un demi-bataillon étoit en garnison à Kinbourn, l'autre moitié à Otchakov; un officier de la marine, M. Alexei Stépanowitch Tchernicheff, qui commandoit la chaloupe dans laquelle j'avois fait plusieurs excursions dans la mer noire.

741. Sérapis; VII. Mémoire, §. X. p. 90.
Remarques sur un ouvrage intitulé: Antiquit. Grecqu. du Bosph. Cimmér. §. X. p. 14.

742. Notæ ad Marm. insigne; ap. Murat. Nov. Thesaur. Inscript. Vol. I. p. 35 — 48.

743. Dans la dispute pour les armes d'Achille, les juges étoient assis (Quint. Smyrn. L. V. v. 177 — 178. p. 129. Ed. Tychs):

Τρώων ἐρικυδέες υἷες
ἕζοντ' ἐν μέσσοισι, δεράκτηποί περ ἐόντες,
ὄφρα θέμιν καὶ νεῖκος ἀρήϊον ἰθύνωσιν.

Ajax, Ulysse et tous les autres guerriers rassemblés étoient debout (Quint. Smyrn. ibid. v. 230. p. 131):

ἕσταμεν ἀμφ' Ἀχιλῆος ἀμύμονος ἀγλαὰ τεύχη.

Ovid. Metamorph. L. XIII. v. 1.:

Consedere duces, et vulgi stante corona.

Telles sont représentées les figures de Minerve, d'Ajax et d'Ulysse, la première assise; les deux autres debout, sur un disque antique en argent du cabinet de Mme. la Comtesse de Stroganoff.

744. Cicer. Orat. pro Rosc. Amer. c. I. p. 86. c. L. s. 147. p. 158. c. XVIII. s. 51. p. 109. Ed. Barb.
Plin. Nat. Hist. L. XVI. c. 4. §. 5. p. 3.

745. Xenoph. Cyropæd. L. VIII. c. 1. §. 13. p. 475: Τούτους καὶ δώροις, καὶ ἀρχαῖς, καὶ ἕδραις, καὶ πάσαις τιμαῖς ἐγέραιρεν.

746. Sur une cornaline très-bien gravée et représentant la tête d'un jeune homme (Descr. des princ. pierr. grav. du Duc d'Orl. To. II. pl. 10.) on voit les lettres A T E I indiquant le nom du possesseur de cette pierre, Atteius, incorrectement écrit. Plusieurs vases de terre cuite de fabrique romaine découverts à Paris (Grivaud, Antiqu. recueill. dans les jardins du palais de Luxembourg; pl. VI. f. 7), portent imprimé sur leur fond le nom d'A T E I qui est celui du possesseur de la poterie, Atteius. Le même nom se trouve défiguré

d'une manière barbare sur l'ardoise d'Olbie et écrit Adthégus; ce qui prouve que les Olbiens avoient adopté des noms romains. Une pierre sépulcrale appartenant à l'ancienne ville de Panticapæum, présente aussi un nom romain, Publius, écrit Poplius. La voici:

ΠΟΠΛΙΤΙΕ
ΚΟΣΣΑΧΑΙ
ΡΕ

Au dessus de l'inscription, Publius fils de Cossas est figuré à cheval. Ce monument avoit été publié d'abord incorrectement (Waxel, Recueil no. X.) mais avec plus d'exactitude par Pallas (Reise in die mittägl. Statthaltersch. des russ. Reichs; II. Th. Taf. 17. No. 5).

747. Pausan. El. I. c. 11. §. 2. p. 45.

Le passage dans lequel Pausanias parle de l'origine des exercices athlétiques des jeunes garçons, est très-obscur, et ni l'explication donnée par Corsini (Fast. Att. To. II. Olymp. 85. p. 220), et adoptée par Siebenkees (Ueber den Temp. und die Bilds. des Jupit. zu Olympia; S. 20. Anm. 17.) ni celle de M. Völkel (Ueber den grossen Tempel und die Statue des Jupit. zu Olympia; S. 190 — 191), n'ont pu l'éclaircir. M. Quatremère de Quincy, dans son Jupiter Olympien, n'a pas touché cette question.

748. Pausan. El. I. c. 16. §. 2. p. 70 — 71.

749. Pausan. El. I. c. 8. §. 3. p. 34.

750. Pausan. El. I. c. 8. §. 3. p. 35.

751. Pind. Olymp. Od. XIV. Pyth. Od. XI.
Pausan. El. II. c. 8. §. 1. p. 154.

752. M. l'évèque Münter (Nachricht. von Neap. u. Sicil. S. 44.) donne une inscription en l'honneur d'un athlète, trouvée en Sicile, dans laquelle il est dit entr' autres qu'il a été vainqueur dans les jeux: ΤΗΣ ΜΕΓΑΛΗΣ ΙΤΑΛΙΔΟΣ ΠΑΙΔΩΝ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΔΙΑΤΛΟΝ. C'est ainsi qu'il faut corriger cette ligne incorrectement imprimée.

753. Pindar. Nem. Od. VI.
Pausan. El. II. c. 9. §. 1. p. 157.
Clarke's Trav. in Var. Countr. Vol. II. ch. 8. p. 226.
Beaufort's Caramania; ch. VII. p. 154.

754. Pausan. El. II. c. 8. §. 3. p. 156. et c. 10. §. 1. p. 161.

755. Pindar. Nem. Od. VII. v. 11 — 12.
Pausan. El. II. c. 15. §. 4. p. 184.

756. Clarke's Trav. in Var. Countr. Vol. IV. ch. 5. p. 163.
Böckh's Staatshaushalt. der Athen. II. Th. S. 358.

757. Pindar. Nem. Od. VII.
Pausan. El. I. c. 6. p. 151. et El. II. c 7. §. 3. p. 153.

758. Chandler's Trav. in Greece; ch. XII. p. 61.

759. Stromat. L. VII. c. 11. p. 871 — 872: Εἰσὶ γὰρ, εἰσὶ καθάπερ ἐν τοῖς ἀγῶσι τοῖς γυμνικοῖς, οὕτως δὲ καὶ κατὰ τὴν ἐκκλησίαν, στέφανοι ἀνδρῶν τε καὶ παίδων.

760. Ap. Athen. Dipnos. L. V. c. 27. p. 264.

761. Dionys. Halic. Ant. Rom. L. I. c. 5. p. 126. Ed. Reisk.

762. Philochor. ap. Athen. Dipn. L. XI. c. 92. p. 339.

763. Heraclid. Pont. ap. Athen. L. XIV. c. 22. p. 269.

764. Xenoph. Vectigal. Athen. L. IV. c. 14. p. 85. Ed. Zeun.
Athen. Dipnos. L. VI. c. 103. p. 543.
Xenoph. Memor. Socrat. L. II. c. 5. §. 2. p. 315. Ed. Weisk.

765. Diod. Sic. L. XIV. c. 5. p. 643. l. 72. cf. L. XII. c. 65. p. 523. l. 81.

766. Xenoph. Hist. Græc. L. II. c. 3. §. 18. p. 82. Ed. Mor.

767. Voici ce fragment dans lequel on trouve arbitrairement employées Σ, Ε et C, Ε et Є; ce qu'on ne remarque dans aucune autre inscription d'Olbie:

ΑΓΑΘΗΙ ΤΥΧΗΙ
ΙΣΩΤΙ ——— ΕΥΧΑΡΙΣΤΗΡΙΟΝ
ΕΚΑΙϹΩΤΗΡΙΑΣ
ΝЄΙΚΟϹΑΡΤΕ
ΚΑΙΟΛΒΙΟΠΟΛ
ΝЄΚΤΩΝΙΔΙΩΝ
ЄΠΙΑΡΧΟΝΤΩΝ
ΖΟΝΕΩΚΡΑΤΟΥ
ΟΕΑΜΝΑΓΟΥΡΑ

Voyez sur le mot εὐχαριστεῖν, la remarque de Bimard de la Bastie dans son commentaire sur l'inscription de Mantheus (Notæ in Marmor insigne; ap. Murator. Nov. Thes. Inscr. Vol. I. p. 39 — 40).

768. Demosth. Orat. in Mid. p. 531. l. 28. Ed. Reisk.
Plutarch. de Vitand. Aere alien. c. II. p. 321. Ed. Wytt.

769. Pausan. Attic. c. XXIV. §. 4. p. 90.
Dio Chrysost. Orat. XII. de Dei Cognit. p. 412. l. 47. p. 413. l. 8. et Orat. XXXIV. de Concord. p. 158. l. 39.

770. Pausan. Arcad. c. IX. §. 1. p. 374.

771. Demosth. Orat. in Mid. p. 531. l. 28.
Harpocrat. v. Κτήσιον Δία.
Dio Chrysost. Orat. XII. de Dei Cognit. p. 413. l. 19. Orat. I. de Regn. p. 57. l. 6.

772. Donii Inscr. Ant. p. CI. tab. IX. f. 2.

773. Liban. Declam. IX. Avar. se defend. p. 205. l. 21. Ed. Reisk.

774. Thucyd. L. IV. c. 118. p. 672. l. 9. ib. Huds. Ed. Bauer.
Plutarch. de Repugn. Stoic. c. IX. p. 217 — 218. Ed. Wytt: Ψηφίσματα ταῖς πόλεσιν εἰσφέροντες προγράφουσιν Ἀγαθὴν Τύχην.

Themist. Orat. XVI. de Saturn. ad Theod. Imp. p. 201 — 202.
Achill. Tat. L. VII. c. 3. p. 281. L. VIII. c. 18. p. 361. Ed. Mitscherl.

775. Sophocl. Philoct. v. 765. p. 56.

776. Achill. Tat. L. VIII. c. 19. p. 363.

777. Long. Pastor. L. I. c. 2. p. 10. Ed. Mitsch.
Theod. Prodrom. L. VIII. p. 362. Ed. Gaulm.

778. Plutarch. de Repugn. Stoic. c. XXXII. p. 273.

779. Monnm. de la Reine Comosarye; p. 32 — 33. App. pl. X.

780. Hamilton's Aegypt. ch. IV. p. 52.

781. Maffei Mus. Veron. p. CCCCXLI. n. 4.
Marm. Oxon. ed. Chandl. c. LXXXIII. p. 114.:

ΙΟΤΑ·ΠΟΝ
ΤΑΡΧΗΣΤΕΙ
ΜΟΘΕΟΤΤ
ΙΟΣΠΟΝΤΙ
ΚΟΣΣΕΒΑ
ΣΤΟΠΟΛΕΙ
ΤΗΣ

782. Dans le décret donné par les Olbiens en faveur de Théoclès fils de Satyrus, (l. 21 — 22.) la dignité d'Archonte est nommée Η ΜΕΓΙΣΤΗ ΑΡΧΗ.

J'observe encore par rapport à la seconde inscription donnée dans le texte, et où il est fait mention du prêtre Moucus, que ce dernier, aussi bien qu' Hérodorus et Plistarchus nommés dans un décret d'Olbie écrit en faveur de Protogène (A. l. 23. et 58.) ont été peut-être prêtres d'Achille, et il est très-probable que l'on comptoit à Olbie les années de leur sacerdoce comme une ère particulière de cette ville. De même dans les décrets de l'île de Délos le nom du prêtre d'Apollon, suit immédiatement celui du premier magistrat (Biagi Tractat. de Decret. Atheniens. c. XXXI. p. 428. Villois. Mém. sur quelqu. inscr. inconn. voy. Mémoir. de l'Acad. des Inscr. To. XLVII. p. 297).

Dörpt. Beiträge; Jahrg. 1814. S. 339. Zeile 21 — 22.

783. Chandler Inscr. Ant. Append. t. X. p. 94 — 96. et t. IX. p. 94.
Clarke's Trav. in var. Countr. of Eur. As. and Afr. Vol. I. ch. 24. p. 617 — 619.

784. Iordan. de Regnor. Success. p. 50. l. 4. et de Reb. Getic. p. 96. l. 2.

Les colonies grecques pressées par les Barbares qui leur faisoient continuellement la guerre, se trouvoient quelquefois nécessitées d'accorder la liberté à leurs esclaves, et le droit de bourgeoisie à des Barbares leurs voisins. Macrobe a conservé dans un passage très-curieux le souvenir d'un événement où les Olbiens se sont trouvés dans un pareil cas (Saturn. L. I. c. 11. p. 260. Ed. Zeun): *Cæsar Augustus in Germania et Illyrico cohortes libertinorum complures legit, quas voluntarias appellavit. Ac ne putes, hæc in nostra tantum contigisse republica: Borysthenitæ, oppugnante Zopyrione, servis liberatis dataque civitate peregrinis et factis tabulis novis hostem sustinere potuerunt.* Les Borysthénites ou Olbiens étant souvent infestés par leurs voisins, ils se sont trouvés dans la nécessité d'accorder à des Barbares le droit de citoyen, et c'est de là que le grand nombre de noms scythes dans leurs inscriptions tire son origine.

785. Strab. L. V. c. 4. §. 7. p. 196: Μηνύειν δὲ τὰ τῶν δημάρχων ὀνόματα, τὰ μὲν πρῶτα ἑλληνικὰ ὄντα, τὰ δ' ὕστερα τοῖς ἑλληνικοῖς ἀναμὶξ τὰ καμπανικά.

786. Voyez note 642.

787. Strab. L. VII. p. 473. A. Ed. Almelov.
Casaubonus observe sur le passage cité de Strabon (not. 1): *Ipse Strabo alio loco docet, ἄλση vocari locos omnes sacros, etiam ψιλοὺς et sine arboribus.* Mais je doute si l'on pourra trouver cette remarque dans le texte de l'ancien géographe.

788. The present state of Turkey; Vol. II. Append. p. 407. note †.

789. Herodot. L. IV. c. 79. p. 318. l. 53.

790. Dion. Chrysostom. Orat. XXXVI. Borysthen. p. 74. l. 9: Καὶ περιεπάτουν περὶ πλήθουσαν ἀγορὰν, παρὰ τὸν Ὕπανιν. p. 81. l. 31: Σκόπει ἐπεὶ καὶ τούσδε ὁρᾷς πάντας ἐπιθυμοῦντας ἀκοῦσαί σου, καὶ διὰ τοῦτο συνεῤῥυηκότας δεῦρο πρὸς τὸν ποταμόν.

791. Dion. Chrysost. Orat. XXXVI. Borysthen. p. 81. l. 9: Ὡς δὲ τοῦτο εἶπον, εὐθὺς ὥρμησαν ἅπαντες εἰς τὸ τοῦ Διὸς ἱερὸν, οὗπερ εἰώθασι βουλεύεσθαι. Καὶ οἱ μὲν πρεσβύτατοι, καὶ οἱ γνωριμώτατοι, καὶ οἱ ἐν ταῖς ἀρχαῖς, κύκλῳ καθίζοντο ἐπὶ βάθρων· τὸ δὲ λοιπὸν πλῆθος ἐφεστήκεσαν. ἦν γὰρ εὐρυχωρία πολλὴ πρὸ τοῦ νεώ.

792. Herodot. L. IV. c. 24. p. 291. l. 70.

793. Herodot. L. IV. c. 100. p. 327. l. 94. c. 20. p. 289. l. 15. c. 101. p. 327. l. 100. c. 107. p. 329. l. 53.

794. Herodot. L. IV. c. 107. p. 329. l. 53.
Dio Chrysost. Orat. cit. p. 77. l. 11 — 15.

795. Dio Chrysost. Orat. XXXVI. Borysth. p. 77. l. 14.

796. Id. ibid. p. 76. l. 30: — Τοῦ παλαιοῦ περιβόλου, καθ' ὃ πύργοι τινὲς οὐ πολλοὶ διαμένουσι, οὐ πρὸς τὸ μέγεθος, οὐδὲ πρὸς τὴν ἰσχὺν τῆς πόλεως. La conjecture de Reiske (p. c. not. 14) que Dion avoit écrit, τῆς τότε πόλεως, est fort probable.

797. Serapis; VI. Abhandl. S. 67. l. 45 — 47. und l. 58.

C'est par erreur que l'auteur d'un livre très-utile (Choix de Médaill. d'Olbia. p. 26. note 1.) croit que deux tumuli que l'on voit tout près du terrain qu'occupoit autrefois la ville d'Olbie, ont été dépouillés de leur maçonnerie et ont formé anciennement les deux tours que le décret cité dans le texte nomme les tours du Kathégétor et de Posis. Si l'on admettoit cette supposition et qu'on regardât les deux tumuli comme des vestiges des tours qui défendoient les murs de la ville, comment pourroit-on prouver que ce sont les tours citées dont on voit les restes? et ces restes ne pourroient-ils pas aussi bien appartenir à deux des quatre autres tours nommées dans le décret de Protogène, ou à une des autres tours de cette ville dont les noms ne se sont pas conservés? Mais ces tumuli n'ont jamais appartenu à des tours, ce sont des sépulcres ordinaires assez élevés, dont un est garni au bas d'une muraille pour lui donner plus de solidité. J'ai observé cette singularité à plusieurs autres tumuli ou sépulcres d'une circonférence considérable.

Broniovski n'a pas oublié de mentionner dans son voyage écrit en 1579 les tumuli qui sont près d'Otchakov et sur la rive du Boug: *Cozles seu tumuli vulgo mogilii dicti, altissimi, maximi ac frequentissimi* (Mart. Broniov. de Biezdzfedea Descr. Tartar. p. 819).

798. Strab. L. XIV. c. 1. §. 11. p. 574 — 575: Πολλοὶ γὰρ χωρὶς τοῦ Ι γράφουσι τὰς δόκιας, καὶ ἐκβάλλουσί γε τὸ ἔθος φυσικὴν αἰτίαν οὐκ ἔχον.

799. Diod. Sic. L. XVI. c. 83. p. 146. l. 80.

800. Senec. Consol. ad Marc. c. XVII. §. 4. p. 273. Ed. Ruhk: *Ingentem civitatem, et laxius turritam, quam multarum urbium fines sunt.*

801. Diod. Sic. L. XVI. c. 83. p. 146. l. 94.

802. Polyæn. Strateg. L. VI. c. 50. p. 596.

803. Ioseph. Bell. Iud. L. V. c. 3 — 4. p. 328 — 330.

Les murs de Jérusalem ont été, selon la description de cet auteur, d'une construction aussi solide que magnifique; ils avoient 25 coudées de hauteur sur 10 de largeur. Ses tours avoient 20 coudées de plus de hauteur; leurs faces formoient un carré de 20 coudées. Ces tours n'étoient point caves à l'exception de la partie supérieure où se trouvoient des beaux appartemens. Le mur extérieur étoit fortifié de 90 tours, séparées chacune par un intervalle de 200 coudées. Le mur du milieu n'avoit que 12 tours, et l'ancien en comptoit neuf. Quatre tours surpassoient en hauteur et en beauté toutes les autres. Celle qu'on nommoit Pséphina étoit octogone et haute de 70 coudées; les trois autres portoient les noms d'un des amis, d'un frère et de l'épouse d' Hérode; la première appelée

Hippicos, étoit carrée, chaque face de 25 coudées, elle étoit haute de 80. La seconde nommée Phasael, étoit carrée aussi, chaque face de 40 coudées et sa hauteur de 90 coudées. Mariamne étoit le nom de la troisième, dont les faces avoient 20 coudées. Cette tour étoit moins forte et moins haute que les deux précédentes, car elle n'avoit que 55 coudées d'élévation, mais ses apartemens étoient ornés avec beaucoup plus de richesse et de magnificence. Hérode, auteur de toutes ces constructions, avoit bâti ces deux dernières tours sur l'ancien mur.

Une inscription antique découverte en 1811 dans les ruines de l'ancienne Éclanum en Campanie, nomme les magistrats, et indique leurs mérites dans les lignes suivantes:

PORTAS TVRREIS MOIROS
TVRREISQVE AEQVAS QVM MOIRO
FACIVNDVM COIRAVERVNT

804. Ioseph. ibid. L. V. c. 7. §. 3. p. 341.

805. Id. ibid. L. I. c. 3. §. 3. p. 58.

806. Id. ibid. L. V. c. 5. §. 8. p. 336.

807. Hamilton's Remarks on sever. Parts of Turkey; P. I. Aegyptiaca; ch. XII. p. 403. Hammer's Ansicht. auf ein. Reise in die Levante; s. 186. Inschr. 61.

808. Serapis, VI. Abhandl. B. z. 16. s. 72.

809. Ebendas. B. z. 4. s. 72.

810. Ioseph. Bell. Iudaic. L. V. c. 4. §. 2. p. 328.

811. Id. ibid. c. 6. §. 2. p. 337 — 338. c. 7. §. 3. p. 341. c. 9. §. 2. p. 346.
Le même historien fait aussi mention (Bell. Iudaic. L. XX. c. 4. §. 3. p. 964.) du monument d' Hélène, reine d' Adiabène.

812. On ne doit pas s'étonner de trouver à Olbie les noms d'Achille, de Nicias, de Nicératus et celui de Protomaque en grand usage. Cette ville étoit dans un état permanent de guerre, et ses habitans pour n'être pas surpris sans défense, étoient obligés de porter toujours de grandes épées propres à la cavalerie (Dion. Chrysost. Orat. Borysthen. p. 77. l. 7). Mais les Athéniens, le peuple le plus civilisé de la terre, avoient ce costume en horreur. Le nom de Protomaque cité par Diodore (L. XIII. c. 74. p. 600. l. 10. c. 101. p. 624. l. 67.) par Hésychius de Milet (De Reb. Patr. Copol. p. 51. Ed. Meurs.) et qui se trouve gravé sur une pierre rapportée par Paul Lucas (Voyag. en Gr. l'Asie min. etc. To. I. p. 301. n. 19.) s'est conservé dans un monument sépulcral des Olbiens appartenant au musée de l'école des pilotes à Nicolaev. En voici l'inscription mal expliquée en plusieurs livres:

ΣΤΡΑΤΩΝ ΠΡΩΤΟΜΑΧου
ΧΡΗΣΤΕ ΧΑΙΡΕ

(Waxel Recueil; no. II. Pallas Reise in die mittägl. Statthaltersch. des Russ. Reichs; II. Th. s. 512. Taf. XVIII. f. 5.). J'ai déjà dit quelques mots sur les deux sujets de ce

monument (Serapis; IX. Abhandl. S. 278 — 279); j'ajoute que le cheval et le chien que nous voyons sur l'un des deux reliefs étoient les objets les plus indispensables des chasseurs de ces contrées (Herod. L. IV. c. 22. p. 290. l. 33). La remarque de Clarke sur un bas-relief ancien (Greek Marbles of the University of Cambridge, p. 4 — 5. §. VI.) n'est pas fondée, et il méconnoît tout-à-fait le sujet qu'on y voit représenté. Il dit: *A representation in bas-relief of a figure on horseback from the same place (the chersonesus of Taman), having some peculiar reference to the ancient history of the Cimmerian Bosporus. Such representations are found on the site of Phanagoria, and of Panticapæum. The figure of a boy is, moreover, generally introduced, meeting the person on horseback.* Un marbre sépulcral de la ville de Chersonésus, actuellement dans l'église grecque de Sévastopole, a aussi donné lieu à beaucoup de méprises. Voici son inscription:

ΘΕΑΓΕΝΗΣΧΡΗΣΤΙΩΝΟΣΚΑΙ
ΗΓΥΝΗΑΥΤΟΥΟΥΛΠΙΑΜΑ
ΚΑΡΙΑΕΤΩΝΞΕΚΑΙΝΒ ΧΑΙΡΕ

Theagénès fils de Chrestion et son épouse Ulpia Macaria âgés de 65 et de 52 ans. Sois heureux. Il faut remarquer que les nombres des années se rapportent au mari et à la femme. Celle-ci avoit fait graver cette inscription après la mort de son époux, en laissant vuide l'endroit qui devoit porter son âge, qui y fut ajouté après sa mort. Si ce marbre avoit été gravé après le décès des deux époux, on auroit écrit ΧΑΙΡΕΤΕ, et non pas ΧΑΙΡΕ. Le bas-relief représentant les deux époux debout, a été publié par Waxel (Recueil, no. III) et exécuté avec assez de soin, mais le dessin n'est pas sans défaut, et l'exécution même n'est pas d'un si bon goût qu'elle mérite les éloges exagérés que lui donne Clarke (Trav. in var. countr. Vol. I. ch. 20. p. 495 — 496. first. ed. p. 504 — 505. sec. ed.). Quant à l'âge de l'inscription, Porson cité par Clarke, est tombé dans une grande erreur, en prétendant qu'elle a été gravée au moins 200 ans avant notre ère, puisque la forme des lettres et le nom d'Ulpia ainsi que le goût du travail lui assignent une époque bien postérieure. J'ai trouvé à Nicolaev dans l'établissement où est la pierre de Straton un autre monument sépulcral, qui y a été transporté de l'Archipel. Il représente la figure d'un jeune homme de 12 à 15 ans, ayant une tunique qui lui descend jusqu'aux genoux; un manteau lui couvre le bras gauche, et le bout de ce vêtement est jeté sur l'épaule du même côté. Le jeune homme tient de la main droite un ruban attaché à un chien accroupi qui lève la patte gauche. Un bord très-relevé entoure ce bas-relief de la forme d'un carré allongé: il a contribué beaucoup à sa bonne conservation. L'inscription gravée sur le bord de ce monument n'a qu'un mot: ΕΠΙΠΡΕΠΩΝΤΙ (επιπρεποντι).

On a trouvé à Sévastopole, l'ancienne Chersonésus, et on voit dans la maison de M. de Psomas, officier de la marine, une pierre sépulcrale qui porte un sujet souvent répété; c'est une femme debout vue de face, voilée et enveloppée dans une ample draperie, qu'elle retient avec le bras gauche. À sa droite se trouve la figure d'une jeune fille qui tient un objet indistinct, mais qui paroît être un vêtement plié. Le tout est entouré d'un bord relevé. De cinq lignes de l'inscription il ne reste que le fragment suivant:

ΤΗΝΠΑΓΑΙΙΙΓΤ
ΝΑΙΞΙΠΟΛΤΤΕΙ
ΜΟΝ . . . . . .

Un marbre plus large que haut trouvé dans la même ville de Chersonésus et conservé dans la maison susdite, portoit autre fois une inscription dont il ne reste de la première ligne que: - ΟΔΑΜΟΣ: trois lignes qui suivoient sont totalement indistinctes et on lit sur la cinquième

. . . ΤΙΟΥΠΑΡΘΕΝΟΚΛΕΟΤΣ

Dans les environs de l'ancienne Panticapæum on a découvert dans ces dernières années les pierres sépulcrales suivantes que j'y ai copiées dans la maison du capitaine du port M. Bourcanefski: La première représente une femme voilée, vue de face, richement drapée, portant une longue tunique et enveloppée dans un ample péplum qui lui descend jusqu' aux genoux. Cette femme approche du visage la main gauche, et paroît soutenir avec sa main droite son coude gauche. Aux deux côtés sont placées les figures de deux jeunes filles, dont celle à droite porte une boite à conserver les bijoux; celle à gauche, un vase d'onguent. Ces figures se trouvent dans une niche dont la voute est soutenue par deux colonnes; au dessus est un fronton; dans le champ, à gauche et à droite, et dans le fronton, on voit trois rosettes. Dessous le bas-relief est gravé:

ΑΘΗΝΑΙΑ·ΓΥΝΗ
ΤΨΙΓΟΝΟΤ ΧΑΙΡΕ

Une autre pierre plus simple et sans fronton, représente un homme à cheval dirigé de gauche à droite, tenant le frein, et ayant un grand carquois suspendu au côté droit: derrière de lui on voit un homme monté aussi à cheval. Ce dernier groupe est placé sur un cippe et a des proportions plus petites que le premier. Dessous le bas-relief on trouve l'inscription suivante:

ΚΟΝΣΤανʇιΩΙΚαι
ΜΤΡΜηνίωνι
ΑΝΕΣΤΗΣΕΝΖΩΤικος

Le troisième monument est une pierre dont la partie supérieure est de forme ovale: on y voit sculpté en relief avec la plus grande élégance, une palmette. Le dessous est moins haut et forme le socle de la partie de dessus; on y lit:

ΜΗΤΡΟΔΩΡΟΣ
ΑΡΤΕΜΩΝΟΣ

Parmi les monumens antiques qui ont été portés à St. Pétersbourg par le comte Orloff après sa célèbre expédition dans l'Archipel, se trouvoit une inscription plus large que haute gravée sur un marbre blanc. Cette pièce ayant été perdue, a été rapportée dans la capitale en 1825. Un de ceux qui l'avoient possédée en a coupé à gauche et à droite des morceaux pour donner au marbre la grandeur qui lui paroissoit convenable pour servir de table. On lit sur ce marbre deux décrets donnés par une ville grecque dont on ne connoît pas le nom parce qu'on ignore le lieu d'où le marbre a été tiré. Dans ces décrets le sé-

nat et le peuple accordent à un citoyen et à sa sœur qui avoient bien mérité de la patrie l'honneur d'une statue. Ce beau et curieux monûment appartient à présent à M. de Heidecke, consul général de S. M. l'Empéreur de Russie à Gènes. En voici la copie:

αβουλΑΚΑΙΟΔΑΜΟΣ
ετειμασΕΝΜΝΑΣΙΚΡΙΤΟΝ
τικλαυδιΟΥΥΙΟΝΙΕΡΕΑΔΙΑ
βιουΤΘΥΠΡΟΠΟΛΕΩΣ
ιεροΥΑΡΕΤΑΣΕΝΕΚΑ
καιανδραΓΑΘΙΑΣΤΑΝΑΝΑ
στασινπΟΙΣΑΜΕΝΑΣΤΑΣ
αδελφαςΑΥΤΟΥΧΑΙΡΟΠΟΛΕΙ
τας τικλΑΥΔΙΟΥΚΥΡΕΙΝΑ
στεφανΟΥΣΘΥΓΑΤΡΟΣ
εκτωΝΙΔΙΩΝ

ΑΒΟΥΛΑΚΑΙΟΔαμος
ΕΤΕΙΜΑΣΕΝΧΑΙΡοπολειταν
ΤΙΚΛΑΥΔΙΟΥΚΥρειναστε
ΦΑΝΟΥΣΘΥΓΑΤΕΡΑαρετας ένε
ΚΑΚΑΙΣΩΦΡΟΣΥνας
ΤΑΝΑΝΑΣΤΑΣΙΝΠοισαμενας
ΑΥΤΑΣΖΩΣΑΣ

La seule faute du graveur est d'avoir écrit ligne 4. Θ au lieu de O. Voici les traductions de ces inscriptions:

Le sénat et le peuple ont accordé à Mnasicritos, fils de Tiberius Claudius, prêtre, sa vie durant, du temple situé devant la ville, à cause de son habileté et honnêteté, l'honneur de la statue, qui lui a été érigée par les soins et aux frais de sa sœur, Chæropolita, fille de Tiberius Claudius, surnommé Stephanes, de la tribu (?) Quirina.

Le sénat et le peuple ont accordé à Chæropolita, fille de Tiberius Claudius surnommé Stephanes. de la tribu (?) Quirina, à cause de sa vertu et modestie, l'honneur de la statue, qu'elle même s'est érigée de son vivant.

813. Reise in die mittägl. Statthaltersch. des Russ. Reichs, II. Th. 11. k. S. 512: *Es sollen sich auch näher gegen Nicolaev, etwas unterhalb der Dolgaja Koschka Ueberbleibsel eines andern alten Wohnplatzes finden.*

814. Anonym. Peripl. p. 8 — 9.

815. Strab. L. IV. c. 3. §. 17. p. 383.

816. Dion. Orat. XXXVI. Borysthen. p. 75. l. 19.

817. Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 12. s. 26. p. 217. l. 8.

Il faut relever ici une légère erreur que l'on trouve dans un fort bon livre (Mannert's Geogr. der Griech. und Röm. IV. Th. 2. k. s. 113): l'auteur dit qu'Olbie est située sur la rive gauche du Boug.

818. Herodot. L. IV. c. 52. p. 304 — 305. et c. 81. p. 319. l. 18. ib. Valcken.
Vitruv. de Architect. L. VIII. c. 3.
Stephan. Byz. v. Ὕπανις.

819. Tschucke Not. Exeget. in Mel. L. II. c. 1. §. 7. p. 38.

820. Plin. Natur. Hist. L. XXXI. c. 29. s. 29. p. 555. l. 16.

821. Iordan. de Reb. Get. p. 87. l. 4. et 20. Ed. Lindenbr.

Peyssonnel est parmi les auteurs modernes un de ceux qui a fait le plus de confusion dans ses remarques sur le Pont-Euxin. Témoin le passage suivant (Observat. sur les Peupl. Barbar. p. 6): *Le Borysthène connu d'abord sous le nom d'Olbia, ensuite de Borysthène, et enfin sous celui de Danapris ou Dnieper, dans lequel se jette l'Axiace, aujourd'hui appelé Bog.*

822. Mela, L. II. c. 1. p. 120. l. 17.

823. Plin. Natur. Hist. L. IV. c. 12. s. 26. p. 217. l. 20.

824. Tschucke Not. Exeget. in Mel. l. c. p. 11.

825. Constantin. Porphyr. de Administr. Imper.

826. Herod. L. IV. c. 53 p. 305. l. 73.

827. Geogr. anonym. Ravenn. L. V. c. 12. p. 800.
Voyez note 43.

828. Plin. Natur. Hist. L. XXX. c. 5. s. 30. p. 555 — 556: *Et Borysthenes æstatis temporibus cæruleus fertur, quamquam omnium aquarum tenuissimus, ideoque innatans Hypani. In quo et illud mirabile, austris flantibus superiorem Hypanim fieri. Sed tenuitatis argumentum et aliud est, quod nullum halitum emittat.*

829. Athen. Dipnos. L. II. c. 16. p. 162.

830. Dion. Chrysost. Orat. XXXI. Borysth. p. 75. l. 19.

831. Mela, L. II. c. 1. p. 126. et Ptolem. Geogr. L. III. c. 5. p 74. l. 22.

832. Steph. Byz. v. Ὄλβια.

833. Plin. L. IV. c. 12. s. 26. p. 217. l. 9: *Borysthenes —— oppidum; Olbiopolis et Miletopolis, antiquis nominibus.*

834. Sérapis; VII. Mémoire, §. 7. p. 89 — 90.

835. Herodot. L. IV. c. 18. p. 289. l. 84: Ἀτὰρ διαβάντι τὸν Βορυσθένεα ἀπὸ θαλάσσης πρῶτον μὲν ἡ Ὑλαίη· ἀπὸ δὲ ταύτης, ἄνθρωποι οἰκέουσι Σκύθαι γεωργοί. c. 53. p. 306. l. 1: πέρην δὲ τοῦ ἱροῦ ὑπὸ τῷ Ὑπάνι Βορυσθενεῖται κατοίκηνται.

Hérodote ajoute au premier passage (l. 87): τοὺς Ἕλληνες οἱ οἰκέοντες ἐπὶ τῷ Ὑπάνι ποταμῷ καλέουσι Βορυσθενεΐτας· σφέας δὲ αὐτοὺς, Ὀλβιοπολίτας. La

plupart de ceux qui ont cité ce passage, l'ont mal entendu, en rapportant les derniers mots aux Borysthénites. Car comment les Scythes auroient-ils pu s'approprier le nom d'Olbiopolites? Hérodote, ayant nommé Borysthénites les habitans d'Olbie, comme l'ont fait tous ceux qui en ont parlé depuis, a cru nécessaire d'observer que le nom de Borysthénites appartenoit proprement à un peuple Scythe, qui habitoit près du Borysthène, et que les habitans de la ville grecque d'Olbie, appelée toujours Borysthénes, ne se nommoient pas Borysténites, nom que leur donnoient les étrangers, mais qu'ils s'appeloient Olbiopolites. M. Mannert (Geogr. der Gr. u. Röm. IV. Th. 2 k. s. 113) est du petit nombre de ceux qui ont bien compris le sens d'Hérodote.

836. Scymn. Fragm. v. 59 — 60. p. 46.

837. Mela, L. II. c. 1. p. 126. l. 60.

838. Iordan. de Reb. Getic. p. 84. l. 28. Ed. Lindenbr.

839. Dion. Chrysost. Orat. XXXI. Borysthen. p. 75. l. 19.

Dans le décret en l'honneur de Protogène (A. v. 9 — 11) on lit: *Παραγενομένου Σαιταφάρνου τοῦ βασιλέως εἰς Κανκυτόν.* Ce lieu, Kankytos, d'où Sætapharne faisoit ses demandes à la ville d'Olbie, étoit probablement situé sur la rive gauche de l'Hypanis opposée à Olbie; c'étoit peut-être le même lieu qui est indiqué plus bas dans ce décret (A. v. 82 — 84): *τοῦ τε βασιλέως Σαιταφάρνου παραγενομένου εἰς τὸ πέραν.* Par cette raison et par plusieurs autres, tout ce qu'on a dit d'un *ἄνω κύτος* et d'un *κάτω κύτος* (Nouvell. Annal. des Voyag. To. XIX. p. 132. not. 2.) est inadmissible.

840. Herodot. L. IV. c. 53. p. 306. l. 99: *Τὸ δὲ μεταξὺ τῶν ποταμῶν τουτέων ἐὸν ἔμβολον τῆς χώρης Ἱππόλεω ἄκρη καλέεται· ἐν δὲ αὐτῷ ἱρὸν Μητρὸς ἐνίδρυται· πέρην δὲ τοῦ ἱροῦ κ. τ. λ.*

841. Dion. Chrysost. Orat. XXXI. Borysthen. p. 74. l. 14: *Ἥ τε νῦν καὶ ἡ πρότερον οὕτως ᾠκεῖτο, οὐ πολὺ ἄνωθεν τῆς Ἱππολάου καλουμένης ἄκρας, ἐν τῷ καταντικρύ· τοῦτο δέ ἐστι τῆς χώρας ὀξὺ καὶ στερεὸν, ὥσπερ ἔμβολον, περὶ ὃ συμπίπτουσιν οἱ ποταμοί.*

842. In Herodot. l. c.

M. Mannert (IV. Th. 2 k. S. 114) est de la même opinion que Wesseling.

843. Sérapis, VII. Mémoire, §. 91 — 92. p. 167 — 168.

844. Herodot. L. IV. c. 76. p. 316. l. 89: *Εὗρε τῇ Μητρὶ τῶν θεῶν ἀνάγοντας τοὺς Κυζικηνοὺς ὁρτὴν μεγαλοπρεπέα κάρτα.*

Belley Explic. des Marbr. de Cyzique; voy. Caylus Rec. d'Antiqu. To. II. p. 193.

845. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 9. l. 5: *εἰσβαλλόντων δὲ εἰς τὸν Φᾶσιν, ἐν ἀριστερᾷ ἵδρυται ἡ Φασιανὴ θεός. εἴη δ' ἂν ἀπό γε τοῦ σχήματος τεκμαιρομένῳ ἡ*

Ῥέα· καὶ γὰρ κύμβαλον μετὰ χεῖρας ἔχει, καὶ λέοντας ὑπὸ τῷ θρόνῳ, καὶ κάθηται ὥσπερ ἐν τῷ Μητρῴῳ Ἀθήνησιν ἡ τοῦ Φειδίου.

Clarke ayant eu l'avantage d'enlever d'Eleusis un fragment de la statue de Cérès d'Éleusis, qui se trouve actuellement au musée de l'université de Cambridge, a cru voir Cérès dans deux monumens qu'il avoit pris de la péninsule de Taman, et dont il a donné une description très-vague (Greek Marbles of the Univers. of Cambridge; p. 4. §. IV. et V.) mais qui ne laisse pas de doute que les deux bas-reliefs en question ont appartenu à deux sépulcres et que les figures représentées sont celles des personnages qui y sont enterrés. Il observe que le premier de ces reliefs est d'un travail fort ancien; cependant les jugemens que ce voyageur a porté sur plusieurs autres monumens, et entr' autres sur le bas-relief de Theagénès et Macaria (voy. note 812.) me font supposer que la pierre qu'il croit fort ancienne, est du même âge que les autres pierres sépulcrales découvertes à Taman.

846. Bayer de Scythiæ Situ; in Commentar. Academ. Petropol. Vol. I. p. 411. tab. XVI. et in

Opuscul. a Klotzio edit. p. 83.

847. Dion. Chrysost. Orat. XXXI. Borysthen. p. 75. l. 29: Τὸ δὲ λοιπὸν ἤδη ἐστιν ὑλῶδης, καὶ δασεῖα καλάμῳ καὶ δένδρεσι. Φαίνεται δὲ τῶν δένδρων πολλὰ καὶ ἐν μέσῃ τῇ λίμνῃ, ὡς ἱστοῖς προσεοικέναι· καὶ ἤδη τινὲς τῶν ἀπειροτέρων διήμαρτον, ὡς ἐπὶ πλοῖα ἐπέχοντες.

848. Herod. L. IV. c. 53. p. 305. l. 34: Ποίη τε, τῇ οὐ σπείρεται ἡ χώρη, βαθυτάτη.

849. Ammian. Marcell. L. XXII. c. 8. p. 343: *Dein Borysthenes — cuius in marginibus nemorosis Borysthenes est civitas.*

850. Broniov. Descr. Tartar. p. 817: *Continens seu isthmus ab antiquis ita dictus, inter Pontum et Borysthenem angustissimus, unius diei itineris spatio admodum arenosus, collibus, lacubus, paludinosis salis-fodinis, ac ibi per Borysthenem sal deportatur, arbores etiam humiles virgultis parvis insertas habet. Cervis, ursis, capris et apris campestribus frequens admodum est.*

851. Broniov. l. c. p. 816: *Arx lapidea, nec bene tum munita, oppidum ignobile, Turcarum ditionis est.*

852. Herodot. L. IV. c. 61. p. 308. l. 52: Τῆς δὲ γῆς τῆς Σκυθικῆς αἰνῶς ἀξύλου ἐούσης.

Mela, L. II. c. 1. p. 135. l. 129: *Terræ late patent, — alicubi usque adeo steriles ad cetera, ut qui habitant, lignorum egentes, ignes ossibus alant.* Voy. not. 41.

853. Herodot. L. IV. c. 76. p. 316. l. 97.

854. Herodot. L. IV. c. 19. p. 289. l. 1: Ψιλὴ δὲ δενδρέων πᾶσα αὕτη γῆ, πλὴν τῆς Ὑλαίης.

Mela, L. II. c. 1. §. 40. p. 125: *Sylvae deinde sunt, quas maximas hæ terræ ferunt.*

Plin. Natur. Hist. L. IV. c. 12. s. 26. p. 217. l. 13.

855. Herodot. L. IV. c. 21. p. 290. l. 22: πᾶσαν ἐοῦσαν ψιλὴν καὶ ἀγρίων καὶ ἡμέρων δενδρέων.

856. Id. ibid. c. 21. p. 290. l. 24: Γῆν νεμόμενοι πᾶσαν δασέην ὕλῃ παντοίῃ.

857. Id. ibid. c. 76. p. 316. l. 95. c. 54 — 55. p. 306. l. 5. et 9.

858. Id. ibid. c. 18. p. 289. l. 85.

859. Scymn. Fragm. v. 106. p. 49.

860. Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 3. l. 14.

Vossius avoit corrigé ici le mot Ὕβλαν, en substituant Ὑλαίαν, et Tschucke a fait la même correction au texte de Scymnus (Not. Exeg. in Mel. L. II. c. 1. p. 24).

861. Plin. Natur. Hist. L. IV. c. 12. s. 25. p. 217. l. 13. 14. 23.

Valer. Flacc. Argonaut. L. VI. v. 74. p. 498. Ed. Burm.

862. Mannert's Geogr. der Gr. und Röm. IV. Th. 2 k. S. 112.

863. Herodot. L. IV. c. 9. p. 284. l. 22.

Mela, L. II. c. 1. p. 131. l. 98.

864. Herodot. L. IV. c. 53. p. 305. l. 85.

865. Dion. Chrysost. Orat. XXXI. Borysthen. p. 75. l. 34.

866. Constant. Porphyrog. de Administr. Imp. c. XLII. p. 113. B.

867. Plin. Natur. Hist. L. IV. c. 13. s. 27. p. 220. l. 4.

868. Ammian. Marcell. L. XXII. c. 8. p. 343.

869. Theatr. Orb. Terrar. Ponti Eux. tab.

Desselb. Theatr. oder Schawplatz des Erdbod. Karte von Europa.

870. Atlas Antiqu. collect. a Sanson. emendat. a Clerico. tab. LXVII.

871. Plin. Nat. Hist. L. VI. c. 6. s. 6. p. 306. l. 8: *Sed ipsius peninsulæ inter Pontum et Mæotim lacum excurrentis non amplior LXVII. mill. D. passuum longitudo est: latitudo nusquam infra duo iugera. Elonen vocant.*

Hardouin a tout-à-fait mal compris (Not. et Emend. in Plin. l. c. not. XXIII. p. 553.) le passage cité de Pline.

872. Voyez Sérapis, XVII. Abhandl. S. 467.

Ptolem. Geogr. L. III. c. 6. p. 75. l. 5.

873. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 20. l. 30.

874. Cela me paroît être le sens de ce passage, qui traduit à la lettre n'en a pas du tout.

875. Thucyd. L. I. c. 98. p. 172. ib. Bauer. L. IV. c. 50. p. 595.
Steph. Byzant. v. Ἠϊών. ib. Berkel. not.
Eustath. in Il. B. v. 561. p. 287. l. 25.
Holsten. Not. et Castig. in Steph. Byzant. p. 128.
Voss. et Gronov. Adnot. in Scylac. Peripl. p. 36 — 37. et 38.

876. Formaleoni, Storia delle colonie degli Antichi nel Mare Nero; To. I.

877. L. c. voyez note 869.

878. Atlas antiqu. collect. a Sansonis emend. a Clerico; tab. LXVII.

879. Broniov. Descr. Tartar. l. c. p. 816: *Adzigoli, ille locus tres fossas celebres, lacus amaros et salsos quam plurimos mari proximos habet, ibique magna vis Koczacorum perpetuo confluit, mutuisque bellis et cædibus frequentissimis concidunt. Idcirco ille locus viatoribus adeo terrori est, ut in eo non solum per noctem quiescere, verum ne pabulari quidem satis secure habeant.*

880. Dion. Chrysost. Orat. XXXI. Borysthen. p. 75. l. 38: Ἐκδιδοῦσι δὲ οἱ ποταμοὶ εἰς θάλασσαν, παρὰ Φρούριον Ἀλέκτορος, ὃ λέγεται τῆς γυναικὸς εἶναι τοῦ Σαυρομάτων βασιλέως.

881. Bayer. de Scyth. situ; in Comment. Acad. Petrop. Vol. I. p. 411. tab. XVI. et in Opusc. p. 83.

882. Plin. Natur. Hist. L. IV. c. 12. s. 26. p. 217. l. 10.

883. Formaleoni, Storia delle Navigazioni e del Commercio nel Mare Nero, Vol. II. c. 23. p. 111 — 113.

884. Potocki, Mém. sur un nouv. Périple du Pont. Eux. p. 9.

885. Constant. Porphyr. de Administr. Imp. c. XLII. p. 112. F.

886. Ortelii Theatrum oder Schawplatz des Erdbodens. Karte von Europa.

887. Potocki, l. c.

Ce nom peut provenir de celui de Ζαγῆρι que portoit, selon Mélétius (Geograph. sect. XIV. c. 3. p. 226), le cap sacré de la course d'Achille.

Dans les tems modernes; plusieurs endroits de notre contrée avoient reçu des Grecs des noms dont l'origine est obscure. Mélétius nous dit par exemple (l. c.) que l'emplacement de l'ancienne ville d'Olbie étoit nommé Σιραπενὸς; qu'ils appeloient Κελλὶ la ville moderne de Kilia, nom corrompu qui vouloit dire Achilléa (Melet. c. 3. p. 227. b); et Κίπρικο une ville qu'ils croyoient occuper le promontoire Nymphæum (ib. p. 223. b). Le promontoire que l'on croyoit être celui de Parthénium, portoit le nom de Γιδερλερὶ (ib. c. 2. p. 223. b); la ville de Chersonésus, celui de Τεπέλερκάν. En confondant les noms, on appeloit Ἰμκερμὲν un promontoire supposé être celui de Parthenium, et par corruption l'ancien συμβόλων λιμὴν portoit celui de Σίβουλα (ib. c. 3. p. 224. a); la ville de Panticapæum, celui de Πάτλικο; la ville de Gasleve, celui de Κιοσλεβὲς (ib. c. 3. p. 224. b);

la Crimmée, celui de Κρόμι (ib. p. 223. a). L'ancienne ville de Tanaïs avoit le nom d' Ἀζὰκ (ib. p. 225. a) de celui que la mer Mèotide avoit en arabe, *bâr el Asak.*

888. Schlözer's Allg. Nord. Gesch. VI. k. S. 525.

889. Meletii Geogr. P. XIV. c. 2. p. 226. a.

890. Broniov. Descr. Tartar. l. c. p. 816: *Arx lapidea, nec bene tum munita, oppidum ignobile Turcarum ditionis est.*

891. Le Chevalier, Voyage de la Propont. et du Pont-Euxin; To. II. ch. 9. p. 360.

892. Broniov. Descr. Tartar. l. c. p. 816: *Berezani lacu angustissimo verum profundissimo.*

893. Broniov. Descr. Tartar. p. 816.

Ce voyageur est un des plus anciens qui aient fait mention des portes d'airain de Korsun maintenant à Novgorod. La dédicace de son livre à Étienne roi de Pologne est de l'an 1579, mais il ne parut qu'en 1595. En décrivant les ruines de l'ancienne ville de Cherson (Descr. Tartar. p. 820 — 821), il dit: *Monasterium græcum maximum in urbe est reliquum; parietes templi apparent quidem, sed testudinem non habent, et ornamenta ædificii eius, quæ ibi erant insignia, diruta et spoliata sunt. Ex illo monasterio, duas portas æris corinthii, quas Græcorum presbyteri regias portas vocant, et imagines insigniores, græcos aliquos, Volodimerum magnum Russorum seu Kiouiensium principem, ea tempestate prædæ loco Kiouiam deportavisse, postmodum vero a Boleslao secundo rege Poloniæ, Kiouia Gnesnam prædæ itidem loco, quæ in templi maximi porta nunc etiam ibi visuntur, delatas esse, Russorum et Polonorum annales memoriæ prodidere. Volodimerum principem Joanni Zemiscæ, constantinopolitano imperatori, eam urbem quondam eripuisse; verum Basilii et Constantini imperatorum Anna sorore in matrimonio ducta, et sacro fonte ritus græci, in eodem monasterio, a patriarcha quodam initiato, restituisse.* Dans la description de ces portes publiée en 1823 à Berlin, Broniovski n'a pas été cité parmi les auteurs qui en ont parlé: c'est par cette raison que j'ai fait répéter ici son texte.

894. Meletii Geogr. P. XIV. c. 2. p. 226. a.

895. Peyssonell, Observ. sur les Peupl. Barbar. p. 6. et 153.

896. Stritter Memoriæ Populor. olim ad Danub. etc. incolent. T. IV. Ind. Geogr. p. 265.

897. Thornton's Present State of Turkey; Append. p. 408.

898. Plin. Natur. Hist. L. IV. c. 12. s. 26. p. 217. l. 6.

899. Ptolem. Geogr. L. III. c. 10. p. 78.

900. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 21. l. 2.

901. Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 9. l. 10.

902. Mannert's Geogr. der Gr. und Röm. IV. Th. 4 k. s. 231.

903. Ovid. Epist. ex Pont. L. IV. ep. 10. v. 47. p. 879.

904. Serapis, XVII. Abhandl. s. 411 — 413. 466 — 467.

905. Arrian. et Anon. Peripl. Pont. Eux. ll. cc.

906. Strabon. L. VII. c. 3. §. 16. p. 382 — 383.

Ptolémée (L. III. c. 10. p. 79.) fait d'Ophiuse et de Tyras deux villes différentes et nous ne pouvons pas décider si cette erreur provient, comme il est probable, d'inadvertance, ou s'il a eu des raisons particulières.

907. Hom. Odyss. Ω. v. 82:

Ἀκτῇ ἐπὶ προυχούσῃ ἐπὶ πλατεῖ Ἑλλησπόντῳ.

908. Aristotel. Epitaph. in Brunck. Anal. Vol. I. p. 181:

Παῖδα θεᾶς Θέτιδος Πηληϊάδην Ἀχιλλῆα
Ἧδ' ἱερὰ Προποντὶς ἀμφὶς ἔχει πεδίῳ.

Une autre épigramme parle aussi du site du tombeau d'Achille (Brunck. Anal. Vol. III. p. 282. epigr. DCXVI):

Τύμβος Ἀχιλλῆος ῥηξήνορος, ὅν ποτ' Ἀχαιοὶ
Δώμησαν, Τρώων δεῖμα καὶ ἐσσομένων·
Αἰγιαλῷ δὲ νένευκεν, ἵνα στοναχῇσι θαλάσσης
Κυδαίνοιτο πάϊς τῆς ἁλίας Θέτιδος.

909. Lechevalier, Voyage de la Troade; To. II. ch. 19. p. 308. IIIème édit.

910. Homer. Il. II. v. 85 — 86.

911. Eustath. in Hom. Il. H. v. c. p. 666. l. 49.

912. Homer. Odyss. v. 58 — 94.

913. Quint. Smyrn. Paralip. L. III. v. 736 — 739. p. 93.

914. Philostr. Heroic. p. 228. l. penult: Ἐτάφη δὲ ἐκδηλότατα ἀνθρώπων.

915. Quint. Smyrn. L. IX. v. 48. p. 229.

916. Arctin. Aethiop. ap. Procl. in Chrestomath. v. Biblioth. der alt. Literat. u. Kunst; I. St. Ined. p. 33.

917. Philostr. Vit. Apollon. Tyan. L. IV. c. 16. p. 153.

918. Choiseul-Gouff. über Troas; voyez: die Ebene von Troia von Lenz; S. 65. und Voyage Pittor. de la Grèce; To. II. ch. XIV. p. 321 — 322.

919. Lecheval. Voy. de la Troade; To. II. pl. XXII. f. 2. Troisième Édit.

920. Lucian. Contempl. c. XXIII. p. 521. l. 3.

Mercure dit à Caron dans le passage cité: Θέλω σοι δεῖξαι τὸν τοῦ Ἀχιλλέως τάφον· ὁρᾷς τὸν ἐπὶ τῇ θαλάττῃ; Σίγειον μὲν ἐκεῖνο τὸ Τρωϊκόν· ἀντικρὺ δὲ ὁ Αἴας τέθαπται, ἐν τῷ Ῥοιτείῳ. Caron repond: Οὐ μεγάλοι, ὦ Ἑρμῆ, οἱ τάφοι.

921. Morritt's Vindicat. of Homer; p. 103.

922. Lecheval. Voy. de la Troad. pl. XXI. f. 2.

Quoique cet auteur ait réproduit dans son livre les planches de Morritt, cependant la planche citée diffère de celle de l'auteur anglois en ce qu'il paroît que dans la première planche on a dessiné plus justement le fond ou le troisième plan en arrière des tombes d'Achille et de Patrocle. Mais on y a représenté ces mêmes deux tombeaux trop rapprochés l'un de l'autre; il y a, avec raison, plus d'espace entre eux dans la gravure de Morritt.

923. Chois. Gouff. Voy. Pittor. de la Grèce; To. II. ch. 14. pl. XXIX. p. 321—322.

924. Gell's Topography of Troy and its Vicinity; plate XXI. p. 64. pl. XI. f. 1. p. 29. pl. XII. p. 31. pl. XV. f. 1. p. 38. pl. XXXVI. p. 96.

925. Lenz et Choiseul ll. cc.

926. Tryphiod. Ilii Excid. v. 501 — 502. p. 27. Ed. Merrick.

927. Strab. L. XIII. c. 1. §. 32. p. 324: Τοῦ μὲν οὖν Ἀχιλλέως καὶ ἱερόν ἐστι καὶ μνῆμα πρὸς τῷ Σιγείῳ· Πατρόκλου δὲ καὶ Ἀντιλόχου μνήματα· καὶ ἐναγίζουσιν οἱ Ἰλιεῖς πᾶσι καὶ τούτοις καὶ τῷ Αἴαντι.
Philostr. Vit. Apollon. Tyan. L. IV. c. 16. p. 153.
Eustath. in Il. H. v. 86. p. 666. l. 55.

928. Strab. ll. cc.

929. Philostr. Heroic. p. 234 — 244.

930. Dioscor. Mat. med. L. IV. c. 57. p. 263. Ed. Wech. 1598.

931. Philostr. Heroic. l. c. et p. 230. l. 19.

932. Voyez note 929.

933. Herodot. L. IV. c. 43. p. 531. l. 38.

934. Arrian. Exped. Alex. L. I. c. 12. p. 48.
Aelian. Var. Hist. L. XII. c. 7. p. 729 — 730.
Iustin. L. XI. c. 5. §. 12. p. 267.
Ioann. Malal. Chronogr. L. VIII. p. 246. l. 3. Ed. Chilm.

935. Plutarch. in Alex. c XV. p. 34. Ed. Reisk.
Id. de Fort. Alex. L. I. c. 10. p. 357 — 358. Ed. Wytt.
Cf. Diodor. Sic. L. XVII. c. 17. p. 172. l. 28.

936. Exam. Critique des Histor. d'Alex. p. 238. note 2.

937. Arrian. de Exped. Alex. L. I. c. 11. §. 13. p. 47.
Vellei. Patercul. L. I. c. 6. p. 14. Ed. Kr.
Curt. de Exped. Alex. L. IV. c. 6. §. 29. p. 175. L. VIII. c. 5. §. 26. p. 540.

938. Arrian. de Exped. Alex. L. III c. 1. §. 5. p. 180.
Diodor. l. c.

Arrien fait mention des fêtes solennelles et grands sacrifices qu'Alexandre a célébré à la suite de quelques événements, savoir: à Memphis (L. III. c. 1. §. 5. p. 180);

à la fondation d'Alexandrie en Aegypte (Id. ib. L. III. c. 1. §. 8. p. 181); à Susa (L. III. c. 16. §. 15. p. 218); à Zeudracata en Hyrcanie (ib. c. 25. §. 2. p. 240); en Scythie après la construction d'Alexandrie (L. IV. c. 3. §. 1. p. 264); à Taxila au bord de l'Inde (ib. L. V. c. 8. §. 5. p. 356 — 357); après la defaite de Porus (ib. c. 20. §. 1. p. 380); dans l'Inde après avoir expédié des vaisseaux (Arrian. Hist. Ind. c. XVIII. §. 11. p. 587 — 588); après avoir reçu des nouvelles de ces bâtimens (ib. c. XXXVI. §. 3. p. 622); lorsqu'il a rencontré ces navires (ib. c. XLII. §. 8. p. 634); après sa victoire sur Porus (Arrian. Exped. Alex. L. V. c. 20. §. 1. p. 403); avant son retour de l'Inde (ib. L. V. c. 29. §. 3. p. 403); de ce nombre sont aussi les fêtes célébrées en Caramanie (ib. L. VI. c. 28. §. 4. p. 468) et à Ekbatana (ib. L. VII. c. 14. §. 1. p. 508).

939. Arrian. de Exped. Alex. L. III. c. 1. §. 5. p. 180.

940. Athen. Dipnos. L. XIII. c. 80. p. 182.
Ce livre avoit pour titre: περὶ τῆς ἐν Ἰλίῳ θυσίας.

941. Arrian. de Exped. Alex. L. VII. c. 1. §. 4. p. 477.

942. Lucan. Pharsal. L. IX. v. 961 — 965. p. 755. Ed. Oudend:

Sigeasque petit famæ mirator harenas
Et Simoentis aquas et Graio nobile busto
Rhoetion, et multum debentes vatibus umbras.
Circuit exustæ nomen memorabile Troiæ
Magnaque Phœbæi quærit vestigia muri.

En lisant la remarque de Lucain: *et multum debentes vatibus umbras*, on se rappelle de ce que Méla (L. I. c. 18. p. 99. l. 32) et Horace (Epod. Od. XIII. v. 13 — 14.) ont dit du Scamandre et du Simoïs: le premier, en observant qu'ils sont *fama quam natura maiora flumina;* le second dans les lignes suivantes:

Te manet Assaraci tellus, quam frigida parvi
Findunt Scamandri flumina, lubricus et Simoïs.

943. Burmann étoit de la même opinion (In Lucan. Phars. L. IX. v. 986).

944. Philostr. Vit. Apoll. Tyan. L. IV. c. 16. p. 152.

945. Dion. Cass. L. LXXVII. c. 16. p. 1302 — 1303. Ed. Reim.

946. Herodian. Hist. L. IV. c. 8. §. 4. p. 158. Ed. Wolf.

947. Dion. Cass. l. c. p. 1303. l. 70.

948. Philostr. Heroic. p. 236. l. 5:

Θέτι κυανέα,
Θέτι Πηλεία
Τὸν μέγαν τέκες υἱὸν Ἀχιλλέα,
Τοῦ θνατὰ μὲν ὅσον φύσις
Ἤνεγκε, Τροία λάχεν,

Σᾶς δ' ἴσον ἀθανάτου γενεᾶς πάϊς
Ἔσπασε, πόντος ἔχει.

Eudoc. Ion. p. 85 — 86.

949. Mel. de Sit. Orb. L. II. c. 7. p. 218.

950. Plin. Natur. Hist. L. IV. c. 12. s. 26. p. 217.

951. Schol. Pind. in Nem. Od. IV. v. 79. p. 705. Ed. Heyne.

952. Ap. Procl. in Chrestom. voy. Biblioth. d. alt. Lit. und Kunst; I. St. Ined. p. 34.

953. Stuck. not. in Arrian. Péripl. Pont. Eux. p. 28.
Tschucke, Not. Exeget. in Mel. L. II. c. 1. p. 27.

954. Rime del Petrarca; Sonnetto CXXXV. p. 216. Ediz. di Marsand, Firenze, 1821:

Giunto Alessandro alla famosa tomba
Del fero Achille, sospirando disse:
O fortunato, che sì chiara tromba
Trovasti e chi di te sì alto scrisse.

955. Adone del Caval. Marino; L. XIX. st. 313:

L'alte prodezze sue, l'opre lodate,
Di cui la fama infin' al ciel rimbomba,
Taccio, perche saranno in altra etate
Nobil suggetto a la Meonia tromba;
Onde de l' ossa illustri ed onorate
Solo di mirar la gloriosa tomba
Invidi farà poi di tanti pregi
Stupire i Duci, e sospirare i Regi.

956. Ovid. Metam. L. XIII. v. 617. p. 851.
Hom. Odyss. Ω. v. 93 — 94.

957. Choiseul-Gouff. Voy. Pittor. de la Grèce; To. II. ch. 14. p. 306.

958. Ibid. To. II. ch. 14. p. 333 — 334. note 4.
Barker Webb, Osservazioni intorno allo stato antico e presente dell' Agro Troiano; c. III. p. 38 — 39.

959. Choiseul-Gouff. Voy. Pittor. de la Grèce; To. II. ch. 15. p. 411. note 3.
La colline nommée Stamboul-Douk est gravée dans l'ouvrage de M. Gell (Topogr. of Troy; pl. VIII. p. 26) qui observe: *it is of a magnitude so superior to the tumuli of the heroes of Homer, that if it be not natural, it may have been another of the situations where the banner of Mahomet was displayed, preparatory to the conquest of the Greek empire.*

960. Lechevalier's Ebene von Troia; k. XXI. s. 221.

961. Lechevalier, Voyage de la Troade; To. II. ch. 19. p. 316. Troisième édit.

962. Thornton's present State of Turkey; Vol. II. p. 413—414. p. 419. and note †. p. 422 — 423. note †.

Barker Webb, Osservaz. intorno allo stato antico e presente dell' Agro Trojano; c. III. p. 39.

963. Chois. Gouff. Voy. Pittor. de la Gr. To. II. ch. 14. p. 306. pl. 28.

964. Chois. Gouff. Voy. Pitt. de la Gr To. II. pl. XXVIII. ch. 14. p. 306. p. 217.

965. Gell's Topogr. of Troy and its Vicin. pl. XVI. p. 45.

Clarke's Trav. in var. countr. Vol. II. ch. 6. p. 165. not. 6.

On trouve des vues du véritable monument d'Achille dans l'ouvrage de M. Gell (Topogr. of Troy; pl. XI. 1. p. 32. pl. XIX. p. 54. pl. XXII. p. 68). D'autres planches du même livre représentent le tumulus d'Achille ensemble avec celui de Patrocle (Voy. note 1108).

966. Chois. Gouff. Voy. Pitt. de la Gr. To. II. ch. 14. p. 322.

967. Id. ibid. To. II. ch. 14. p. 322. note 1.

On ignore absolument par quel motif M. Gell a passé sous silence la destruction de ce monument. Il dit qu'il n'y a rencontré, à l'exception d'une très-petite fosse, aucune trace de fouilles (ibid. p. 67. note 8).

968. Id. ibid. To. II. ch. 14. p. 325. note 2.

969. Id. ibid. To. II. ch. 14. p. 322. note 1. et p. 333.

970. Strab. L. XIII. c. 1. §. 38. p. 340.

971. Strab. L. XIII. c. 1. §. 32. p. 324: Τοῦ μὲν οὖν Ἀχιλλέως καὶ ἱερόν ἐστι καὶ μνῆμα πρὸς τῷ Σιγείῳ.

Plin. Natur. Hist. L. V. c. 30. s. 33. p. 282. l. 6: *Scamander amnis navigabilis, et in promontorio quondam Sigeum oppidum.*

Serv. in Virgil. Aen. L. VI. v. 505. p. 765: *Rhœteo in littore; ubi erat asylum Aiacis: sicut in Sigeo Achillis.*

972. Gell's Topogr. of Troy and its Vicin. p. 65.

973. Ephor. ap. Strab. L. XIII. c. 1. §. 39. p. 344.

974. Diogen. Laërt. L. I. s. 74. p. 895.

Strab. L. XIII. c. 7. §. 38. p. 340 — 343.

975. Chishull Antiqu. Asiat. p. 50. v. 35. et 39.

976. Strab. L. XIII. c. 1. §. 39. p. 344.

977. Demetr. Sceps. ap. Strab. L. XIII. c. 1. §. 39. p. 343: Ἐπιτειχισθῆναι μὲν γὰρ ὑπὸ τῶν Μιτυληναίων τὸν τόπον τοῦτον (τὸ Ἀχίλλειον) τῷ Σιγείῳ. — Ἀχίλλειον δ' ἐστὶν ὁ τόπος, ἐν ᾧ τὸ Ἀχιλλέως μνῆμα, κατοικία μικρά.

Solin. Polyh. c. XLI. p. 51. C.

978. Plin. Natur. Hist. L. V. c. 30. p. 282. l. 12: *Fuit et Achilleon, oppidum iuxta tumulum Achillis conditum a Mitylenæis, et mox Atheniensibus, ubi classis eius steterat.*

Solin. Polyh. c. XL. p. 51: *Athenienses et Mitylenæi ad tumulum ducis Thessali Achillion oppidum condiderunt, quod propemodum interiit.*

Harpocrat. v. Σίγειον.

979. Herodot. L. V. c. 94. p. 425. l. 46.

980. Steph. Byzant. v. Ἀχίλλειος δρόμος.

Berkel se trompe quand il croit que dans les mots: ἔστι καὶ πόλις ἐν τῷ Σιγείῳ Ἀχίλλειον, on a voulu dire, que la ville d'Achilléum se trouvoit dans la ville de Sigéum, puisque dans ce passage il n'est pas question de la ville de Sigéum, mais du promontoire du même nom.

981. Strab. L. XIII. c. 1. §. 39. p. 343 — 344.

Mel. de Sit. Orb. L. I. c. 18. p. 99. l. 30.

Plin. Natur. Hist. L. V. c. 30. s. 33. p. 282. l. 6. et 12.

982. Tertullian. de Pall. c. IV. p. 19: *Collum demulcere, aurem quoque foratu effæminatus ([illegible]d illi apud Sigæum statua servat.* Saumaise (In Tertull. l. c. c. IV. p. 47. et in not. p. 290) a défendu la leçon d'un manuscrit: *quod illi apud Sigæum strongyla servat* (Cf. Salmas. Exerc. Plin. in Solin. c. XL. p. 610. B). Mais l'explication qu'il donne de ce passage probablement corrompu, est très-forcée, et ces mots d'Ampélius (Lib. Memor. c. VIII. p. 12. ad calc. Flor. ex edit. Duck): *Iuxta autem mare, qui locus Rhæteon vocatur, ibi est Achillis et Patrocli vultus*, dans lesquels il croit qu'il est question de boucliers (*clypei*), ne prouvent rien, puisque selon la conjecture très-vraisemblable de Heinsius et Perizonius, il faut, au lieu de *vultus*, lire *tumulus*.)

Serv. in Virgil. Aen. L. I. v. 34. p. 313: *Sane apud Sigeum, Achillis statua fuisse dicitur, quæ in ima, id est, extima auris parte, elenchum more fæmineo habuerit.*

983. Homer. Il. Ξ. v. 182 — 183.

984. Xenoph. Anab. L. III. c. 1. §. 31. p. 147. Ed. Schn: Ἐγὼ αὐτὸν εἶδον, ὥσπερ Λυδὸν, ἀμφότερα τὰ ὦτα τετρυπημένον.

985. Eustath. in Il. E. v. 633. p. 590. l. 30. et in Il. H. v. 86. p. 666. l. 55.

986. Xenoph. Hellen. L. III. c. 2. §. 13. p. 125. L. IV. c. 8. §. 17. p. 220. Ed. Mor.

987. Stephan. Byzant. v. Ἀχίλλειος δρόμος. — Ἔστι καὶ φρούριον Ἀχίλλειον, πλησίον Σμύρνης.

988. Strab. L. XI. c. 2. §. 6. p. 377 — 378: Τὴν Ἀχίλλειον κώμην — ἐν ᾗ τὸ Ἀχιλλέως ἱερὸν· ἐνταῦθα δ᾽ ἐστὶν ὁ στενώτατος πορθμὸς τοῦ στόματος τῆς Μαιώτιδος,

ἴσον εἴκοσι σαδίων, ἢ καὶ πλειόνων, ἔχον ἐν τῇ περαίᾳ τὸ Μυρμήκιον πόλιν, καὶ τὸ Παρθένιον· πλησίον δ᾽ ἐστὶ τοῦ Ἡρακλείου τὸ Παρθένιον. J'ai donné ici ce passage d'après la conjecture de Siebenkees; car la leçon ordinaire est embrouillée et peut-être corrompue, comme l'avoient observé Casaubon (In Strab. l. c. p. 756. Ed. Almel.), Mannert (Geogr. der Gr. u. Röm. IV. Th. s. 326.) Tschucke (In Strab. l. c.) et M. Gosselin (Géogr. de Strab. To. IV. p. 191. note 2).

989. Ptolem. Geogr. L. V. c. 9. p. 149.

990. Stephan. Byzant. v. Ἀχίλλειος δρόμος· ἔστι δὲ κώμη ἐπὶ τῷ σόματι τῆς Μαιώτιδος.

991. Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 17. l. 3.

992. Strab. L. VII. c. 4. §. 5. p. 400: Κώμη Παρθένιον· καθ᾽ ἣν στενότατος ὁ εἴσπλους ἐστὶν, ἴσον εἴκοσι σαδίων, ἔχων ἀντικειμένην ἐν τῇ Ἀσίᾳ κώμην, Ἀχίλλειον καλουμένην.

993. Strab. ll. cc. Voyez note 79.

994. Peyssonell, Observat. sur les peupl. barbar. des bords du Danube et du Pont-Euxin; p. 101.

995. Cicer. de Natur. Deor. L. III. c. 18. p. 330: *Itaque Achillem Astypalæenses insulani sanctissime colunt: qui si deus est, et Orpheus et Rhesus dî sunt, Musa matre nati: nisi forte maritumæ nuptiæ terrenis anteponuntur.*

996. Mémoir. de l'Academ. des Inscr. To. XLVII. p. 285 — 287.

997. Pausan. Lacon. c. XX. §. 8. p. 422.

998. Id. ibid. c. XXIV. §. 4. p. 438.

999. Ap. Schol. Apollon. Rhod. Codic. Paris. in L. IV. v. 815. p. 301. Ed. Schæf: Ἱστέον δὲ, ὅτι ὁ μὲν Ἀναξαγόρας ταῖς ἀληθείαις φησὶν ὡς θεὸν τετιμηκέναι τὸν Ἀχιλλέα τοὺς περὶ τὴν Λακωνικήν.

1000. Scylac. Caryand. Peripl. p. 17. l. 2.

1001. Stephan. Byzant. v. Ἀχίλλειος δρόμος.

1002. Pausan. El. II. c. 24. §. 1. p. 221.

1003. Pausan. ib. c. 23. §. 2. p. 218.

1004. Pausan. Phoc. c. XIII. §. 3. p. 189. et Fac. not. 7.

1005. Virgil. Aen. L. III. v. 330 — 332. p. 490 — 491:

Ast illum (Pyrrhum) ereptæ magno inflammatus amore
Coniugis, et scelerum Furiis agitatus, Orestes
Excipit incautum, patriasque obtruncat ad aras.

Serv. in Virgil. Aen. L. III. v. 332. p. 534: *Alii Achilleas intelligunt, ubi ille adorabat Apollinem: aut quod ibi Achilles occisus sit: nam Pyrrhus, ut in historia*

legimus, occiso patre in templo Apollinis Tymbræi, reversus ad patriam, in numinis insultationem, in templo eius Delphico, aras patri constituit, et illic ei cœpit sacrificare: neque enim Pyrrhus, aut Apollo Delphis oriundi sunt.

Cf. Heyn. Excurs. XII. in Virgil. Aen. L. III. p. 693.

1006. Aristotel. in Opunt. Republ. ap. Hesych. v. Ἄσπετος· ὁ Ἀχιλλεὺς ἐν Ἠπείρῳ.

Plutarch. in Pyrrh. c. I. p. 216. Ed. Reisk: Ἐκ Ἰούλου δὲ καὶ Ἀχιλλεὺς ἐν Ἠπείρῳ τιμὰς ἰσοθέους ἔσχεν, Ἄσπετος ἐπιχωρίῳ φωνῇ προσαγορευόμενος.

Ptolem. Hephæst. Histor. L. I. p. 307. l. penult.

1007. Pausan. Cor. c. I. p. 181.

C'étoit là, à ce qu'il me semble, le sens de ce passage qui est corrompu.

1008. Aristot. Mirabil. Auscult. c. CXIV. p. 234.

1009. Plutarch. Quæst. Græc. c. XXXVII. p. 225.

1010. Voyez note 986.

1011. Stephan. Byzant. v. Ἀχίλλειος δρόμος.

1012. Strab. L. XIII. c. 1. §. 65. p. 409.

Eustath. in Hom. Il. B. v. 277. p. 343. l. 4.

1013. Athen. Dipnos. L. II. c. 19. p. 165 — 166.

1014. Lycophron. Cassandr. v. 467. p. 56. et

Tzetz. in Lycophr. v. c.

Parthen. Erot. c. XXVI. p 390 — 391. Ed. Gale.

1015. Plin. Natur. Hist. L. V. c. 31. s. 37. p. 287. l. 3.

1016. Codin. de Orig. Copol. p. 2. Ed. Ven.

Hesych. Miles. Res Patr. Copol. p. 47. l. 6. Ed. Meurs. Voyéz: not. 175.

Petr. Gyll. Topogr. Copol. L. III. c. 1. p. 3291. in Gron. Thes. Ant. Græc. To. VI.

1017. Zosim. Histor. L. IV. c. 18. p. 309 — 310. Ed. Reitem.

1018. Zosim. Histor. ibid.

Ces trois mots de Zosime: ἐν οἴκῳ μικρῷ, que l'éditeur a voulu corriger, ne sont pas corrompus: ils indiquent la cassette que le hiérophante avoit placée aux pieds de la statue de Minerve et dans laquelle se trouvoit déposé l'objet de sa vénération.

1019. Lamprid. in Alex. Sev. c. XXXI. p. 935 — 936.

1020. Pausan. Lacon. c. XVIII. §. 7. p. 412.

1021. Pausan. Arcad. c. XLV. §. 4. p. 491.

1022. Plin. Nat. Hist. L. XXXV. c. 11. §. 29. p. 705.

1023. Plin. Nat. Hist. L. XXXV. c. 10. s. 36. §. 5. p. 693. L. V. c. 5. §. 19. p. 365. l. 1.

1024. Lucian. de Dea Syr. c. XL. p. 482. l. 64.

1025. Plin. Nat. Hist. L. XXXIV. c. 8. s. 19. §. 21. p. 656. l. 23.

1026. Id. ibid. L. XXXVI. c. 5. s. 7. p. 727.

1027. Id. ibid. L. IV. c. 5. s. 10. p. 642: *Placuere et nudæ (effigies) tenentes hastam, ab epheborum in gymnasiis exemplaribus, quas Achilleas vocant.*

1028. Procop. de Aedific. Iustin. L. I. c. 2. p. 10. C: Τούτῳ δὴ τῷ ἵππῳ χαλκῆ ἐπιβέβηκε τοῦ βασιλέως εἰκὼν, κολοσσῷ ἐμφερής· ἔσταλται δὲ Ἀχιλλεὺς ἡ εἰκών. οὕτω γὰρ τὸ σχῆμα καλοῦσιν ὅπερ ἀμπέχεται, τάς τε γὰρ ἀρβύλας ὑποδέδεται, καὶ τὰ σφυρά ἐστι κνημίδων χωρίς, εἶτα ἡρωϊκῶς τεθωράκισται, καὶ κράνος αὐτῷ τὴν κεφαλὴν σκέπει δόξαν ὡς κατασείοιτο παρεχόμενον.

1029. Winkelmann Monum. Ant. ined. Vol. II. tav. 122. p. 163.
Sculture del Palazz. della Villa Borghese; P. I. st. 1. no. 9. p. 22.

1030. Appian. in Excerpt. Vales. p. 549.
Plutarch. in Camill. c. XIII. p. 524.
Suid. v. Ἀχίλλειος εὐχή. Ὁ Κάμιλλος, ὁ Ῥωμαίων στρατηγὸς εὔξατο τὴν Ἀχίλλειον εὐχὴν, ἐπιποθῆσαι Ῥωμαίους Κάμιλλον ἐν καιρῷ. ἀπήντησε δὲ αὐτῷ οὐ πολὺ ὕστερον.

1031. Hom. Il. A. v. 239 — 241.

1032. Aristot. Physic. L. VI. c. 14. §. 4. p. 559.
Simplic. in Aristot. l. c.

1033. Diog. Laert. L. IX. segm. 23. p. 563. Ed. Meibom.
Simplic. in Aristot. Physic. L. VI. c. 12: Ἀχιλλεὺς οὖν ὁ λόγος ἀπὸ τοῦ παραληφθέντος ἐν αὐτῷ Ἀχιλλέως ἐκλήθη, ὃν ἀδύνατόν, φησιν ὁ λόγος, τὴν χελώνην διώκοντα καταλαβεῖν.

Themist. in Aristot. Physic. l. c: Δεύτερός ἐστιν ὁ λόγος, ὁ καλούμενος Ἀχιλλεὺς, τετραγῳδημένος καὶ τῷ ὀνόματι· οὐ γὰρ, ὅπως φησὶν, τὸν Ἕκτορα καταλήψεται ὁ ποδωκέστατος Ἀχιλλεὺς, ἀλλ' οὐδὲ τὴν βραδυτάτην χελώνην.
Menag. Observ. in Diog. Laert. L. IX. s. 23. p. 402. et in L. II. s. 108. p. 123.

1034. Ap. Diog. Laert. L. IX. s. 23. p. 563.

1035. Lycophr. Cassandr. v. 245. p. 34.

1036. Antimach. ap. Tzetz. in Lycophr. v. c. p. 34.
Ce trait tiré de l'histoire d'Achille est d'une invention très-postérieure, de même que ce qui est raconté dans un autre auteur (Troic. Uffenbach. c. X. p. 663): Οὗτος ἀνδρειότατος πάντων τῶν Ἑλλήνων καὶ ἀλκιμώτατος. Dans une de ses harangues Dion

Chrysostome (Orat. XXXVI. Borysthen. p. 80. l. 6.) fait aussi allusion à l'adresse d'Achille à sauter.

1037. Euripid. in Teleph. ap. Plutarch. de Rect. rat. Aud. c. XVI. p. 176.
Lucian. Nigrin. c. XXXVIII. p. 82.

1038. Ovid. Trist. L. I. el. 1. v. 100. p. 450. Ed. Burm.

1039. Plin. Nat. Hist. L. XXV. c. 5. s. 19. p. 365. l. 7: *Invenit et Achilles discipulus Chironis qua vulneribus mederetur, quæ ob id Achilleos vocatur. Hac sanasse Telephum dicitur. Alii primum æruginem invenisse, utilissimam emplastris, ideoque pingitur a cuspide decutiens eam gladio in vulnus Telephi. Alii utroque usum medicamento volunt.*

Id. L. VI. c. 8. s. 33. p. 398. l. 14. c. 12. s. 82. p. 411. l. 3. L. XXXVI. c. 15. s. 90. p. 414. l. 9.

Dioscor. de Mater. Med. L. IV. c. 36. p. 257. Ed. Wechel. 1598.

1040. Aristot. Hist. Animal. L. V. c. 14. §. 2. p. 210. et §. 4. p. 211.
Plin. Nat. Hist. L. XXI. c. 10. s. 47. p. 567. l. 3.
Eustath. in Hom. Il. B. v. 277. p. 343. l. 2. et in Il. I. v. 261. p. 749. l. 14.

1041. Plin. Nat. Hist. L. IX. c. 45. s. 69. p. 529. l. 16.

1042. Theophr. Hist. Plant. L. VIII. c. 10. p. 959. et Caus. Plant. L. III. c. 26 — 27.
Hesych. v. Ἀχίλλειον πλάκα. ib. Interpr.
Eustath. in Hom. Il. B. v. 277. p. 343. l. 2.

1043. Aristoph. Equit. v. 816. p. 211.
Eustath. in Hom. Odyss. B. v. 290. p. 1445. l. 59.

1044. Athen. Dipnos. L. III. c. 82. p. 445.
Eustath. l. c.

1045. Martial. L. IX. epigr. 83. v. 10. p. 705.

1046. Serv. in Virgil. Ecl. III. v. 79. p. 34: *Sicut virum fortem plerumque Achillem vocamus.*

1047. Capitol. Maximin. c. IV. p. 18.
Iordan. de Reb. Getic. p. 96. Ed. Lindenbr.

1048. Procop. Bell. Vandal. L. I. c. 9. p. 199. B.

1049. Lycophr. Cassandr. v. 1124 — 1125. p. 119.

1050. Athenagor. Legat. pro Christian. c. I. p. 279 C: Ὁ δὲ Λακεδαιμόνιος προσκυνεῖ Ἀγαμέμνονα Δία.

1051. Staphyl. ap. Clem. Alex. Cohort. ad Gent. p. 32. l. 19.

1052. Eustath. in Il. B. v. 24. p. 168. l. 10.

1053. Metrodor. ap. Hesych. v. Ἀγαμέμνονα· Τὸν αἰθέρα Μητρόδωρος εἶπεν ἀλληγορικῶς.

1054. Lycophr. Cassandr. v. 335. p. 42.
Cf. Canter. in Lycophr. v. c. p. 10. et Pott. not. p. 140.

1055. Pausan. Achaic. c. V. p. 253.

1056. Aristot. Mirab. Auscult. c. CXIV. p. 234: Ἐν Τάραντι ἐναγίζειν κατά τινας χρόνους φασὶν Ἀτρείδαις· καὶ Τυδείδαις, καὶ Αἰακίδαις, καὶ Λαερτιάδαις; καὶ Ἀγαμεμνονίδαις δὲ χωρὶς θυσίαν ἐπιτελεῖν ἐν ἄλλῃ ἡμέρᾳ ἰδίᾳ· ἐν ᾗ νόμιμον εἶναι ταῖς γυναιξὶ, μὴ γεύσασθαι τῶν ἐκείνοις θυομένων.

1057. Pausan. Corinth. c. XVI. §. 5. p. 237.

1058. Pausan. Lacon. c. XIX. §. 5. p. 416.

1059. Id. ibid. c. XXVI. §. 3. p. 447.

1060. Lycophr. Cassandr. v. 1128 — 1140. p. 119 — 120.
Tzetz. in Lycophr. v. c.

1061. Strab. L. IX. c. 5. §. 8. p. 598. §. 14. p. 612 — 613.

1062. Id. L. IX. c. 5. §. 7. p. 593 — 594. §. 8. p. 598 — 599. §. 14. p. 611.

1063. Id. ib. c. 5. §. 8. p. 598. §. 14. p. 612 — 613.

1064. Quint. Smyrn. L. VII. v. 406. 408 — 409. p. 192.

1065. Ueb. Troas; in Lenz Ebene von Troia; s. 72.

1066. Lechevalier Voy. de la Propont. et du Pont-Euxin; To. I. p. 12.
Lecheval. Voy. de la Troade; To. I. p. 271. To. II. p. 269.

1067. Choiseul-Gouff. Voy. Pittor. de la Grèce; To. II. pl. 49. p. 443.

1068. Gell's Topogr. of Troy and its vicinit. pl. XIX. p. 54. pl. XIII. p. 32 — 33. pl. XXII. p. 68. pl. XXXVI. p. 96.

1069. Clarke's Trav. in var. Countr. Vol. II. ch. 6. p. 169. n. VII.

1070. Herodot. L. IX. c. 116. p. 744. l. 33: Ἐν γὰρ Ἐλαιοῦντι τῆς Χερσονήσου ἐστὶ Πρωτεσίλεω τάφος τε, καὶ τέμενος περὶ αὐτὸν, ἔνθα ἦν χρήματα πολλὰ, καὶ φιάλαι χρύσεαι καὶ ἀργύρεαι, καὶ χαλκὸς, καὶ ἐσθὴς, καὶ ἄλλα ἀναθήματα, τὰ Ἀρταΰκτης ἐσύλησε, βασιλῆος δόντος. — L. VII. c. 33. p. 525—526. l. 82.

Strab. L. XIII. c. 1. §. 31. p. 322 — 323: Κατὰ δὲ τὴν Σιγειάδα ἄκραν ἐστὶν ἐν τῇ Χερρονήσῳ τὸ Πρωτεσίλεων, καὶ ἡ Ἐλεοῦσσα.

Pausan. Att. c. XXXIV. §. 2. p. 131.

Mela de Sit. Orb. L. II. c. 2. p. 144. l. 88: *Sunt Protesilai ossa consecrata delubro.*

Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 11. s. 18. p. 207. l. 1: *Turris et delubrum Protesilai.*

Solin. c. X. p. 21 C: *Et turris Protesilai delubro data.*
Philostr. Heroic. p. 38. et not. cel. Boisson. p. 368.

1071. Lucian. Deor. Concil. c. XII. p. 434. l. 94.

1072. Philostr. Heroic. p. 60. l. 10.

1073. Philostr. Heroic. p. 38 — 40.

1074. Mel. de Sit. Orb. L. II. c. 2. p. 144. l. 88.

1075. Chandler's Trav. in Asia Min. ch. V. p. 15 — 16.

1076. Philostr. Heroic. p. 38.
Quint. Smyrn. L. VII. v. 408 — 411. p. 192:

Ἐλεοῦντος ἕδος, οὗ Πρωτεσιλάου
Σῆμα πέλει πτελέῃσι κατάσκιον αἰπεινῇσιν·
Αἵ ῥ' ὁπότ' ἀθρήσωσιν, ἀνερχόμεναι δαπέδοιο,
Ἴλιον, αὐτίκα τῇσι θοῶς αὐαίνεται ἄκρα.

Plin. Nat. Hist. L. XVI. c. 44. s. 89. p. 40. l. 19: *Sunt hodie ex adverso Iliensium urbis, iuxta Hellespontum in Protesilai sepulcro arbores, quæ omnibus ævis cum in tantum crevere ut Ilium aspiciant, inarescunt, rursusque adolescunt.*

Antip. Byzant. Epigr. XXXVII. in Br. Anal. Vol. II. p. 179.
Philipp. Thessal. Epigr. LXXV. ib. p. 233.
Cf. Salmas. Exerc. Plin. in Solin. c. XL. p. 610 — 611.

1077. Philostr. l. c.

1078. Philostr. Heroic. p. 48.

1079. Id. ib. p. 50.

1080. Voyez le texte de Philostrate cité dans les notes 226. 227. et 228.

1081. Eudoc. Ion. p. 275.

1082. Troic. Uffenbach. c. XXXI. p. 677: Καὶ ἐκ παστάδος κατάγει πρὸς ᾅδην αὐτήν. Ἐκεῖ νύμφη καλὴ τὸν καλὸν νυμφίον ζηλοῦσα καὶ συνανδρίζεται καὶ συζυγεῖ τῷ συνεύνῳ, καὶ τὴν πρὸς θάνατον εὐτολμίαν συμπνεύσασα καὶ συνεκπνεύσασα τῷ ἀνδρί.

1083. Philostr. Heroic. p. 8. l. 16.

1084. Id. ib. p. 10. l. 6.

1085. Id. ib. p. 42. l. 11.

1086. Id. ib. p. 46. l. 2.

1087. Id. ib. p. 46. l. 2 — 5.

1088. Id. ib. p. 58. l. 7.

1089. Id. ib. p. 58. l. 10.

1090. Id. ib. p. 44. l. 21.

1091. Id. ib. p. 240. l. 18.

1092. Id. ib. p. 44. l. 22.

1093. Herod. L. IX. c. 116. p. 743 — 744. L. VII. c. 33. p. 525 — 526.

1094. Arrian. de Exped. Alex. M. L. I. c. 11. §. 8. p. 46.

1095. Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 18. s. 10. p. 204. l. 10: *Oppidum Aenos liberum cum Polydori tumulo.*

Solin. c. X. p. 20. E: *Polydori tumulum ostendit, Aenus in parte quam aratores Scythæ celebrant.*

1096. Plin. Nat. Hist. L. IV. c. 11. s. 18. p. 206: *Dein promontorium Cherronesi Mastusia, adversum Sigeo: cuius in fronte obliqua Cynossema, ita appellatur Hecubæ tumulus.*

Mel. de Sit. Orb. L. II. c. 2. p. 144 — 145: *Est Cynossema tumulus Hecubæ, sive ex figura canis, in quam conversa traditur, sive ex fortuna, in quam deciderat, humili nomine accepto.*

Strab. L. XIII. c. 1. §. 28. p. 318.

Dallaway, Constantinople anc. et mod. To. II. p. 160.

1097. Lecheval. Voy. de la Propont. et du Pont-Eux. To. I. ch. 3. p. 15.

1098. Philostr. Heroic. p. 60. l. 7.

1099. Schol. Pind. in Isthm. Od. I. v. 11. p. 798.

1100. Plin. Nat. Hist. L. XXXIV. c. 8. §. 19. p. 655. l. 12.

1101. Strab. L. XIII. c. 1. §. 32. pag. 324: Τοῦ μὲν οὖν Ἀχιλλέως καὶ ἱερόν ἐστι καὶ μνῆμα πρὸς τῷ Σιγείῳ· Πατρόκλου δὲ καὶ Ἀντιλόχου μνήματα.

1102. Hom. Odyss. Ω. v. 76 — 77.

1103. Barker Webb, Osservazioni intorno allo stato dell' agro Trojano; c. III. p. 37.

1104. Brunck. Anal. Vol. I. pag. 181. ep. 30:

Πατρόκλου τάφος οὗτος· ὁμοῦ δ' Ἀχιλῆϊ τέθαπται,
Ὃν κτάνεν ὠκὺς Ἄρης Ἕκτορος ἐν παλάμαις.

1105. Dion. Chrysost. Orat. XI. Troic. p. 347. l. 13.

1106. Choiseul üb. Troas; in Lenz Ebene von Troia; s. 64.

Lechevalier, Voy. de la Troade; pl. XXI. f. 3.

Choiseul-Gouff. Voy. Pitt. de la Grèce; To. II. pl. 27. pag. 313. note.

1107. Gell's Topography of Troy and its vicin. pl. XI. f. 1. p. 29 — 30. pl. XII. p. 32 — 33. pl. XX. p. 62 — 63. p. XXII. p. 68.

1108. Id. ibid. pl. XI. 1. p. 29 — 30. pl. XII. p. 31. pl. XVII. p. 48. pl. XXX. p. 85 — 86. pl. XXXI. pl. XXXVI. p. 96.

Clarke's Trav. in var. Countr. Vol. II. ch. 6. p. 165 — 167. ch. 7. p. 171. Vign.

1109. Choiseul-Gouff. über Troas; in Lenz Ebene von Troia; s. 64.

1110. Strab. l. c.
Eustath. in Hom. Il. E. v. 633. p. 590 l. 30. — in Il. H. v. 86. p. 666. l. 55.

1111. Arrian. Peripl. Pont. Eux. p. 21 — 22.
Anonym. Peripl. Pont. Eux. p. 11. l. 11.

1112. Eustath. in Hom. Il. E. et H. v. supr. cit.

1113. Hom. Odyss. Ω. v. 76 — 77.

1114. Strab. L. XIII. c. 1. §. 3. pag. 324.
Pococke's Descr. of the East; Vol. II. P. 2. p. 29. p. 119 — 120.
Chandler's Trav. in Asia Min. ch. XIII. p. 42.
Dallaway, Constantinople anc. et mod. To. II. c. IX. p. 188 — 189.

Strabon parlant des tombeaux situés près du promontoire Sigée, en nomme trois, le tombeau d'Achille et ceux de Patrocle et Antiloque, qu'il désigne comme voisins l'un de l'autre; or, il existoit, il y a peu de tems encore, près de ce cap, trois tumulus que les anciens voyageurs, Pockocke et Chandler ont pris avec raison, pour les tombeaux mentionnés par Strabon. D'autres depuis, Lechevalier et Dallaway, n'en ayant apperçu que deux, ont rejeté le cénotaphe d'Antiloque sur le bord de la mer Egée, et ont cru le reconnoître dans le monticule ovale. M. Gell pense néanmoins que ce pourroit être une erreur (l. c. p. 28); *mais comme nous avons vu, tant par les descriptions de M. de Choiseul que par ce que l'on vient de rapporter, qu'il existoit réellement trois tumulus au Sigée, avant que celui fouillé par M. de Choiseul eût été détruit, il n'est pas besoin d'aller chercher ailleurs le moyen d'expliquer Strabon* (Note 4. de l'éditeur du Voy. pittor. de la Grèce; To. II. ch. 14. p. 333). *Le monticule en question nouvellement attribué à Antiloque, a été dessiné plusieurs fois par M. Gell* (Topogr. of Troy; pl. X. 1. p. 28. pl. XI. 1. p. 29. pl. XIII. 2. p. 32. pl. XX. p. 62. pl. XXXI. p. 88. pl. XXXVI. p. 97. pl. XXXVIII).

Chois. Gouff. Voy. pitt. de la Gr. To. II. ch. 14. pl. 19. p. 334. note.

Remarquons encore que parmi les sépulcres d'Achille, de Patrocle et d'Antiloque, ou selon Choiseul, ceux de Festus, Patrocle, d'Achille et d'Antiloque (Voy. Voyage Pitt. To. II. pl. 19.) celui qu'il a nommé le tumulus d'Achille, et qui devoit être le plus grand et occuper la place la plus distinguée, est au contraire le plus petit de tous et le plus éloigné de la côte.

1115. Philostr. Heroic. p. 78. l. 15.

1116. Quint. Smyrn. L. III. v. 761 — 762. p. 94.

1117. Pausan. Messen. c. XVII. §. 3. p. 516.
Virgil. Aen. L. III. v. 327 — 332. p. 491 — 492.

1118. Pind. Nem. Od. VII. v. 65 — 70. p. 507:

Ἐχρῆν δέ τιν' ἔνδον ἄλσει παλαιτάτῳ
Αἰακιδᾶν κρεόντων τὸ λοιπὸν ἔμμεναι

Θεοῦ παρ' εὐτειχέα δόμον,
Ἡρωΐαις δὲ πομπαῖς
Θεμίσκοπον οἰκεῖν, ἐόντα πολυθύτοις
Εὐώνυμον.

Pausan. Phoc. c. XXIV. §. 5. p. 235: Ἐξελθόντι δὲ τοῦ ναοῦ, καὶ τραπέντι ἐς ἀριστερὰ περίβολός ἐστι, καὶ Νεοπτολέμου τοῦ Ἀχιλλέως ἐν αὐτῷ τάφος· καί οἱ κατὰ ἔτος ἐναγίζουσιν οἱ Δελφοί.

Héliodore a décrit l'arrivée de la théorie thessalienne à Delphi pour célébrer la fête de Néoptolème, ainsi que les solennités, cérémonies, sacrifices et jeux qui eurent alors lieu (Aethiop. L. II. c. 34 — 36. p. 103 — 106. L. III. c. 1 — 2. p. 107 — 109. Ed. Cor.). Observons que cette description est faite sans aucune connoissance de l'antiquité et de ses usages et que par cette raison elle est tout-à-fait inutile.

1119. Pausan. Attic. c. IV. §. p. 16.

1120. Hom. Il. B. 768 — 769.
Pind. Nem. Od. VII. v. 40. p. 504.
Sophocl. Aiac. v. 1325 — 1328. p. 125 — 126. Ed. Erf.
Scol. II. v. 1 — 3. in Brunck. Anal. Vol. I. p. 157.
Plutarch. Sympos. L. IX. qu. 5. p. 1057 — 1058.
Horat. L. II. sat. 3. v. 193.
Quint. Smyrn. L. V. v. 130 — 133. p. 127.
Troic. Uffenbach. c. XXVI. pag. 675.

1121. Hom. Il. Γ. v. 227 — 228. Ξ. v. 409.
Philostr. Heroic. p. 169. l. 15.
Troic. Uffenbach. c. XI. p. 665.

1122. Hom. Il. Γ. v. 229. Z. v. 5. H. v. 211.
Philostr. Heroic. p. 169. l. 21.
Quint. Smyrn. L. IV. v. 264. p. 107.
Hesych. v. Πελώρ.

1123. Quint. Smyrn. L. V. v. 654 — 656. p. 147:

ὀστέα δ' αὐτοῦ
Χηλῷ ἐνὶ χρυσέῃ θῆκαν· περὶ δέ σφισι γαῖαν
Χεῦαν ἀπειρεσίην, Ῥοιτηΐδος οὐχ ἑκὰς ἀκτῆς.

Mel. de Sit. Orb. L. I. c. 18. p. 99. l. 47: *Extra sinum sunt Rhœtæa litora, Rhœteo et Dardano claris urbibus; Aiacis tamen sepulcro maxime illustria.*

Plin. Nat. Hist. L. V. c. 30. s. 33. p. 282 — 283: *Extra sinum sunt Rhœtæa litora, Rhœteo et Dardanio et Arisbe oppidis habitata.* — *Fuit et Aeantium a Rho-*

diis conditum in altero cornu, Aiace ibi sepulto, XXX stad. intervallo a Sigeo, et ipsa statione classis suæ.

Solin. c. XLIII. p. 404. C: *In altero cornu eiusdem litoris ob honorem Salaminii Aiacis — oppidum cui Aeantio dictum nomen, Rhodii exstruxerunt.*

M. Mannert (Geogr. der Gr. u. Röm. VI. Th. 3. II. s. 480.) croit que le tumulus d'Ajax ne peut pas être celui que l'on connoît actuellement sous ce nom. Mais la différence que l'on remarque dans les distances entre Rhœteum et Sigeum données par Strabon et Pline, ne permettent pas de revoquer en doute l'exactitude de ces deux auteurs. L'opinion de M. Mannert a été citée par M. Gosselin (Géogr. de Strab. Vol. IV. p. 160. note 2.) et l'éditeur du voyage pittoresque de Choiseul-Gouffier (Vol. II. ch. 14. p. 302. note 1.) a su bien concilier les mesures en question.

1124. Lenz die Ebene von Troia; s. 76.

1125. Strab. L. XIII. c. 1. §. 32. p. 324.

1126. Diodor. Sic. L. XVII. c. 17. p. 172.

1127. Voyez note 1139.

1128. Lechevalier, Voy. de la Troade; pl. XXII. f. 1. To. II. p. 301 — 307.
Lenz, die Ebene von Troia; s. 130. und Karte.

1129. Gell's Topogr. of Troy and its vicin. p. 65.

1130. Choiseul-Gouff. Voyage Pitt. de la Grèce. To. II. ch. 14. p. 303 — 304.

1131. Lenz, die Ebene von Troia; s. 76 — 77. u. d. Grundriss auf der Landk.

1132. Choiseul-Gouff. Voy. Pitt. de la Grèce. To. II. ch. 14. p. 303 — 304.

1133. Lenz, die Ebene von Troia; s. 76.
Lechevalier, Voy. de la Troade; pl. XXII. f. 1. To. II. p. 301 — 307.

1134. Choiseul-Gouff. l. c. p. 304. note 1.

Hunt's Journey from Parium to the Troad, ch. II; see Walpole's Memoirs relat. Europ. and Asiat. Turkey; p. 102. Ce voyageur dit: *my fellow-traveller (the Dr. Carlyle) was extremely sceptical on the appropriation of this mound to the sepulchre of Ajax.*

1135. Morritt's Vindication of Homer and of the siege and Fall of Troy; p. 91.

1136. Lechevalier, Voy. de la Troade; pl. XX. To. II. p. 301 — 307.

1137. Gell's Topography of Troy and its vicin. pl. XV. 1. A. p. 39. pl. XVIII. p. 50. pl. XIX. p. 54. pl. XXII. p. 68.

1138. Clarke's Trav. through var. Countr. Vol II. ch. 4. p. 81 — 83. pl.

1139. Choiseul-Gouff. Voy. Pittor. de la Grèce; To. II. ch. 14. pl. 26. p. 300 — 306.

1140. Strab. L. XIII. c. 1. s. 30. p. 320: Εἶτα Ῥοίτειον πόλις ἐπὶ λόφῳ κειμένη καὶ τῷ Ῥοιτείῳ συνεχὴς ἠϊὼν ἀλιτενής, ἐφ᾽ ᾗ Αἰάντειον, μνῆμα καὶ ἱερὸν Αἴαντος,

καὶ ἀνδριάς· ὃν ἄραντος Ἀντωνίου κομισθέντα εἰς Αἴγυπτον, ἀπέδωκε τοῖς Ῥοιτειεῦσι πάλιν, καθάπερ καὶ ἄλλοις, ὁ Σεβαστὸς Καῖσαρ.

Serv. in Virgil. Aen. L. VI. v. 504. p. 765: *Rhoeteum; ubi erat asylum Aiacis.*

Eustath. in Hom. Il. E. v. 633. p. 590. l. 5. et in Il. H. v. 86. p. 666. l. 55.

1141. Philostr. Heroic. p. 28. l. 10.

Philostrate rapporte que l'empereur Hadrien avoit fait relever le tombeau d'Ajax, qui avoit été si endommagé par les vagues de la mer que les ossemens de ce héros avoient été découverts. On ne peut pas douter que Philostrate parle ici du véritable caveau d'Ajax qui devoit se trouver au bas du tumulus, et qu'il ne peut pas y être question de la tombe voutée devenue visible dans le siècle passé. Il n'y a rien dans le rapport de Philostrate qui puisse faire soupçonner de fausseté ou seulement d'inexactitude, ce qu'il dit du rétablissement de ce tumulus. Le sépulcre recemment découvert est donc postérieur à Hadrien et on doit attribuer à cet empereur la reconstruction du temple d'Ajax qui se trouvoit au haut du cône.

Au reste les Troiens assuroient avoir entendu avec horreur la voix d'Ajax sortant de son sépulcre, accompagnée du bruit de ses armes (Philostr. Heroic. p. 66. l. 3).

1142. Lechevalier, die Ebene von Troia, von Dalzel u. Heyne; XIV. kap. s. 158.

1143. Morritt's Vindicat. of Homer. and of the siege and Fall of Troy. p. 104*.

1144. Pind. Nem. Od. IV. v. 77 — 81. p. 462:

ἅτερ
Αἴας Σαλαμῖν' ἔχει πατρῴαν
Ἐν δ' Εὐξείνῳ πελάγει
Φαεννὰν Ἀχιλλεὺς
Νᾶσον.

1145. Aeschyl. Pers. v. 368. p. 113. Ed. Pors.

1146. Pausan. Lacon. c. XIX. §. 11. p. 418 — 419.

1147. Philostr. Heroic. p. 66. l. 3.

1148. Philostr. Heroic. p. 72. l. 17.

1149. Pausan. Attic. c. XXXV. §. 2. p. 135.

1150. Hesych. v. Αἰάντια.

1151. Pausan. Attic. l. c. et Corinth. c. XXIV. §. 6. p. 239.
Plutarch. in Demosth. c. XXVIII. p. 740. Ed. Reisk.
Id. Vit. X. Rhet. c. VIII. p. 396. Ed. Wyttenb.

1152. Pind. Olymp. Od. VII. v. 156 p. 100.

Schol. Pind. in v. c. p. 346. Ed. Heyn.

Fragm. et Exc. Philemon. ap. Apollon. Lex. Homer. p. 856. Ed. Villois.

1153. Aristot. Mirab. Auscult. c. CXIV. p. 234.

1154. Plutarch. Sympos. L. I. qu. 10. p. 541.

Spon et Wheler, Voyage de la Dalmat., de la Grèce et du Levant; To. II. p. 435.

Le scoliaste de Pindare (In Nem. Od. II. v. 19. p. 679.) raconte qu'en honneur d'Ajax on n'avoit non seulement donné à une des phyles le nom d'Aiantide, mais qu'on lui avoit élevé un trône, on ne dit pas où, sur lequel on plaça une armure complète. Ce fait n'est appuyé sur rien.

1155. Plutarch. l. c. c. 3. p. 542 — 544.

1156. Herodot. L. VIII. c. 64. p. 647.

1157. Herodot. L. VIII. c. 121. p. 676.

1158. Herodot. L. V. c. 80. p. 412. l. 65.

Cf. Cel. Muelleri Aeginet. c. I. §. 6. p. 23. not. 5.

1159. Hesych. Miles. Res patr. Copol. p. 47. l. 6. Ed. Meurs.

Codin. de Origin. Copol. p. 2. Ed. Venet: Ἐγγὺς δὲ τοῦ καλουμένου στρατηγίου, Αἴαντός τε, καὶ Ἀχιλλέως βωμοὺς ἀνέθηκεν, ἔνθα καὶ νῦν τὸ τοῦ Ἀχιλλέως χρηματίζει λουτρόν.

1160. Dionys. Byzant. Anapl. Bosp. Thrac. p. 9. Ed. Huds: *Post Metopon est Aeantion, nomen adeptum ab Aiace Telamone, quem propter quandam vaticinationem colunt Megarenses ex instituto eorum, qui deduxerunt coloniam.*

Voici l'observation d'Hudson sur ce passage: *credo locum esse, ubi Aiaci aram erexisse Byzantem memorant Hesychius Milesius et Codinus.* Il est évident qu'il confond deux endroits distincts; car Hésychius et Codinus parlent d'un autel ou d'un petit temple, mais Denys de Byzance d'un lieu situé au bord du Bosphore de Thrace au delà du promontoire nommé Métopon.

1161. Philostr. Heroic. p. 64. l. 11.

1162. Ovid. Metam. L. XIII. v. 394 — 398. p. 886 — 887:

tabefactaque sanguine tellus
Purpureum viridi genuit de cespite florem,
Qui prius Oebalio fuerat de vulnere natus.
Litera communis mediis puerogue viroque
Inscripta est foliis: hæc nominis, illa querelæ.

Virgil. Ecl. III. v. 106 — 107. p. 89 — 90:

Dic quibus in terris inscripti nomina regum
Nascantur flores?

Auson. Epitaph. Aiac. in Auson. Opp. p. 171. c. 3.

Eudoc. Ion. p. 408.

1163. Philostr. Heroic. p. 134 — 138.

1164. Eudoc. Ion. p. 26 — 27.

1165. Eustath. in Hom. Odyss. Δ. v. 499. p. 1507. l. 6 — 10.

Schol. in Hom. Odyss. Δ. v. 499. cit. in Iacobs. Comment. in Tzetzæ Antehom. v. 360. p. 41.

Eudoc. Ion. p. 27.

1166. Tzetz. in Lycophr. Cassandr. v. 1141. p. 120.

1167. Schol. Hom. in Odyss. Δ. v. c.

1168. Philostr. Heroic. p. 138 — 140.

1169. Pind. Olymp. Od. IX. v. 166 — 168. p. 131. et Schol. in v. c.

1170. Pausan. Lacon. c. XIX. §. 11. p. 418 — 419.

1171. Aen. Tactic. c. XXXI. p. 1704. ad calc. Polyb. Gron: *Οἱ γοῦν περὶ Ἴλιον ἄνθρωποι ἐκ τοσούτου χρόνου καὶ οὕτως διατεταγμένοι, οὔπω δύνανται φυλάξαι μὴ εἰσελθεῖν αὐτοῖς τὰς Λοκρίδας· καίτοι τοσοῦτόν ἐστιν αὐτοῖς ἡ σπουδὴ καὶ ἡ φυλακή. Ἀλλ᾽ ὀλίγοι προσέχοντες τῷ λαθεῖν, λανθάνουσι πολλὰ εἰσάγοντες σώματα.*

Cf. Kuster in Suid. v. *Ποινή*.

Plutarch. de sera Num. Vind. p. 52. Ed. Wyttenb. L. B. 1772: *Καὶ μὴν οὐ πολὺς χρόνος ἀφ᾽ οὗ Λοκροὶ πέμποντες εἰς Τροίαν πέπαυνται τὰς παρθένους,*

Αἳ καὶ ἀναμπέχονοι γυμνοῖς ποσὶν, ἠΰτε δοῦλαι,
Ἠοῖαι σαίρεσκον Ἀθηναίης περὶ βωμὸν,
Νόσφι κρηδέμνοιο, καὶ εἰ βαρὺ γῆρας ἱκάνοι·

διὰ τὴν Αἴαντος ἀκολασίαν.

Cf. Wyttenb. Comment. in Plutarch. l. c. p. 66.
Lycophron. Cassandr. v. 1131 — 1140. p. 119.
Tim. et Callimach. ap. Tzetz. in Lycophr. Cassandr. v. 1141 — 1173. p. 120 — 122.
Casaub. in Aen. Tact. c. XXXI. p. 1784.

1172. Tzetz. in Lycophr. Cassandr. v. 1159. p. 121.

1173. De Ser. Num. Vindict. p. 52.

1174. Hom. Il. E. v. 412 — 415.

1175. Eustath. in Hom. E. v. 412. p. 566. l. 2. et in
Dionys. Alex. Perieg. v. 482. p. 200.

1176. Lycophr. Cassandr. v. 612. p. 70.

Dionys. Alex. Perieg. v. 482 — 486. p. 45.

1177. Dio. Chrysost. Orat. XI. Troic. p. 364. l. 25.

1178. **Antonin. Liberal. c. XXXVII. p. 160 — 164.**
Lycophr. Cassandr. v. 619 — 629. p. 71.

1179. Voyez note 1183.

1180. Pind. Nem. Od. X. v. 12 — 13. p. 5;5 :

Διομήδεα δ' ἄμβροτον
Ξανθά ποτε Γλαυκῶπις ἔθηκε θεόν.

Horat. L. I. Od. 6. v. 15 — 16 :

aut ope Palladis
Tydiden superis parem.

1181. Ibyc. ap. Schol. Pindar. Od. X. v. 12. p. 774 — 775.

1182. Heyne Excurs. in L. XI. Aen. v. 243. p. 412.

1183. Callistr. Epigr. v. 8. in Brunck. Anal. Vol. I. p. 155.

1184. Lycophr. Cassandr. v. 592 — 609. p. 68 — 70.

1185. Scylac. Peripl. p. 6 : Μετὰ δὲ Δαυνίτας ἔθνος ἐστὶν Ὀμβρικοί· καὶ πόλις ἐν αὐτῷ Ἀγκὼν ἐστι. Τοῦτο δὲ τὸ ἔθνος τιμᾷ Διομήδην εὐεργετηθὲν ὑπ' αὐτοῦ· καὶ ἱερόν ἐστιν αὐτοῦ.

1186. Tzetz. in Lycophr. Cassandr. v. 630. p. 71.

1187. Strab. L. V. c. 1. § 8 — 9. p. 109 — 110 : Ἐν αὐτῷ δὲ τῷ μυχῷ τοῦ Ἀδρίου καὶ ἱερὸν τοῦ Διομήδους ἐστὶν ἄξιον μνήμης, τὸ Τίμαυον· λιμένας γὰρ ἔχει καὶ ἄλσος εὐπρεπὲς, καὶ πηγὰς ζ' ποταμίου ὕδατος, εὐθὺς εἰς τὴν θάλατταν ἐκπίπτοντος πλατεῖ καὶ βαθεῖ ποταμῷ.

1188. Virgil. Aen. L. I. v. 244. p. 56.
Strab. l. c. p. 109 — 110.

1189. Strab. L. V. c. 1. §. 9. p. 111.

1190. Strab. L. V. c. 1. §. 9. p. 110 : Τῆς τοῦ Διομήδους δυναστείας περὶ τὴν θάλατταν ταύτην, αἵ τε Διομήδειοι νῆσοι μαρτύρια, καὶ τὰ περὶ Δαυνίους καὶ τὸ Ἄργος τὸ Ἵππιον ἱστορούμενα. κ. τ. λ.
Strab. L. VI. c. 3. §. 9. p. 301 — 302.

1191. Aristot. Mirab. Auscult. c. CXVII. p. 242.

1192. Aristot. l. c.

1193. Aelian. de Nat. Anim. L. X. c. 5. p. 348.

1194. Procop. Bell. Gothic. L. I. c. 15. p. 350. A. Ed. Reg.

1195. Strab L. VI. c. 3. §. 9. p. 303.

1196. Verheyk in Anton. Liberal. c. XXXVII. p. 161 — 162.

1197. **Heyne Excurs. I. ad Virg. Aen. L. XI. p. 412 — 413.**

1198. Strab. l. c.

1199. Scymn. Ch. v. 430 — 432. p. 23.

> Προσεχὴς δὲ νῆσός ἐστιν, οὗ φασίν τινες
> Ἐλθόντα Διομήδην ὑπολιπεῖν τὸν βίον.
> Ὅθεν ἐστὶ Διομήδεια ταύτῃ τοὔνομα.

1200. Lycophr. Cassandr. v. 630 — 632. p. 71.

1201. Eustath. in Dionys. Perieg. v. 483 — 484. p. 201.

1202. Stephan. Byz. v. Διομήδεια.

1203. Strab. L. V. c. 1. §. 9. p. 110. Voyez note 274.
Scymn. Ch. v. 432.

1204. Plin. Nat. Hist. L. III. c. 26. s. 30. p. 181: *Contra Apulum litus Diomedea: conspicua monumento Diomedis et altera eodem nomine, a quibusdam Teutria appellata.*

Ces îles portent actuellement le nom d'*isole di Tremiti*. La première est appelée *S. Domenico*, la seconde *S. Nicolao*, la troisième *Caprara*, et la quatrième *Pianosa*. Les deux dernières sont désertes et sans habitans (Mannert's Geographie der Gr. u. Röm. IX. Th. 2 Abtheil. s. 25).

1205. Plin. Nat. Hist. l. c. et L. X. c. 44. s. 61. p. 569: *Insulam nobilem Diomedis tumulo atque delubro, contra Apuliæ oram.*

Pline parle dans ce passage, aussi bien que dans celui cité dans la note précédente, de l'île habitée nommée actuellement S. Domenico.

Solin. c. II. p. 12. B.

Aristot. Mirab. Auscult. c. LXXX. p. 155.

1206. Schol. Pind. Nem. Od. X. v. 12. p. 773.
Voyez les notes 1180. et 1181.

1207. Dionys. Alex. Perieg. v. 483 — 484 p. 45:

> ἰφθίμου Διομήδεος αὔτικα νῆσον
> Ἔνθ᾽ ἥρως ἀφίκανε, χαλεψαμένης Ἀφροδίτης.

1208. Priscian. Perieg. v. 510 — 514. p. 337:

> *Adria qua penetrat, venias si parte sinistra,*
> *Atque legas Calabrum littus; tunc insula magni*
> *Ostendit sese Diomedis nomine dicta,*
> *Quo profugus quondam victor concesserat ille,*
> *Coniugis incestæ per fraudes Aegialeæ.*

Avien. Descr. Orb. v. 646 — 652. p. 795:

Rursus in Hadriacam lembum cogentibus undam
Et lævum curva pelagus sulcantibus alno,
Insula se Graii Diomedis gurgite promit,
Italiam spectans et Iapygis arva coloni.
Huc illum motæ quondam tulit ira Diones,
Postquam per celeres extorrem traxit Iberos:
Coniugis huc diræ misit furor Aegialeæ.

1209. Ptolem. Geogr. L.

1210. Theophr. Hist. Plant. L. IV. c. 7. p. 402.

Plin. Nat. Hist. L. XII. c. 1. s. 3. p. 655. l. 4: *Platanus, mare Ionium Diomedis insulam, eiusdem tumuli gratia, primum invecta.*

1211. Steph. Byzant. v. Διομήδεια.

L'explication de la métamorphose des compagnons de Diomède donnée par l'évêque d' Hippo (Augustin. de Civit. Dei; L. XVIII. c. 18. p. 502. B. Ed. Paris. 1685.) n'a aucune probabilité.

1212. Virg. Aen. L. XI. v. 472 — 474. p. 322:

Et socii amissi petierunt æthera pennis,
Fluminibusque vagantur aves, heu dira meorum
Supplicia, et scopulos lacrimosis vocibus implent.

1213. Ovid. Metam. L. XIV. v. 484 — 509. p. 974 — 975.

Ce poëte introduit un des compagnons de Diomède qu'il nomme Acmon, maudissant Vénus que tous prennent pour la cause d'un horrible orage qui les menaçoit de leur ruine; et il le fait terminer son invective par les mots suivans (v. 492 — 493):

odium tamen illius omnes
Spernimus et parvo stat magna potentia nobis.

Voici la description que le poëte donne de ces oiseaux dans les vers qui terminent leur metamorphose:

Si volucrum quæ sit subitarum forma requiris;
Ut non cygnorum, sic albis proxima cygnis.

1214. Plin. Nat. Hist. L. X. c. 44. s. 61. p. 568.

1215. Isidor. Orig. L. XII. c. 7. p. 1135. l. 51: Ed. int. auct. L. L. Gothofr.

1216. Plin. Nat. Hist. l. c.
Stephan. Byz. v. Διομήδεια.
Antonin. Liberal. Metam. c. XXXVII. p. 163 — 164.
Isidor. Orig. l. c. l. 52.

1217. Aristot. Mirab. Ausc. c. LXXX. p. 155.
Solin. c. II. p. 12. C.

Aelian. Hist. Anim. L. I. c. 1. p. 3.
Isidor. Orig. l c. p. 1135. l. 53.
Antigonus de Caryste (c. CLXXX. p. 229.) raconte ce fait un peu différemment.

1218. Plin. Nat. Hist. L. X. c. 44. s. 61. p. 569. l. 3.
Solin. c. II. p. 12. B.

1219. Artemidor. ap. Strab. L. VI. c. 3. §. 9. p. 301 — 304. et
Strab. L. V. c. 1. §. 8 — 9. p. 109 — 111.
Stephan. Byz. v. Διομήδεια.
Plin. Nat. Hist. l. c. p. 569. l. 5.

1220. Plin. Nat. Hist. l. c. p. 569. l. 6.
Solin. c. II. p. 12. D.
Aristot. Mirab. Auscult. c. LXXX. p. 155: Ἱερόν τι θαυμαστόν τε καὶ ἅγιον.

1221. Aristot. Mirab. Auscult. l. c.

1222. Plin. Nat. Hist. L. X. c. 44. s. 61. p. 568 — 569.
Solin. c II. p. 12. B.
Aristot. Mirab. Auscult. l. c.
Augustin. de Civ. Dei; c. XVIII. p. 16 — 18.

1223. Virg. Aen. L. XI. v. 274. p. 322.

1224. Salmas. Exerc. Plin. in Solin. c. II. p. 64 — 66.
Schneid. Annot. in Frieder. Imp. L. de arte venand. Vol. II. p. 159 — 160.
Beckmann. ad Antig. Caryst. Mirab. p. 238.
Id. ad Aristot. Mirab. Auscult. c. LXXX. p. 157 — 158.
Heyne Excurs. I. in Aen. L. VII. v. 243. p. 411 — 416.

1225. V. Thesaur. Ant. Sicil. To. XIV.
Beckmann. l. c.

1226. Porphyr. de Abstin. L. II. p. 222 — 223. Ed. Foger.
Euseb. Præp. Evang. L. IV. c. 16. p. 162. Ed. Petav.
Cyrill. in Iulian. L. IV. p. 128 — 129. Ed. Spanh.
Theodoret. Therapeut. L. VII. p. 894. Ed. Schulz.

1227. Aristot. Mirab. Auscult. c. CXX. p. 245. ib. not. Matth. p. 246.

1228. Schol. Pind. in Nem. Od. X. v. 12. p. 774.
Scyl. Peripl. p. 6. l. 2.

1229. Iustin. Hist. L. XII. c. 2. p. 305.

1230. Strab. L. VI. c. 3. §. 9. p. 302.
Plin. Nat. Hist. L. III. c. 16. s. 20. p. 173. l. 16.
Solin. c. II. p. 9. G.
Serv. in Virg. Aen. L. VIII. v. 9. p. 869. L. XI. v. 245. p. 1102.

1231. Aelian. Hist. Anim. L. IV. c. 42. p. 129.
Antonin. Liberal. c. II. p. 20.
Hesych. v. Μελεαγρίδες.
Ovid. Metam. L. VIII. v. 539 — 545. p. 595 — 596.
Apollod. Bibl. L. I. c. 8. p. 58.

1232. Ister ap. Aelian. Hist. Animal. L. V. c. 27. p. 157.

1233. Clyt. ap. Athen. Dipnos. L. XIV. c. 71. p. 384 — 386. et Schweigh. Animadv p. 625 — 631.

1234. Scyl. Peripl. p. 52. l. 15: Αἱ δὲ ὄρνιθες μελεαγρίδες ἐνταῦθα εἰσὶν, ἄλλου δὲ οὐδαμοῦ, ἂν μὴ ἐντεῦθεν ἐξαχθῶσιν.
Salmas. Exerc. Plin. c. XL. p. 611 — 612.

1235. Agatharch. de Rubr. Mar. p. 54. l. 20.

1236. Plin. Nat. Hist. L. XXXVII. c. 2. s. 11. p. 770. l. 11.

1237. Plin. Nat. Hist. L. X. c. 52. s. 74. l. 8. p. 572. l. 8.

1238. Ap. Athen. Dipn. L. XIV. c. 70. p. 383 — 385.

1239. Cf. Schweigh. Animadv. in Athen. l. c. p. 625 — 627.

1240. Varr. de Re Rust. L. III. c. 9. §. 18. p. 301. Ed. Schn: *Gallinæ Africanæ sunt grandes, variæ, gibberæ, quas Μελεαγρίδας appellant Græci. Hæ novissimæ in triclinium alienigenarum introierunt e culina, propter fastidium hominum.* J'ai adopté dans ce passage la conjecture de Pontedera approuvée par Schneider (Comment in Varr. l. c. p. 546), d'après laquelle il faut lire *alienigenarum* au lieu de *ganearium.*
Cf. note 40.

1241. Columell. de Re Rust. L. VIII. c. 2. §. 2. p. 386. Ed. Schneid: *Africana est quam plerique Numidicam dicunt. Meleagridi similis, nisi quod rutilam galeam* (l. *paleam*) *et cristam capite gerit, quæ utraque sunt in meleagride cærulea.*

1242. Plin. Nat. Hist. L. X c. 26. s. 38 p. 559.

1243. Varr de Re Rust. l. c.
Petron. Satyr. c. LV. p 267. Ed. Burm.

1244. Aelian. de Nat. Anim. L. V. c. 21. p. 153 — 154.
Varr. de Re Rust. L III. c. 6. §. 6. p. 291.

1245. Voyez note 1341.

1246. Hesych. v. Μελεαγρίδες.

1247. Plin. Nat Hist. L. X. c 26. §. 38. p. 559: *Simili modo pugnant Meleagrides in Bœotia. Africæ hoc est gallinarum genus, gibberum, variis sparsum plumis: quæ novissime sunt peregrinarum avium in mensas receptæ propter ingratum virus. Verum Meleagri tumulus nobiles eas fecit.* Pline parle dans ce passage du tems où l'on

avoit commencé à manger les Méléagrides; Varron, de celui où elles avoient été renvoyées de la cuisine dans la ménagerie.

1248. Salmas. Exerc. Plin. in Solin. c. XL. p. 611. B.

1249. Ovid. Metam. L. II. v. 345 — 366. p. 119 — 120. Ed. Burm.

1250. Strab. L. V. c. 1. § 9. p. 110 — 111.
Plin. Nat. Hist. L. III. c. 26. s. 30. p. 181. L. XXXVII. c. 7. s. 11. p. 769. l. 15.
Lucian. de Electro, s. cycn. c. I — III. p. 87 — 89.
Mannert's Geograph. der Gr. und Röm. IX. Th. 1 Abtheil. s. 61 — 68.
Dilthey de Electr. et Erid. p. 15 — 18.

1251. Sophocl. ap. Plin. Nat. Hist. L. XXXVII. c. 2. s. 11. p. 770. l. 24: *Super omnes est Sophocles tragicus poeta, quod equidem miror tanta gravitate cothurni, et præterea vitæ fama, alias principe loco genitus Athenis, rebus gestis, exercitu ducto. Hic ultra Indiam fieri dixit e lacrymis Meleagridum avium Meleagrum deflentium.*

1252. Cf. Beckmann. Adnot. in Aristot. L. de Mirab. Auscult. c. LXXXII. p. 163 — 166. et in Adnot. ad calc. Antig. Caryst. p. 237.

1253. Beckmann. Adnot. ad Arist. L. de Mirab. Auscult. ad calc. Antig. Caryst. p. 237.

1254. Aristot. Mirab. Auscult. c. CXIV. p. 234.

1255. Strab. L. IX. c. 5. §. 7. p. 592 — 593. §. 10. p. 604 — 605.

1256. Pausan. Achaic. c. XIX. §. 1 — 3. p. 304 — 307.

1257. Strab. L. IX. c. 5. §. 16. p. 622.

1258. Aristot. Mirab. Auscult. c. CXV. p. 237.
Iustin. Histor. L. XX. c. 1. p. 457.
Tzetz. in Lycophr. Cassandr. v. 911. p. 102.
Cf. Strab. L. VI. c. 1. §. 6. p. 218 — 219.

1259. Lycophr. Cassandr. v. 927 — 929. p. 104.

1260. Pind. Olymp. Od. VII. v. 141 — 146. p. 98. et Schol. in v. c. p. 343.

1261. Plin. Nat. Hist. L. V. c. 30. s. 32. p. 281. l. 11.

1262. Philostr. Vit. Apollon. Tyan. L. IV. c. 13. p. 150. c. 16. p. 154.

1263. Philostr. Heroic. p. 140 — 164.
Eudoc. Ion. p. 321.

1264. Philostr. Vit. Apollon. Tyan. L. IV. c. 16. p 154.

1265. Pausan. Attic. c. XXXV. §. 2. p. 135.
Harpocrat. Lex. X. Rhet. v. Εὐρυσάκειον.
Suid. v. Εὐρυσάκης.
Poll. Onomast. L. VII. c. 29. s. 153. p. 783.

Pausanias appele cet endroit consacré a Eurysacès βωμός; Harpocration et Suidas Τέμενος; Pollux, dans quelques lignes fort corrompues, εὐρυσάκειον. Il n'y a pas de doute que ce héros avoit à Mélita un temple qui portoit son nom. Au reste le mot βωμὸς paroît très-souvent indiquer, non pas un autel, mais un petit temple avec un autel pour recevoir les sacrifices, et chaque Τέμενος a dû avoir ou un βωμός, ou un temple avec la statue de la divinité ou du héros à qui il étoit consacré.

1266. Strab. L. XIV. c. 4. §. 16. p. 711.
Tzetz. in Lycophr. Cassandr. v. 980. p. 108.

1267. Strab. L. XIV. c. 4. §. 17. p. 712 — 713.

1368. Herodot. L. VII. c. 134. p. 563. l. 29.
Pausan. Lacon. c. XII. §. 6. p. 382.
Eustath. in Il. A. v. 320. p. 110. l. 12.

1369. Pausan. Lacon. l. c. et Achaic. c. XXIII. §. 7. p. 324.

1370. Herodot. l. c.

1371. Hom. Il. B. v. 152 — 159. Γ. v. 230 — 231.
Horat. L. I. od. 6. v. 13 — 15:

Quis Martem tunica tectum adamantina
Digne scripserit? aut pulvere Troio
Nigrum Merionen?

Eudoc. Ion. p. 321. et p. 400.

1372. Diod. Sic. L. V. c. 79. p. 395. l. 69.

On a plusieurs traditions sur le sort d'Idoménée retourné dans l'ile de Crète. Heyne (In Virg. Aen. L. III. v. 401. p. 504.) en a indiqué les sources auxquelles on peut ajouter Servius (In Virg. Aen. v. c. p. 542. et in v. 531. p. 554. in L. XI. v. 264. p. 1104.) et la relation qu'en donne Tzétzès (Chil. III. hist. 79. v. 285 — 290. p. 44.) qui est essentiellement différente des autres. Celle que j'ai suivie dans le texte est la plus probable, parce qu'elle est confirmée par les monumens, par la haute vénération qu'on avoit en Crète pour la mémoire d'Idoménéus et de Mérionès, et par l'autorité de Diodore de Sicile.

1373. Pausan. El. II. c. 6. §. 3. p. 148 — 149.
Strab. L. V. c. 1. §. 5. p. 222 — 223.
Demosth. Orat. in Mid. p. 537. l. 14.
Aelian. Var. Hist. L. VIII. c. 18. p. 563 — 564.
Eustath. in Hom. Odyss. A. v. 184. p. 1409. l. 13.
Suid. v. Εὔθυμος.
Plin. Nat. Hist. L. VII. c. 47. §. 48. p. 402.

1374. Aelian. Var. Hist. l. c.

1375. Pausan. El. II. c. 6. §. 4. p. 149 — 150.

1376. Hom. Odyss. K. v. 552 — 560.

Eustath. in Hom. Odyss. v. c. p. 1669. l. 3.

1377. Hom. Odyss. Λ. v. 51 — 80.

Eustath. in Hom. Odyss. v. c. p. 1672. l. 45 — 1673.

1378. Hom. Odyss. M. v. 10 — 15.

Eustath. in Odyss. v. c. p. 1705. l. 42.

1379. Plin. Nat. Hist. L. XV. c. 29. s. 36. p. 752 — 753.

1380. Strab. L. VI. c. 3. §. 9. p. 302 — 303.

Lycophr. Cassandr. v. 1047 — 1049. p. 113 — 114.

1381. Strab. l. c.
Lycophr. Cassandr. v. 1148. p. 114. ib. Tzetz.

1382. Tzetz. in Lycophr. Cassandr. v. 1050. p. 114.

1383. Scyl. Peripl. p. 43 — 44.
Dionys. Alex. Perieg. v. 12 — 13. p. 2. ib. Schol.
Eustath. in Dionys. Alex. Perieg. v. c. p. 117 — 118.

1384. Strab. L. IX. c. 4. §. 2. p. 549.

1385. Dion. Chrysost. Orat. XI. Troic. p. 348. l. 35.
Athenag. Legat. pro Christian. c. I. p. 279. edit. Paris. c. Iustin. Martyr.
Id. Apolog. p. 290. b.

1386. Dion. Chrysost. Orat. XI. Troic. p. c.

Lucian. Deor. Concil. c. XII. p. 534.

1387. Philostr. Heroic. p. 68. l. 20.

1388. Id. ibid. p. 68. l. 18.

1389. Strab. L. XIII. c. 1. §. 29. p. 319.

Tzetz. in Lycophr. Cassandr. v. 1208. p. 156.

1390. Hom. Iliad. Ω. v. 798 — 801.

1391. Morritt's Vindicat. of Homer; p. 106.

1392. Lechevalier, Voyage de la Troad. pl. XIX. To. II. p. 286 — 294. To. III. p. 253. Troisième Édit.

Desselb. Ebene von Troia, von Dalzel u. Heyne; IV. k. s. 40 — 41. und 5. 80 — 81.

1393. Dallaway Constantinople anc. et mod. To. II. p. 175. pl.

1394. Gell's Topogr. of Troy and its vicin. pl. XXXV. p. 92 — 94. pl. XXXIII. pl. XXXV. p. 92 — 93. pl. XXXVI. p. 96. pl. XXXVII. p. 97. pl. XXXVIII. p. 99.

1395. Clarke's Trav. in var. countr. Vol. II. ch. 5. p. 116.

L'auteur du voyage pittoresque de la Grèce est du même sentiment, et M. Rennel a exposé les motifs qui le font douter qu'on ait découvert le sépulcre d'Hector. Voyez:

Voyage pittor. de la Grèce; To. II. ch. 14. p. 213 — 214.

Rennel's Observat. on the Topogr. of Troy; P. III. s. 3. p. 138 — 139.

1396. Pausan. Bœot. c. XVIII. p. 55.

1397. Maxim. Tyr. Diss. XV. p. 173.

1398. Philostr. Heroic. p. 68 — 70.

1399. Pausan. Lac. c. XVIII. §. 9. p. 414.

1400. Aen. Gaz. Theophr. p. 42.

1401. Gell's Topogr. of Troy and its vicin. pl. XXIV. p. 70 — 71. pl. XXV. p. 72. pl. XXXVI. p. 97.

1402. Clarke's Trav. in var. countr. Vol. II. ch. 4. p. 86:

ΟΙΙΑΙΕΙC
ΤΟΝΠΑΤΡΙΟΝΘΕΟΝ
ΑΙΝΕΙΑΝ

Choiseul-Gouff. Voy. pittor. de la Gr. To. II. ch. 15. p. 432.

1403. Clarke's Trav. in var. countr. Vol. II. ch. 5. p. 123. et ch. 6. p. 170. no. XII.

1404. Barker Webb, Osservaz. intorno allo stato dell' agro Troi. c. IV. p. 66.

1405. Spohn de Agro Troi. p. 19 — 20.

1406. Gell's Topogr. of Troy and its vicin. pl. IX. p. 26. pl. X. 3. p. 27. pl. XIV. p. 35 — 36. pl. XV. 1. p. 38. pl. XIX. p. 59. pl. XXIII. p. 69. pl. XXX. p. 86. pl. XXXI. p. 88. pl. XXXVI. p. 97. et pl. XXXVIII.

1407. Clarke's Trav. in var. countr. Vol. II. ch. 3. p. 59. Vign. ch. VI. p. 158. no. VII.

1408. Choiseul-Gouff. Voy. pittor. de la Gr. To. II. pl. XXXI. XXXIII.

1409. Barker Webb Osservaz. intorno allo stato dell' Agro Troi. c. III. p. 53 — 54.

Rennel's Observat. on the Topogr. of Troy. P. II. sect. 3. p. 105 — 108.

Le dernier savant a prouvé, avant M. Barker Webb, l'inadmissibilité de cette opinion.

1410. Choiseul-Gouff. Voy. pittor. de la Gr. To. II. ch. 14. p. 306. et 217.

Cet auteur croit qu' *Udjek Tépé* est le tombeau d' Ilus.

Un autre tumulus situé sur la côte un peu au dessous du prétendu cénotaphe d'Antiloque, nommé actuellement *Béchik Tépé* a été dessiné par M. Gell (Topogr. of Troy; pl. X. 2 et 3. p. 27. pl. XI. 2. p 29. pl. XXXI. p. 88. pl. XXXVI. p. 97. pl. XXXVIII). Dallaway l'a confondu avec le tumulus oval attribué à Antiloque, et donne à Béchik Tépé le nom de tumulus d'Antiloque (Cople anc. et mod. To. II. p. 187); mais celui qui est près

du Mendéré, et que Choiseul dit être le tumulus d'Achille, est selon Dallaway le tombeau de Pénéleus. Observons encore que c'est par erreur que l'éditeur du voyage pittoresque de la Grèce (To. II. p. 334. note.) accuse Lechevalier ou Dallaway, ou tous les deux, d'avoir pris Béchik Tépé pour le tombeau de Pénéleus.

1411. Arctin. Aethiop. in Procl. Chrestomath. v. Biblioth. der alt. Literat. und Kunst; II. Stück, Inedita; p. 33.

1412. Pausan. Phoc. c. XXXI. §. 2. p. 262.

1413. Plin. Nat. Hist. L. VI. c. 29. s. 35. p. 344.

1414. Quint. Smyrn. L. II. v. 32. p. 38.

1415. Tzetz. Posthom. v. 215. p. 117.

1416. Diod. Sic. L. II. c. 22. p. 136. l. 45.
Oppian. Cyneg. v. 150 — 155. p. 21.

1417. Simonid. et Dionys. ap. Strab. L. XV. c. 3. §. 2. p. 197 — 198.

1418. Dionys. Alex. Perieg. v. 237. p. 297.
Priscian. Perieg. v. 237. p. 297.
Avien. Descr. Orb. terr. v. 368 — 369. p. 765.

1419. Tzetz. Chil. VI. hist. 64. v. 600 — 606. p. 110.
Cf. Heyn. Observ. ad Apollod. L. III. c. 12. p. 300 — 301.

1420. Quint. Smyrn. L. II. v. 542. p. 58.

1421. Id. ibid. L. II. v. 556 — 561. p. 58.

1422. Id. ibid. L. II. v. 550 — 592. p. 58 — 60.

1423. Id. ibid. L. II. v. 643 — 655. p. 62.
Serv. in Virg. Aen. L. I. v. 755. p. 412.

1424. Ovid. Metam. L. XIII. v. 604 — 609. p. 903.

1425. Ovid. Amor. L. I. el. 13. v. 3 — 4. p. 381.
Id. Metam. L. XIII. v. 610 — 616. p. 903:

Terque rogum lustrant: et consonus exit in auras
Ter clangor: quarto seducunt castra volatu.
Tum duo diversa populi de parte feroces
Bella gerunt: rostrisque et aduncis unguibus iras
Exercent; alasque adversaque pectora lassant
Inferiæque cadunt cineri cognata sepulto
Corpora: seque viro forti meminere creatas.

1426. Pausan. Phocic. c. XXXI. §. 2. p. 262.

1427. Oppian. de Aucup. L. I. c. 6. p. 175. Ed. Schn.

1428. Aelian. Hist. Anim. L. V. c. 1. p. 140.

1429. Plin. Natur. Hist. L. X. c. 26. §. 37. et 38. p. 559. l. 12.

1430. Solin. c. XL. p. 51. E.

1431. Isidor. Origin. L. XII. c. 7. p. 1335 — 1336. int. Script. L. L. Gothofr.

1432. Philostr. Heroic. p. 114. l. 16.
Eudoc. Ion. p. 46.

1433. Oppian. Cyneg. v. 152. p. 21.

1434. Herodot. L. VII. c. 151. p. 574.
Eustath. in Dionys. Alex. Perieg. v. 1074. p. 132.

1435. Aelian. Hist. Anim. L. V. c. 1. p. 149. ib. Schn. Observ.
Oppian. Ixevt. L. I. c. 6. p. 175.
Ovid. Metam. L. XIII. v. 601. 604. et 613. p. 902 — 903.

1436. Pausan. El. I. c. 22. §. 2. p. 98.

1437. Pausan. Phoc. c. XXXI. §. 2. p. 262.

1438. Philostr. Heroic. p. 62. l. 1.

TABLE DES MATIÈRES.

Errata. p. 561. l. 1. lisez: Chrysothémis. p. 562. l. 14. lisez: Laconiens. p. 587. l. 7. lisez: Khan. p. 674. l. 12. lisez: verstes [993]. l. 18. lisez: [994]. l. 22. lisez: [995]. l. 23. lisez: [996].

Fig. 2

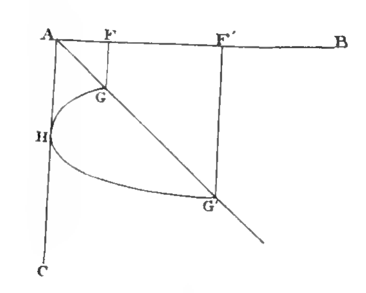


Fig. 4.

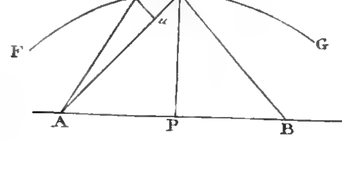
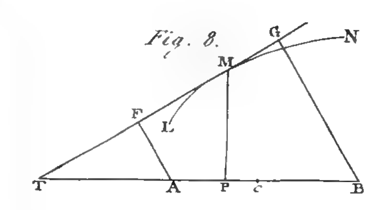


Fig. 6.

C
P
m
M
A
o
O
B



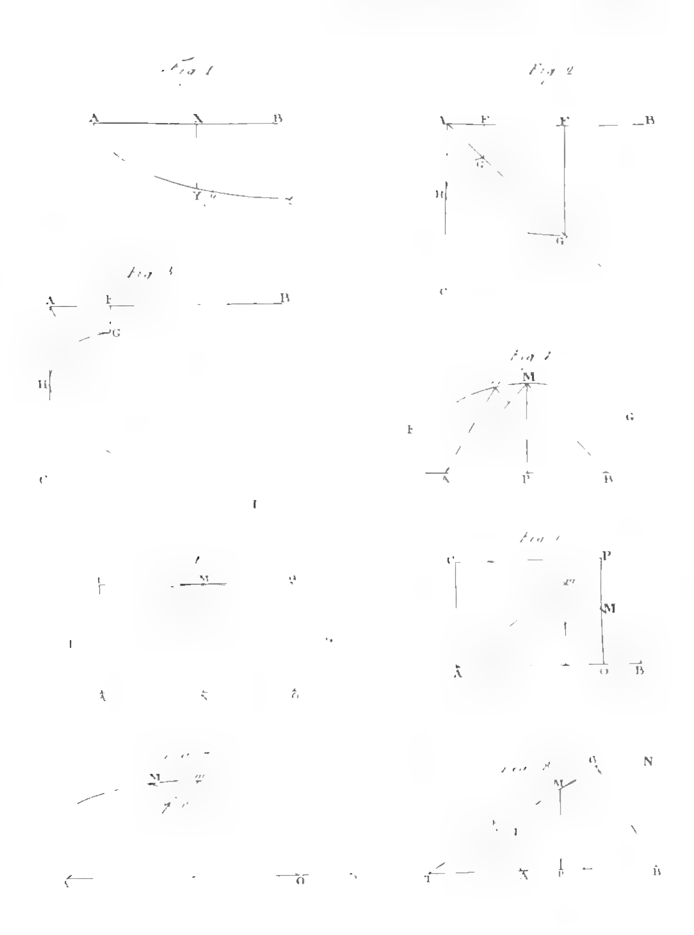
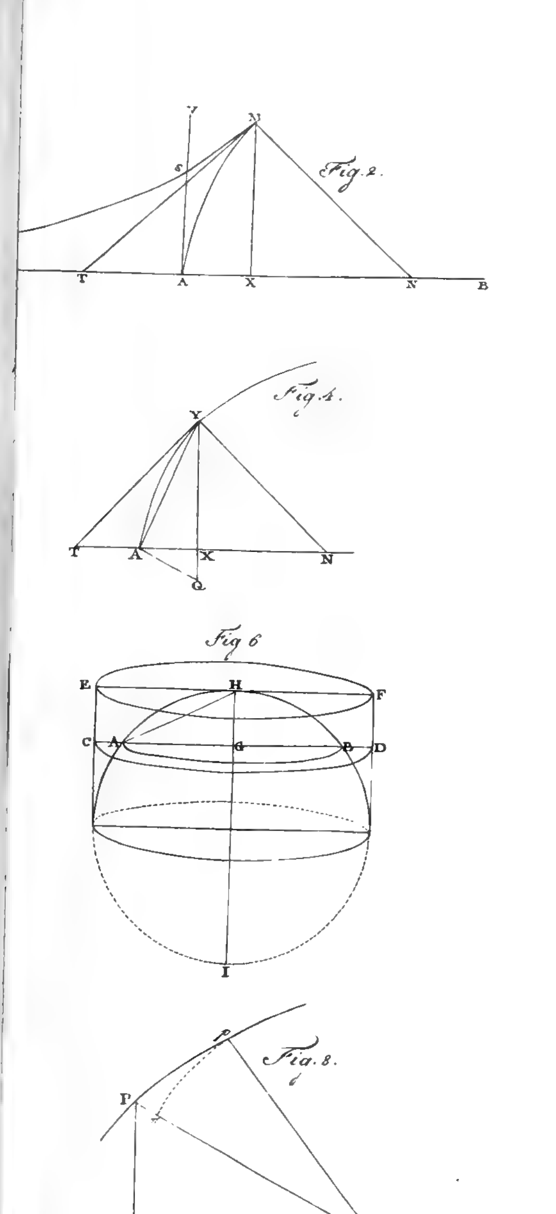
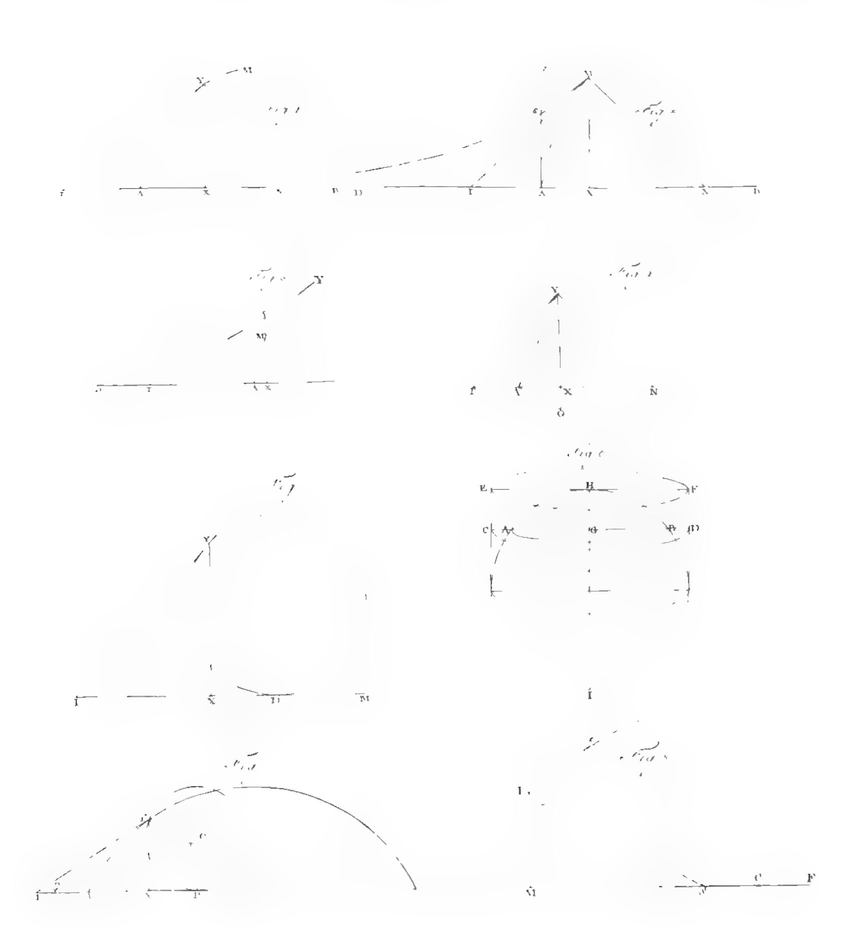


Fig. 1
A
B
Fig. 2
E
F
B
G
H
G
C
Fig. 3
A
F
B
G
H
C
M
Fig. 7
M
E
G
A
P
B
P
M
A
O
B
M
N
M
A
B


Fig. 2.
Y
M
S
T
A
X
N
B
Fig. 4.
Y
T
A
X
N
Q
Fig 6
E
H
F
C
A
G
B
D
I
Fig. 8.
p
P
M
S
C
F



Y
M
D
A
X
Y
X
N
O
E
H
F
C
A
B
D
I
X
D
M
C
F

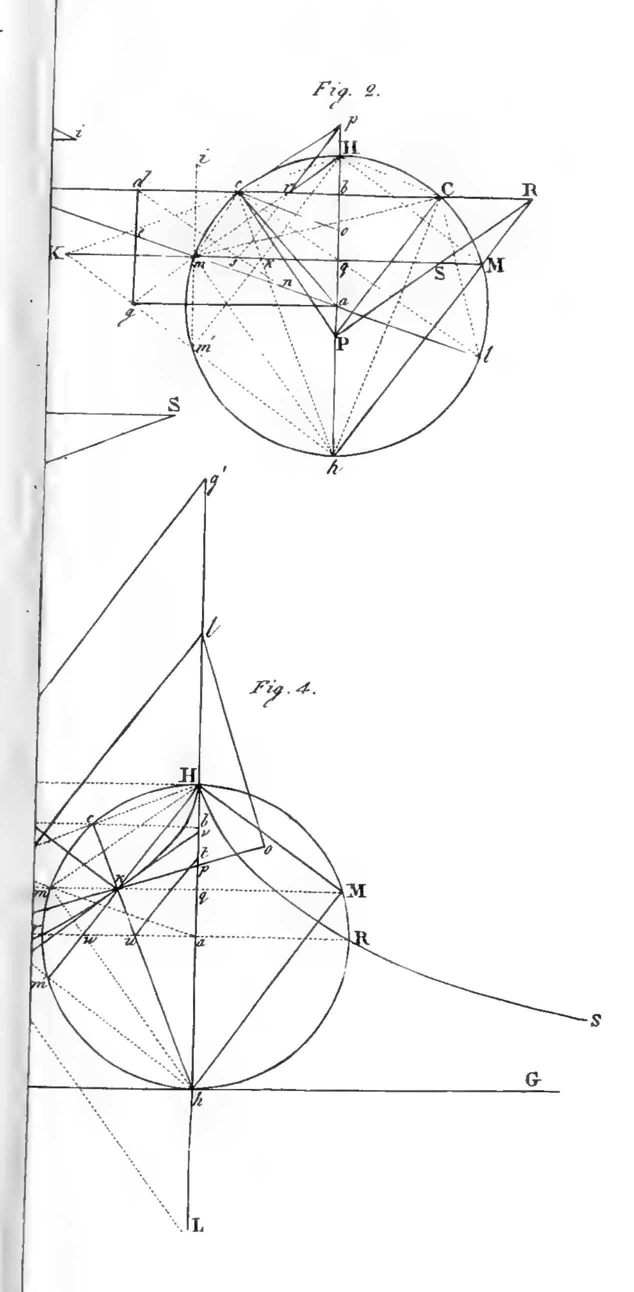

Fig. 2.
p
H
i
d
c
n
b
C
R
o
K
m
s
k
q
S
M
n
a
g
P
m'
l
S
h
g'
l
Fig. 4.
H
c
b
v
o
t
p
k
m
q
M
w
u
a
R
m
S
G
h
L

Fig. 2

Fig. 3

Fig. 1

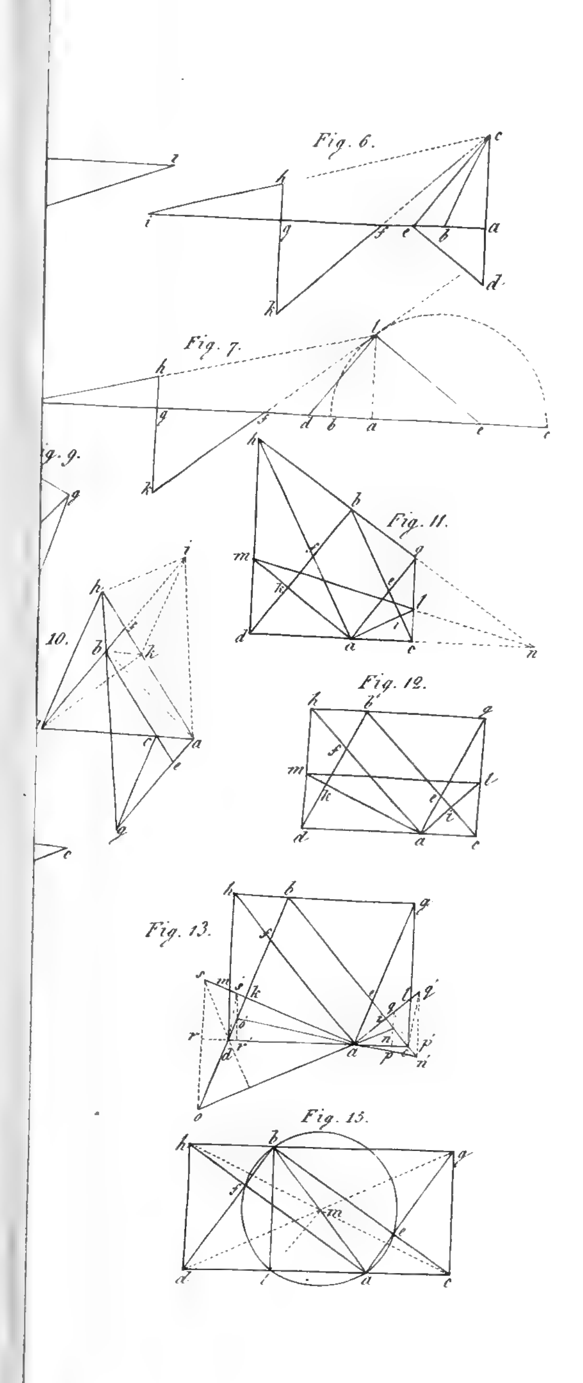


Fig. 6.
Fig. 7.
ig. 9.
10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 15.

Fig. 5

Fig. 6

Fig. 7

Fig. 9

Fig. 10

Fig. 11

Fig. 12

Fig. 15

Fig. 17.

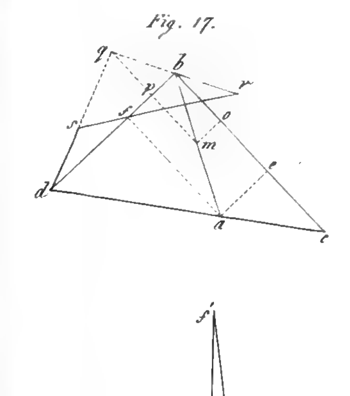


Fig. 18.

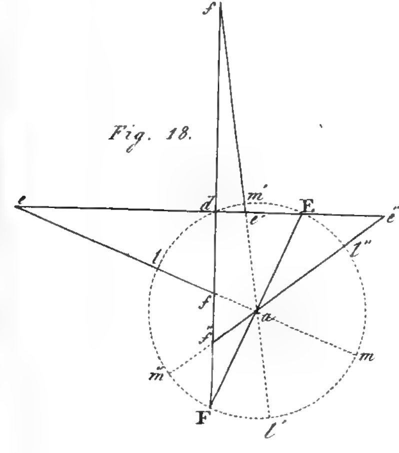
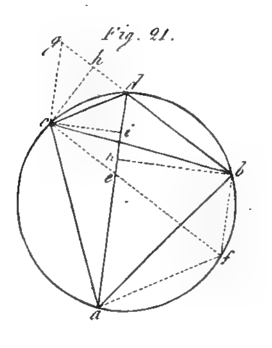
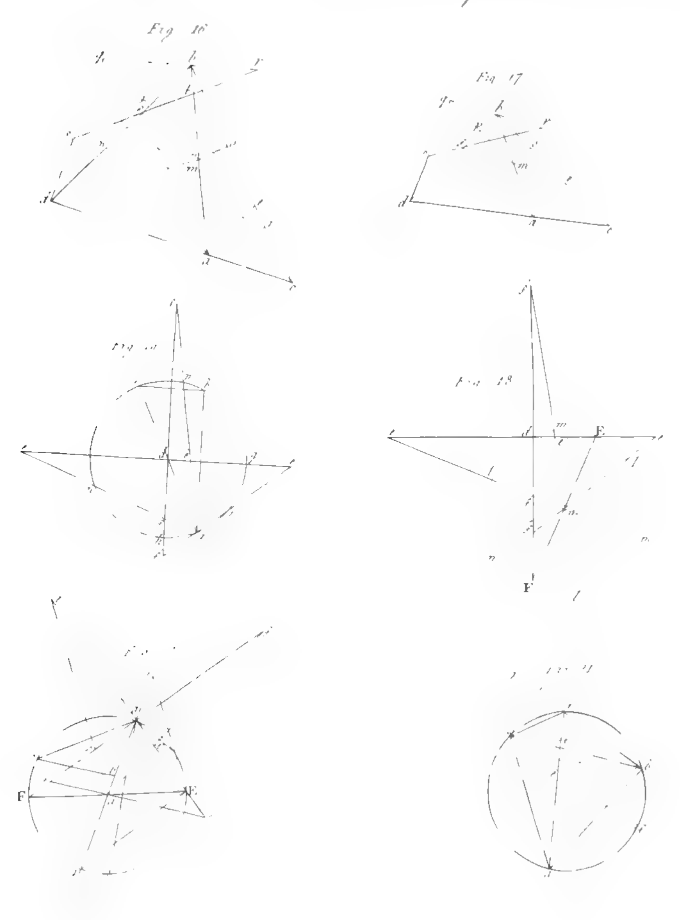


Fig. 21.





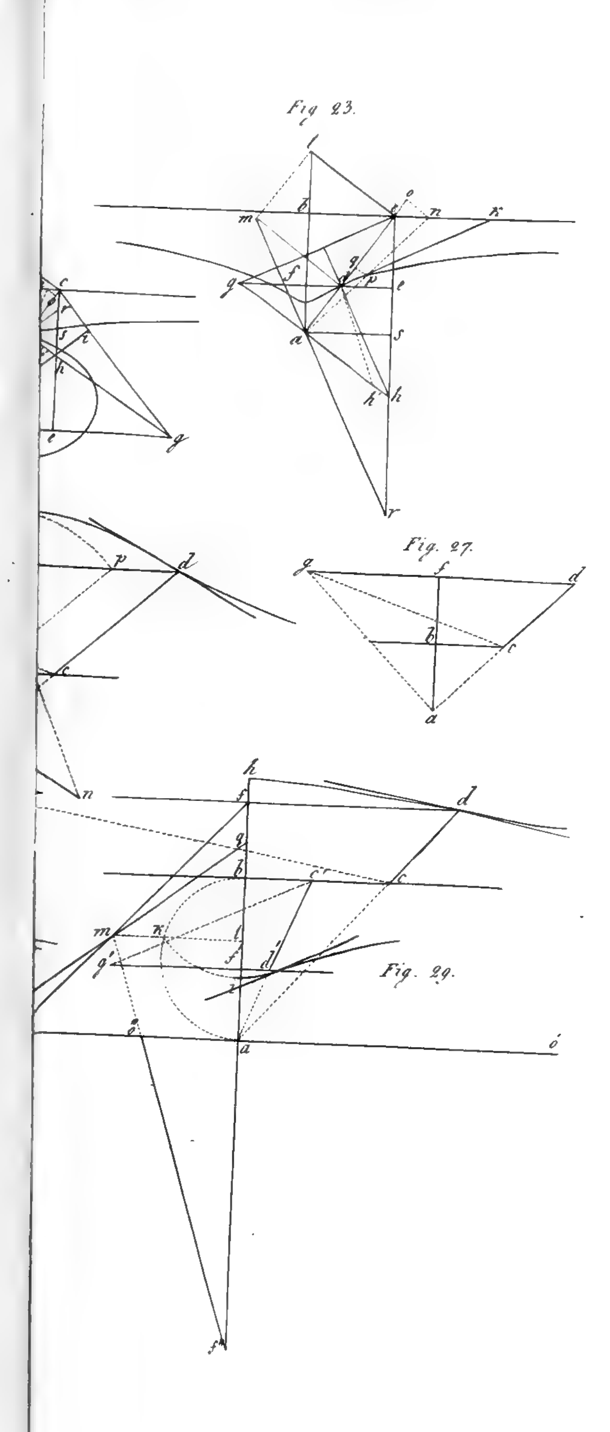
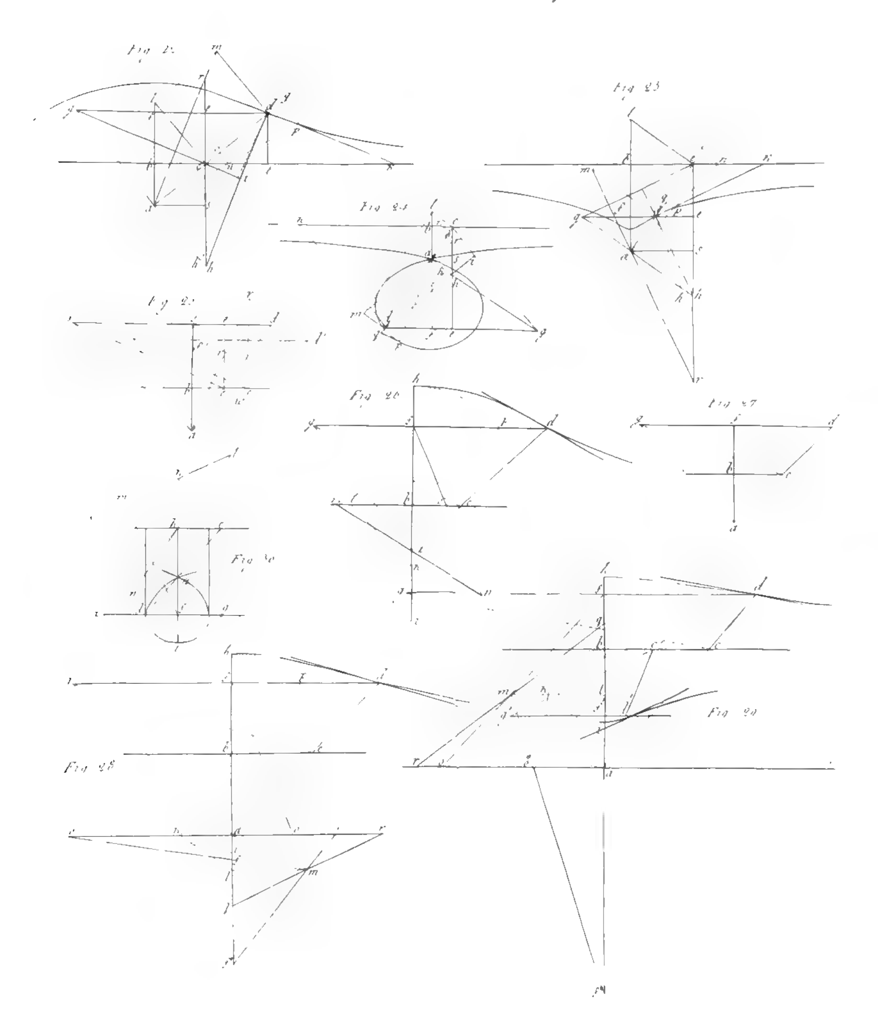


Fig. 23.
Fig. 27.
Fig. 29.



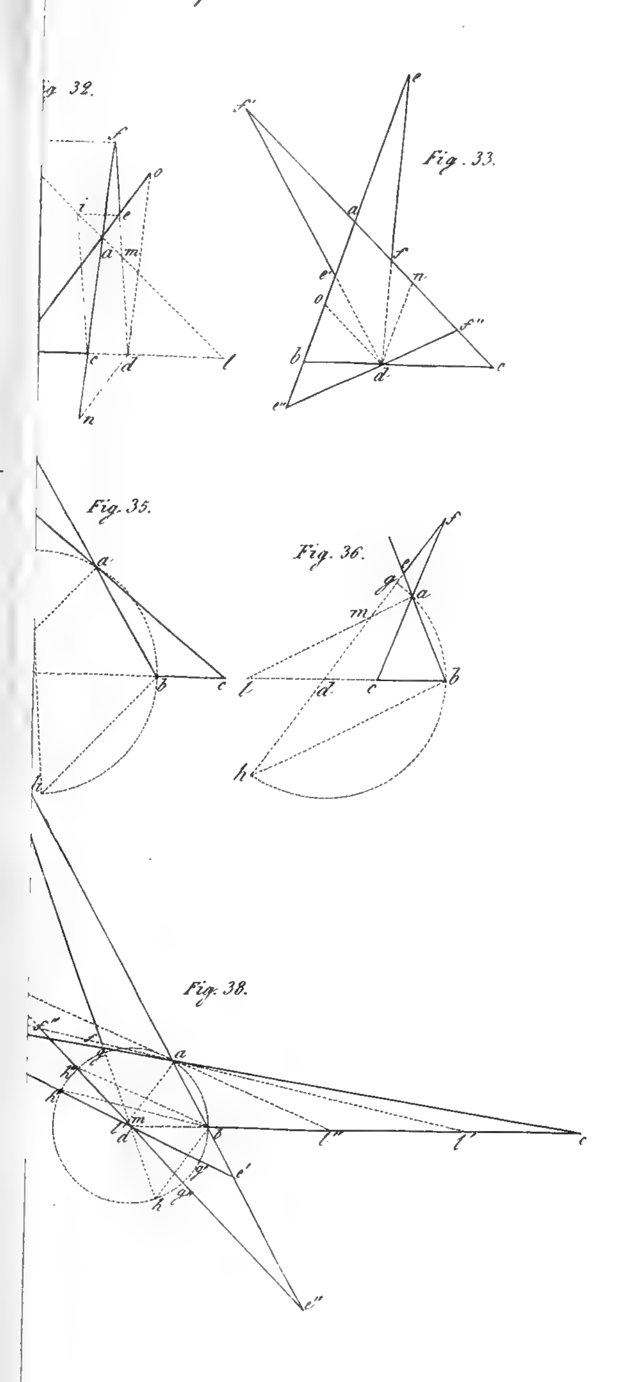
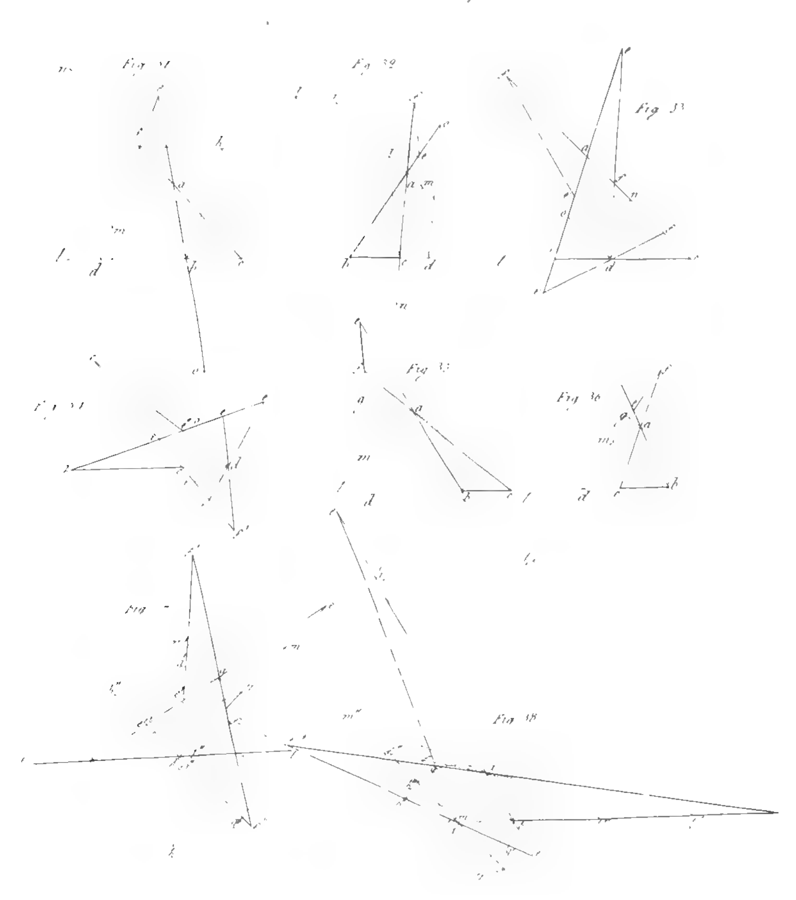
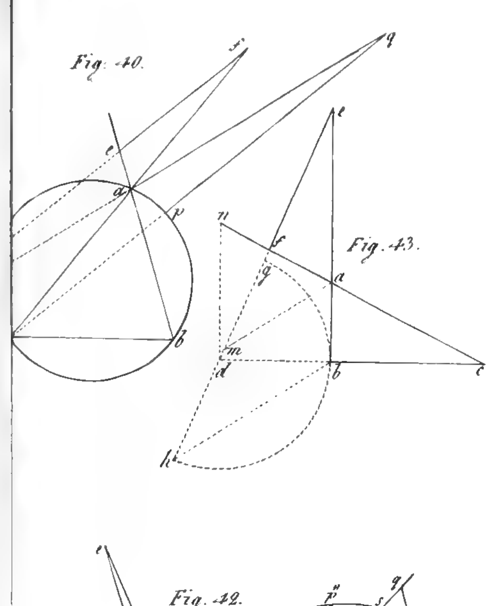


Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 38.




Fig. 40.
Fig. 43.

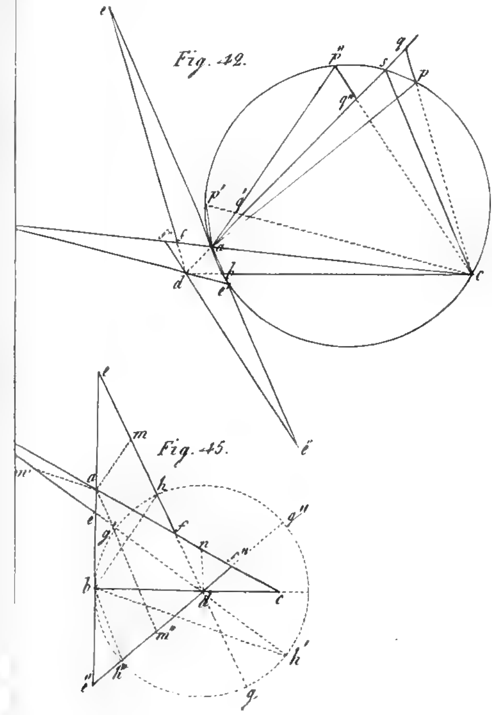
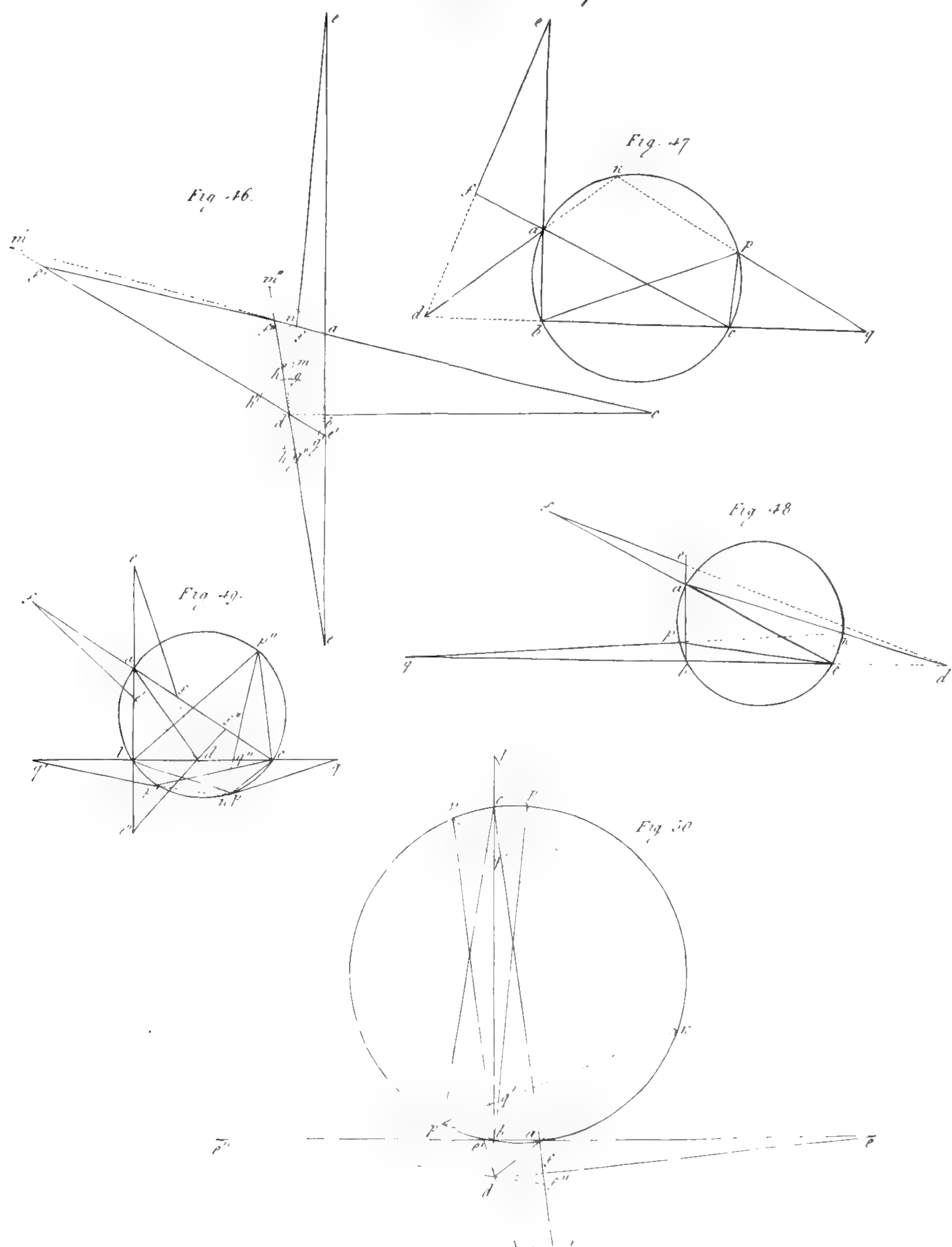

Fig. 42.
Fig. 45.

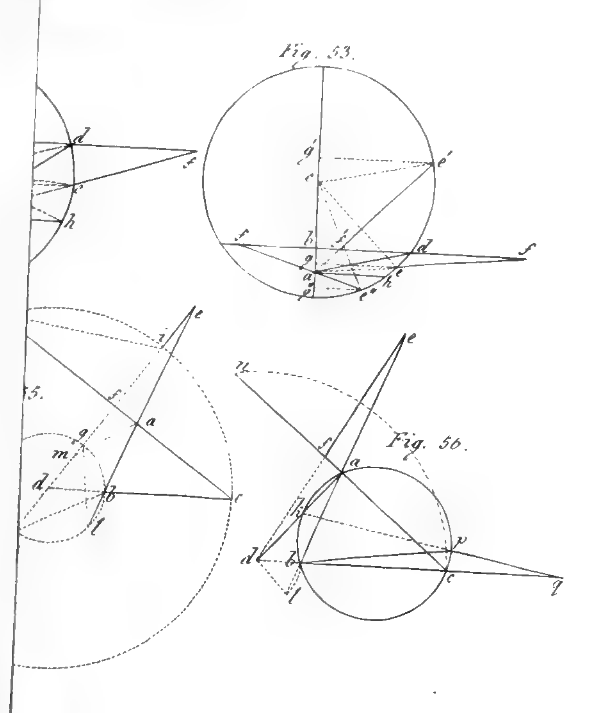


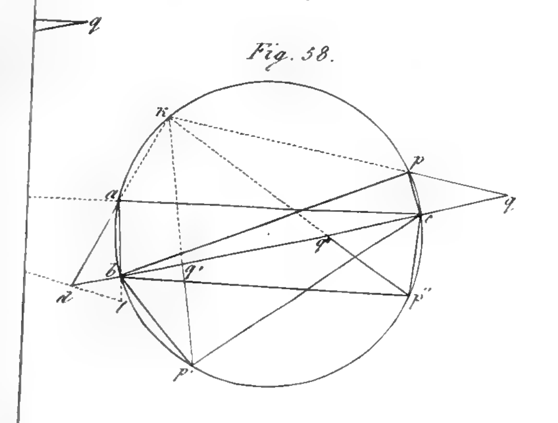
Fig. 47.

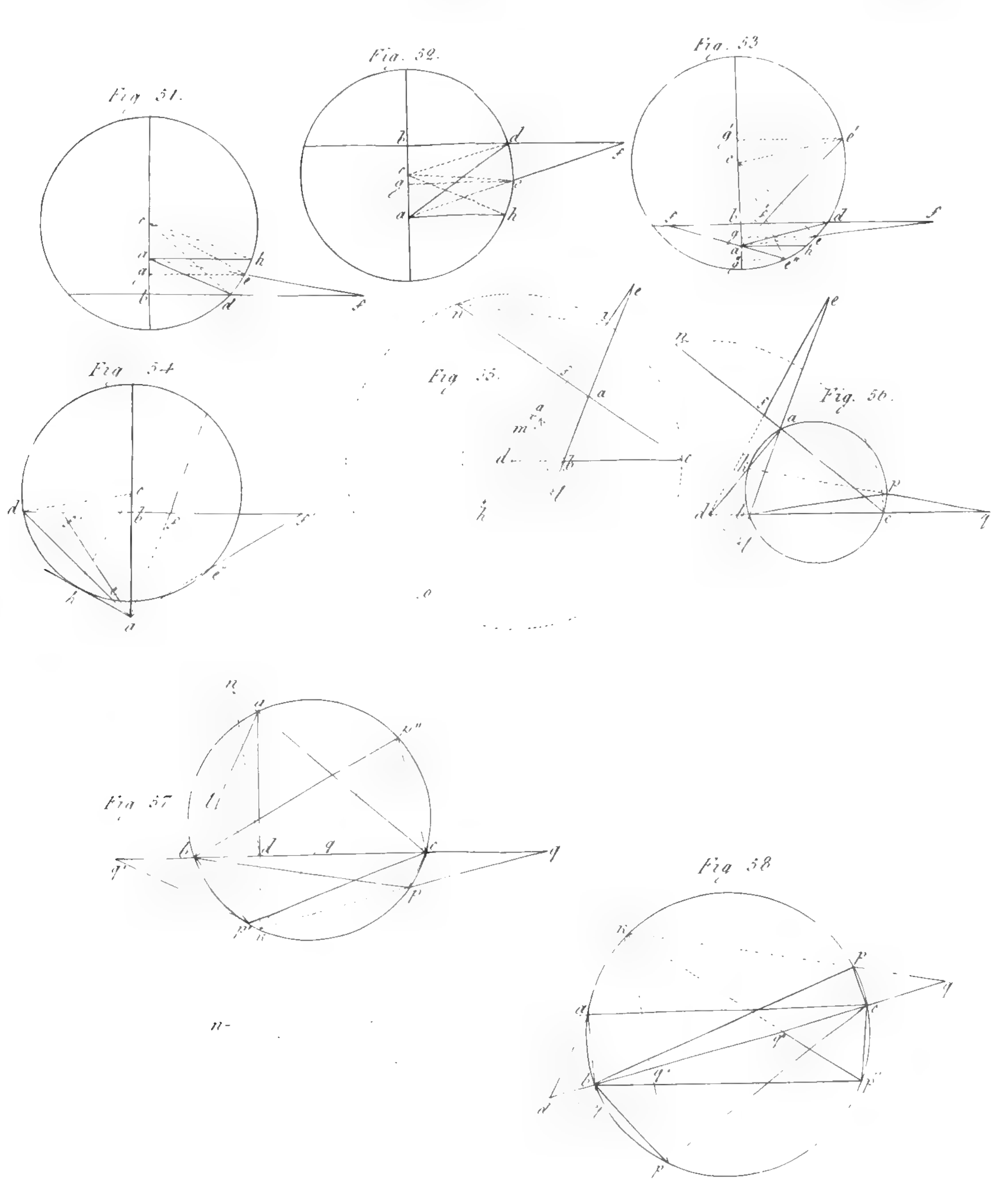
Fig. 48.

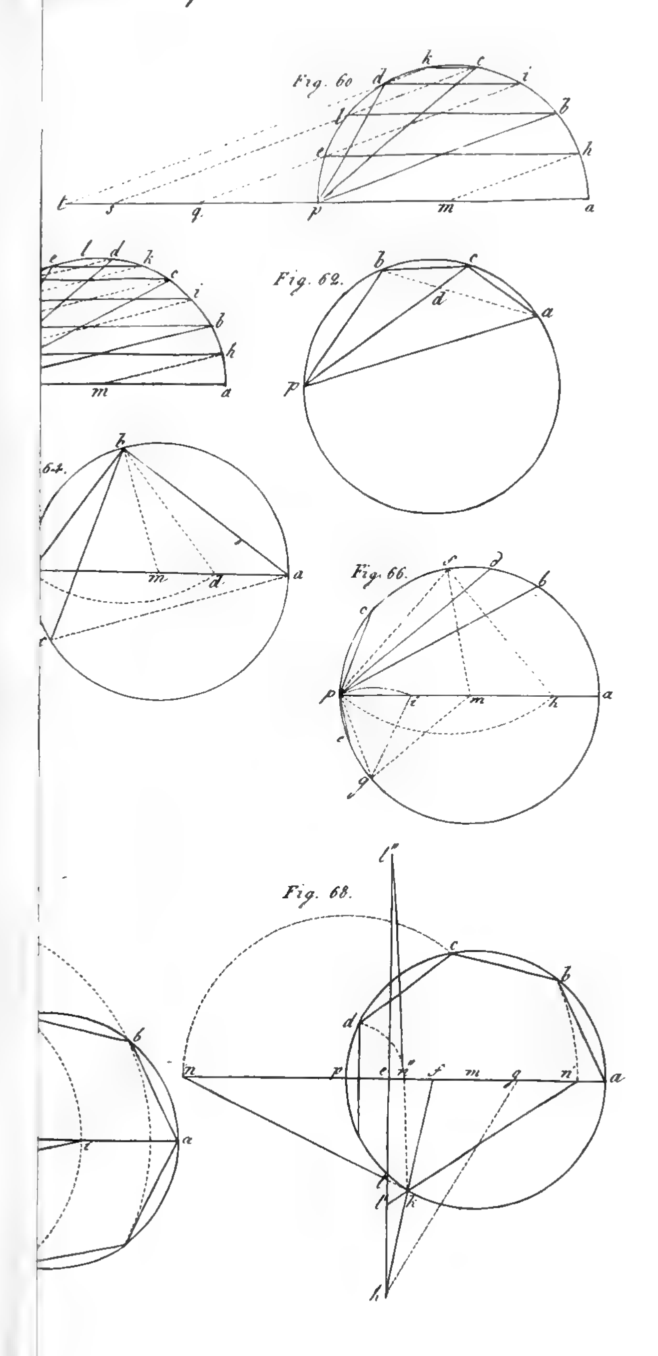
Fig. 50.

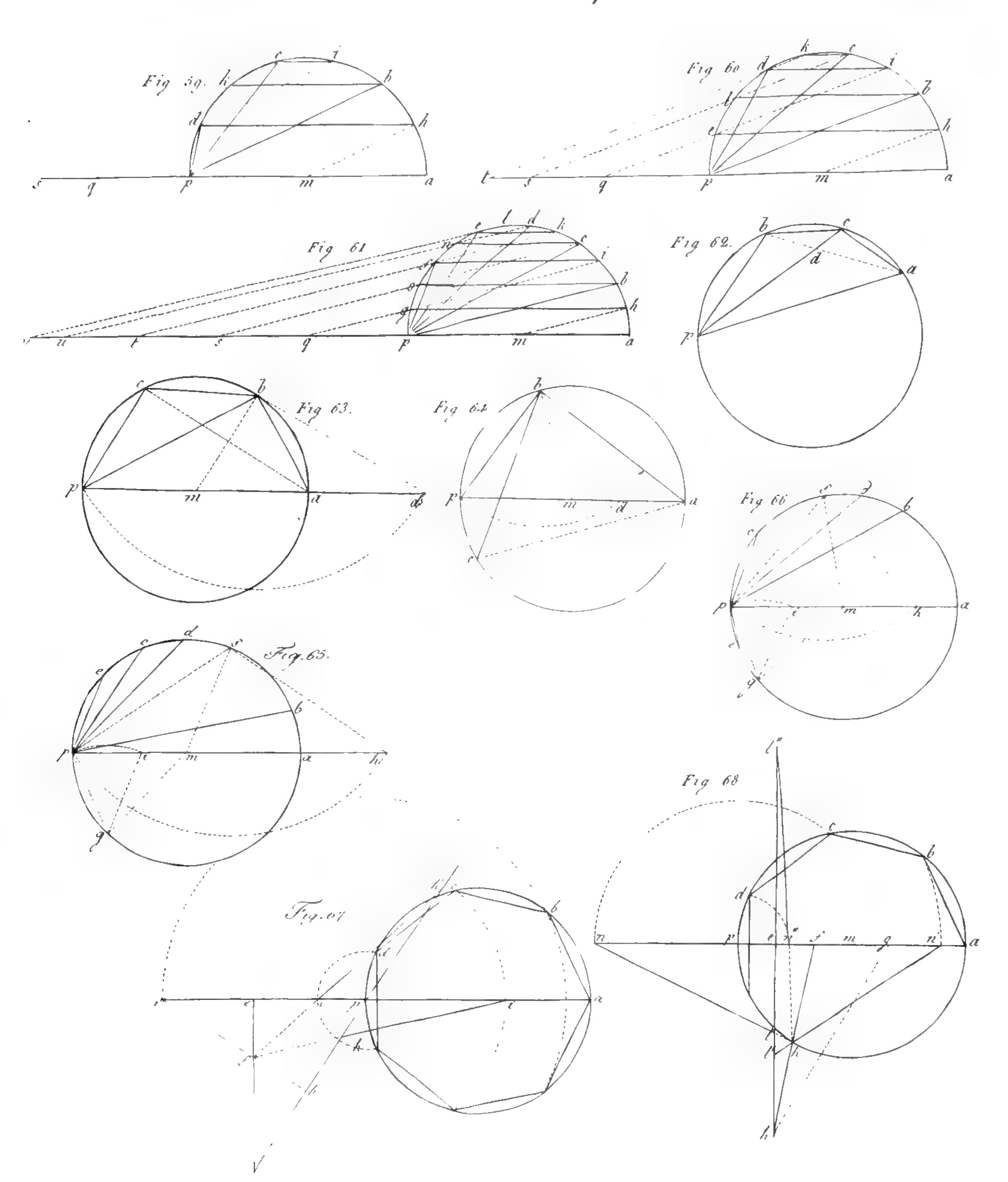

Fig. 46.
Fig. 47
Fig. 48
Fig. 49.
Fig. 50

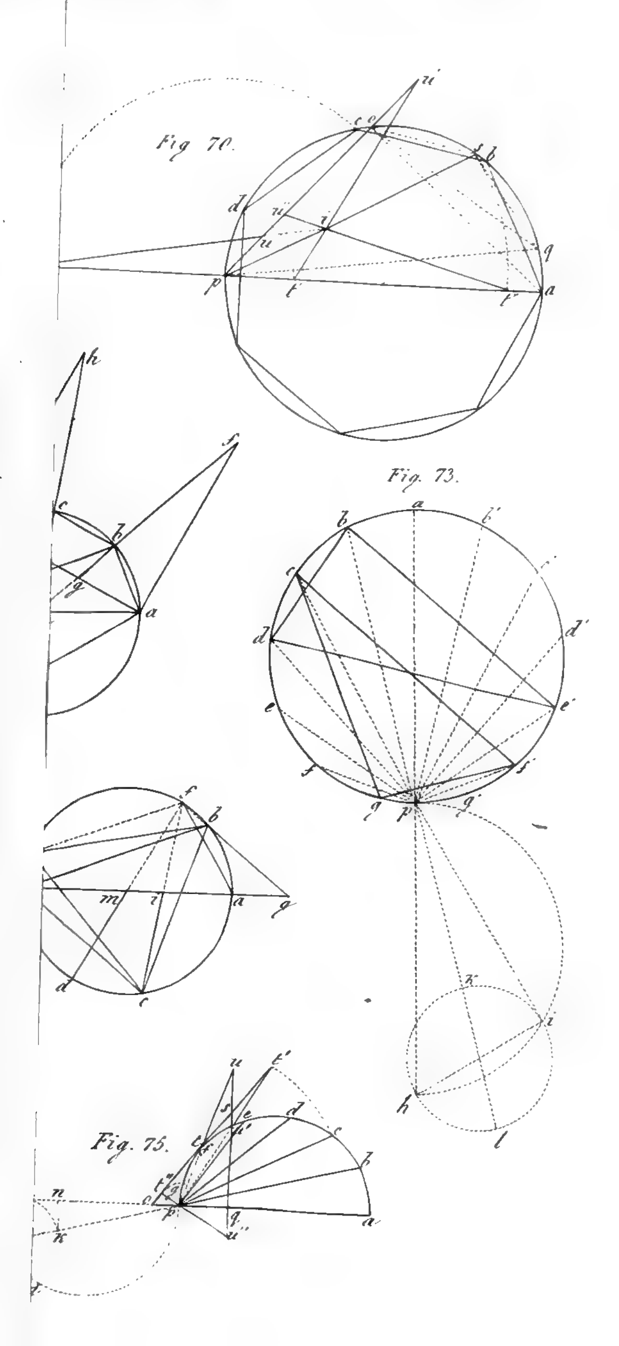

Fig. 53.
Fig. 56.
5.
d
h
a
b
c
e
f
g
l
m
n
p
q

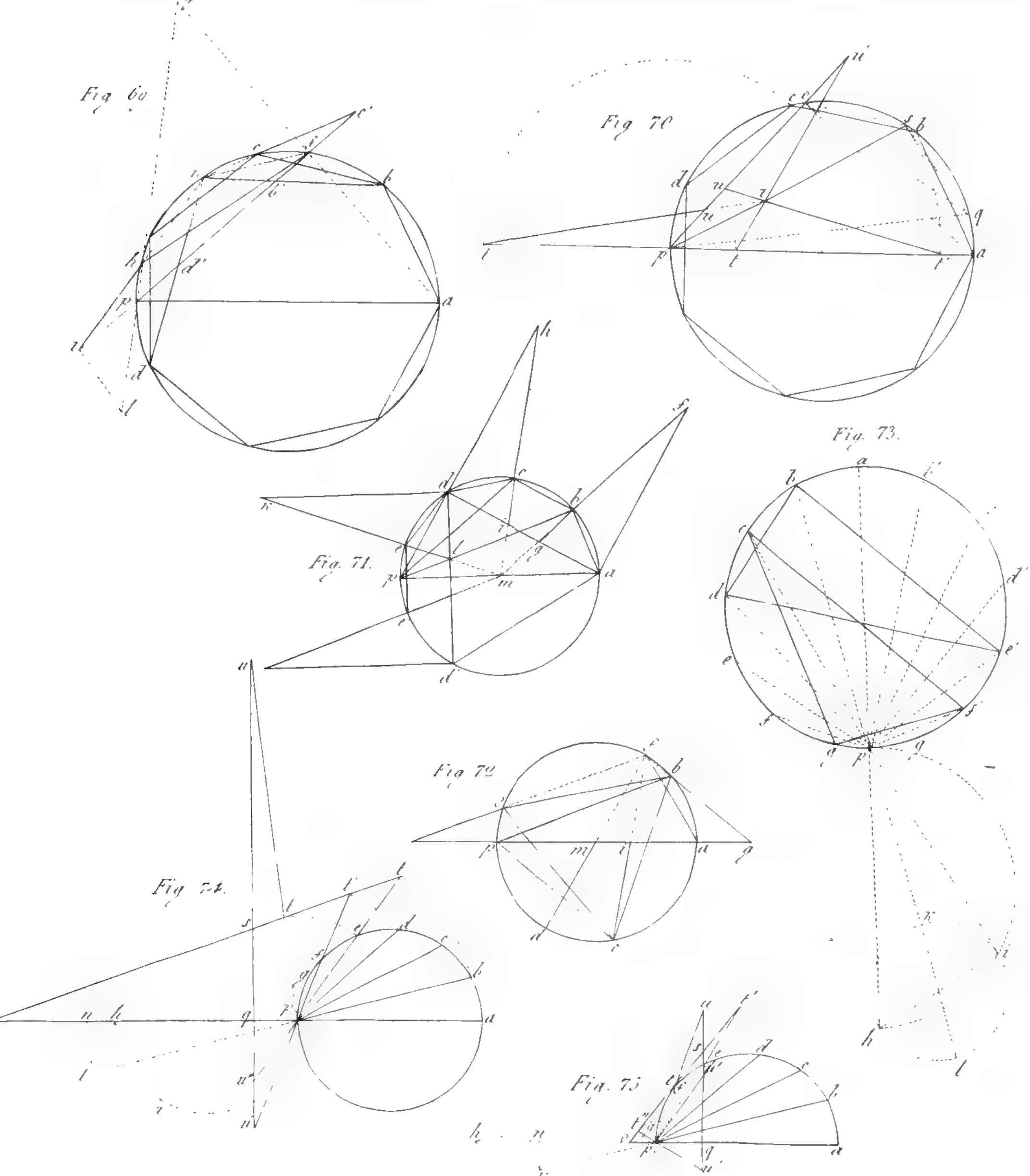

Fig. 58.
k
p
a
q
c
b
d
p'
p''
q'


Fig. 51.
Fig. 52.
Fig. 53
Fig. 54
Fig. 55.
Fig. 56.
Fig. 57
Fig. 58


Fig. 60
Fig. 62.
64.
Fig. 66.
Fig. 68.


Fig 59.
Fig 60
Fig 61
Fig 62.
Fig 63.
Fig 64
Fig 65.
Fig 66
Fig. 67
Fig 68


Fig. 70.
Fig. 73.
Fig. 75.


Fig. 69.
Fig. 70.
Fig. 71.
Fig. 72.
Fig. 73.
Fig. 74.
Fig. 75.

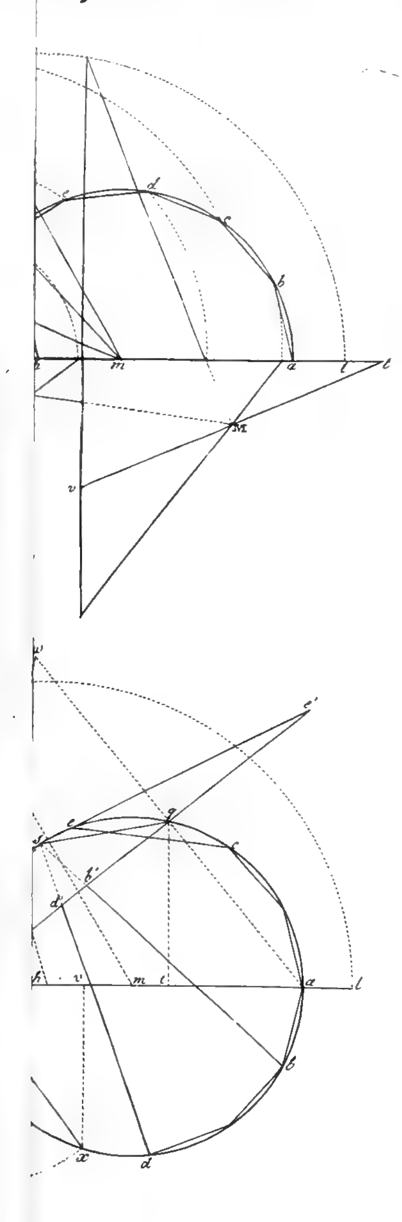
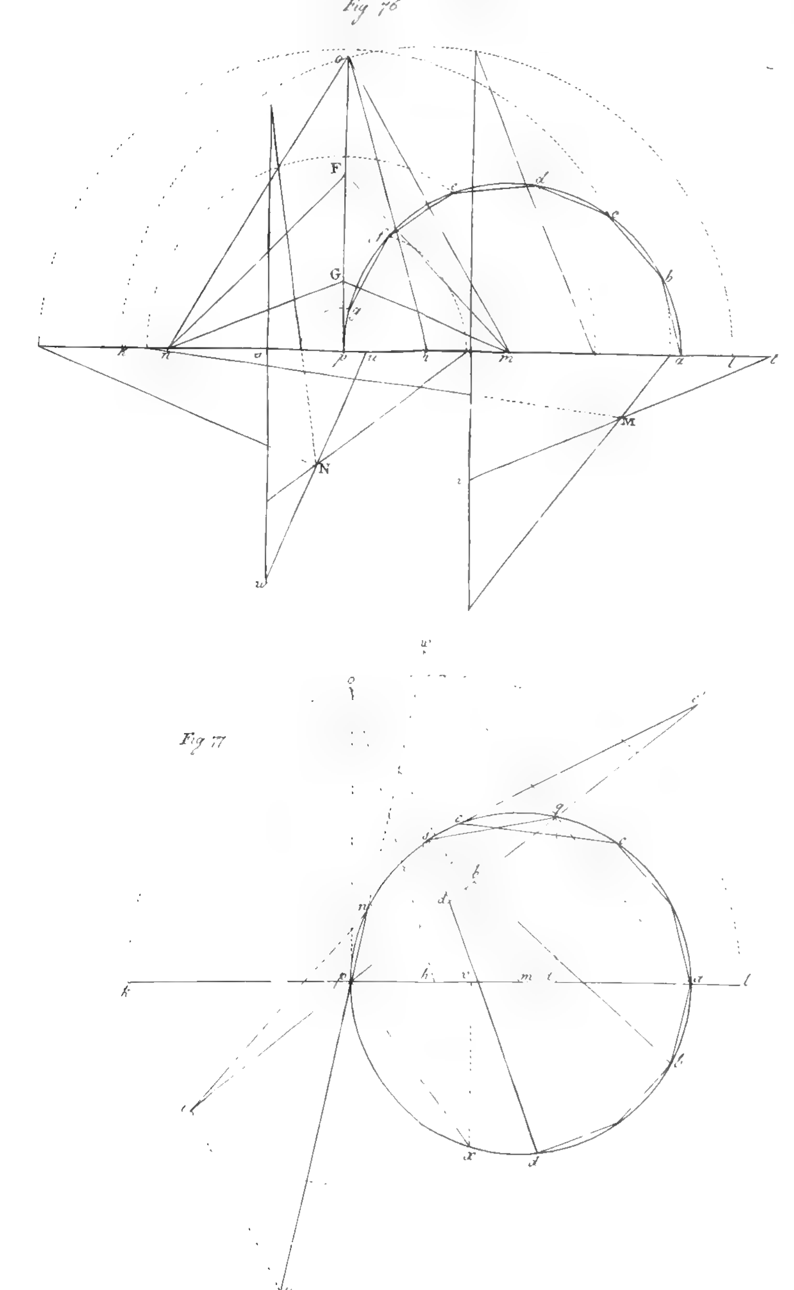
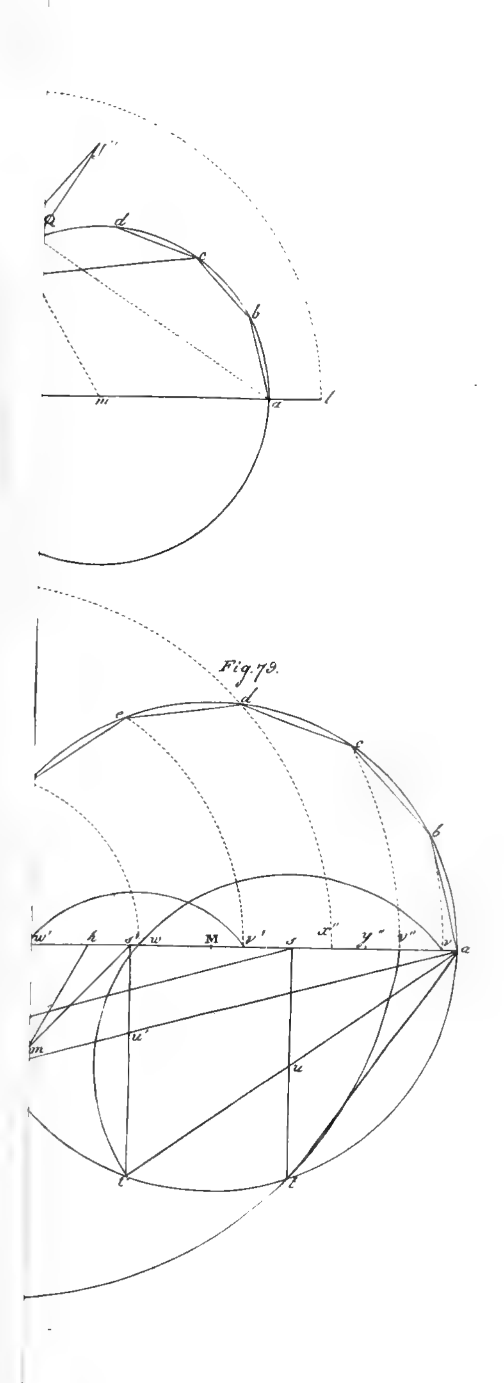
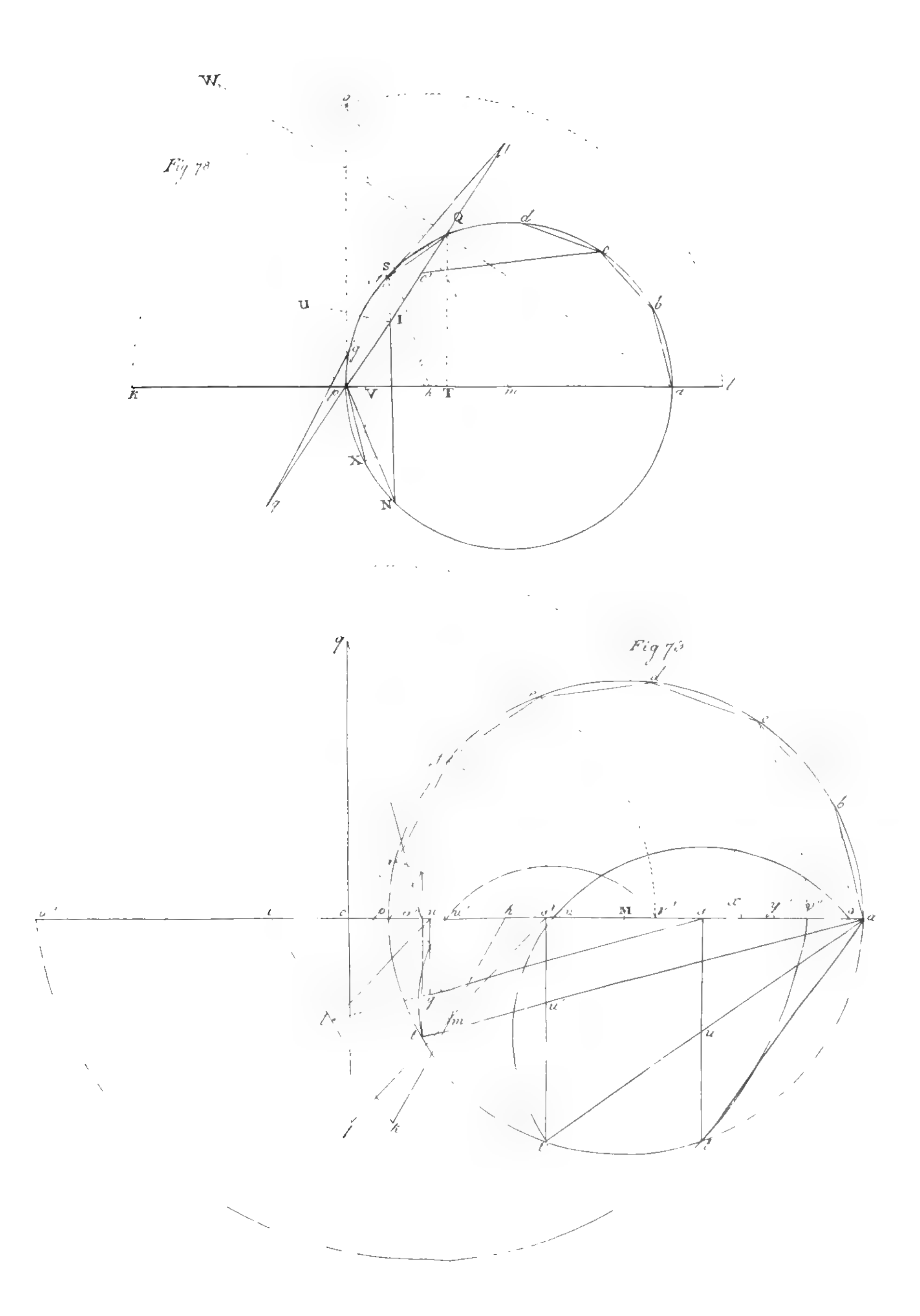

e
d
c
b
m
a
l
t
M
v
w
c'
e
g
f
s
b'
d'
h
v
m
t
a
l
b
x
d

Fig. 76

Fig. 77

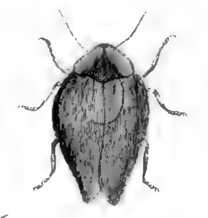



d
c
b
m
a
l
Fig. 79.
d
e
f
b
w'
h
s'
w
M
v'
s
x''
y''
v''
a
u'
m
u
t'
t


Fig 78
W
Q
d
c
S
b
u
I
q
K
V
T
m
a
l
X
N
q
Fig 75
d
b
c
M
a
q
g
u
fm
l
k
t



losa.

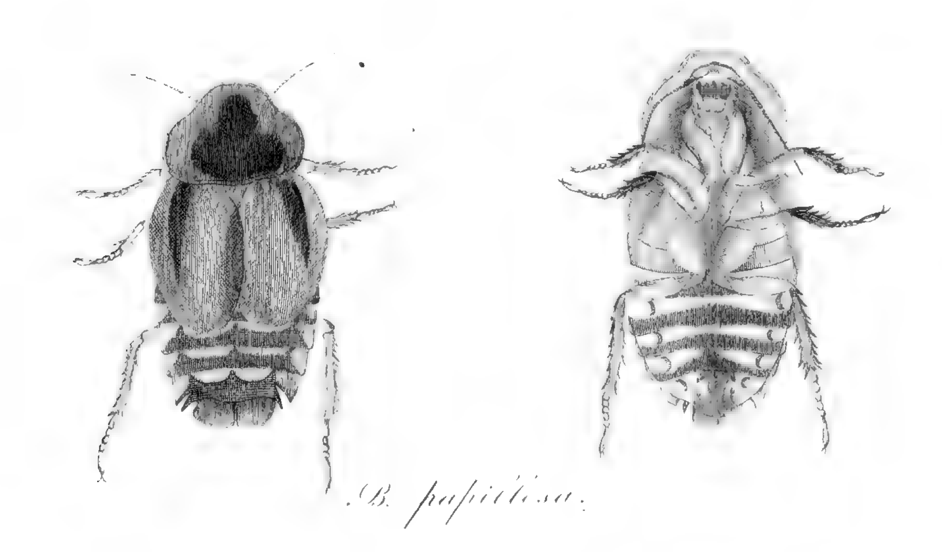


B. pellucens.

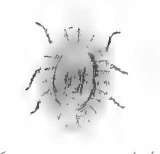


B. 6. notata.

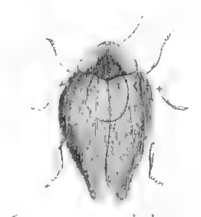
Gravé par Maslevsky.



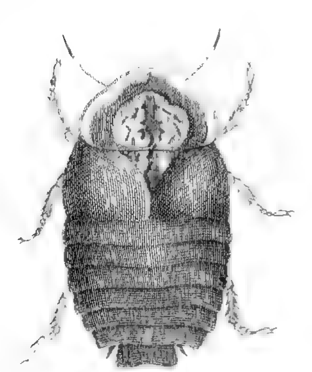
B. papillosa.



B. asellus.



B. pellucens.



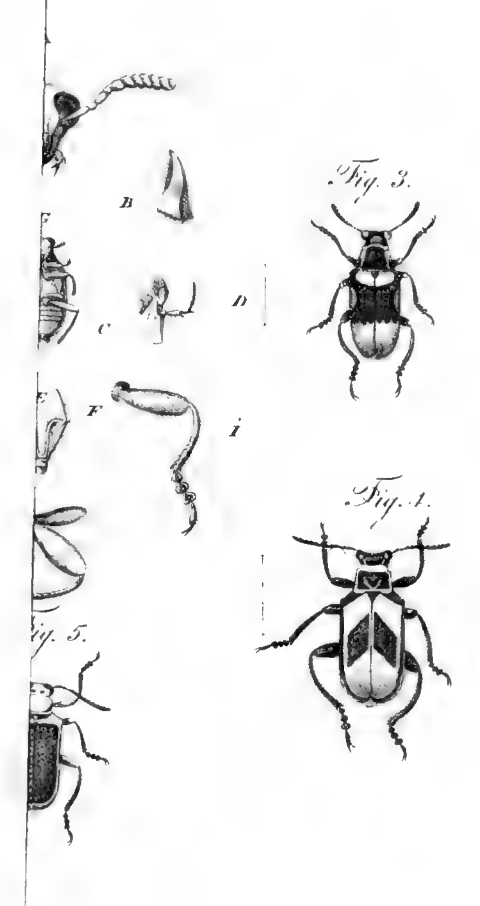
B. biguttata.



B. 6. notata.

Gravé par Maslovsky.

LOPUS.



Rufipennis. Fig. 3. M. Ephippiger.
ii. Fig. 5. M. Limbatus.

Gravé par Maslovsky.

MEGALOPUS.

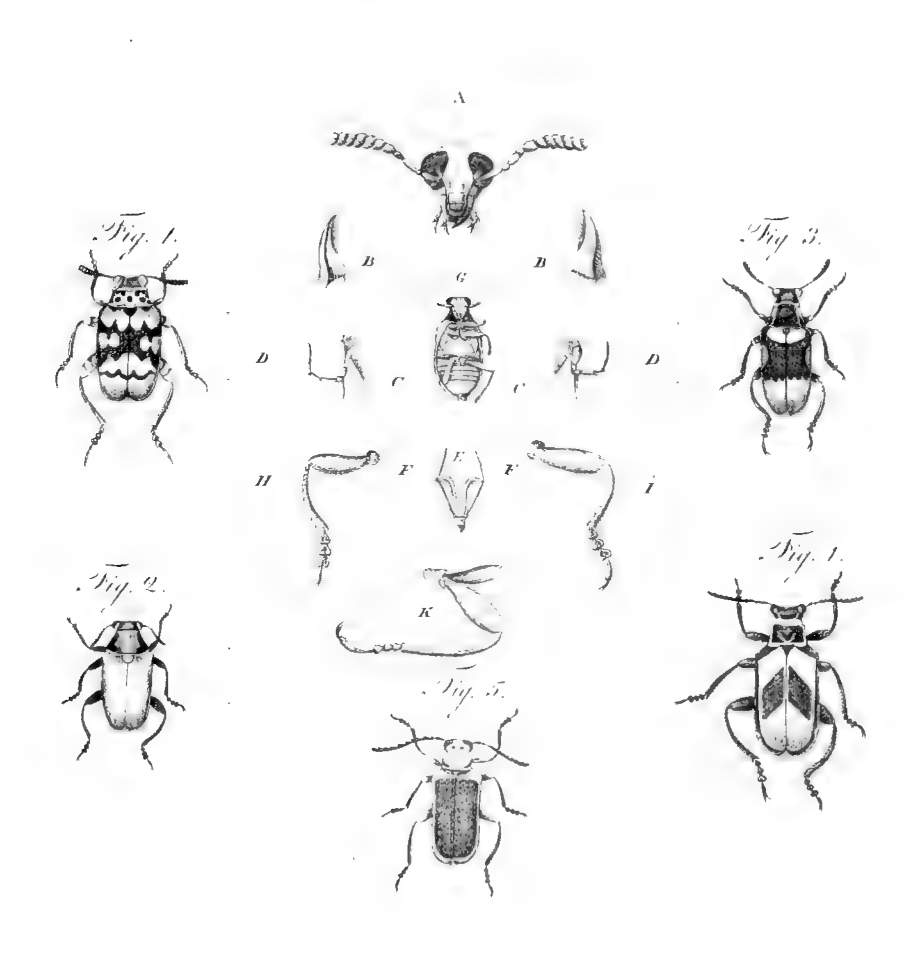
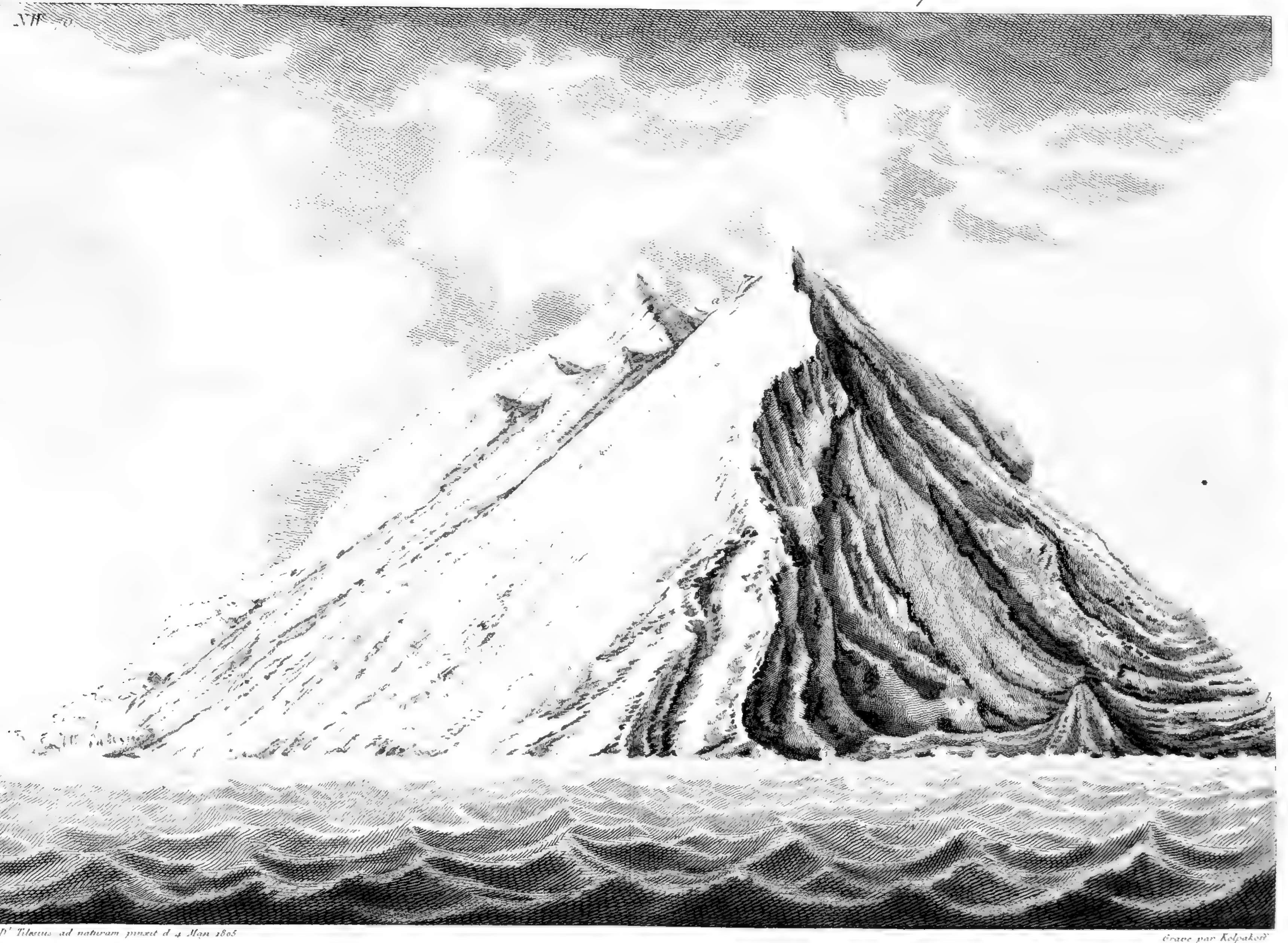


Fig. 1. M. Histrio. Fig. 2. M. Rufipennis. Fig. 3. M. Ephippiger.
Fig. 4. M. Henningii. Fig. 5. M. Limbatus.

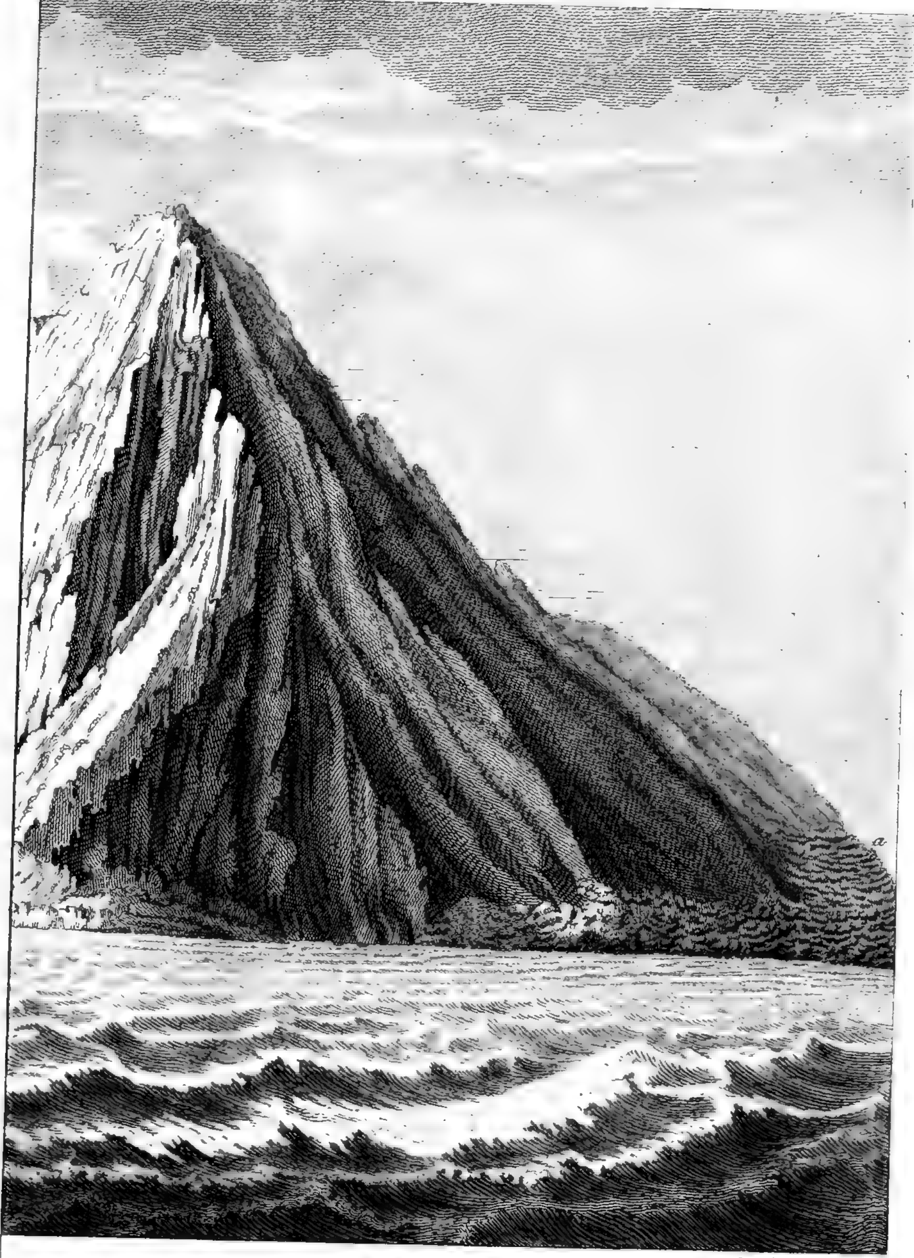


Gravé par Kolpakoff

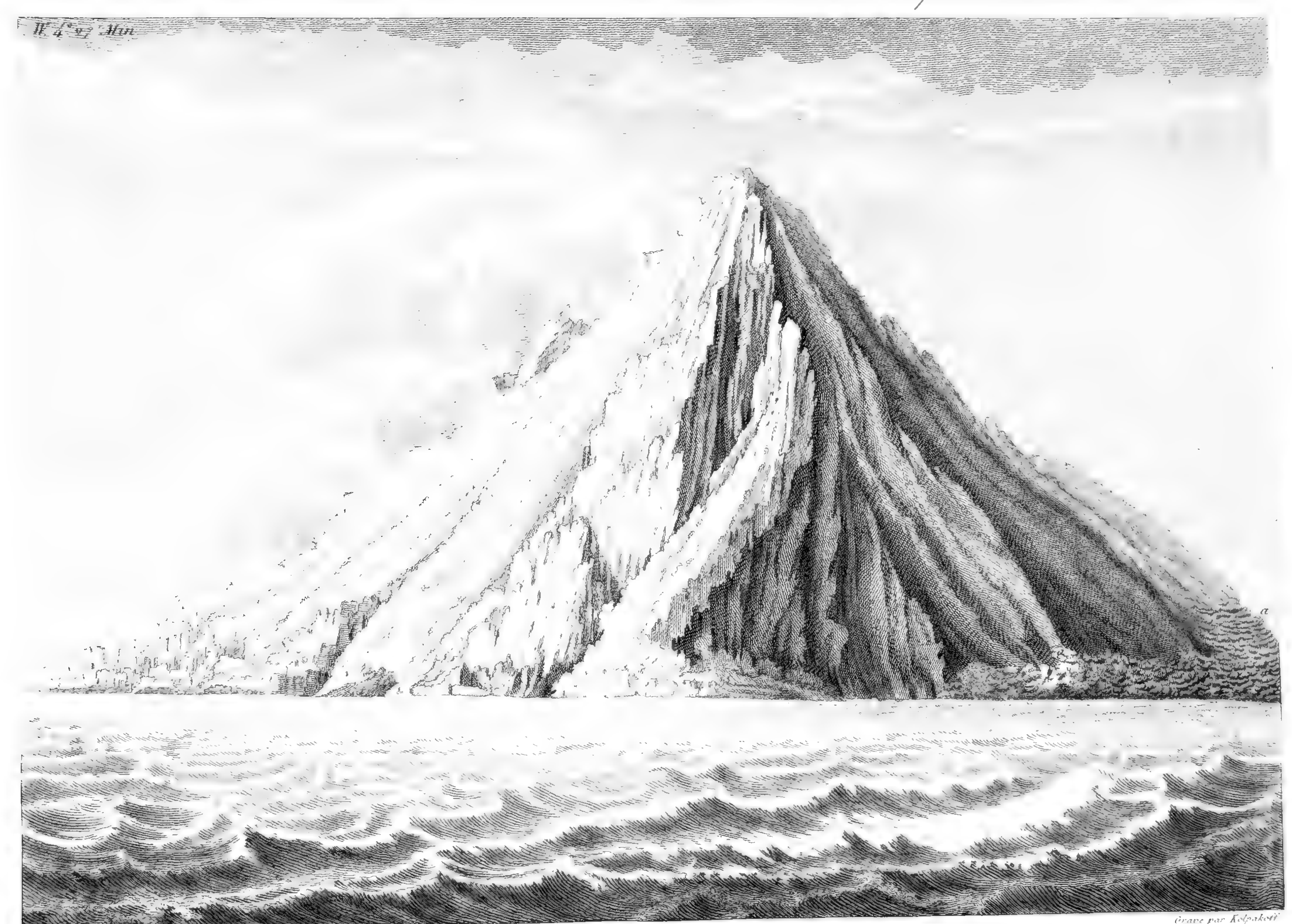


Dr. Tilesius ad naturam pinxit d. 4 Maji 1805

Gravé par Kolpakoff



Gravé par Kolpakoff

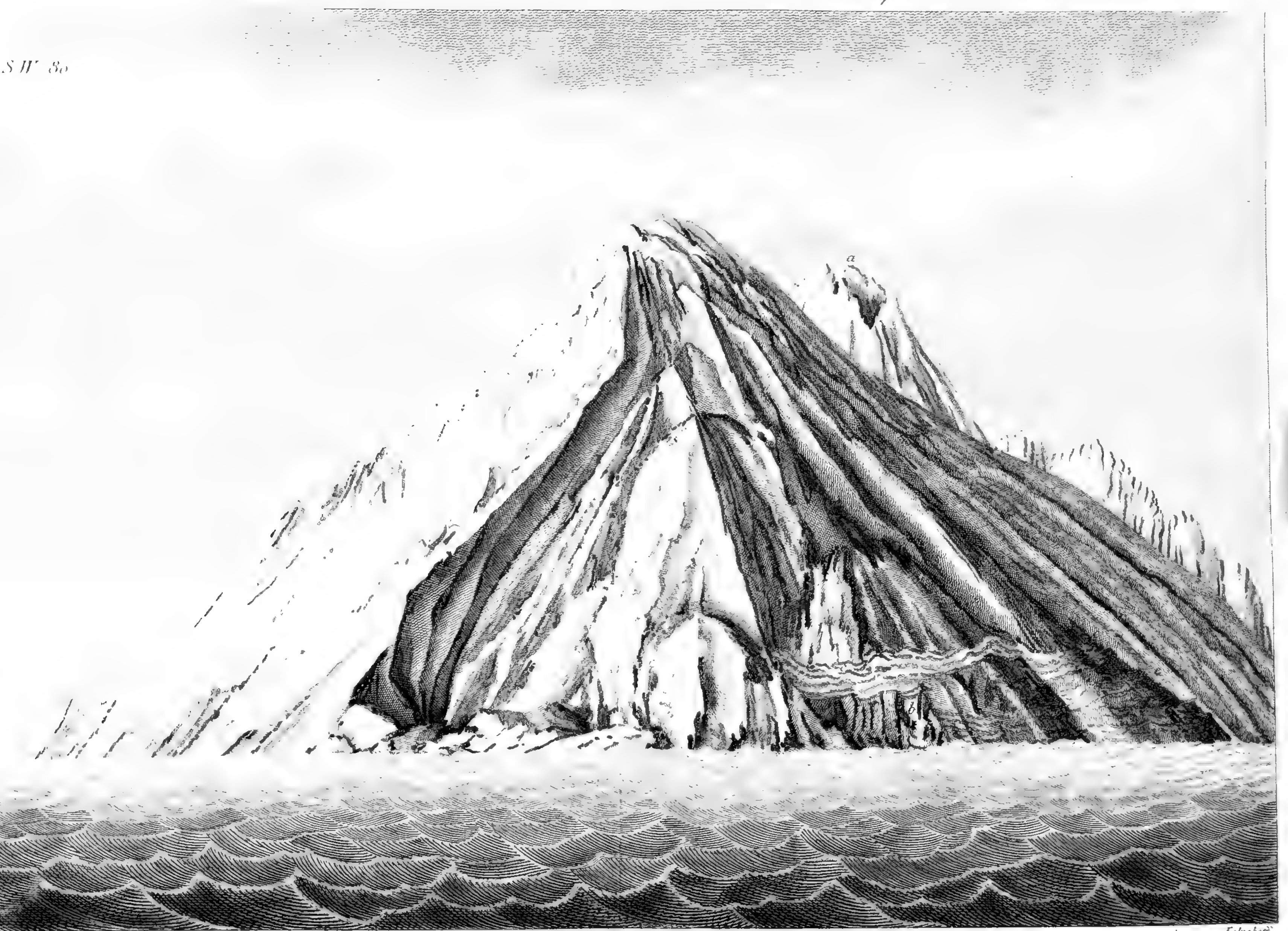


Dr Tilesius ad nat pinxit d 4 Mai 1805

Gravé par Kolpakoff



Gravé par Kolpakoff.



Dr Tilesius ad natur delin d. 4 Maji 1805

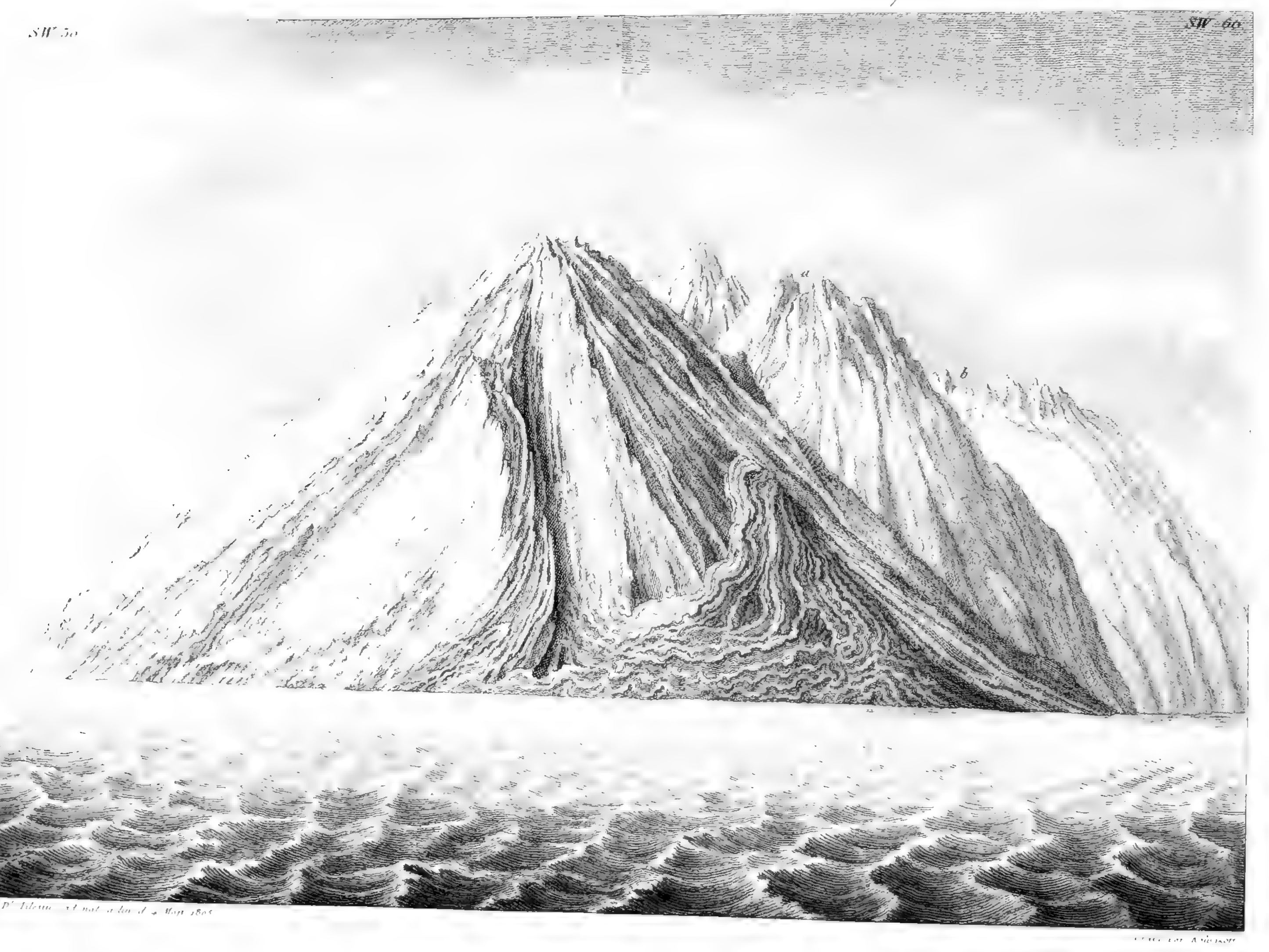
Gravé par Kolpakoff.

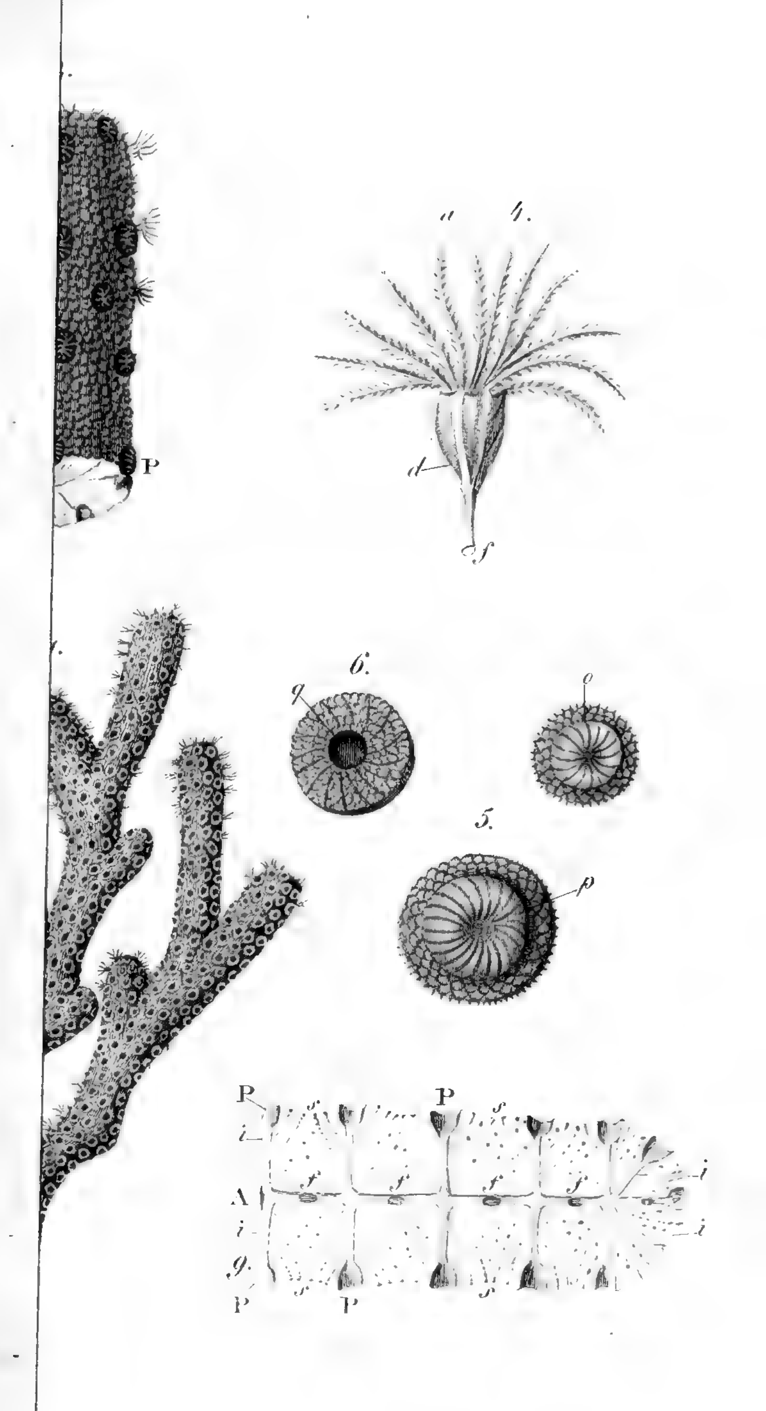
SW 60

a

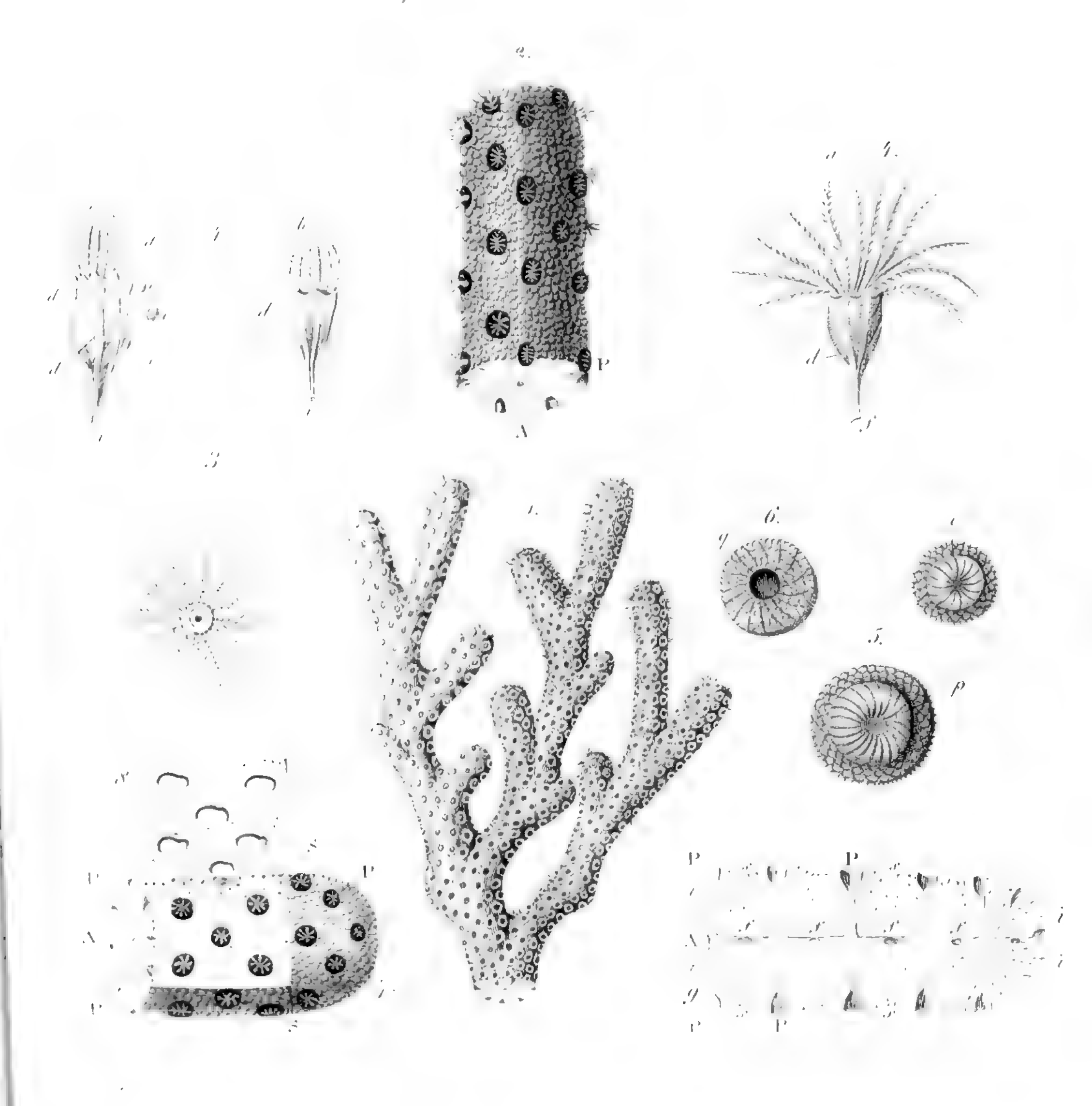
b

Gravé par Kolpakoff.


SW 50
SW 60
a
b



Gravé par Maslovsky.



Gravé par Maslovsky.

1.

a

b

c

d

3.

a

b

c

d

2.

1.

c b a

a

f d d c d e b

4.

3.

c b a d e b a

5.

e d b a

f c

7.

d c b a

6.

5.

c d b a

d e b a

8.

7.

d e b a

d e b a

S A R M A T I E D'E U R O P E

P A R T I E

Hypanis fl.
Boug riv.

BORYSTHÉNITES ou SCYTHES CULTIVATEURS Herod.

Borysthenes fl.
Dniepre riv.

Kazirska

Sagaris fl. Ov.
Fleuve et golfe de Berezan

Krotkoba balka
Tchertoba balka

Syngoul Const.
Teligoul riv.

Olbia

Port et ville Odessus

Ile d'Achille
Borysthenis
Ile de St. Acthere
Ile de Berezan

Achæorum Portus
Port d'Otchakof

Kherson

Liman du Borysthene ou du Dniepre

Istrianorum Portus
Hadji Bei
Odessa

MER D'HYLÆE Plin.

HYLÆA Herod. SYLVESTRIS REGIO Plin. CONTRÉE BOISÉE

HYLÆENS Plin.

Cap Sacré Ptol.

Sary katyp

Ophiusa Strab.
Tyras

Tyras fl.
Dniestre riv.

Bourg de Hermonax et
Tour de Neoptoleme Strab.

Langue de Tendera

Course d'Achille Herod.

ACHILLODROMITES

Dandaricon

Cap Mysaris Ptol.
Langue de Djarilgatch

Tendera

GOLFE CARCINITE

Port d'Akmetchet

PARTIE DE LA CHERSONESE TAURIQUE

Cap Tarkhan Kout

Ister s. Ister
Danube

Ile d'Achille
Leuce
Ilan Adassi
Ile des Serpens

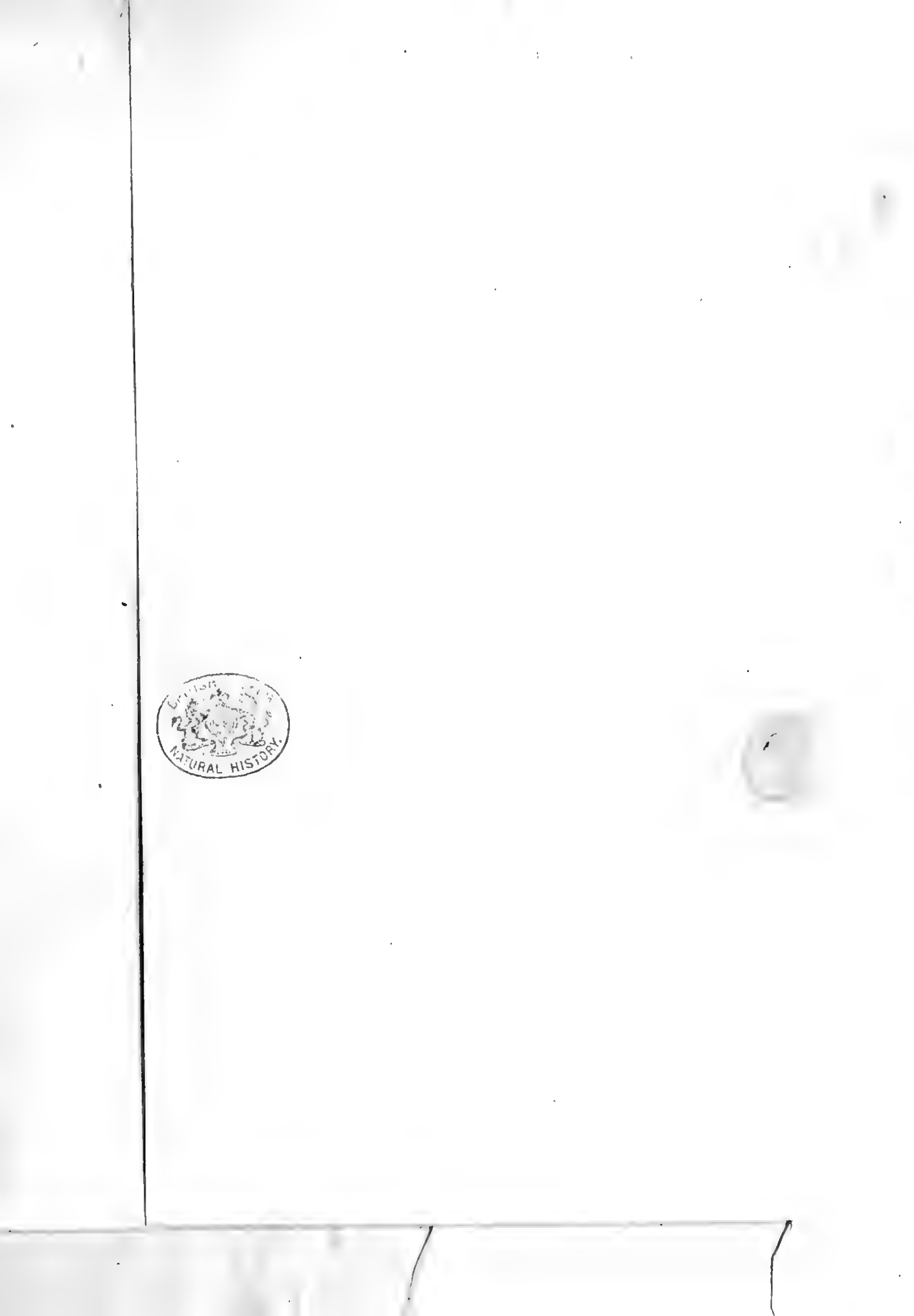
PLAN
de l'Île
DE BEREZAN.

Puits

Echelle de Verstes

Echelle de Sagènes

CARTE
D'UNE PARTIE
DU
PONT-EUXIN.


NATURAL HISTORY.

N

B

C

d

D

A

CARTE
DE
L'ÎLE DE LEUCÉ
AUJOURD'HUI
ILAN-ADASSI

Echelle de Sagènes



pag. 157

